उच्चतर माध्यमिक पाठ्यक्रम

विषय सामग्री पर एक विहंगम दृष्टि

मॉड्यूल	पाठ संख्या	पाठ का नाम	मूल्यांकन का प्रकार टी.एम.ए./पी.ई.	
मॉड्यूल-I गति, बल एवं ऊर्जा	01	मात्रक, विमाएं एवं सदिश	टी.एम.ए.	
	02	सरल रैखिक गति	टी.एम.ए.	
	03	गति के नियम		पी.ई.
	04	समतल में गति	टी.एम.ए.	
	05	गुरुत्वाकर्षण	टी.एम.ए.	
	06	कार्य, ऊर्जा और शक्ति		पी.ई.
	07	दृढ़ पिंड की गति	टी.एम.ए.	
मॉड्यूल-II ठोसों एवं तरलों की यांत्रिकी	08	ठोस के प्रत्यास्थ गुण	टी.एम.ए.	
	09	तरल पदार्थों के गुण		पी.ई.
मॉड्यूल-III ऊष्मीय भौतिकी	10	गैसों का अणुगतिक सिद्धांत	टी.एम.ए.	
	11	ऊष्मागतिकी		पी.ई.
	12	ऊष्मा स्थानान्तरण एवं सौर ऊर्जा	टी.एम.ए.	
मॉड्यूल-IV दोलन एवं तरंगे	13	सरल आवर्त गति	टी.एम.ए.	
	14	तरंग परिघटनाएं		पी.ई.
मॉड्यूल-V विद्युत एवं चुम्बकत्व	15	विद्युत आवेश एवं विद्युत क्षेत्र		पी.ई.
	16	विद्युत विभव एवं संधारित्र		पी.ई.
	17	विद्युत धारा		पी.ई.
	18	विद्युत चुंबकत्व तथा विद्युतधारा के चुंबकीय प्रभाव		पी.ई.
	19	विद्युत चुम्बकीय प्रेरण तथा प्रत्यावर्ती धारा		पी.ई.
मॉड्यूल-VI प्रकाशिकी एवं प्रकाशिक यन्त्र	20	प्रकाश का परावर्तन और अपवर्तन	टी.एम.ए.	
	21	प्रकाश का विक्षेपण एवं प्रकीर्णन		पी.ई.
	22	तरंग परिघटना एवं प्रकाश		पी.ई.
	23	प्रकाशीय यंत्र	टी.एम.ए.	
मॉड्यूल- VII परमाणु एवं नाभिक	24	परमाणु की संरचना		पी.ई.
	25	विकिरण एवं द्रव्य की द्वैती प्रकृति		पी.ई.
	26	नाभिक और रेडियोधर्मिता		पी.ई.
	27	नाभिकीय विखंडन एवं संलयन		पी.ई.
मॉड्यूल- VIII अर्द्धचालक युक्तियाँ एवं संचार	28	अर्द्धचालक एवं अर्द्धचालक युक्तियाँ		पी.ई.
	29	अर्द्धचालक युक्तियों के अनुप्रयोग		पी.ई.
	30	संचार तंत्र	टी.एम.ए.	

कुल पाठ = 30

शिक्षक अंकित मूल्यांकन पत्र के पाठ (टी.एम.ए.) **= 12**

सार्वजनिक परीक्षाओं के पाठ (पी.ई.) **= 18**

विषय सूची

		पृ. संख्या	मूल्यांकन के प्रकार टी.एम.ए./पी.ई.
मॉड्यूल - 1: गति, बल एवं ऊर्जा			
01	मात्रक, विमाएं एवं सदिश	1	टी.एम.ए.
02	सरल रैखिक गति	35	टी.एम.ए.
03	गति के नियम	61	पी.ई.
04	समतल में गति	90	टी.एम.ए.
05	गुरुत्वाकर्षण	114	टी.एम.ए.
06	कार्य, ऊर्जा और शक्ति	145	पी.ई.
07	दृढ़ पिंड की गति	179	टी.एम.ए.
मॉड्यूल - 2: ठोसों एवं तरलों की यांत्रिकी			
08	ठोस के प्रत्यास्थ गुण	215	टी.एम.ए.
09	तरल पदार्थों के गुण	236	पी.ई.
मॉड्यूल - 3: ऊष्मीय भौतिकी			
10	गैसों का अणुगतिक सिद्धांत	281	टी.एम.ए.
11	ऊष्मागतिकी	308	पी.ई.
12	ऊष्मा स्थानान्तरण एवं सौर ऊर्जा	327	टी.एम.ए.
मॉड्यूल - 4: दोलन एवं तरंगे			
13	सरल आवर्त गति	351	टी.एम.ए.
14	तरंग परिघटनाएं	372	पी.ई.
	पाठ्यक्रम	419	
	प्रतिपुष्टि फॉर्म	437	

मॉड्यूल - 1
गति, बल एवं ऊर्जा

01 मात्रक, विमाएं एवं सदिश
02 सरल रैखिक गति
03 गति के नियम
04 समतल में गति
05 गुरुत्वाकर्षण
06 कार्य, ऊर्जा और शक्ति
07 दृढ़ पिंड की गति

पाठ्यक्रम (Curriculum)

औचित्य

भौतिकी एक मौलिक विज्ञान है क्योंकि यह विश्व के अभिलक्षणों जैसे समय, अंतरिक्ष, गति, आवेश, द्रव्य और विकिरण से संबंध रखता है। प्राकृतिक विश्व की प्रत्येक घटना के कुछ पहलू ऐसे हैं, जिनका इनके संदर्भ में अवलोकन किया जा सकता है। भौतिकी का अध्ययन केवल आवश्यक रूप से भौतिक शास्त्री बनने के विचार से न करके प्रकृति को तर्कसंगत आधार पर समझने का माध्यम हो सकता है। कम्प्यूटर, इंटरनेट, रॉकेट-प्रक्षेपण, उपग्रह, रेडियो, टीवी, संचार, लेजर आदि सभी तकनीकी विकासों की आधारशिला भौतिकी ही है। मनुष्य की विभिन्न सामान्य गतिविधियों जैसे भार उठाने और लंबी कूद में भी इसका उपयोग है। इस प्रकार भौतिकी एक सर्वव्यापी विज्ञान है और इसका अध्ययन हमारे जीवन से जुड़ी गतिविधियों से संबंधित क्यों और कैसे जैसे प्रश्नों का समुचित उत्तर पाने में सहायक है।

स्कूली शिक्षा के लिए राष्ट्रीय पाठ्यक्रम प्रारूप में विशेष रूप से उल्लेख किए गए मुद्दों को ध्यान में रखते हुए ही भौतिकी का पाठ्यक्रम इस प्रकार विकसित किया गया है कि यह केवल भौतिकी की मूलभूत संकल्पनाओं का ही उल्लेख नहीं करता वरन् उनका दैनिक जीवन की गतिविधियों से भी संबंध स्थापित करता है। भौतिकी के नियमों का उपयोग और उनके दैनिक जीवन में प्रभाव को पाठ्यक्रम में विशेष स्थान प्राप्त है। भौतिकी की विषयवस्तु, जिससे सभी और विशेष रूप से भौतिकी को अपनी जीवनवृत्ति के रूप में अपनाने के इच्छुक लोग हो सकते हैं, को पाठ्यक्रम का सारभाग बनाया गया है। इसके अलावा पाठ्यक्रम में इलेक्ट्रॉनिक्स, संचार, नाभिकीय भौतिकी जैसे विषयों को शामिल किया गया है, जिनका दैनिक जीवन में बहुत बड़ा उपयोग है।

यद्यपि गणित भौतिकी के बहुत से कठिन प्रश्नों को समझने के लिए एक महत्त्वपूर्ण आधार है तथापि समाकलन एवं अवकलन जैसे कठिन गणितीय आधारों को प्रयोग में न लाकर गणितीय गणनाओं की बजाय भौतिकी की संकल्पनाओं के स्पष्टीकरण पर जोर दिया गया है।

पाठ्यक्रम के उद्देश्य

उच्चतर माध्यमिक भौतिकी पाठ्यक्रम का उद्देश्य शिक्षार्थी को निम्न बातों में सक्षम बनाना है

- भौतिकी की संकल्पनाओं, मूलभूत सिद्धांतों, नियमों और प्रक्रियाओं के बारे में ज्ञान एवं बोध प्राप्त करना ताकि भौतिक घटनाओं के कारणों व प्रभावों का अंतर्संबंध समझा जा सके;
- जीवन स्तर सुधारने में भौतिकी के योगदान का महत्त्व समझना;
- भौतिकी में रुचि उत्पन्न करना और जिज्ञासा का भाव जगाना;
- व्यक्तियों की कार्य क्षमता सुधार कर उनको व्यवसाय से संबंधित कार्यों को निपुणता से करने योग्य बनाना;

इस प्रक्रिया के अंग रूप में इस पाठ्यक्रम का उद्देश्य शिक्षार्थी में निम्नलिखित योग्यताएं विकसित करना भी है–

- प्रायोगिक निपुणताएं जैसे प्रेक्षण लेना, उपकरणों का परिचालन एवं प्रेक्षणों तथा प्रायोगिक निष्कर्षों की रिपोर्टिंग का संप्रेषण-नैपुण्य।

- प्रश्नों को हल करने की क्षमता उदाहरण के तौर पर एक स्थिति या आंकड़ों के विश्लेषण के कारण व प्रभाव के बीच संबंध स्थापित करने कीक्षमता।
- वैज्ञानिक दृष्टिकोण का विकास जिससे निर्णयों का आधार सत्यापित तथ्य हों न कि केवल राय, साथ ही नई अवधारणाओं एवं खोजों को स्वीकार करने की इच्छा का होना।
- वैज्ञानिक ज्ञान के संभावित दुरुपयोग के विषय में जानकारी।

पाठ्यक्रम की संरचना

उच्चतर माध्यमिक स्तर की भौतिकी में सिद्धांत और प्रयोग दोनों घटक है;

(i) भौतिकी पाठ्यचर्या के सैद्धांतिक भाग में आठ मॉड्यूल सम्मिलित है जिनमें भौतिकी की वे आधारभूत संकल्पनाएं और परिघटनाएं शामिल हैं, जो इस स्तर पर शिक्षार्थी को जाननी चाहिए। इन आठ मॉड्यूलों में मुख्य रूप से भौतिकी, विद्युत, प्रकाश आदि विषय हैं और वे भाग भी हैं जो कि अधिक अग्रवर्ती भौतिकी के क्षेत्र में प्रवेश के लिए न्यूनतम जानकारी प्रदान करते हैं और जिनसे इस बात की महत्ता समझी जा सकती है कि भौतिकी बहुत-सी स्थितियों में एक महत्त्वूपर्ण भूमिका निभाती है। मॉड्यूल आठ में अनुप्रयोग आधारित अर्धचालक, इलेक्ट्रॉनिकी एवं संचार जैसे विशिष्ट क्षेत्र शामिल हैं। विभिन्न मॉड्यूलों के लिए निर्धारित अंक और उनके अध्ययन के लिए अनुमानित समय नीचे सारणी में दिया गया है–

मॉडयूल का नाम	अंक	न्यूनतम अध्ययन की अवधि (घंटे)
1. गति, बल एवं ऊर्जा	14	45
2. ठोस एवं तरल पदार्थों की यांत्रिकी	06	20
3. ऊष्मा भौतिकी	06	25
4. दोलन और तरंगें	06	20
5. विद्युत और चुंबकत्व	16	45
6. प्रकाशिकी और प्रकाशिकी उपकरण	14	25
7. परमाणु और नाभिक	08	25
8. अर्धचालक युक्तियां और संचार	10	35
कुल	**80**	**240**

(ii) भौतिकी में प्रयोग

भौतिकी में प्रयोग एक अनिवार्य अवयव के रूप में है। सत्रांत परीक्षा में इसके लिए 20 प्रतिशत अंक निर्धारित हैं। उन प्रयोगों एवं क्रियाओं की सूची पाठ्यक्रम में दी गई है, जो कि विद्यार्थियों द्वारा संपन्न किए जाने है।

मॉड्यूल 1 : गति, बल एवं ऊर्जा

प्रस्तावना : सार्वत्रिक मानक मात्रकों की विशेषता बतलाने के साथ-साथ विमाओं और सदिशों के अनुप्रयोगों का भी इस मॉड्यूल में सविस्तार वर्णन किया गया है। भौतिकी का विस्तार-क्षेत्र, मापन की आवश्यकता, गति और विराम की अवधारणा व गति के कारण और विभिन्न प्रकार की गतियों का दैनिक जीवन के उदाहरणों की सहायता से वर्णन किया गया है। गुरुत्व का महत्त्व, कार्य व ऊर्जा की संकल्पना का विशेष उल्लेख किया गया है। दृढ़ पिंडों की गति के आधारभूत तथ्यों व घूर्णन गति की दैनिक जीवन में महत्ता भी समझाई गई है।

1. इकाई 1.1 : मात्रक, विमाएं एवं सदिश

- भौतिक जगत एवं मापन
- भौतिकी का प्रभाव क्षेत्र एवं आनंद
- भौतिकी के नियमों की प्रकृति
- भौतिकी, प्रौद्योगिकी एवं समाज
- मापन की आवश्यकता
- मापन के मात्रक-मूल एवं व्युत्पन्न
- मात्रक प्रणालियां, SI मात्रक
- द्रव्यमान, लंबाई और समय का मापन
- मात्रकों के अपवर्त्य एवं अनुवर्त्य
- मापक यंत्रों की यथार्थता
- मापनों में त्रुटि
- सार्थक अंक
- भौतिक राशियों की विमाएं
- विमीय सूत्र एवं विमीय समीकरण
- विमाओं के अनुप्रयोग
- सदिश और अदिश
- सदिश और उनका ग्राफीय निरुपण
- सदिशों को जोड़ना और घटाना
- सदिशों का दो दिशाओं (लंबवत) में वियोजन
- इकाई सदिश
- अदिश एवं सदिश गुणन

सहायक दृश्य (वीडियो) कार्यक्रम

1. मात्रक, विमाएं एवं सदिश भाग-1
2. मात्रक, विमाएं एवं सदिश भाग-2

2. इकाई 1.2 सरल रैखिक गति

- स्थिति, दूरी और विस्थापन, स्थिति सदिश एवं विस्थापन सदिश
- चाल, वेग और त्वरण
- औसत और तात्क्षणिक वेग

सहायक दृश्य (वीडियो) कार्यक्रम

1. सरल रैखिक गति भाग-1
1. सरल रैखिक गति भाग-2

- अवकलन एवं समाकलन की प्राथमिक संकल्पनाएं
- आपेक्षिक गति
- स्थिति-समय एवं वेग-समय ग्राफ
- समान एवं समान रूप से त्वरित गति
- गुरुत्व के अधीन गति सहित स्थिर त्वरण युक्त गतियों के समीकरण

3. इकाई 1.3 न्यूटन के गति के नियम

- बल व जड़त्व की अवधारणा
- गति का प्रथम नियम
- संवेग की अवधारणा
- गति का दूसरा नियम
- गति का तीसरा नियम
- आवेग
- रैखिक संवेग का संरक्षण नियम एवं उसके अनुप्रयोग
- संकेंद्री बलों का संतुलन
- घर्षण स्थैतिक और गतिज, घर्षण को प्रभावित करने वाले कारक
- घर्षण का महत्त्व और घर्षण कम करने के उपाय
- बल निर्देशक आरेख तकनीक
- जड़त्वीय एवं अजड़त्वीय निर्देशांक अक्षों का प्रारंभिक ज्ञान

4. इकाई 1.4 : समतल में गति

- प्रक्षेप्य गति (उड्डयन-काल, परास और अधिकतम ऊंचाई)
- प्रक्षेप्य का प्रक्षेप पथ
- एक समान वृत्तीय गति
- अभिकेंद्रीय त्वरण
- दैनिक जीवन में वृत्तीय गति
- ऊर्ध्वाधर वृत्ति में गति

5. इकाई 1.5 : गुरुत्वाकर्षण

- सार्वत्रिक गुरुत्वाकर्षण का नियम
- गुरुत्व जनित त्वरण तथा पृथ्वी पर ऊंचाई, गहराई और अक्षांसों के साथ इसके मान में परिवर्तन (केवल सूत्र)

- कैपलर के ग्रहीय गति के नियम (कोई व्युत्पत्ति अवकलन नहीं)
- ग्रहों की गति-कक्षीय वेग और पलायन वेग
- उपग्रह-भूतुल्यकाली और ध्रुवीय
- गुरुत्त्वीय विभव एवं गुरुत्त्वीय स्थितिज ऊर्जा
- अंतरिक्ष अन्वेषण के क्षेत्र मे भारत की उपलब्धियां
- उपग्रहों के अनुप्रयोग

6. इकाई 1.6 : कार्य, ऊर्जा एवं शक्ति

- एक नियत बल द्वारा किया गया कार्य
- एक परिवर्तनशील बल द्वारा किया गया कार्य (ग्राफ-विधि) स्प्रिंग के उदाहरण सहित
- कार्य ऊर्जा प्रमेय
- संरक्षी और असंरक्षी बल
- यांत्रिक ऊर्जा (गतिज और स्थितिज ऊर्जाएं) उदाहरण सहित
- ऊर्जा संरक्षण (स्प्रिंग, पेंडुलम आदि)
- प्रत्यास्थ एवं अप्रत्यास्थ संघट्ट
- शक्ति और इसके मात्रक

सहायक दृश्य (वीडियो) कार्यक्रम

1. कार्य, ऊर्जा और शक्ति भाग-1
2. कार्य, ऊर्जा और शक्ति भाग-2

7. इकाई 1.7 : कणों के निकाय अथवा दृढ़ पिंड की गति

- दृढ़ पिंड की गति, द्रव्यमान केंद्र, युग्म, बल-आघूर्ण
- जड़त्व-आघूर्ण, परिभ्रमण-त्रिज्या और इसकी सार्थकता
- जड़त्व-आघूर्ण संबंधी समांतर अक्षीय एवं लंबवत अक्षीय प्रमेय और साधारण प्रकरणों में उनका उपयोग (कोई व्युत्पत्ति नहीं)
- घूर्णनकारी पिंड का संतुलन
- समान चाल से घूर्णन कर रहे दृढ़ निकाय के लिए समीकरण (कोई व्युत्पत्ति नहीं)
- कोणीय संवेग और कोणीय संवेग संरक्षण का नियम साधारण अनुप्रयोगों के साथ
- एक साथ होने वाली घूर्णन और स्थानांतरीय गतियां उदाहरण सहित (गेंद, बेलन, गतिपालक चक्र की नत समतल पर गति)
- घूर्णन ऊर्जा

मॉड्यूल 2 : ठोस एवं तरल पदार्थों की यांत्रिकी

प्रस्तावना : वस्तुओं का ठोस, द्रव और गैसों में वर्गीकरण अंतरआण्विक बलों के आधार पर किया जाता है। इस मॉड्यूल में ठोसों की प्रत्यास्थता की व्याख्या की गई है और साथ ही ठोसों के प्रत्यास्थ व्यवहार के सामान्य अनुप्रयोगों की भी विशेष व्याख्या की गई है। तरलों के यांत्रिक गुणों जैसे उत्प्लावन, पृष्ठ तनाव, केशिकाषर्ण आदि की दैनिक जीवन के उदाहरणों द्वारा व्याख्या की गई है और उनके अनुप्रयोगों का विशेष उल्लेख किया गया है।

8. इकाई 2.1 : ठोस पदार्थों के प्रत्यास्थ गुण

- प्रत्यास्थ व्यवहार एवं हुक का नियम, प्रतिबल-तन्यता वक्र
- अंतर-आण्विक बल
- यंग नियतांक, आयतन प्रत्यास्थत, गुणांक, दृढ़तांक, संपीड्यता
- प्वासों अनुपात
- ठोसों के प्रत्यास्थ व्यवहार के कुछ अनुप्रयोग जैसे कैन्टीलीवर, गर्डर (धरन) आदि
- प्रत्यास्थ ऊर्जा

9. इकाई 2.2 : तरलों के गुण

- द्रवस्थैतिक दाब और उत्प्लावकता
- पास्कल का नियम और इसके अनुप्रयोग
- ससंजन और आसंजन बल
- पृष्ठ तनाव और पृष्ठीय ऊर्जा
- स्पर्श कोण और केशिका क्रिया
- पृष्ठ तनाव के अनुप्रयोग, बूंदे, बुलबुले और डिटरजेंट्स
- तरलों के प्रवाह के प्रकार
- रेनॉल्ड संख्या
- श्यानता और स्टोक का नियम,
- अंत्य वेग
- बर्नोली का प्रमेय (कोई व्युत्पत्ति नहीं) और इसके अनुप्रयोग

मॉड्यूल 3 : ऊष्मा भौतिकी

प्रस्तावना : तापीय ऊर्जा सिद्धांत पर चर्चा की गई है। गैसों के अणुगति सिद्धांत के आधार पर गैसों के व्यवहार और गैस नियमों का वर्णन किया गया है। ताप की संकल्पना, ऊष्मागतिकी के नियमों और उनके हमारे दैनिक जीवन में अनुप्रयोगों के बारे में इस मॉड्यूल में बताया गया है। कृष्णिका विकिरण, ऊष्मा इंजनों एवं रेफ्रीजिरेटर की कार्यप्रणाली

की व्याख्या की गई हैं। विविध प्रणालियों द्वारा ऊष्मा का स्थानांतरण और उनके विविध परिस्थितियों में अनुप्रयोगों पर विशेष जोर दिया गया है। ऊष्मीय प्रदूषण और ग्रीन हाउस प्रभाव के बारे में भी इस मॉड्यूल में विचार किया गया है।

10. इकाई 3.1 : गैसों का अुणगतिक सिद्धांत

- तापीय ऊर्जा
- ऊष्मा, ताप, ठोसों, द्रवों और गैसों में तापीय प्रसार
- कैलॉरीमिति, असामान्य प्रसार और इसके प्रभाव
- गैसों का अणुगति सिद्धांत
- संबंध $PV = \frac{1}{3} mn \overline{c^2}^2$ की व्युत्पत्ति
- अणुगति सिद्धांत के आधार पर गैसों के व्यवहार संबंधी नियमों का निगमन
- आदर्श गैस अवस्था समीकरण
- गतिज ऊर्जा और ताप में संबंध
- स्वातंत्र्य कोटि और ऊर्जा सम विभाजन नियम
- गैसों की विशिष्ट ऊष्मा और C_P और C_v के बीच संबंध
- माध्य मुक्त पथ की अवधारणा और एवोगैड्रो संख्या

सहायक दृश्य (वीडियो) कार्यक्रम

1. ऊष्मीय भौतिक एवं इसके अनुप्रयोग

11. इकाई 3.2 : ऊष्मा गतिकी

- ऊष्मीय साम्य, ऊष्मागतिकी का शून्य कोटि नियम और ताप की अवधारणा
- ऊष्मागतिक चर एवं ऊष्मागतिक-साम्य
- ऊष्मा गतिक प्रक्रम-समतापी, रूद्धोष्म, उत्क्रमीणय, अनुत्क्रमणीय और चक्रीय प्रक्रम
- ऊष्मा, कार्य एवं आंतरिक ऊर्जा, ऊष्मागतिकी का प्रथम नियम
- सूचक-आरेख, गुप्त ऊष्मा, त्रिक् बिंदु
- कार्नो चक्र और इसकी क्षमता-ऊष्मागतिकी का दूसरा नियम
- ऊष्मीय इंजन और रेफ्रीजिरेटर
- कार्नो इंजन की सीमाएं

12. इकाई 3.3 : ऊष्मा संचरण एवं सौर ऊर्जा

- ऊष्मा स्थानांतरण की विधियां, चालन, संवहन और विकिरण
- कृष्णिका विकिरण और किरखौफ का नियम, अवशोषण एवं उत्सर्जन क्षमता
- वीन का विस्थापन नियम
- स्टीफन का नियम
- सौर ऊर्जा
- सौर नियतांक
- ग्रीन हाऊस प्रभाव
- न्यूटन का शीतलन नियम

मॉड्यूल 4 : दोलन एवं तरंगें

प्रस्तावना : आवर्ती गति से जुड़े पदों की व्याख्या के साथ सरल आवर्त गति का वर्णन सामान्य उदाहरणों की सहायता से किया जाएगा। प्रणोदित दोलनों, अनुनाद और अवमंदित दोलनों को भी इस मॉड्यूल में गुणात्मक रूप में प्रस्तुत किया जाएगा।

13. इकाई 4.1 : सरल आवर्त गति

- आवर्त गति–आयाम, आवर्तकाल, आवृत्ति और कला
- संदर्भ वृत्त और सरल आवर्त गति समीकरण
- समय के फलन के रूप में विस्थापन – आवर्ती फलन
- स्प्रिंग–द्रव्यमान तंत्र और सरल लोलक के उदाहरण
- SHM में ऊर्जा – गतिज एवं स्थितिज
- अवमंदित दोलन (कोई व्युत्पत्ति नहीं)
- प्रणोदित दोलन और अनुनाद (कोई व्युत्पत्ति नहीं)

14. इकाई 4.2 : तरंग परिघटनाएं

- तरंग निर्माण एवं संचरण
- तरंग दैर्ध्य, आवृत्ति, चाल और उनके संबंध
  तरंग आयाम और तरंग समीकरण
- अनुदैर्ध्य और अनुप्रस्थ तरंगें

सहायक दृश्य (वीडियो) कार्यक्रम

1. ध्वनि एवं तरंगें

- सरल आवर्ती गति का समीकरण
- एक माध्यम में तरंग गति और उसकी चाल के लिए सूत्र
- किसी गैस में ध्वनि की गति को प्रभावित करने वाले कारक
- तरंगों का अध्यारोपण–तरंगों का व्यतिकरण
- तरंगों का परावर्तन एवं अपवर्तन
- अप्रगामी तरंगें और विस्पंद (केवल गुणात्मक विवेचन)
- संगीत स्वरों के अभिलक्षण (अधिस्वरक और प्रसंवादी)
- श्रव्यता देहली, ध्वनि–तीव्रता और ध्वनि प्रदूषण
- विद्युत चुंबकीय तरंगें और उनके गुण
- विद्युत चुंबकीय तरंग वर्णक्रम
- डॉप्लर प्रभाव और इसके अनुप्रयोग (केवल गुणात्मक)
- प्रकाश की चाल स्थिरता

मॉड्यूल 5 : विद्युत और चुंबकत्व

प्रस्तावना : इस मॉड्यूल में स्थिर विद्युत एवं घर्षण विद्युत की आधारभूत संकल्पनाओं का वर्णन किया जाएगा, एक बिंदु आवेश द्वारा उत्पन्न विद्युत क्षेत्र एवं विद्युत विभव की व्याख्या की जाएगी। विभिन्न प्रकार के संधारित्रों उनके संयोजनों और अनुप्रयोगों की व्याख्या की जाएगी। विद्युत धारा एवं विद्युत धारा के ऊष्मीय और चुंबकीय प्रभावों का भी वर्णन किया जाएगा। धारा के चुंबकीय प्रभाव और विद्युत चुंबकीय प्रेरण प्रभावों को विशेष रूप से समझाया जाएगा। विद्युत शक्ति का उत्पादन और प्रेषण तथा कम वोल्ट्ता और बाधित विद्युत आपूर्ति की भी व्याख्या की जाएगी।

15. इकाई 5.1 : विद्युत आवेश और विद्युत क्षेत्र

- घर्षण विद्युत–विद्युत आवेश और उनका संरक्षण
- कूलॉम का नियम
- अध्यारोपण सिद्धांत
- आरेख की सहायता से एक बिंदु आवेश के कारण विद्युत–क्षेत्र व क्षेत्र की तीव्रता दर्शाना
- एक विद्युत क्षेत्र में आवेशित कण पर बल
- एक समान विद्युत क्षेत्र में विद्युत द्विध्रुव का व्यवहार
- विद्युत अभिवाह और स्थिर वैद्युतिकी में गॉस का नियम (कोई व्युत्पत्ति नहीं)

सहायक दृश्य (वीडियो) कार्यक्रम

1. विद्युत चुम्बकतव भाग–1
2. विद्युत चुम्बकतव भाग–1
3. विद्युत स्थैतिकी एवं इसके अनुप्रयोग भाग–1

- गॉस के प्रमेय के उपयोग द्वारा एक बिंदु आवेश, लंबे तार तथा गोलाकार कोश (के अंदर और बाहर) अनंत समतल पट्टी के कारण विद्युत क्षेत्र की गणना करना
- वान-डे ग्राफ जनित्र

16. इकाई 5.2 : विद्युत विभव व संधारित्र

- एक बिंदु आवेश द्वारा विद्युत विभव
- एक विद्युत द्विध्रुव द्वारा किसी अक्षीय या निरक्षीय स्थिति में विद्युत विभव
- बिंदु आवेशों के निकाय की वैद्युत स्थितिज ऊर्जा
- विद्युत क्षेत्र और विद्युत विभव में संबंध-समविभव तल
- चालक व चालक के अंदर विद्युत क्षेत्र
- स्थिर विद्युतीय परिरक्षण
- संधारित्र और समांतर प्लेट संधारित्र की धारिता
- विभिन्न प्रकार के संधारित्र और उनके अनुप्रयोग
- श्रेणी व समांतर क्रम में संधारित्रों का संयोजन
- एक संधारित्र में संग्रहीत ऊर्जा
- परावैद्युतिकी और ध्रुवण
- परावैद्युतों का धारिता पर प्रभाव

17. इकाई 5.3 : विद्युत धारा

- एक चालक में विद्युत धारा
- इलेक्ट्रॉनों के अपवाह वेग की संकल्पना
- ओह्म का नियम, ओहमी और अनओह्मी प्रतिरोध, प्रतिरोधकों की वर्ण कोडिंग
- मुक्त एवं बद्ध इलेक्ट्रॉन
- प्रतिरोधों का संयोजन (श्रेणी और समांतर)
- किरखौफ के नियम और विद्युत परिपथ में उनके अनुप्रयोग
- व्हीट स्टोन सेतु-सिद्धान्त एवं इसके अनुप्रयोग
- विद्युत वाहक बल और विभवांतर

- प्राथमिक एवं द्वितीयक सेलों का प्राथमिक विवरण
- विभवमापी और इसके अनुप्रयोग
- विद्युत धारा का तापीय प्रभाव – जूल का तापीय नियम

18. चुंबकत्व 5.4 : चुंबकत्व और विद्युत धारा के चुंबकीय प्रभाव

- छड़ चुंबक और इसका चुंबकीय क्षेत्र
- विद्युत धारा का चुंबकीय प्रभाव
- बियो–सावा का नियम और इसके द्वारा किसी विद्युतवाही कुंडली के केंद्र में चुंबकीय क्षेत्र ज्ञात करना (गुणात्मक विवेचन)
- एम्पीयर का परिपथ नियम और इसकी सहायता से एक धारावाही तार, छल्ले (के केंद्र) या सीधे या टारॉयडी सोलेनोइड के कारण चुंबकीय क्षेत्र का मान ज्ञात करना
- विस्थापन धारा की संकल्पना
- एक चुंबकीय क्षेत्र में किसी आवेश पर लगने वाला बल, लॉरेंज बल
- एक समान चुंबकीय और वैद्युत क्षेत्रों में गतिमान आवेश पर बल : साइक्लोट्रोन
- एक समान चुंबकीय क्षेत्र में रखे एक विद्युत धारावाही तार पर लगने वाला बल
- धारा लूप का एक द्विध्रुव की भांति व्यवहार, चुंबकीय द्विध्रुव और चुंबकीय आघूर्ण
- परिक्रमणकारी इलेक्ट्रॉन का चुंबकीय द्विध्रुव आघूर्ण
- किसी चुंबकीय द्विध्रुव (छड़ चुंबक अथवा धारावाही कुंडली) के कारण इसके अक्ष और अक्ष के लंबवत् बिंदुओं पर चुंबकीय क्षेत्र तीव्रता
- एक समान चुंबकीय क्षेत्र में रखे चुंबकीय द्विध्रुव पर बल आघूर्ण
- चल कुंडल गैल्वेनोमीटर और इसका आमीटर और वोल्टमीटर में रूपांतरण
- पृथ्वी का चुंबकीय क्षेत्र (केवल विवरणात्मक)
- लोह चुंबकीय पदार्थ–क्षेत्र (डोमेन) सिद्धांत (गुणात्मक)
- विद्युत चुंबक और उनकी प्रबलता को प्रभावित करने वाले कारक

19. इकाई 5.5 : विद्युत चुंबकीय प्रेरण व प्रत्यावर्ती धारा

- फैराडे का विद्युत चुंबकीय प्रेरण संबंधी नियम
- लेंज का नियम, भंवर धाराएं
- स्वप्रेरण व पारस्परिक प्रेरण–चोक कुंडली
- प्रत्यावर्ती धारा और वोल्टता (कला आरेख द्वारा प्रदर्शित गई), शीर्ष व मूल माध्य वर्ग मान
- परिपथ, जिनमें केवल R, L या C अलग–अलग लगा हो, I और V के बीच में कला संबंध

- LCR श्रेणी परिपथ (केवल कलादर्शक आरेख) और अनुनाद
- जनित्र (प्रत्यावर्ती धारा और दिष्ट धारा)
- ट्रांसफॉर्मर और उनके अनुप्रयोग
- विद्युत शक्ति का प्रेषण
- निम्न वोल्टता की समस्या और बाधित विद्युत आपूर्ति (स्थायीकारी और प्रतीपक की अवधारणाएं)

मॉड्यूल 6 : प्रकाशिकी और प्रकाशिक उपकरण

प्रस्तावना : प्रकाश के परावर्तन के संक्षिप्त परिचय के बाद, मूलभूत सिद्धांतों जैसे अपवर्तन, पूर्ण आंतरिक परावर्तन, वर्ण विपथन प्रकीर्णन का वर्णन इस मॉड्यूल में किया जाएगा। इसके अतिरिक्त प्रकाश का व्यतिकरण, अपवर्तन और ध्रुवण का भी गुणात्मक वर्णन किया जाएगा। इसके अलावा प्रकाश के गुणों का अनुप्रयोग, अनेक प्रकार के प्रकाशिकी उपकरणों के निर्माण का वर्णन भी किया गया है। रमन प्रभाव का प्राथमिक ज्ञान भी इस मॉड्यूल में पा सकेंगे।

20. इकाई 6.1 : प्रकाश का परावर्तन और अपवर्तन

- गोलाकार दर्पणों द्वारा प्रकाश का परावर्तन, चिह्न प्रणाली और दर्पण सूत्र
- प्रकाश का अपवर्तन, स्नैल का अपवर्तन संबंधी नियम
- पूर्ण आंतरिक परावर्तन और इसका तंतु प्रकाशिकी में अनुप्रयोग
- लेंसों की एकल वक्रीय सतह पर अपवर्तन
- लेंस निर्माणक-सूत्र और आवर्धन
- न्यूटन का सूत्र
- प्रतिबिंबों की स्थिति ज्ञात करने की विस्थापन विधि
- लेंस की शक्ति
- लेंसों का संयोजन
- दृष्टि दोष और उनका निराकरण (निकट दृष्टि और दीर्घ दृष्टि)

सहायक दृश्य (वीडियो) कार्यक्रम

1. तरंग प्रकाशिकी एवं इसके अनुप्रयोग भाग-1
2. तरंग प्रकाशिकी एवं इसके अनुप्रयोग भाग-2
3. किरण प्रकाशिकी का परिचय एवं इसका अनुप्रयोग

21. इकाई 6.2 : प्रकाश का वर्ण विपथन और प्रकीर्णन

- प्रकाश का वर्ण विपथन, विचलन कोण
- इंद्रधनुष और इसका निर्माण
- प्रतिबिंब निर्माण में दोष, गोलीय विपथन और वर्ण विपथन (गुणात्मक विवेचन)
- वायुमंडल में प्रकाश का प्रकीर्णन
- रमन प्रभाव का प्राथमिक परिचय

22. इकाई 6.3 : तरंग परिघटना और प्रकाश

- हाइगेन का तरंग-सिद्धांत एवं तरंग-संचरण
- व्यतिकरण, यंग का द्विछिद्र प्रयोग
- प्रकाश का विवर्तन-एकल छिद्र से (गुणात्मक)
- ध्रुवण, ब्रेवेस्टर का नियम और इसका दैनिक जीवन में उपयोग

23. इकाई 6.4 : प्रकाशिक उपकरण

- सरल और संयुक्त सूक्ष्मदर्शी और उनकी आवर्धन क्षमता
- परावर्ती और अपवर्ती दूरबीन
- विभेदन क्षमता और रेले निकष
- खगोल विज्ञान में उपयोग

मॉड्यूल 7 : परमाणु और नाभिक

प्रस्तावना : परमाणु की संरचना का वर्णन करने के लिए अनेक परमाणु मॉडल दिए गए हैं और उनकी सीमाएं और अनुप्रयोगों का इस मॉड्यूल में वर्णन किया गया है। नाभिकीय व रेडियो सक्रियता की व्याख्या की गई है और उनके अनुप्रयोग दिए गए हैं। नाभिकीय ऊर्जा के शांतिप्रिय उपयोग का विशेष रूप से उल्लेख किया गया है तथा साथ ही आधुनिकतम प्रवृत्तियों का भी वर्णन किया गया है।

24. इकाई 7.1 : परमाणु की संरचना

- अल्फा कण प्रकीर्णन और रदरफोर्ड का परमाणु मॉडल
- हाइड्रोजन परमाणु व ऊर्जा कक्षाओं के लिए बोर का मॉडल
- हाइड्रोजन स्पेक्ट्रम
- उत्सर्जन और अवशोषण स्पेक्ट्रम
- संतत एवं अभिलाक्षणिक एक्स-किरणें

25. इकाई 7.2 : विकरणों एवं द्रव्य की द्वैती प्रकृति

- कार्य फलन और इलेक्ट्रॉनों का उत्सर्जन
- प्रकाश विद्युत प्रभाव और इसकी व्याख्या
- प्रकाश विद्युत नालिका और इसके अनुप्रयोग
- द्रव्य तरंगें-डेविसन और जर्मर का प्रयोग
- इलेक्ट्रॉन सूक्ष्मदर्शी (बॉक्स में, परीक्षा में पूछे जाने के लिए नहीं)

26. इकाई 7.3 : नाभिक और रेडियो धर्मिता

- परमाणु द्रव्यमान मात्रक, द्रव्यमान संख्या, नाभिक का आकार
- समस्थानिक और समभारिक
- नाभिकीय बल, द्रव्यमान-ऊर्जा तुल्यता
- द्रव्यमान क्षति और बंधन ऊर्जा वक्र
- रेडियो धर्मिता-अल्फा, बीटा एवं गामा उत्सर्जन
- नाभिक की अर्धायु और क्षय नियतांक
- रेडियोधर्मिता के अनुप्रयोग

27. इकाई 7.4 : नाभिकीय विखंडन तथा संलयन

- नाभिकीय अभिक्रियाएं
- नाभिकीय विखंडन-शृंखला अभिक्रिया
- नाभिकीय संलयन-तारों में ऊर्जा
- परमाणु ऊर्जा का दुरुप्रयोग-परमाणु बम और हाइड्रोजन बम (बॉक्स: परीक्षा में पूछे जाने के लिए नहीं)
- नाभिकीय ऊर्जा के शांतिप्रिय उपयोग-वर्तमान रुझानों के साथ
- नाभिकीय विकिरण से संकट और बचाव के उपाय

मॉड्यूल 8 : अर्धचालक और युक्तियाँ और संचार

प्रस्तावना : अर्धचालकों का लगभग सभी इलेक्ट्रॉनिक युक्तियों के निर्माण में महत्त्वपूर्ण स्थान है। अर्धचालकों की उपयोगिता का आधार स्पष्ट करने के अलावा विभिन्न प्रकार की उपचालक युक्तियों और उनके अनुप्रयोगों का वर्णन इस मॉड्यूल में किया गया है। सूचना एवं संचार प्रौद्यागिकी के इस युग में इलेक्ट्रॉनिकी एवं संचार प्रौद्योगिकी की मूल संकल्पनाओं का ज्ञान सभी के लिए आवश्यक है। संचार तंत्रों, संचार तकनीकों और माध्यमों के विषय में, जिनका हम नित्य उपयोग करते हैं, उनके कार्य सिद्धांत समझाए गए हैं।

28. इकाई 8.1 : अर्धचालक एवं अर्धचालक युक्तियां

- ठोसों में ऊर्जा स्तर और ऊर्जा बैंड
- ऊर्जा बैंडस के आधार पर पदार्थों का चालक, विद्युतरोधी एवं अर्धचालकों में वर्गीकरण
- नैज और अपद्रव्यी अर्धचालक
- *p-n* संधि-इसकी संरचना (निर्माण) और गुण
- *p-n* संधि की बायसिंग

सहायक दृश्य (वीडियो) कार्यक्रम

1. अर्धचालक युक्तियां

- *p-n* संधि डायोड के अभिलाक्षणिक वक्र
- डायोडों के प्रकार-जेनर डायोड, प्रकाश उत्सर्जक डायोड और सौर-सेल
- जेनर डायोड, L.E.D., प्रकाशिक डायोड एवं सौर-सेल के I-V अभिलाक्षणिक वक्र
- ट्रांजिस्टर pnp और npn
- ट्रांजिस्टर के अभिलाक्षणिक वक्र

28. इकाई 8.2 : अर्धचालक युक्तियों के अनुप्रयोग

- p-n संधि एक दिष्टकारी के रूप में
- जेनर डायोड वोल्टता नियामक के रूप में
- ट्रांजिस्टर एक प्रवर्धक के रूप में (उभयनिष्ठ उत्सर्जक)
- ट्रांजिस्टर एक दोलित्र के रूप में
- तर्क द्वार और उनका प्रापन (Realization)

  अपि द्वार, अथ द्वार, न द्वार, नथ द्वार, नापि द्वार (क्रमशः OR, AND, NOT, NAND, NOR Gates)

30. यूनिट 8.3 : संचार प्रणाली

- मानक संचार प्रणाली
- संचार प्रणाली के अवयव
- सिग्नलों के प्रकार–एनालॉग एवं डिजीटल
- संचार में विद्युत चुंबकीय तरंगें
- निदर्शित माध्यम (संप्रेषक लाइनें, प्रकाशित तंतु)
- अनिदर्शित माध्यम एवं ऐंटेना–भू-तरंग संचार, व्योम तरंग संचार, आकाश तरंग संचार एवं उपग्रह संचार
- मॉडुलन–एनालॉग AM एवं FM, डिजिटल (PCM)
- विमॉडुलन
- संचार अनुप्रयोग

प्रयोगों की सूची

समूह-A

1. दिए गए बेलनाकार बर्तन (जैसे टिन का गोल डिब्बा, कैलॉरीमीटर) का आंतरिक व्यास एवं गहराई वर्नियर कैलीपर्स की सहायता से ज्ञात करके इसकी धारिता निकालिए। मापक-सिलिंडर का प्रयोग करके अपने परिणाम की पुष्टि कीजिए।

2. स्क्रूगेज द्वारा एक तार का व्यास ज्ञात कीजिए।

3. स्फैरोमीटर द्वारा एक अवतल दर्पण की वक्रता-त्रिज्या ज्ञात कीजिए।

4. सरल लोलक को कम आयाम के लिए दोलित कराकर विभिन्न लंबाइयों के लिए आवर्त्त काल ज्ञात कीजिए और लोलक की लंबाई एवं आवर्त्त काल के वर्ग में ग्राफ खींचिए। ग्राफ का प्रयोग करके सेकेंड लोलक की लंबाई ज्ञात कीजिए।

5. सदिशों के समांतर चतुर्भुज के नियम का प्रयोग करके दी गई वस्तु का भार ज्ञात कीजिए।

6. शीतलन-काल तथा कैलॉरीमीटर एवं परिवेश के बीच तापांतर के लोगेरिथ्म में ग्राफ बनाकर न्यूटन के शीतलन नियम की पुष्टि कीजिए।

7. मिश्रण विधि का प्रयोग करके दिए गए ठोस की विशिष्ट ऊष्मा ज्ञात कीजिए।

8. बढ़ते क्रम में ज्ञात भार लटका कर स्प्रिंग की लंबाई में संगत वृद्धि ज्ञात कीजिए। स्प्रिंग के लिए भार-लम्बाई वृद्धि वक्र बनाकर इसके स्प्रिंग नियतांक का परिकलन कीजिए।

9. ब्यूरेट को पानी से भरकर इसके कुल आयतन का 1/2, 1/4, 1/8 ..... खाली होने में लगा समय ज्ञात कीजिए। निकाले गए पानी के आयतन और निकालने में लगे समय में ग्राफ खींचिए। परिणाम का विश्लेषण कीजिए और रेडियो सक्रिय-क्षयता से इसकी तुलना कीजिए।

समूह-B

10. अनुनाद स्तम्भ व स्वरित्र विभ्रण का प्रयोग करके (i) वायु स्तम्भ में उत्पन्न ध्वनि का तरंगदैर्ध्य ज्ञात कीजिए। (ii) कमरे के तापमान पर वायु में ध्वनि का वेग ज्ञात कीजिए।

11. अनुनाद नलिका में दो अलग-अलग स्वरित्रों के लिए प्रथम एवं द्वितीय अनुनाद की स्थिति ज्ञात करके उनकी आवृत्तियों की तुलना कीजिए।

12. दिए गए स्वरित्र द्वारा सोनोमीटर के तार को फंडामेंटल मोड़ में अनुनादित कर तार के तनाव एवं अनुनादित लंबाई के वर्ग में ग्राफ खींचिए। ग्राफ से तार के प्रति इकाई द्रव्यमान की गणना कीजिए।

13. अवतल दर्पण की विभिन्न वस्तु दूरियों u के लिए प्रतिबिंब दूरियों v के मान ज्ञात कीजिए। $1/u$ और $1/v$ में ग्राफ खींचकर दर्पण की फोकस दूरी का मान निकालिए।

14. उत्तल लैंस के लिए $1/u$ एवं $1/v$ में ग्राफ बनाकर उसकी फोकस दूरी ज्ञात कीजिए।

15. उत्तल लैंस का प्रयोग करके उत्तल दर्पण की फोकस दूरी ज्ञात कीजिए।

16. उपयुक्त उत्तल लैंस के साथ जोड़कर एक अवतल लैंस की फोकस दूरी ज्ञात कीजिए।

17. एक कांच के प्रिज्म के लिए आपतन कोण (i) एवं विचलन कोण (D) में ग्राफ खींचिए। ग्राफ का उपयोग करके कांच का अपवर्तनांक ज्ञात कीजिए।

18. एक अवतन दर्पण और एक पिन प्रयोग करके दो पारदर्शी द्रवों के अपर्वतनांकों की तुलना कीजिए।

19. एक खगोलीय दूरदर्शी समंजित कीजिए और इसकी अभिवर्धन क्षमता ज्ञात कीजिए।

मूल्यांकन योजना

शिक्षार्थी का मूल्यांकन शिक्षक अंकित मूल्यांकन एसाइंमेंट (टी. एम.ए.) के रूप में संतत व्यापक मूल्यांकन (CCE) के माध्यम से तथा सार्वजनिक परीक्षा के माध्यम से दोनों प्रकार से किया जाएगा। नीचे की सारणी में इस संबंध में विस्तृत सूचना दी गई है–

मूल्यांकन विधि	पाठ्यक्रम/ विषयवस्तु	अवधि	अंक प्रतिशत
शिक्षक अंकित मूल्यांकन पत्र (टी. एम.ए.)		स्व निर्धारित	20
सार्वजनिक/ अंतिम परीक्षा		3 घंटे	80

1

मात्रक, विमाएं एवं सदिश

विज्ञान एवं विशेष रूप से भौतिकी में हम यथासंभव शुद्ध मापन का प्रयास करते हैं। विज्ञान के इतिहास में शुद्ध मापन से अनेक नये आविष्कार और महत्वपूर्ण विकास हुए हैं। स्पष्टतया, प्रत्येक मापन के उपयुक्त मात्रक होते हैं। उदाहरण के लिए यदि आप अपने कमरे की लम्बाई मापें तो इसको एक उपयुक्त मात्रक में अभिव्यक्त किया जाता है। इसी प्रकार यदि आप दो घटनाओं के बीच के अंतराल का मापन करते हें तो इसे किसी दूसरे मात्रक के रूप में अभिव्यक्त किया जाता है। किसी भौतिक राशि के मात्रक की व्युत्पत्ति अंतर्राष्ट्रीय समझौते के द्वारा नियत मूलभूत मात्रकों के द्वारा की जाती है। मूलभूत मात्रकों की धारणा विमाओं की संकल्पना को जन्म देती है जिसके भौतिकी में महत्वपूर्ण अनुप्रयोग हैं।

आप अध्ययन करेंगे कि भौतिक राशियाँ सामान्यतया दो समूहों में विभाजित की जा सकती हैं– अदिश एवं सदिश। अदिश राशियों का केवल परिमाण होता है जबकि सदिश राशियों का परिमाण एवं दिशा दोनों होते हैं। सदिश राशियों की गणितीय प्रक्रिया अदिश राशियों के लिये प्रयुक्त प्रक्रिया से कुछ भिन्न होती है। सदिश एवं अदिश राशियों की परिकल्पना विभिन्न प्राकृतिक घटनाओं की भौतिकी को समझने में सहायक हैं। इसका अनुभव आप इस पाठ्यक्रम में करेंगे।

उद्देश्य

इस पाठ का अध्ययन करने के पश्चात् आप :

- *भौतिकी के क्षेत्र, इसके नियमों की प्रकृति और भौतिकी के सिद्धान्तों के हमारे दैनिक जीवन में अनुप्रयोगों का वर्णन कर सकेंगे;*
- *मापन में सार्थक अंकों की संख्या ज्ञात कर सकेंगे और मापन में उनके महत्व को समझा सकेंगे;*
- *मौलिक एवं व्युत्पन्न राशियों में भेद कर पायेंगे तथा इनके SI मात्रक बता सकेंगे;*
- *विभिन्न भौतिक राशियों की विमाएं लिख सकेंगे;*

- *विमीय विश्लेषण के प्रयोग द्वारा समीकरणों की शुद्धता की जाँच कर सकेंगे एवं अज्ञात राशियों की विमीय प्रकृति निर्धारित कर पायेंगे;*
- *अदिश एवं सदिश राशियों में भेद बता सकेंगे एवं इनके उदाहरण प्रस्तुत कर सकेंगे;*
- *दो सदिशों को जोड़ व घटा सकेंगे एवं किसी सदिश को उसके घटकों में वियोजित कर सकेंगे;*
- *दो सदिशों का गुणनफल ज्ञात कर सकेंगे।*

1.1 भौतिक जगत और मापन

1.1.1 भौतिकी: प्रयोजन एवं प्रेरणा

भौतिकी का कार्य-परिसर बहुत विस्तृत है। अत्यन्त विविधतापूर्ण प्राकृतिक परिघटनाएं इसके अध्ययन क्षेत्र में आती हैं। इसमें शामिल हैं: यान्त्रिकी; ऊष्मा एवं ऊष्मागतिकी; प्रकाशिकी; तरंगें एवं दोलन; विद्युत एवं चुम्बकत्त्व; परमाण्विक एवं नाभिकीय भौतिकी; इलेक्ट्रॉनिकी एवं कम्प्यूटर आदि। बहुत समय से, कुछ समस्याओं के हल की आवश्यकता को लेकर जैव-भौतिकी, रसायन-भौतिकी, खगोल-भौतिकी, मृदा-भौतिकी, भू-भौतिकी इत्यादि विषयों का विकास किया गया है और इससे भौतिकी का क्षेत्र और विकसित हुआ है। भौतिकी में हम तारों, ग्रहों जैसे विशाल तथा मूल कणों जैसे सूक्ष्म पिंडो का, 10^{25} m (ब्रहमाण्ड का साइज़) जैसी विशाल तथा 10^{-14} m (परमाणु नाभिक का साइज) जैसी अल्प दूरियों का, 10^{55} kg (ब्रहमाण्ड का द्रव्यमान) जैसे विशाल और 10^{-30} kg (इलेक्ट्रॉन का द्रव्यमान) जैसे सूक्ष्म द्रव्यमानों का अध्ययन करते हैं।

भौतिकी संभवत: सभी विज्ञानों का आधार है। अभियांत्रिकी अथवा प्रौद्योगिकी में हुए सभी विकास भौतिकी के अनुप्रयोगों के अतिरिक्त और कुछ भी नहीं हैं।

भौतिकी के अध्ययन नें अनेक महत्वपूर्ण खोजों, आविष्कारों और उनके अनुप्रयोगों को जन्म दिया है, उदाहरणार्थ:

(i) एक गिरते हुए सेव से गुरुत्वाकर्षण का बोध,

(ii) जल, तापीय एवं नाभिकीय शक्ति-संयन्त्रों द्वारा विद्युत ऊर्जा का उत्पादन (विद्युत विहीन जगत और उसके जीवन की कल्पना करके देखिए)।

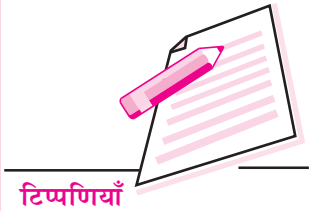
(iii) टेलिफोन एवं टेलिविजन द्वारा विश्व के किसी भी भाग से संदेश एवं दृश्य प्राप्त करना।

(iv) पृथ्वी से रोबोट नियन्त्रण प्रणाली का उपयोग कर के चन्द्रमा पर अवतरण तथा मंगल जैसे ग्रहों एवं अन्य खगोलिक पिंडों का अध्ययन।

(v) कृत्रिम उपग्रहों और उपग्रहों पर लगे टेलिस्कोपों की सहायता से बाहय अन्तरिक्ष का अध्ययन।

(vi) लेसर्स और उनके अनेक अनुप्रयोग

(vii) उच्च गति कम्प्यूटर, तथा ऐसे अनेक अनुप्रयोग।



1.1.2 भौतिक नियमों की प्रकृति

भौतिकीविद् ब्रह्माण्ड का अन्वेषण करते हैं। वैज्ञानिक प्रक्रमों पर आधारित उनके अन्वेषण के परिसर में सूक्ष्म अवपरमाणुक कणों से लेकर विशाल तारे तक आते हैं।

भौतिक नियम प्रारूपिकत: ऐसे निष्कर्ष होते हैं जो बार बार दोहराए गए प्रयोगों और कई वर्षों तक लिए गए प्रेक्षणों पर आधारित होते हैं और जिन्हें वैज्ञानिक समाज द्वारा सार्वभौमिक मान्यता प्राप्त हो चुकी होती है। भौतिक नियम–

- कम से कम अपने वैधता क्षेत्र के अन्तर्गत सत्य होते हैं।
- सार्वभौम होते हैं। उन्हें ब्रह्माण्ड में हर कहीं लागू किया जा सकता है।
- सरल होते हैं। उन्हें प्रारूपिकत: एक गणितीय समीकरण के पदों में व्यक्त किया जा सकता है।
- निरपेक्ष होते हैं। ब्रह्माण्ड में कुछ भी उन्हें प्रभावित नहीं कर सकता।
- स्थायी होते हैं। खोजे जाने के बाद अपरिवर्तित रहते हैं (हालांकि, उनमें कुछ उपगमन/ अथवा अपवाद हो सकते हैं)।
- सर्वशक्तिमान होते हैं। ब्रह्माण्ड में हर वस्तु को उनका पालन करना ही होता है।

1.1.3 भौतिकी, प्रौद्योगिकी एवं समाज

प्रौद्योगिकी, भौतिकी के नियमों का अनुप्रयोग होती है, जिसके द्वारा हमारे भौतिक जीवन स्तर की गुणवत्ता में सुधार के लिए मशीनों, युक्तियों आदि का निर्माण किया जाता है या उनमें सुधार लाया जाता है। उदाहरण के लिए:

(i) विभिन्न प्रकार के इन्जन (भाप, पैट्रोल, डीज़ल आदि) ऊष्मा गतिकी के नियमों पर आधारित होते हैं।

(ii) संचार के साधन जैसे रेडियो, टेलिफोन, टेलिविजन आदि विद्युत–चुम्बकीय तरंगों के प्रगमन पर आधारित होते हैं।

(iii) विद्युत जनन विद्युत चुम्बकीय प्रेरण के सिद्धान्त पर आधारित होता है।

(iv) नाभिकीय रिएक्टर नियंत्रित–नाभिकीय–विखण्डन के सिद्धान्त पर आधारित होता है।

(v) जेट वायुयान तथा रॉकेट न्यूटन के गति के द्वितीय एवं तृतीय नियमों पर आधारित होते हैं।

(vi) एक्स–किरणों, पराबैंगनी किरणों तथा अवरक्त किरणों का उपयोग चिकित्सा विज्ञान में निदान एवं रोगहरण के लिए किया जाता है।

(vii) मोबाइल फोन, परिकलित्र और संगणक इलेक्ट्रानिकी के सिद्धांत पर आधारित होते हैं।

(viii) लेसर्स इलेक्ट्रॉन संख्या उत्क्रमण की परिघटना पर आधारित होते हैं।

इस प्रकार के बहुत से उदाहरण दिए जा सकते हैं।

1.1.4 मापन की आवश्यकता

प्रत्येक नई खोज समाज की संरचना और इसके लोगों के जीवन में क्रांतिकारी परिवर्तन लाती है। क्या आप इस तथ्य को कुछ उदाहरणों द्वारा स्पष्ट कर सकते हैं?

भौतिकी, जैसा हम जानते हैं, विज्ञान की एक शाखा है जिसमें प्रकृति और प्राकृतिक परिघटनाओं का अध्ययन किया जाता है। किसी परिघटना के सम्पूर्ण एवं उपयुक्त अध्ययन के लिए इससे संबद्ध राशियों का मापन अनिवार्य होता है। उदाहरण के लिए किसी कण की गति के अध्ययन के लिए किसी क्षण विशेष पर इसके विस्थापन, वेग एवं त्वरण का सही मापन करना होता है। जिसके लिए, समय और दूरी का मापन करना पड़ता है। इसी प्रकार, किसी गैस की अवस्था के पूर्ण अध्ययन के लिए आयतन, दाब और ताप का मापन आवश्यक होता है। किसी द्रव पर ऊष्मा के प्रभाव का अध्ययन करने के लिए उसका द्रव्यमान, आयतन और ताप मापना पड़ता है। अतः हम देखते हैं कि प्रत्येक प्राकृतिक परिघटना का अध्ययन करने के लिए, दूरी, समय, ताप, द्रव्यमान, बल आदि राशियों का मापन करना होता है। इससे मापन की आवश्यकता स्पष्ट हो जाती है।

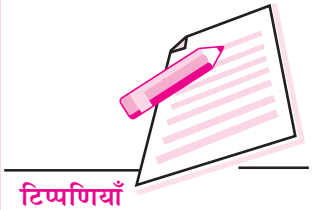
1.2 माप के मात्रक (Unit of Measurement)

भौतिकी के नियमों को दूरी, चाल, समय, बल, क्षेत्रफल, आयतन, विद्युतधारा, आदि भौतिक राशियों के पदों में व्यक्त करते हैं। मापन के लिये प्रत्येक भौतिक राशि का एक मात्रक नियत किया जाता है। उदाहरण के तौर पर, समय का मापन मिनटों, घंटों या दिनों के रूप में किया जा सकता है। लेकिन विभिन्न व्यक्तियों के बीच उपयोगी वैचारिक आदान प्रदान हेतु इस मात्रक की तुलना सभी को स्वीकार्य मानक मात्रक से की जानी चाहिये। उदाहरणतया, जब हम कहते हैं कि दिल्ली एवं कलकत्ता के बीच की दूरी लगभग 2000 किलोमीटर (km) है तो हम मूलभूत मात्रक km के रूप में तुलना करते हैं। इसी प्रकार आप संभवतया द्रव्यमान के मात्रक किलोग्राम एवं समय के मात्रक सेकंड से परिचित होंगे। मानक मात्रकों के संदर्भ में सभी का एक मत होना आवश्यक है। ताकि जब हम 100 किलोमीटर, 10 किलोग्राम या 10 घंटे कहें तो दूसरे लोग इसे समझ सकें। विज्ञान में मूलभूत मात्रकों के संदर्भ में अंतर्राष्ट्रीय मतैक्य आवश्यक है अन्यथा संसार के एक भाग के व्यक्तियों द्वारा प्राप्त परीक्षणों के परिणामों को दूसरी भाषा के व्यक्ति नहीं समझ पायेंगे।

माना आप पानी में एक रसायन की विलेयता का परीक्षण कर रहे हैं। यदि आप रसायन का द्रव्यमान तोलों में एवं पानी का आयतन कप के परिमाण से व्यक्त करें तो क्या आपका जापानी मित्र आपके परीक्षण के परिणामों को समझ पायेगा?

आपके मित्र की समझ में परीक्षण के परिणाम आना असंभव है क्योंकि वह द्रव्यमान के मात्रक तोला एवं आयतन-मापन के लिये प्रयुक्त कप से सुपरिचित नहीं है। क्योंकि ये परिमाण के मानक मात्रक नहीं हैं। क्या अब आपको सर्वमान्य, मानक मात्रकों की आवश्यकता स्पष्ट हुई?

याद रखें कि विज्ञान में एक परीक्षण के परिणाम तभी स्थापित माने जाते हैं जबकि समान परिस्थितियों में अन्यत्र वह परीक्षण किये जाने पर समान परिणाम प्राप्त हों।



भारतीय परंपराओं में मापन

भारत में प्राचीन काल से ही यथाक्रम मापन की परिपाटी रही है, मनुस्मृति का निम्नलिखित उद्धरण इस बात को भली-भाँति स्पष्ट करता है:

"राजा को प्रत्येक 6 माह में बाटों एवं तुलाओं का परीक्षण कर यह सुनिश्चित कर लेना चाहिये कि मापन सही हैं एवं इन्हें राजमुद्रित कर दिया गया है।"

– मनुस्मृति, 8वाँ अध्याय, श्लोक सं. 403

हड़प्पा काल में मापन के संकेत बहुतायत में मिलते हैं। समान रूप से चौड़ी सड़कें, 4 : 2 : 1 अनुपात की ईंटें, लोथल में पाया गया हाथी दाँत का पैमाना जिसकी न्यूनतम माप 1.70 mm थी, षटफलकीय 0.05, 0.1, 0.2, 0.5, 1, 2, 5, 10, 20, 50, 100, 200 एवं 500 इकाईयों के भार (1 इकाई = 20 ग्राम) पाये गये,

मौर्य काल में लंबाई के निम्न मात्रक प्रचलन में थे :

8 परमाणु	= 1 रज:कण	8 रज:कण	= 1 लिक्षा
8 लिक्षा	= 1 यूकमाध्य	8 यूकमाध्य	= 1 यवमाध्य
8 यवमाध्य	= 1 अंगुल	8 अंगुल	= 1 धनर्मुष्टि

मुगल काल में शेरशाह एवं अकबर ने भार एवं मापन के क्षेत्र में एकरूपता पुनर्स्थापन का प्रयास किया। अकबर ने लंबाई मापने के लिये 41 अंगुल का गज आरंभ किया। जमीन का क्षेत्रफल-मापन के लिये बीघा प्रयुक्त किया (1 बीघा = 60 गज × 60 गज)। द्रव्यमान एवं आयतन के मात्रकों का स्पष्ट उल्लेख आयुर्वेद में भी पाया जाता है।

1.2.1 मात्रकों की SI पद्धति

सर्वमान्य मात्रकों की आवश्यकता को ध्यान में रखते हुये 1971 में आयोजित चौदहवीं **जनरल कान्फ्रेंस आन वेट्स एण्ड मेजरस** में 7 मूल मात्रकों की पद्धति को अपना लिया गया। इन 7 मात्रकों पर आधरित SI मात्रक प्रणाली बनी। SI अंतर्राष्ट्रीय मात्रक पद्धति **(Système International d'Unités)** का संक्षिप्तीकरण है। यह प्रणाली मीट्रिक प्रणाली के नाम से लोकप्रिय है। SI मात्रक एवं उनके प्रतीक सारणी 1.1 में सूचीबद्ध हैं।

सारणी 1.1 : आधारभूत SI मात्रक

राशि	मात्रक	प्रतीक
लम्बाई	मीटर	m
द्रव्यमान	किलोग्राम	kg
समय	सेकन्ड	s
विद्युतधारा	ऐम्पियर	A
ताप	केल्विन	K
ज्योति तीव्रता	कैन्डेला	cd
पदार्थ की मात्रा	मोल	mol

लम्बाई के मात्रक मील, गज एवं फुट आज भी भारत एवं अन्य देशों में कुछ कार्यों में प्रयुक्त होते हैं। **लेकिन वैज्ञानिक कार्य के लिये हम सदैव SI मात्रकों का ही प्रयोग करते हैं।**

SI प्रणाली मीट्रिक प्रणाली है। इसका प्रयोग आसान है क्योंकि इस प्रणाली में मूल मात्रकों से छोटे और बड़े मात्रक दस के अपवर्त्यों या अपवर्तकों के रूप में व्यक्त किये जा सकते हैं। मात्रकों के अपवर्तकों एवं अपवर्त्यों को विशेष नाम दिये गये हैं। ये सारणी 1.2 में सूचीबद्ध हैं।

सारणी 1.2 : दस की घात के पूर्वलग्न

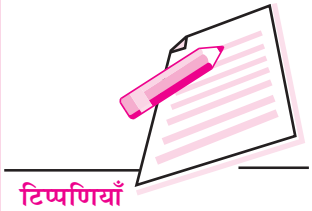
दस की घात	पूर्वलग्न	प्रतीक	उदाहरण	
10^{-18}	एटो	a	एटोमीटर	(am)
10^{-15}	फेम्टो	f	फेम्टोमीटर	(fm)
10^{-12}	पीको	p	पीकोमीटर	(pF)
10^{-9}	नेनो	n	नेनोमीटर	(nm)
10^{-6}	माइक्रो	μ	माइक्रोन	(μm)
10^{-3}	मिली	m	मिलीग्राम	(mg)
10^{-2}	सेंटी	c	सेंटीमीटर	(cm)
10^{-1}	डेसी	d	डेसीमीटर	(dm)
10^{1}	डेका	da	डेकाग्राम	(dag)
10^{2}	हेक्टो	h	हेक्टोमीटर	(hm)
10^{3}	किलो	k	किलोग्राम	(kg)
10^{6}	मेगा	M	मेगावाट	(MW)
10^{9}	गीगा	G	गीगाहर्ट्स	(GHz)
10^{12}	टेरा	T	टेराहर्ट्स	(THz)
10^{15}	पेटा	P	पेटा किलोग्राम	(Pkg)
10^{18}	एग्जा	E	एग्जा किलोग्राम	(Ekg)

सारणी 1.3 : कुछ द्रव्यमानों की परिमाण कोटि

द्रव्यमान	किलोग्राम
इलैक्ट्रॉन	10^{-30}
प्रोटोन	10^{-27}
अमीनो अम्ल	10^{-25}
हीमोग्लोबिन	10^{-22}
फ्लू वायरस	10^{-19}
विशाल अमीबा	10^{-8}
वर्षा की बूँद	10^{-6}
चींटी	10^{-2}
मानव	10^{2}
सेटर्न 5 राकेट	10^{6}
पिरामिड	10^{10}
पृथ्वी	10^{24}
सूर्य	10^{30}
आकाशगंगा	10^{41}
ब्रह्माण्ड	10^{52}

सारणी 1.4 : कुछ लम्बाईयों की परिमाण कोटि

लम्बाई	मीटर
प्रोटॉन की त्रिज्या	10^{-15}
परमाणु की त्रिज्या	10^{-16}
विषाणु की त्रिज्या	10^{-7}
विशाल अमीबा की त्रिज्या	10^{-4}
अखरोट की त्रिज्या	10^{-2}
मनुष्य की ऊँचाई	10^{0}
सर्वाधिक ऊँचा पर्वत	10^{4}
पृथ्वी की त्रिज्या	10^{7}
सूर्य की त्रिज्या	10^{9}
सूर्य एवं पृथ्वी के मध्य दूरी	10^{11}
सौर परिवार की त्रिज्या	10^{13}
निकटतम तारे की दूरी	10^{16}
आकाशगंगा की त्रिज्या	10^{21}
दृश्यमान ब्रह्माण्ड की त्रिज्या	10^{26}



सारणी 1.5 : कुछ समय अंतराल का परिमाण कोटि

अंतराल	सेकंड
प्रकाश द्वारा नाभिक को पार करने में लगा समय	10^{-23}
दृश्यमान प्रकाश तरंगों का आवर्तकाल	10^{-15}
माइक्रोवेव्ज का आवर्तकाल	10^{-10}
म्यूऑन की अर्ध आयु	10^{-6}
उच्चतम श्रव्य ध्वनि का	आवर्तकाल 10^{-4}
मनुष्य के हृदयस्पंद का	आवर्तकाल 10^{0}
मुक्त न्यूट्रॉन की अर्धआयु	10^{3}
पृथ्वी के घूर्णन का आवर्तकाल (दिन)	10^{5}
पृथ्वी के परिक्रमण काआवर्तकाल (वर्ष)	10^{7}
मनुष्य की आयु	10^{9}
प्लूटोनियम-239 की अर्धआयु	10^{12}
पर्वत शृंखला की जीवन	अवधि 10^{15}
पृथ्वी की आयु	10^{17}
ब्रह्माण्ड की आयु	10^{18}

सारणी 1.3 से ब्रह्माण्ड की विभिन्न वस्तुओं के द्रव्यमान, सारणी 1.4 से विभिन्न वस्तुओं के साइज एवं सारणी 1.5 से ब्रह्माण्ड की विभिन्न घटनाओं के समय अंतरालों का अनुमान लगाया जा सकता है।

1.2.2 द्रव्यमान, लंबाई और समय के मानक मात्रक

एक बार मात्रकों की SI पद्धति के उपयोग का निश्चय कर लेने के बाद हमें मूल राशियों के लिये मानक मात्रकों का समुच्चय (Set) निश्चित कर लेना चाहिये। अब हम द्रव्यमान, लम्बाई एवं समय के मानक मात्रकों को परिभाषित करते हैं :

(i) **द्रव्यमान** : द्रव्यमान का SI मात्रक किलोग्राम है। किलोग्राम का मानक 1857 में स्थापित किया गया। यह प्लेटिनम–इरीडियम मिश्रधातु के बने एक विशिष्ट, असाधारण रूप से स्थायी बेलन का द्रव्यमान है, जिसे फ्रांस के पेरिस स्थित भार तथा मापन के अंतर्राष्ट्रीय ब्यूरो (International Bureau of Weights and Measures) में रखा गया है। इसी मिश्रधातु के आदिप्रारूप किलोग्राम बनाकर संसार के सभी देशों को दे दिये गये हैं। भारत का राष्ट्रीय आदिप्रारूप किलोग्राम संख्या 57 है जो राष्ट्रीय प्रयोगशाला (National Physical Laboratory) नई दिल्ली में सुरक्षित है, (चित्र 1.1)।

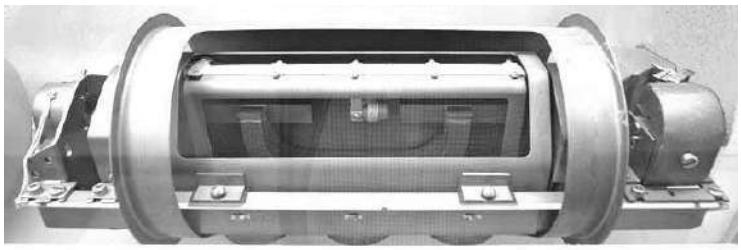
चित्र 1.1: किलोग्राम का आदिप्रारूप

(ii) लम्बाई : मीटर को एक प्राकृतिक घटना के रूप में परिभाषित किया जाता है। निर्वात में प्रकाश द्वारा **1/299792458 सेकंड** में चली गई दूरी को एक मीटर कहते हैं।

यह परिभाषा इस तथ्य पर आधारित है कि निर्वात में प्रकाश की चाल 299792458 मीटर प्रति सेकंड है।

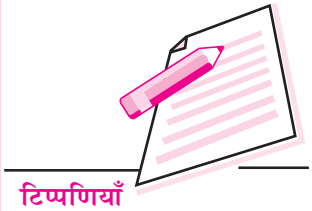
(iii) समय : सीजियम **- 133** परमाणु को अपनी मूल स्थिति के दो अतिसूक्ष्म स्तरों के बीच **9192631770** कम्पन करने के लिये आवश्यक समय को एक सेकंड के रूप में परिभाषित किया गया है।

सीजियम परमाणु घड़ी
(S60,000)
सीजियम बेरियम टयूब



चित्र. 1.2 : परमाणु घड़ी

सेकंड की यह परिभाषा एक युक्ति, के विकास में सहायक सिद्ध हुई जिसे परमाणु घड़ी कहते हैं, (चित्र 1.2)। भारत की राष्ट्रीय भौतिक प्रयोगशाला में सुरक्षित सीजियम घड़ी की अनिश्चितता $\pm 1 \times 10^{-12}$ सेकंड है जो कि एक सेकंड में एक पिकोसेकंड की त्रुटि के तुल्य है। वर्तमान में 10^{15} में 5 भाग की त्रुटि तक की घड़ी विकसित की जा चुकी हैं। इसका अर्थ यह है कि यदि घड़ी 10^{15} सेकंड तक चले तो इसमें ± 5 सेकंड से कम त्रुटि आयेगी। यदि सेकंड को वर्षों में परिवर्तित किया जाय तो एक आश्चर्यजनक परिणाम प्राप्त होता है कि यदि यह घड़ी 60 लाख वर्षों तक चलती रह सके तो इसके द्वारा समय मापन में ± 1 सेकंड से कम त्रुटि आयेगी। यह प्रयासों की चरम सीमा नहीं है। प्रामाणिकता को और अधिक बढ़ाने के लिये निरंतर प्रयास जारी है। अंततोगत्वा हम 10^{18} सेकंड में ± 1 सेकंड की त्रुटि वाली घड़ी बनाने की आशा करते हैं। आपकी तकनीकी उपलब्धि संबंधी जानकारी के लिये बता दें कि यदि यह घड़ी ब्रह्माण्ड के जन्म (जिसे बिग बैंग कहा जाता है) के समय चलाई जाती तो आज तक इसमें मात्र ± 2 सेकंड की त्रुटि आती।



नवीन खोजों में परिशुद्ध मापन की भूमिका

लार्ड रैले द्वारा नाइट्रोजन के घनत्व मापन के लिये किये गये प्रयोग इस तथ्य का एक अतिविशिष्ट उदाहरण है कि शुद्ध मापन नये आविष्कारों में सहायक हो सकते हैं।

एक प्रयोग में उन्होंने एक नली में लाल गर्म ताँबे के ऊपर एवं द्रव अमोनिया के बीच से हवा के बुलबुले गुजारे और इस प्रकार प्राप्त शुद्ध नाइट्रोजन का घनत्व मापा। एक दूसरे प्रयोग में उन्होंने हवा को सीधे लाल गर्म ताँबे के ऊपर गुजारा और शुद्ध नाइट्रोजन का घनत्व मापा। दूसरे प्रयोग में प्राप्त घनत्व पहले प्रयोग से प्राप्त घनत्व की तुलना में 0.1% अधिक पाया गया। इस प्रयोग से हवा में नाइट्रोजन से भारी गैस की उपस्थिति के संकेत मिले। बाद में उन्होंने इस गैस–आर्गन की खोज की और इसके लिये उन्हें नोबेल पुरस्कार प्राप्त हुआ।

दूसरा उदाहरण माइकेलसन और मौर्ले का असफल प्रयोग है। माइकेलसन व्यतिकरणमापी का प्रयोग करते हुये वे पृथ्वी की गति की दिशा एवं इसके अनुप्रस्थ दिशा में चलने वाली प्रकाश तरंगों के अध्यारोपण से प्राप्त व्यतिकरण चित्राम (Interference pattern) में 0. 4 फ्रिंज चौड़ाई के स्थान परिवर्तन की अपेक्षा कर रहे थे। उनका यंत्र व्यतिकरण चित्राम में अपेक्षित परिवर्तन की अपेक्षा सौ गुना संवेदनशील था। इस प्रकार वे ईथर की तुलना में पृथ्वी की गति मापन की अपेक्षा कर रहे थे और इस बात को सिद्ध करना चाह रहे थे कि ईथर का वास्तव में अस्तित्व है। लेकिन जब उनका यंत्र कोई परिवर्तन (shift) संसूचित नहीं कर सका तो वैज्ञानिक दुनिया में विपरीत परिणामों की व्याख्या को लेकर लंबी बहस छिड़ गई। इससे **लंबाई संकुचन** एवं **समय विस्फारण** की अवधारणाओं का जन्म हुआ जिनकी परिणति **सापेक्षता के सिद्धांत** में हुई।

स्पेक्ट्रोस्कोपी की एक नई तकनीक से किसी नाभिकीय अभिक्रिया में निर्मित नये परमाणुओं के अवशेषों का संसूचन सूक्ष्मता से करना संभव हो सका। इसमें कई नई खोजें संभव हुईं।

1.2.3 सार्थक अंक

जब कोई विद्यार्थी किसी रेखा की लम्बाई 6.8 cm मापता है तो उसके मापन में अंक 6 तो निश्चित है जबकि 8 अनिश्चित है क्योंकि 0.8 से जरा कम या ज्यादा माप होने पर भी प्रेक्षक उसे 0.8 ही लिखता है। प्राय: मापन के वे सब अंक जो निश्चयात्मकता से ज्ञात है जमा पहला अनिश्चयात्मक अंक मिल कर सार्थक अंक कहलाते हैं।

इस प्रकार 1.4 cm में दो सार्थक अंक हैं। किसी राशि के सार्थक अंक उसके मापन में प्रयुक्त यन्त्र की यथार्थता पर निर्भर करते हैं। किसी राशि में जितने अधिक सार्थक अंक होंगे उसके मापन में प्रतिशत त्रुटि उतनी ही कम होगी। यदि मापन में सार्थक अंकों की संख्या कम होगी तो इसमें प्रतिशत त्रुटि अधिक होगी।

किसी राशि में सार्थक अंकों की संख्या निम्नलिखित नियमों का अनुसरण करके प्राप्त की जा सकती है:

(i) किसी संख्या में जो अंक शून्य नहीं होते वे सभी सार्थक होते हैं। उदाहरण के लिए 315.58 में पाँच सार्थक अंक हैं।

(ii) दो न-शून्य (non-zero) अंको के बीच के सभी शून्य सार्थक होते हैं। उदाहरणार्थ 5,300,405,003 में दस सार्थक अंक हैं।

(iii) मापन में लिखे गए दशमलव पश्चात के शून्य या न-शून्य अंक के दाहिनी ओर लिखे गए सभी शून्य सार्थक होंगे। इस प्रकार 50.00 में चार सार्थक अंक है और 0.04050 में भी चार सार्थक अंक हैं। ध्यान दें कि 0.04050 में दशमलव के पश्चात पहला शून्य सार्थक नहीं है परन्तु आखिरी शून्य सार्थक है।

(iv) दशमलव भिन्न में दशमलव पश्चात और न-शून्य अंक से पहले के सभी शून्य सार्थक नहीं होते हैं। उदाहरणार्थ 0.00043 में केवल दो सार्थक अंक हैं परन्तु 2.00023 में छः सार्थक अंक है। इस बात पर भी ध्यान दिया जाए कि दशमलव से पहले प्रथा के रुप में लिखा गया शून्य भी सार्थक नहीं होता है।

(v) संख्या में अन्तिम न-शून्य अंक के पश्चात लिखे गए सभी शून्य सार्थक होते हैं बशर्ते यह संख्या वास्तविक मापन को व्यक्त करती हो। उदाहरण के लिए यदि दो पिंडों के बीच की दूरी 4050 m (निकटतम मीटर माप में) है तो 4050 m में 4 सार्थक अंक हैं।

(vi) मात्रक परिवर्तन से सार्थक अंकों की संख्या नहीं बदलती। उदाहरण के लिए, यदि किसी वस्तु की लम्बाई 348.6 cm दी गई है तो इसमें 4 सार्थक अंक हैं। यदि लम्बाई मीटर में 3.486 m लिखें तो अभी भी इसमें चार सार्थक अंक हैं।

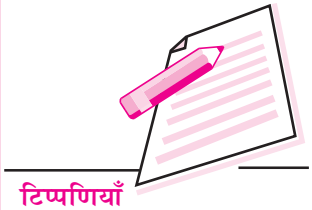
(vii) किसी पूर्ण संख्या में अन्तिम न-शून्य अंक के दाहिनी ओर के शून्य सार्थक नहीं होते। उदाहरण के लिए 5000 में केवल एक सार्थक अंक है।

मापन में सार्थक अंकों का महत्व

जैसा पहले उल्लेख किया जा चुका है, किसी राशि में सार्थक अंकों की संख्या का निर्धारण मापन की यथार्थता से होता है। माना कि किसी सिक्के का व्यास 2 cm है। यदि कोई विद्यार्थी इसका व्यास मीटर स्केल से नापता है जो 0.1 cm तक ही ठीक ठीक मापन कर सकता है तो विद्यार्थी इसका व्यास 2.0 cm अर्थात केवल दो सार्थक अंकों तक बताएगा। यदि व्यास का मापन वर्नियर कैलिपर्स जैसे किसी यंत्र द्वारा किया जाए जो 0.01 cm तक ठीक ठीक माप सकता है तो वह व्यास को 2.00 cm अर्थात तीन सार्थक अंको तक लिखेगा। इसी प्रकार, यदि मापन पेंचमापी जैसे किसी यंत्र द्वारा किया जाए जो 0.001 cm तक ठीक-ठीक नाप सकता है तो व्यास 2.000 cm अर्थात् चार सार्थक अंको तक रिकॉर्ड किया जाएगा। अतः मापन का अभिलेखन मापक यंत्र की यथार्थता को ध्यान में रखते हुए किया जाना चाहिए।

गणनाओं का परिणाम व्यक्त करने में सार्थक अंकों का महत्व

माना कि कोई विद्यार्थी एक घन की कोर मीटर स्केल से मापता है जो 3.2 cm आता है। वह गणना द्वारा इस घन का आयतन परिकलित करता है और इसे (3.2 × 3.2× 3.2) घन



सेन्टीमीटर या 32.768 cm^3 रिपोर्ट करता है। यह परिणाम गणित की दृष्टि से तो सही है परन्तु वैज्ञानिक मापन की दृष्टि से यथार्थ नहीं है। आयतन का जो सही मान बताया जाना चाहिए वह है 33cm^3 । ऐसा इसलिए है क्योंकि घन की कोर की माप में केवल दो सार्थक अंक हैं अत: परिणाम में भी दो ही सार्थक अंक होने चाहिए जबकि 32.768 में पाँच सार्थक अंक हैं जो ठीक नहीं है।

जोड़, घटा, गुणा और भाग संक्रियाओं में सार्थक अंक

(i) जोड़ और घटा– माना हमें तीन राशियों 2.7m, 3.68m तथा 0.486 m को जोड़ना है। इन राशियों में पहला माप केवल एक दशमलव अंक तक ही ज्ञात है अत: ये राशियाँ एक दशमलव अंक तक ही निश्चित होंगी। इसलिए इन राशियों का योग 6.848 न लिख कर 6.8 लिखा जाना चाहिए।

इसी प्रकार 2.65×10^3 cm और 2.65×10^2 cm का योग ज्ञात करने के लिए पहले सभी संख्याओं को 10 की समान घातों के पदों में व्यक्त करना चाहिए। तब राशियाँ हो जायेंगी, 2.65×10^3 cm तथा 0.263×10^3 cm। क्योंकि पहली संख्या दो दशमलव अंकों तक ज्ञात है इनका योग भी 2 दशमलव अंकों तक होना चाहिए। अत: $2.65 \times 10^3 \text{ cm} + 0.263 \times 10^3 \text{ cm} = 2.91 \times 10^3$ cm.

यही बात घटाने की संक्रिया पर भी लागू होती है। उदाहरण के लिए 4.6 cm में से 2.38 cm घटाने पर परिणाम 2.2 cm होगा न कि 2.22 cm

(ii) गुणा एवं भाग– माना कि किसी प्लेट की लम्बाई 3.003 m और चौड़ाई 2.26 m मापी गई । गणनात्मक परिकलन के अनुसार इसका क्षेत्रफल 6.78678 m^2 होगा। परन्तु वैज्ञानिक मापन की दृष्टि से यह सही नहीं है। इस परिणाम में छ: सार्थक अंक हैं। किन्तु न्यूनतम सार्थक अंकों की संख्या (चौड़ाई के मापन में) केवल तीन है। अत: परिणाम को भी केवल तीन सार्थक अंकों तक ही लिखा जाना चाहिए। अत: क्षेत्रफल का सही मान 6.79 m^2 होगा।

यही विधि भाग के लिए भी लागू होती है। उदाहरण के लिए 248.57 को 56.9 से भाग देने पर भागफल 4.3685413 प्राप्त होता हैं परन्तु परिणाम को तीन सार्थक अंको तक ही लिखना है क्योंकि भाजक में सार्थक अंकों की संख्या तीन है जो दोनों संख्याओं में न्यूनतम है। अत: परिणाम होगा: 4.37।

इसी प्रकार, यदि कोई पिंड 142 s में 1452 m चलता है तो इसकी चाल, गणितीय परिकलन से $\frac{1452 \text{ m}}{142 \text{ s}}$ अथवा 10.225352 ms^{-1} होगी परन्तु वैज्ञानिक मापनों में इसे 10.2 ms^{-1} लिखा जाएगा क्योंकि समय के मान में केवल 3 सार्थक अंक हैं।

(iii) गणनाओं में प्रयुक्त नियतांकों के मान– यदि वृत्त की त्रिज्या 3.35 cm हो तो क्षेत्रफल (πr^2) का परिकलन करने के लिए π का मान दो दशमलव अंकों तक (अर्थात π = 3.14) ही लिया जाना चाहिए (3.1416 नहीं)। अत: वृत्त का क्षेत्रफल $= \pi r^2 = (3.14 \times 3.35 \times 3.35)$ $cm^2 = 35.2$ cm^2 होगा न कि 35.23865 cm^2।

(iv) यदि किसी मापित राशि को किसी नियतांक से गुणा किया जाता है तो गुणनफल में सभी अंक सार्थक होते हैं। उदाहरण के लिए, यदि किसी गेंद का द्रव्यमान 32.59 g है तो ऐसी 10 गेदों का द्रव्यमान $32.59 \times 10 = 325.90$ g होगा। ध्यान दीजिए कि इसमें सार्थक अंकों की संख्या पाँच है।

1.2.4 व्युत्पन्न मात्रक

अब तक हमने द्रव्यमान, लंबाई और समय मापन के लिये तीन मूल मात्रकों को परिभाषित किया है। अनेक राशियों के मापन के लिए हमें अन्य मात्रकों की आवश्यकता होती है जिन्हें मूल मात्रकों के विभिन्न संयोगों द्वारा प्राप्त किया जाता है। इन मात्रकों को व्युत्पन्न मात्रक कहते हैं। उदाहरणतया लंबाई एवं समय के मात्रकों की सहायता से चाल या वेग का मात्रक प्राप्त होता है जिसे ms^{-1} द्वारा दर्शाया जाता है। दूसरा उदाहरण लंबाई के मात्रक की स्वयं के साथ अन्योन्य क्रिया है जिसके द्वारा क्षेत्रफल एवं आयतन के मात्रकों की व्युत्पत्ति होती है और उन्हें क्रमशः m^2 और m^3 द्वारा दर्शाया जाता है।

अब हम आपसे आपकी सुपरिचित भौतिक राशियों व इनके मात्रकों की सूची तैयार किये जाने की अपेक्षा करते हैं।

कुछ व्युत्पन्न मात्रकों को विशेष नाम दिये गये हैं। निम्न सारणी में साधारणतया उपयोग में आने वाले व्युत्पन्न मात्रक दिये गये हैं।

सारणी 1.6 : विशेष नाम वाले व्युत्पन्न SI मात्रकों के उदाहरण

राशि	नाम	प्रतीक	मूल मात्रक प्रतीक
बल	न्यूटन	N	$kg\ m\ s^{-2}$
दाब	पास्कल	Pa	$N\ m^{-2}$
ऊर्जा/कार्य	जूल	J	Nm
शक्ति	वाट	W	$J\ s^{-1}$

SI प्रणाली के मात्रकों के प्रयोग का एक लाभ यह है कि ये एक संबद्ध समुच्चय (coherent set) बनाते हैं और किन्हीं दो SI मात्रकों के गुणन या परस्पर विभाजन द्वारा प्राप्त व्युत्पन्न मात्रक एक अन्य SI मात्रक होता है। उदाहरणतया, बल एवं लंबाई के SI मात्रकों का गुणन कार्य के SI मात्रक को निर्मित करता है। मात्रकों को लिखे जाने के क्रम में कुछ सावधानी बरती जानी चाहिये, उदाहरणतया, Nm को इसी क्रम में लिखा जाना चाहिये। यदि भूल से हम इसे mN लिख दें तो यह मिलीन्यूटन बन जाता है जो कि पूर्णतया अलग बात है।

याद रखें कि भौतिकी में कोई भी राशि सही मात्रकों के साथ प्रयोग की जानी चाहिए अन्यथा यह निरर्थक होगी।

उदाहरण 1.1 : आनन्द, रीना एवं कैफ के अध्यापक ने उन्हें एक बीकर में भरे पानी का आयतन मापने को कहा

आनन्द ने 200 लिखा; रीना ने 200 mL लिखा; कैफ ने 200 Lm लिखा

कौन सा उत्तर सही है?

हल : पहले उत्तर में कोई मात्रक नहीं है अत: इससे कोई आशय स्पष्ट नहीं होता, तीसरा उत्तर भी ठीक नहीं है क्योंकि Lm मात्रक नहीं होता। केवल दूसरा उत्तर सही है। यह मिलीलीटर मात्रक को दर्शाता है।

एक पुस्तक का द्रव्यमान kg या g में अभिव्यक्त किया जा सकता है। **आप ग्राम के लिये gm प्रयोग न करें क्योंकि ग्राम का सही प्रतीक g है न कि gm।**

नामपद्धति एवं प्रतीक

(i) मात्रकों के प्रतीकों में पूर्ण विराम का प्रयोग नहीं किया जाना चाहिए और इसे एकवचन में प्रयोग किया जाना चाहिए। उदाहरण के लिए, पेंसिल की लंबाई 7cm लिखी जानी चाहिये न कि 7cm. या 7cms।

(ii) यदि एकल पूर्वलग्न उपलब्ध हों तो दोहरे पूर्वलग्नों को प्रयोग नहीं किया जाना चाहिए। उदाहरणतया, नेनोसेकंड के लिये ns लिखा जाना चाहिए न कि mμs; इसी प्रकार पिकोफैरड के लिये pF प्रयोग किया जाना चाहिए नकि μμf।

(iii) एक मात्रक के प्रतीक के पूर्व एक पूर्वलग्न प्रयोग किया जाता है तो पूर्वलग्न और प्रतीक के संयोग को एक प्रतीक माना जाना चाहिये जिसे बिना कोष्ठकों के प्रयोग के धनात्मक एवं ऋणात्मक घातों के रूप में लिखा जा सकता है। उदाहरणतया, μs^{-1}, cm^2, mA^2

$\mu s^{-1} = (10^{-6}s)^{-1}$ (न कि $10^{-6}s^{-1}$)

(iv) $cm\ s^{-2}$ के स्थान पर cm/s/s का प्रयोग न करें, इसी प्रकार 1 प्वाज = $1\ g\ s^{-1}cm^{-1}$ लिखें न कि 1 g/s/cm

(v) जब एक वाक्य में किसी मात्रक को पूरा लिखा जाना हो तो छोटे अक्षरों का व्यवहार किया जाना चाहिये न कि बड़े अक्षरों का। उदाहरणतया, 6 hertz लिखा जाना चाहिये न कि 6 Hertz।

(vi) बड़ी संख्याओं को पढ़ने की सुविधा के लिये दायें से बायें 3 के समूह में व्यवस्थित किया जाना चाहिये किन्तु कोई अल्पविराम प्रयोग नहीं किया जाना चाहिये, उदाहरणतया, 1 532; 1 568 320

अल्बर्ट अब्राहम माइकेलसन
(1852–1931)

जर्मन अमरीकी भौतिक शास्त्री, आविष्कारक एवं प्रयोगकर्त्ता जिन्होंने माइकेलसन व्यतिकरणमापी का निर्माण किया और मोर्ले के साथ मिलकर, ईथर के सापेक्ष पृथ्वी की गति पता लगाने का प्रयास किया जिसमें ये असफल रहे। तथापि, असफल प्रयोग ने वैज्ञानिक जगत को पुराने सिद्धांतों पर पुनर्विचार करने को प्रेरित किया जिसके फलस्वरूप नवीन भौतिकी का आविर्भाव हुआ।

बाह्य दर्पणों के प्रयोग द्वारा उन्होंने दूरबीनों की विभेदन क्षमता बढ़ाने की एक तकनीक विकसित की। अपने नक्षत्रीय व्यतिकरणमापी और हुक्स के 100" दूरबीन की सहायता से उन्होंने तारों के बारे में कुछ परिशुद्ध माप लिये।

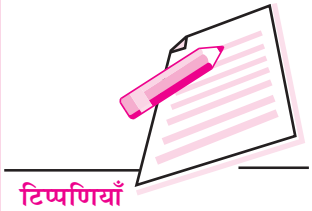
अब आपकी प्रगति को परखने का समय आ गया है। निम्न प्रश्नों को हल करें यदि आपकी कोई समस्या हो तो पाठ के अंत में दिये गये उत्तरों को देखें।

पाठगत प्रश्न 1.1

1. भौतिकी के नियमों की प्रकृति की विवेचना कीजिए।
2. भौतिकी के नियमों के अनुप्रयोग हमारे जीवन स्तर की गुणवत्ता में सुधार हेतु किस प्रकार सहायक हैं?
3. मापन में सार्थक अंकों से क्या अभिप्राय: है?
4. संबद्ध नियमों को उद्धत करते हुए निम्नलिखित राशियों में सार्थक अंकों की संख्या बताइए।
   (i) 426.69 (ii) 4200304.002 (iii) 0.3040 (iv) 4050 m (v) 5000
5. किसी दिए गए पिंड की लम्बाई 3.486 m है। यदि इस लम्बाई को सेंटीमीटर में 348.6 cm व्यक्त किया जाता है तो क्या इन दोनों दशाओं में मापी गई लम्बाई में सार्थक अंकों की संख्या में कोई परिवर्तन होगा?
6. विमाओं के सिद्धान्तों के कोई चार अनुप्रयोग लिखिए। ये किस सिद्धान्त पर आधारित है।
7. सूर्य का द्रव्यमान 2×10^{30} kg है। प्रोटॉन का द्रव्यमान 2×10^{-27} kg है। यदि सूर्य को केवल प्रोटॉनों द्वारा बना मान लें तो सूर्य में प्रोटॉनों की संख्या का परिकलन कीजिए।
8. पहले प्रकाश की तरंगदैर्घ्य को ऐंग्स्ट्रम में व्यक्त किया जाता था, एक ऐंग्स्ट्रम 10^{-8} cm के बराबर होता है। अब प्रकाश की तरंगदैर्घ्य को नैनोमीटर में व्यक्त किया जाता है। एक नैनोमीटर में कितने ऐंग्स्ट्रम होते हैं।
9. एक रेडियो स्टेशन 1370 kHz कंपन आवृत्ति संप्रेषित कर रहा है। इस कंपन आवृत्ति को GHz में व्यक्त कीजिए।
10. एक डेकामीटर में कितने डेसीमीटर होते हैं? एक GW में कितने MW होते हैं?

1.3 भौतिक राशियों की विमाएं

इस पाठ्यक्रम में आप जिन भौतिक राशियों के बारें में पढ़ेंगे उनमें से अधिकतर पाँच मूल विमाओं के रूप में व्यक्त की जा सकती है। द्रव्यमान को (M), लंबाई को (L), समय को (T), विद्युत धारा को (A) व ताप को (θ) द्वारा व्यक्त किया जाता है क्योंकि यांत्रिकी में सभी राशियों को द्रव्यमान, लंबाई एवं समय के रूप में अभिव्यक्त किया जा सकता है, अत: हमारे वर्तमान प्रयोजन के लिये केवल इन्हीं तीन विमाओं को व्यवहार में लाना पर्याप्त होगा। निम्न उदाहरणों से यह बात स्पष्ट हो जायेगी कि किस प्रकार भौतिक राशियों की विमाओं को M, L एवं T की घातों के संयोग के रूप में व्यक्त किया जा सकता है :



(i) आयतन के लिये लंबाई के तीन मापों की आवश्यकता होती है। अतः इसको लंबाई में तीन विमाओं (L^3) के रूप में अभिव्यक्त किया जाता है।

(ii) द्रव्यमान को आयतन से विभाजित करने पर घनत्व प्राप्त होता है। इसका विमीय सूत्र ML^{-3} है।

(iii) चाल, इकाई समय में चली गयी दूरी अथवा लंबाई/समय है, इसका विमीय सूत्र LT^{-1} है।

(iv) त्वरण इकाई समय में वेग परिवर्तन है अर्थात् लंबाई प्रति इकाई समय प्रति इकाई समय, इसका विमीय सूत्र LT^{-2} है।

(v) द्रव्यमान एवं त्वरण का गुणनफल बल कहलाता है। इसका विमीय सूत्र MLT^{-2} है।

इसी प्रकार हम अन्य भौतिक राशियों की विमायें लिख सकते हैं।

स्मरण रहे कि भौतिक मात्राओं से संबंधित अंक विमीय महत्व के नहीं हैं। इस प्रकार यदि x की विमा L है तो $3x$ की विमा भी L ही होगी।

द्रव्यमान एवं वेग के गुणनफल संवेग तथा बल एवं विस्थापन के गुणनफल कार्य की विमाएं लिखिए।

स्मरण रहे विमाएं एवं मात्रक एक-दूसरे के पर्यायवाची नहीं हैं। उदाहरण के लिए चाल को मीटर/सेकंड (ms^{-1}) या किलोमीटर प्रति घंटा के रूप में मापा जा सकता है लेकिन इसकी विमाएं सदैव लंबाई की विमा को समय की विमा से विभाजित करके या LT^{-1} द्वारा दर्शायी जायेंगी।

विमीय विश्लेषण किसी राशि या राशियों के संयोजन की विमाओं की जाँच की एक प्रक्रिया है। विमीय विश्लेषण का एक महत्वपूर्ण सिद्धांत यह है कि किसी समीकरण के दोनों ओर प्रत्येक राशि की विमा समान होनी चाहिये। अतः यदि $x = p + q$, तो p और q की वही विमायें होंगी जो कि x की। इससे हमें समीकरणों की सत्यता और किसी समीकरण में प्रयुक्त राशियों की विमाऐं पता चल जाती हैं। निम्न उदाहरण विमीय विश्लेषण की उपयोगिता को दर्शाते हैं।

1.3.1 विमाओं (अथवा विमीय समीकरणों) के अनुप्रयोग

विमाओं (या विमीय समीकरणों) के निम्नलिखित चार अनुप्रयोग हैं।

(i) विभिन्न भौतिक राशियों में संबंध स्थापित करना (या सूत्र की व्युत्पत्ति)।

(ii) दिए गए सूत्र (अथवा विभिन्न भौतिक राशियों के बीच संबंध) की संगतता की जाँच।

(iii) एक मात्रक प्रणाली से दूसरी मात्रक प्रणाली में बदलना, तथा

(iv) किसी भौतिक राशि के मात्रकों की व्युत्पत्ति।

उपर्युक्त अनुप्रयोग इस सिद्धान्त पर आधारित हैं कि किसी भौतिक दृष्टि से सही संबंध /समीकरण/सूत्र के दोनों ओर के प्रत्येक पद की विमाएं समान होंगी। यह विमाओं की समांगता का सिद्धान्त कहलाता है।

टिप्पणियाँ

उदाहरण 1.2 : आपको पहले से ही यह ज्ञान है कि m द्रव्यमान के कण की गतिज ऊर्जा $\frac{1}{2}mv^2$ एवं स्थितिज ऊर्जा mgh है जहाँ v कण का वेग, h धरातल से ऊँचाई और g गुरुत्वीय त्वरण है। ये दोनों अभिव्यक्तियाँ एक ही भौतिक राशि, ऊर्जा को दर्शाती है अत: इनकी विमाएं भी एक समान होनी चाहिये। इसे दोनों अभिव्यक्तियों की विमाऐं लिखकर सिद्ध करें।

हल : $\frac{1}{2}mv^2$ की विमाऐ $M.(LT^{-1})^2$ या ML^2T^{-2} हैं (स्मरण रहे अंकों की कोई विमा नहीं होती)। mgh की विमायें $M.LT^{-2}.L$ या ML^2T^{-2} हैं। स्पष्टतया दोनों अभिव्यक्तियाँ समान हैं और समान भौतिक राशि को निरूपित करती हैं।

अब हम एक दूसरे उदाहरण द्वारा एक भौतिक राशि को अन्य भौतिक राशियों के रूप में अभिव्यक्त करेंगे।

उदाहरण 1.3 : हमारा अनुभव बताता है कि विरामावस्था से प्रारंभ करके एकसमान त्वरण से गतिशील कार द्वारा तय की गई दूरी x, समय t तथा त्वरण a पर निर्भर करती है। विमीय विश्लेषण का उपयोग करके तय की गई दूरी का व्यंजक ज्ञात कीजिए।

हल : माना राशि x t, की घात m (t^m) एवं a की घात n (a^n) के समानुपाती है। इसे हम, $x \propto t^m . a^n$ लिख सकते हैं जहाँ α समानुपात का प्रतीक है।

दोनों ओर विमाओं के रूप में अभिव्यक्त करने पर हम पाते हैं कि

$$L^1 \propto T^m (LT^{-2})^n,$$

या

$$L^1 \propto T^{m-2n} L^n.$$

दोनों ओर की L व T के घातों की तुलना करने पर हम पाते हैं कि $n = 1$ व $m = 2$, अत:

$$x \propto t^2 a^1, \text{ या } x \propto at^2.$$

हम विमीय विश्लेषण द्वारा केवल यहीं तक पहुँच सकते हैं। इससे हमें आंकिक गुणक प्राप्त नहीं होते क्योंकि अंकों की कोई विमायें नहीं होतीं। आंकिक गुणक हमें सिद्धांत या परीक्षण से प्राप्त होते हैं। इस उदाहरण में हमें ज्ञात है कि पूर्ण संबंध $x = (1/2)at^2$ द्वारा निरूपित होता है।

आंकिक गुणकों के अलावा दूसरी राशियों जैसे कोण व त्रिकोणमितीय फलनों के कोणांक (ज्या, कोज्या आदि) एवं लघुगणिकीय फलन विमाहीन होते हैं। $\sin x$ में x, sine (ज्या) फलन का कोणांक (स्वतंत्र चर) कहलाता है। e^x में x चरघातांकी फलन का कोणांक (स्वतंत्र चर) कहलाता है।

अब हम एक छोटा सा विराम लेते हैं और निम्न प्रश्नों की सहायता से आपकी प्रगति की जाँच करते हैं।

पाठगत प्रश्न 1.2

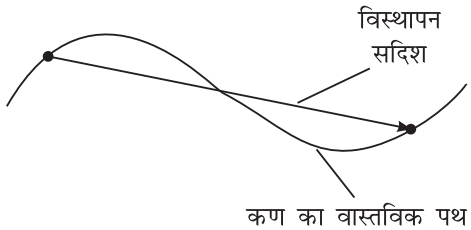
1. सरल लोलक द्वारा किये गये प्रयोग दर्शाते हैं कि इसका आवर्तकाल (T) इसकी लंबाई (l) व गुरुत्वीय त्वरण (g) पर निर्भर करता है। विमीय विश्लेषण की सहायता से T का l एवं g से संबंध स्थापित कीजिए।
2. कल्पना कीजिये कि एक कण r त्रिज्या के वृत्ताकार पथ में υ वेग व a त्वरण से गतिशील है। विमीय विश्लेषण द्वारा दर्शाइये कि $a \propto \upsilon^2/r$ ।
3. आपको एक समीकरण $m\upsilon = Ft$ दिया गया है, m द्रव्यमान, υ वेग, F बल एवं t समय है इस समीकरण की विमीय सत्यता की जाँच कीजिए।

1.4 सदिश एवं अदिश

1.4.1 सदिश एवं अदिश राशियाँ

भौतिक विज्ञान में हम भौतिक राशियों को दो समूहों में वर्गीकृत करते हैं। एक दशा में हम केवल उनका परिमाण व्यक्त करके उनकी पूर्ण जानकारी दे देते हैं। उदाहरणतया, यदि हम कहें कि किसी गेंद का द्रव्यमान 50 g है तो यह द्रव्यमान के विषय में पूर्ण जानकारी है। इसी प्रकार यह कथन कि पानी का घनत्व 1000 kg m^{-3} है, स्वयं में पूर्ण है। **इस प्रकार की राशियों को अदिश राशियाँ कहते हैं।**

दूसरी ओर कुछ राशियों की पूर्ण जानकारी के लिये परिमाण एवं दिशा दोनों की आवश्यकता होती है। इसका एक सरल उदाहरण वेग हैं केवल यह कथन कि रेलगाड़ी का वेग 100 km h^{-1} है पर्याप्त नहीं है। हमें रेलगाड़ी की गति की दिशा भी दर्शानी पड़ेगी। दूसरा उदाहरण बल है। हमें परिमाण के साथ बल की दिशा भी दर्शानी आवश्यक है। इस प्रकार की राशियाँ सदिश कहलाती हैं। **एक सदिश राशि में परिमाण एवं दिशा दोनों निहित हैं।**



चित्र 1.3: विस्थापन सदिश

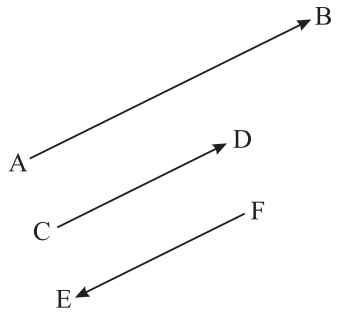
विस्थापन, त्वरण, संवेग, कोणीय संवेग एवं आघूर्ण आदि सदिश राशियाँ हैं जिनका प्रयोग यांत्रिकी में किया जाता है।

ऊर्जा क्या है? अदिश या सदिश?

सोचें क्या ऊर्जा से दिशा संबंधित है यदि नहीं तो यह एक अदिश राशि है।

1.4.2 सदिश निरूपण

एक सदिश को एक तीरांकित रेखा द्वारा निरूपित किया जाता है। चित्र 1.4 में सदिश AB को उदाहरणस्वरूप लें। इसमें रेखा की लंबाई किसी पैमाने में इसके परिमाण को बतलाती है और



चित्र 1.4 : सदिशों की दिशायें और परिमाण

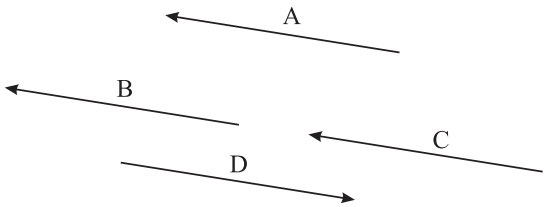
तीर इसकी दिशा को बतलाता है। सदिश CD की दिशा भी सदिश AB के समान है किंतु परिमाण भिन्न है। सदिश EF का परिमाण, सदिश CD के बराबर है लेकिन इसकी दिशा भिन्न है। किसी भी सदिश में आरंभिक बिंदु (**AB** में बिंदु A) **सदिश पुच्छ** एवं अंतिम बिंदु (**AB** में B) **सदिश शीर्ष** कहलाता है।

एक सदिश को इसको निरूपित करने वाले शब्द के ऊपर तीरांकन द्वारा दर्शाया जाता है, उदाहरणतया, $\vec{A}$ सदिश $\vec{A}$ का परिमाण A अथवा $|\vec{A}|$ है। मुद्रण में सदिश राशि को मोटे अक्षर जैसे **A** द्वारा दर्शाया जाता है।

यदि दो सदिशों की दिशा एवं परिमाण एक हों तो वे **समतुल्य** कहलाते हैं। इसका आशय यह हुआ कि सभी सदिश जो एक दूसरे के समानांतर हो, समान परिमाण वाले हों और एक ही दिशा में हों वे सभी समतुल्य माने जायेंगे। चित्र 1.5 में दर्शाये गये सदिश **A, B** और **C** समान हैं, अत: **A = B = C** लेकिन **D A** के समतुल्य नहीं है।

यहाँ सदिश **D** का परिमाण A के बराबर है लेकिन इसकी दिशा विपरीत है, इसे **A** का ऋणात्मक सदिश माना जा सकता है। अत: **D = –A** या **A = –D**

एक भौतिक सदिश राशि का परिमाण दर्शाने के लिये सदैव एक आनुपातिक पैमाने का चयन किया जाता है। उदाहरणतया दिल्ली एवं आगरा के बीच के 200 km के सदिश विस्थापन को 100 km = 1 cm के पैमाने से दर्शाया जा सकता है। इसी प्रकार 20 N के बल को 10N = 1cm के पैमाने में 2cm से सदिश द्वारा दर्शाया जा सकता है।



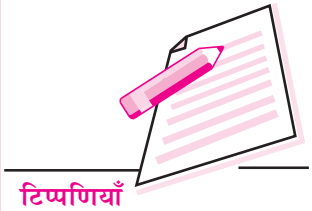
चित्र 1.5 : तीन सदिश समान हैं लेकिन चौथा सदिश D समान नहीं है।

उपरोक्त उदाहरणों से यह स्पष्ट होता है कि यदि हम किसी सदिश को उसके समानांतर विस्थापित करें तो यह अपरिवर्तित रहता है। इस महत्वपूर्ण परिणाम को सदिशों के योग में उपयोग किया जाता है। देखें यह कैसे होता है?

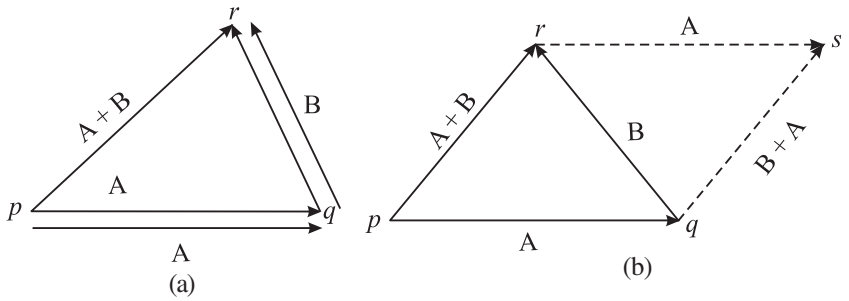
1.4.3 सदिशों का योग

याद रखें कि केवल **समान प्रकार के सदिशों का योग** किया जा सकता है। उदाहरणतया दो बलों अथवा दो वेगों को जोड़ा जा सकता है। लेकिन एक बल तथा एक वेग को नहीं जोड़ा जा सकता।

यदि आप सदिश **A** और सदिश **B** का योग करना चाहते हैं तो सर्वप्रथम सदिश **A** को पुन: दर्शायें (चित्र 1.6 (a)) इसके लिये एक रेखा (यथा *pq*) **A** के समानांतर खींचे। फिर सदिश **B** को



इस प्रकार बनायें कि इसका पुच्छ भाग सदिश **A** के शीर्ष से जुड़ जाये। इसके लिये सदिश **B** के समानांतर रेखा *qr* सदिश **A** के शीर्ष से खींचे। अब सदिश **A** के पुच्छ बिंदु एवं सदिश **B** के शीर्ष बिंदु *q* को मिलाने पर दोनों सदिशों का योग प्राप्त हो जायेगा और इनका परिणामी सदिश परिमाण एवं दिशा में रेखा *pr* द्वारा दर्शाया जायेगा। अब आप आसानी से सिद्ध कर सकते हैं कि सदिश योग क्रमविनिमेय है अर्थात् **A + B = B + A** जैसा कि चित्र 1.6 (b) में दर्शाया गया है। चित्र 1.6 (b) में हम देखते हैं कि *pqr* एक त्रिकोण है एवं इसकी भुजायें *pq* एवं *qr* क्रमशः सदिश **A** एवं सदिश **B** के परिमाण एवं दिशा को दर्शाती हैं, एवं त्रिकोण की तीसरी भुजा *pr* परिणामी सदिश *pr* को दर्शाती है जिसकी दिशा *p* से *r* की ओर है। इससे हमें दो सदिशों का परिणामी सदिश का नियम प्राप्त होता है।



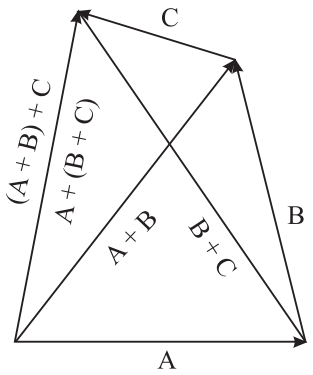
चित्र 1.6 : सदिशों A व B का योग

यदि दो सदिशों को परिमाण एवं दिशा में किसी त्रिभुज की दो क्रमागत भुजाओं द्वारा दर्शाया जाये तो इनके परिणामी सदिश को त्रिभुज की तीसरी भुजा को विपरीत क्रम में लेकर दर्शाया जाता है। इसे 'सदिशों का त्रिभुजीय नियम' कहा जाता है।

दो या अधिक सदिशों का योग **परिणामी** सदिश कहलाता है। चित्र 1.6(b) में **pr A** एवं **B** का परिणामी सदिश है। त्रिभुज की तीनों भुजाओं के अनुदिश एक क्रम में लगे तीन बलों का परिणामी बल क्या होगा? यदि आप सोचते हैं कि परिणामी बल शून्य होगा तो आप सही सोचते हैं।

अब हम दो से अधिक सदिशों का योग ज्ञात करना सीखते हैं।

दो से अधिक सदिशों **A**, **B** और **C** का परिणामी भी दो सदिशों **A** और **B** के परिणामी की भांति प्राप्त किया जा सकता है। पहले हम **A** और **B** का परिणामी (**A + B**) प्राप्त करते हैं फिर इसका योग **C** के साथ किया जा सकता है। वैकल्पिक रूप से आप **B** और **C** का योग प्राप्त कर सकते हैं (चित्र 1.7)। दोनों स्थितियों में परिणामी सदिश समान रहता है। अतः सदिश योग साहचर्यी है, अर्थात् **A + (B + C) = (A + B) + C**



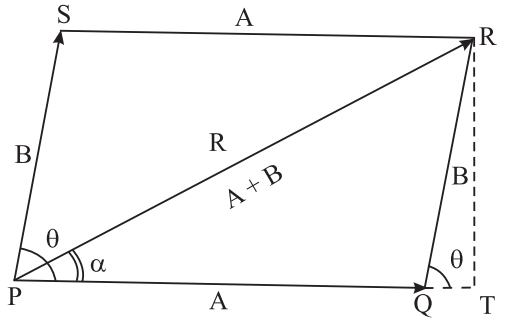
चित्र 1.7 : दो भिन्न क्रमों में तीन सदिशों का योग

इसी प्रकार यदि आप तीन से अधिक सदिशों का योग प्राप्त करना चाहें तो **परिणामी सदिश प्रथम सदिश के पुच्छ को अंतिम सदिश के शीर्ष से मिलाने पर प्राप्त होगा।**

कई बार अनेक सदिश एक ही बिंदु पर कार्य करते हैं। ऐसी स्थिति में सदिश योग के समान्तर चतुर्भुज नियम का उपयोग अधिक सुविधाजनक होता है। आइए इसके संबंध में अध्ययन करें।

1.4.4 सदिश योग का समांतर चतुर्भुज नियम

मान लीजिए कि चित्र 1.8 में दर्शाये अनुसार **A** और **B** दो सदिश हैं और उनके बीच का कोण θ है। इनका योग प्राप्त करने के लिये हम समातंर चतुर्भुज को पूर्ण करते हैं (यहाँ भुजा PQ सदिश **A** और भुजा PS सदिश **B** को दर्शाती है और कर्ण PR दोनों के परिणामी **R** को दर्शाता है। क्या आपको याद है कि कर्ण PR, **A** और **B** का योग है? यह **A** और **B** सदिशों का परिणामी सदिश है, परिणामी सदिश **A** की दिशा से α कोण बनाता है, याद रखें कि सदिश **PQ** और **SR** समान हैं और **A** के तुल्य है। इसी प्रकार सदिश **PS** और सदिश **QR** समान हैं और **B** के तुल्य हैं परिणामी सदिश **R** का परिमाण प्राप्त करने के लिये एक लम्ब RT गिरायें जैसा कि चित्र में दर्शाया गया है। तब परिमाणों के संदर्भ में



चित्र 1.8: सदिश योग का समांतर चतुर्भुज नियम

$$(PR)^2 = (PT)^2 + (RT)^2$$

$$(PR)^2 = (PT)^2 + (RT)^2$$

$$= (PQ + QT)^2 + (RT)^2$$

$$= (PQ)^2 + (QT)^2 + 2PQ.QT + (RT)^2$$

$$= (PQ)^2 + [(QT)^2 + (RT)^2] + 2PQ.QT \qquad (1.1)$$

$$= (PQ)^2 + (QR)^2 + 2PQ.QT$$

$$= (PQ)^2 + (QR)^2 + 2PQ.QR\ (QT / QR)$$

$$R^2 = A^2 + B^2 + 2AB.\cos\theta$$

अत: **R** का परिमाण

$$|R| = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB.\cos\theta} \qquad (1.2)$$

सदिश **R** की दिशा प्राप्त करने के लिये हम देखते हैं कि

$$\tan\alpha = \frac{RT}{PT} = \frac{RT}{PQ+QT} = \frac{B\sin\theta}{A+B\cos\theta} \qquad (1.3)$$

अत: परिणामी सदिश की दिशा इसके द्वारा आधार के सदिश से बनाये गये कोण द्वारा प्रदर्शित की जा सकती है।

विशिष्ट प्रकरण

आइए अब विचार करें कि दो समांतर सदिशों का परिणामी सदिश क्या होगा?

ध्यान दें कि दोनों सदिशों के बीच का कोण शून्य है और इनके परिणामी सदिश का परिमाण दोनों के परिमाण के योग के बराबर एवं दिशा समान रहेगी।

यदि दो सदिश एक दूसरे के लंबवत् हों तो उनके परिणामी सदिश का परिमाण क्या होगा? इस स्थिति में $\theta = 90^o$ और $\cos\theta = 0$

यदि इन दोनों के परिमाण समान हों तो परिणामी सदिश की दिशा क्या होगी?

ध्यान दें $\tan\alpha = B/A = 1$ तब α क्या है?

यह भी ध्यान दीजिए कि यदि $\theta = \pi$ है तब दो सदिश विपरीत दिशा में समांतर होते हैं। इस स्थिति में $\alpha = 0$। ऐसी स्थिति में परिणामी सदिश **A** या **B** की दिशा में होगा और दिशा इस बात पर निर्भर करती है कि किस सदिश का परिमाण अधिक है।

उदाहरण 1.4 अहमद एक गाड़ी को 70 N के बल से उत्तर दिशा में खींच रहा है और हामिद उसी गाड़ी को 50 N के बल से दक्षिण पश्चिम दिशा में खींच रहा है। परिणामी बल का परिमाण एवं दिशा का परिकलन कीजिए।

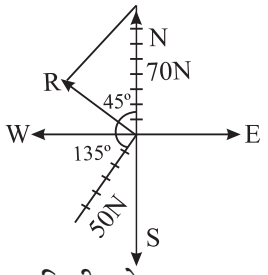
हल :

यहाँ पहले बल A का परिमाण = 70 N

दूसरे बल का B का परिमाण = 50 N

दोनों बलों के बीच का कोण $\theta = 135^o$ (135 डिग्री)

अत: परिणामी बल का परिमाण



चित्र 1.9: किसी कोण पर आनत बलों का परिणामी बल

$$R = \sqrt{(70)^2 + (50)^2 + 2\times70\times50\times\cos(135)}$$

$$= \sqrt{4900 + 2500 - 7000\times\sin45}$$

$$= 49.5 \text{ N}$$

R का परिमाण = 49.5 N

परिणामी बल की दिशा समीकरण 1.3 द्वारा ज्ञात की जायेगी,

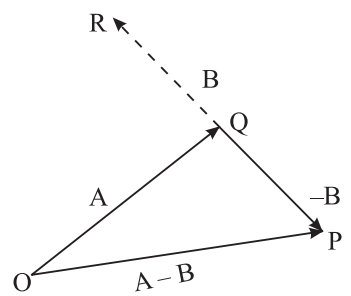
$$\tan\alpha = \frac{B\sin\theta}{A + B\cos\theta} = \frac{50\times\sin(135)}{70 + 50\cos(135)} = \frac{50\times\cos 45}{70 - 50\sin 45} = 1.0$$

अत: $\alpha = 45.0^\circ$ इस प्रकार परिणामी **R** उत्तर की ओर लगने वाले 70N बल से 45° का कोण बनाता है। इस प्रकार **R** की दिशा उत्तर पश्चिम है (चित्र 1.9)।

1.4.5 सदिशों का घटाना

हम एक सदिश को दूसरे सदिश से किस प्रकार घटाते हैं? ध्यान दें कि दो सदिशों का अंतर **A – B** वास्तव में **A + (–B)** के बराबर है। तब आप दो सदिशों को जोड़ने की पूर्व वर्णित विधि अपना सकते हैं। इसकी व्याख्या चित्र 1.10 में की गयी है। **A** के शीर्ष से **–B** सदिश खींचे। **A** के पुच्छ और **–B** के शीर्ष को मिलाने पर परिणामी सदिश **(A – B)** प्राप्त हो जायेगा।

अब आपकी प्रगति जानने का समय है।



चित्र 1.10 : सदिश B को सदिश A से घटाना

पाठगत प्रश्न 1.3

दो सदिश $\xrightarrow[A]{}$ और $\nearrow B$ दिये गये हैं।

1. इनके द्वारा चित्र बनाकर दर्शायें कि किस प्रकार निम्न सदिश प्राप्त किये जा सकते हैं:

   (a) **B – A**, (b) **A + 2B**, (c) **A – 2B** और (d) **B – 2A**.

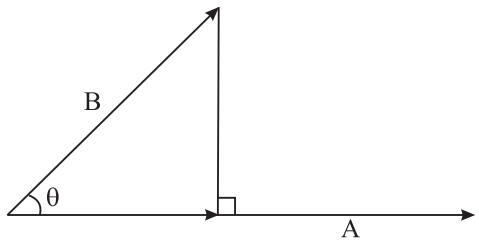
2. दो सदिशों **A** व **B** के परिमाण 10 इकाई एवं 12 इकाई है और ये एक दूसरे की विपरीत दिशा में समांतर हैं। परिणामी सदिश **A + B** तथा **A – B** प्राप्त करें।

3. दो सदिशों **A** और **B** के परिमाण क्रमश: 30 व 60 इकाई हैं और इनके बीच का दिशा अंतर 60° है। परिणामी सदिश प्राप्त करें (स्मरण रहे कि एक सदिश प्राप्त करने का तात्पर्य इसका परिमाण एवं दिशा दोनों ज्ञात करना है।

1.5 सदिशों का गुणन

1.5.1 एक सदिश का एक अदिश द्वारा गुणन

यदि हम एक सदिश **A** को एक अदिश k से गुणा करें तो हमें **A** के k गुना परिमाण का सदिश प्राप्त होगा। इसका अर्थ यह है कि परिणामी सदिश k**A** है। यदि k धनात्मक हो तो नये सदिश की दिशा अपरिवर्तित रहती है और यदि k ऋणात्मक हो तो नये सदिश की दिशा मूल सदिश की दिशा के विपरीत हो जाती है। उदाहरणार्थ, सदिश 3**A** का परिमाण **A** के परिमाण से तीन गुना है और दिशा समान है। लेकिन –3**A** सदिश की दिशा सदिश **A** के विपरीत है, यद्यपि इसका परिमाण सदिश **A** के परिमाण का तीन गुना है।



चित्र 1.11: B का A में प्रक्षेप

1.5.2 सदिशों का अदिश गुणन

दो सदिशों **A** और **B** के गुणन को **A.B** लिखा जाता है और इसका मान AB cosθ होता है जहाँ θ दोनों सदिशों के बीच का कोण है। चित्र 1.11 को ध्यान से देखने पर आप पायेंगे कि B cosθ सदिश **B** का सदिश **A** पर प्रक्षेप है। अत: **A** और **B** का अदिश गुणन **A** के परिमाण एवं **B** के **A** की दिशा में प्रक्षेप के बराबर होता है। दूसरी ध्यान देने योग्य बात यह है कि यदि हम दो सदिशों के बीच के कोण θ को (360 – θ) से निरूपित करें तो इसका कोई प्रभाव नहीं पड़ता क्योंकि दोनों के कोज्या अर्थात् cosθ और cos (360 – θ) का मान समान है। चूँकि दो सदिशों के बीच एक बिंदु अदिश गुणन को दर्शाता है अत: इसे बिंदु गुणन भी कहते हैं। याद रखें कि दो सदिशों का बिंदु गुणनफल एक अदिश राशि होती है।

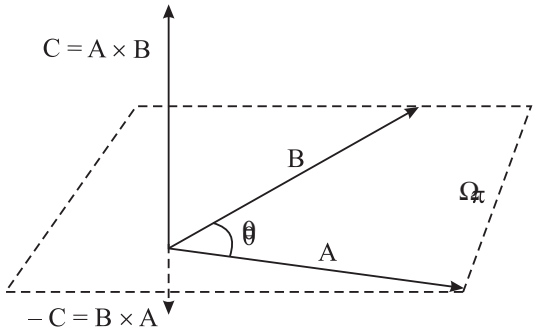
अदिश गुणन का एक सुपरिचित उदाहरण किसी गतिशील निकाय से एक कोण बनाते हुए लगने वाले बल द्वारा किया गया कार्य है। यदि निकाय का विस्थापन **d** और **F** के बीच का कोण θ हो तो बल द्वारा किया गया कार्य $Fd\cos\theta$ होता है।

बिंदु गुणन अदिश होने के कारण क्रमविनिमेयी है, अर्थात् **A.B** = **B.A** = ABcosθ यह वितरणीय भी है अर्थात् **A.(B + C) = A.B + A.C** (गुणन का वितरण नियम)

1.5.3 सदिशों का सदिश गुणन

मान लीजिए हमारे पास दो सदिश **A** और **B** हैं जिनके बीच का कोण θ है। हम एक ऐसा तल बना सकते हैं जिनमें ये दोनों सदिश स्थित हों। इस तल को हम Ω से संसूचित करते हैं और यह कागज के तल में है। अब इन सदिशों का गुणनफल **A** ×**B** एक सदिश **C** होगा (चित्र 1.12 a) जिसका परिमाण **AB** sinθ है और इसकी दिशा Ω तल के लंबवत् है। सदिश **C** की दिशा दाहिने हाथ के नियम द्वारा ज्ञात की जा सकती है (चित्र 1.12 b)। कल्पना कीजिए कि आपकी अंगुलियाँ **A** से **B** की दिशा में इन सदिशों के बीच के न्यून कोण के अनुदिश मुड़ी

है। तब अंगूठा परिणामी सदिश **C** की दिशा को दर्शाता है। यदि आप इस नियम का पालन करें तो आप आसानी से पायेंगे कि सदिश **B × A** की दिशा सदिश **A × B** की दिशा के विपरीत है। इसका अर्थ हुआ कि **सदिश गुणन क्रमविनिमेयी नहीं है**। चूँकि सदिश गुणन में दो सदिशों के बीच क्रॉस का चिन्ह प्रयोग किया जाता है अत: इसे क्रॉस गुणन भी कहते हैं।



(a)

(b)

चित्र 1.12 (a) : सदिशों का सदिश गुणन (b) गुणन के फलस्वरूप प्राप्त सदिश C की दिशा C = A × B दाहिने हाथ के नियम द्वारा निर्धारित होती है यदि आपकी अंगुलियाँ न्यूनकोण बनाते हुए दो सदिशों के बीच A से B की दिशा में मुड़ी हों तो अंगूठा C की दिशा को प्रदर्शित करता है।

सदिश गुणन का एक सुपरिचित उदाहरण घूर्णन करते हुए निकाय का कोणीय संवेग है।

अपनी प्रगति का आंकलन करने के लिए निम्न प्रश्नों को हल करने का प्रयास करें।

पाठगत प्रश्न 1.4

1. माना एक सदिश **A,** सदिश **B** के समांतर है। उनका सदिश गुणनफल क्या होगा? यदि **B,** **A** के विपरीत दिशा में हो तो इनका सदिश गुणनफल क्या होगा?

2. माना हमारे पास एक सदिश **A** और एक सदिश $\mathbf{C} = \frac{1}{2}\mathbf{B}$ है। **A × B** की दिशा और **A × C** की दिशा के बीच क्या संबंध है?

3. यदि आप सदिश **A** और **B** को उनके तल में घुमायें तो **C = A × B** की दिशा किस प्रकार प्रभावित होगी?

4. यदि आप सदिश **A** और **B** को इस प्रकार घुमायें कि वे अपने तल पर ही बनें रहें तो क्या आप सदिश **C = A × B** की दिशा विपरीत कर सकेंगे?

5. यदि सदिश **A** x-अक्ष और सदिश **B** y-अक्ष के अनुदिश हों तो सदिश **C = A × B** की दिशा क्या होगी? यदि **A** y-अक्ष और **B** x-अक्ष के विपरीत हों तो इससे **C** किस प्रकार प्रभावित होगा?

6. यदि सदिश **A** और सदिश **B** परस्पर लंबवत् हों तो (a) **A . B** और (b) **A × B** का मान परिकलित कीजिए।

1.6 सदिशों का वियोजन

सदिशों का वियोजन सदिशों के संयोजन के विपरीत प्रक्रिया है। वियोजन में हम नियत निर्देशांक अक्षों की दिशा में सदिशों के घटकों का मान ज्ञात करते हैं। माना हमारे पास एक सदिश **A** है जैसा कि चित्र 1.13 में दिखाया गया है और हम x-अक्ष व y-अक्ष की दिशा में इसके घटकों को ज्ञात करना चाहते हैं। माना ये घटक क्रमशः A_x और A_y हैं। सरल त्रिकोणमिति दर्शाती है कि

$$A_x = A\cos\theta \tag{1.4}$$

एवं

$$A_y = A\sin\theta, \tag{1.5}$$

यहाँ **A** और x-अक्ष के बीच का कोण θ है। यदि X-अक्ष और **A** के बीच कोण ϕ हो तो X और Y अक्ष की दिशा में सदिश **A** के घटकों का क्या मान होगा? (चित्र 1.13)।

$$A_X = A\cos\phi$$

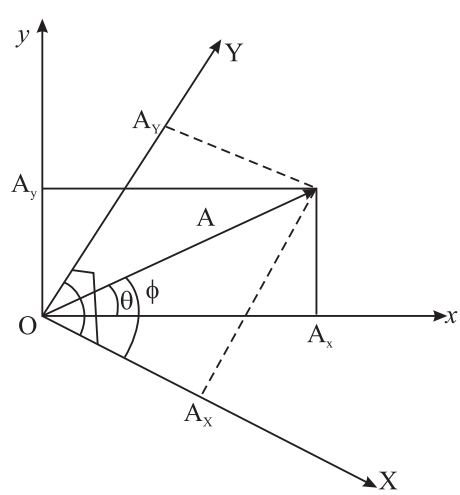
$$A_Y = A\sin\phi.$$

यहाँ एक बात स्पष्ट समझ लें कि सदिश के घटकों का मान नियत नहीं है वरन एक विशेष अक्षों के चयन के अनुसार परिवर्तनशील हैं। यह भी ध्यान दें कि सदिश **A** का परिमाण एवं दिशा इसके घटकों के संदर्भ में निम्न रूप से दर्शायी जा सकती है।

$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2} = \sqrt{A_X^2 + A_Y^2} \tag{1.6}$$

और

$$\tan\theta = A_y / A_x, \qquad \tan\phi = A_Y / A_X. \tag{1.7}$$



चित्र 1.13 : सदिश A के दो निर्धारित निर्देशांक समुच्चयों *(x, y)* और (X, Y) के अनुदिश वियोजन

अतः यदि हमें एक सदिश के घटक मालूम हों तो इन समीकरणों की सहायता से हम सदिश **A** प्राप्त कर सकते हैं।

1.7 इकाई सदिश

अब हम इकाई सदिश की संकल्पना का समावेश करते हैं। जैसा कि नाम से स्पष्ट है इकाई सदिश का इकाई परिमाण होता है और एक निश्चित दिशा होती है। इसका कोई मात्रक या विमा नहीं होती। उदाहरण के तौर पर हम सदिश **A** को $A\,\hat{\mathbf{n}}$ लिख सकते हैं जहाँ $\hat{\mathbf{n}}$ सदिश **A** की दिशा में एक इकाई सदिश को इंगित करता है। ध्यान दें कि मात्रक सदिश का समावेश एक सदिश की दिशा की जानकारी के लिये किया गया है; **A** का परिमाण A द्वारा इंगित किया जाता है। निर्देशांक अक्षों की दिशा में इकाई सदिश विशेष रूप से महत्वपूर्ण है। x-अक्ष की दिशा में इकाई सदिश को $\hat{\mathbf{i}}$, y-अक्ष की दिशा में $\hat{\mathbf{j}}$ और z-अक्ष की दिशा में $\hat{\mathbf{k}}$ द्वारा दर्शाया जाता है। इस अंकन पद्धति के उपयोग से, सदिश **A** को, जिसके x व y अक्षों की दिशा में घटक क्रमशः A_x और A_y हैं, निम्न प्रकार निरूपित किया जा सकता है।

$$\mathbf{A} = A_x\,\hat{\mathbf{i}} + A_y\,\hat{\mathbf{j}} \tag{1.8}$$

इसी प्रकार दूसरे सदिश **B** को निम्न प्रकार लिखा जा सकता है

$$\mathbf{B} = B_x\,\hat{\mathbf{i}} + B_y\,\hat{\mathbf{j}} \tag{1.9}$$

इन दो सदिशों का योग इस प्रकार लिखा जा सकता है

$$\mathbf{A}+\mathbf{B} = (A_x + B_x)\,\hat{\mathbf{i}} + (A_y + B_y)\,\hat{\mathbf{j}} \tag{1.10}$$

अदिश गुणन के नियमानुसार आप दर्शा सकते हैं कि

$$\hat{\mathbf{i}}.\hat{\mathbf{i}}=1,\ \hat{\mathbf{j}}.\hat{\mathbf{j}}=1,\ \hat{\mathbf{k}}.\hat{\mathbf{k}}=1,\ \hat{\mathbf{i}}.\hat{\mathbf{j}}=0,\ \hat{\mathbf{i}}.\hat{\mathbf{k}}=0,\ \text{और}\ \hat{\mathbf{j}}.\hat{\mathbf{k}}=0 \tag{1.11}$$

अब दो सदिशों **A** व **B** के बीच का बिंदु गुणनफल (अदिश गुणनफल) निम्न प्रकार लिखा जा सकता है

$$\begin{aligned}\mathbf{A}.\mathbf{B} &= (A_x\,\hat{\mathbf{i}} + A_y\,\hat{\mathbf{j}}).(B_x\,\hat{\mathbf{i}} + B_y\,\hat{\mathbf{j}})\\ &= A_xB_x(\hat{\mathbf{i}}.\hat{\mathbf{i}}) + A_xB_y(\hat{\mathbf{i}}.\hat{\mathbf{j}}) + A_yB_x(\hat{\mathbf{j}}.\hat{\mathbf{i}}) + A_yB_y(\hat{\mathbf{j}}.\hat{\mathbf{j}})\\ &= A_xB_x + A_yB_y,\end{aligned} \tag{1.12}$$

यहाँ हमने समीकरण 1.11 के परिणामों का उपयोग किया है।

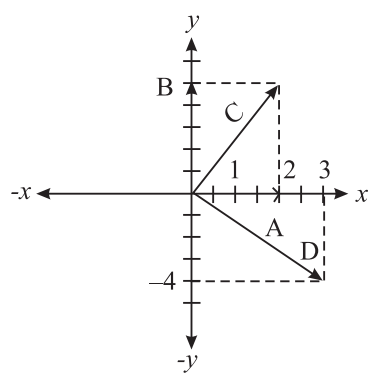
उदाहरण 1.4 एक निर्देशांक तंत्र में (सभी चार चतुर्थांशों को दर्शाते हुये) निम्न सदिशों को दर्शाइए। उनके परिमाण एवं दिशाएं ज्ञात कीजिए।

$\mathbf{A} = 4\hat{\mathbf{i}} + 0\hat{\mathbf{j}}, \mathbf{B} = 0\hat{\mathbf{i}} + 5\hat{\mathbf{j}}, \mathbf{C} = 4\hat{\mathbf{i}} + 5\hat{\mathbf{j}},$

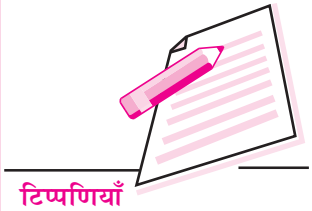
$\mathbf{D} = 6\hat{\mathbf{i}} - 4\hat{\mathbf{j}}.$

हल : सदिशों को उनके घटकों के रूप में दिया गया है।

$\hat{\mathbf{i}}$ का गुणन x घटक और $\hat{\mathbf{j}}$ का गुणक y घटक है। सभी सदिशों को निर्देशांक ग्रिड में दिखाया गया है (चित्र 1.14)।



चित्र 1.14



सदिश **A** के घटक (अवयव) $\mathbf{A}_x = 4$, $\mathbf{A}_y = 0$, इसका परिमाण $\mathbf{A} = 4$ है और इसकी दिशा $\tan^{-1}\left(\frac{A_y}{A_x}\right) = 0$ है अत: दिशा x-अक्षीय है। सदिश **B** के घटक (अवयव) x-अवयव = 0 अत: इसकी दिशा y-अक्षीय है और इसका परिमाण 5 है।

अब हम सदिश **C** पर विचार करते हैं, यहाँ $\mathbf{C}_x = 4$ और $\mathbf{C}_y = 5$ अत: **C** का परिमाण $C = \sqrt{4^2+5^2} = \sqrt{41}$. है और इसके द्वारा x-अक्ष से बना कोण $\tan^{-1}(\mathbf{C}_y/\mathbf{C}_x) = 51.3$ डिग्री है। इसी प्रकार **D** का परिमाण $D = \sqrt{60}$ और इसकी दिशा $\tan^{-1}(\mathbf{D}_y/\mathbf{D}_x) = \tan^{-1}(0.666) = -33.7^\circ$ (चौथे चतुर्थांश में है)

उदाहरण 1.5 उदाहरण 1.4 में दिए गए सदिशों के लिए गुणन **C . D** का मान प्राप्त कीजिए।

हल : **C** और **D** का बिंदु गुणन (अदिश गुणन) समीकरण (1.12) की सहायता से प्राप्त किया जा सकता है

$$\mathbf{C}\,.\,\mathbf{D} = C_xD_x + C_yD_y = 4\times6 + 5\times(-4) = 24 - 20 = 4.$$

दो सदिशों के क्रॉस गुणन (सदिश गुणन) को भी इकाई सदिशों के रूप में दर्शाया जा सकता है। इसके लिये हमें पहले इकाई सदिशों के क्रॉस गुणन (सदिश गुणन) की आवश्यकता होती है। इकाई सदिशों के बीच का कोण 90° होता है। उदाहरण के लिए, $\hat{\mathbf{i}} \times \hat{\mathbf{j}}$ को लें, चूँकि इनके बीच के कोण की ज्या (sine) का मान एक होता है इसलिये सदिश गुणन का परिमाण भी 1 होता है। इसकी दिशा $\hat{\mathbf{i}}$ एवं $\hat{\mathbf{j}}$ की स्थिति के तल (xy तल) के अभिलंबवत् z-अक्षीय है। दाहिने हाथ के नियम के अनुसार हम पाते हें कि यह दिशा धनात्मक z-अक्षीय है, z - अक्ष में इकाई सदिश $\hat{\mathbf{k}}$ द्वारा दर्शाया जाता है। अत:

$$\hat{\mathbf{i}} \times \hat{\mathbf{j}} = \hat{\mathbf{k}}\,. \qquad (1.13)$$

इसी तर्क के आधार पर हम दर्शा सकते हें कि

$$\hat{\mathbf{j}} \times \hat{\mathbf{k}} = \hat{\mathbf{i}},\ \hat{\mathbf{k}} \times \hat{\mathbf{i}} = \hat{\mathbf{j}},\ \hat{\mathbf{j}} \times \hat{\mathbf{i}} = -\hat{\mathbf{k}},\ \hat{\mathbf{k}} \times \hat{\mathbf{j}} = -\hat{\mathbf{i}},\ \hat{\mathbf{i}} \times \hat{\mathbf{k}} = -\hat{\mathbf{j}}, \qquad (1.14)$$

और

$$\hat{\mathbf{i}} \times \hat{\mathbf{i}} = \hat{\mathbf{j}} \times \hat{\mathbf{j}} = \hat{\mathbf{k}} \times \hat{\mathbf{k}} = 0. \qquad (1.15)$$

उदाहरण 1.6 उदाहरण 1.4 में दिये गये सदिशों **C** एवं **D** के क्रॉस गुणन का मान ज्ञात कीजिए।

हल :

$$\mathbf{C} \times \mathbf{D} = (4\,\hat{\mathbf{i}} + 5\,\hat{\mathbf{j}}) \times (6\,\hat{\mathbf{i}} - 4\,\hat{\mathbf{j}})$$

$$= 24\,(\hat{\mathbf{i}} \times \hat{\mathbf{i}}) - 16\,(\hat{\mathbf{i}} \times \hat{\mathbf{j}}) + 30\,(\hat{\mathbf{j}} \times \hat{\mathbf{i}}) - 20\,(\hat{\mathbf{j}} \times \hat{\mathbf{j}})$$

(समीकरणों 1.13 – 1.15 के परिणामों के उपयोग से)

$$\mathbf{C} \times \mathbf{D} = -16\,\hat{\mathbf{k}} - 30\,\hat{\mathbf{k}} = -46\,\hat{\mathbf{k}}$$

अत: **C** और **D** का क्रास गुणन एक सदिश है जिसका परिमाण 46 इकाई और दिशा ऋणात्मक z-अक्षीय है। चूँकि **C** और **D** xy-तल में है अत: स्पष्ट है कि इनका क्रॉस गुणक इस तल के लंबवत् होगा अर्थात् z-दिशा में होगा।

पुन: यह स्वयं परीक्षण का समय है। निम्न प्रश्नों का हल प्राप्त करें।

पाठगत प्रश्न 1.5

1. एक सदिश **A**, xy निर्देशांक तंत्र में x-अक्ष से 60° का कोण बनाता है। इसका परिमाण 50 इकाई है, इसके x और y दिशाओं में घटक प्राप्त करें। यदि दूसरा सदिश जिसका परिमाण समान है और यह x-अक्ष से 30° का कोण बनाता है तो इसके घटकों को प्राप्त करें। क्या ये पहले घटकों के समान हैं?
2. दो सदिशों **A** और **B** को क्रमश: $3\hat{\mathbf{i}} - 4\hat{\mathbf{j}}$ और $-2\hat{\mathbf{i}} + 6\hat{\mathbf{j}}$ द्वारा दर्शाया गया है। निर्देशांक ग्रिड में इन्हें दर्शाएं। इनका परिमाण ज्ञात करें और इनके द्वारा x-अक्ष के साथ बने कोण ज्ञात करें (चित्र 1.14)।
3. प्रश्न 2 में दिये सदिशों के बिंदु गुणनफल (अदिश गुणनफल) एवं क्रॉस गुणनफल प्राप्त करें।

आपने ऊपर सीखा कि एक सही समीकरण में प्रत्येक पद की विमायें समान होनी चाहिये। सदिश राशियों की जानकारी के बाद हम इसमें यह जोड़ सकते हैं कि **समीकरण के सही होने की स्थिति में इसमें प्रत्येक पद के अभिलक्षण समान हों या तो वे सभी सदिश हों या सभी अदिश।**

आपने क्या सीखा

- सार्थक अंकों की संख्या किसी माप की यर्थाथता निर्धारित करती है।
- प्रत्येक भौतिक राशि का मापन विशेष मात्रकों द्वारा किया व दर्शाया जाता है। वैज्ञानिक प्रतिवेदन के लिए हम सार्वत्रिक रूप से SI मात्रकों को अपनाते हैं।
- द्रव्यमान, लंबाई और समय के लिये मूल SI मात्रक क्रमश: kg, m और s हैं। मूल मात्रकों के अतिरिक्त व्युत्पन्न मात्रक भी होते हैं।
- प्रत्येक भौतिक राशि की विमायें होती हैं। समीकरणों की शुद्धता जाँचने के लिये विमीय विश्लेषण एक उपयोगी साधन है।
- भौतिकी में हम सामान्यतया दो प्रकार की राशियों का प्रयोग करते हैं–अदिश और सदिश। अदिश का केवल परिमाण होता है और सदिश का परिमाण व दिशा दोनों होते हैं।

- सदिश राशियों को समान्तर चतुर्भुज नियम के अनुसार जोड़ा जाता है।
- दो सदिश राशियों का बिन्दु गुणनफल अदिश होता है।
- दो सदिशों का क्रॉस गुणनफल सदिश होता है और यह इन सदिशों के तल के लंबवत् होता है।
- सदिशों को एक विशेष निर्देशांक अक्षों की दिशा में घटकों के रूप में वियोजित किया जा सकता है।

पाठांत प्रश्न

1. बहुत लंबी दूरी मापन के लिये प्रयुक्त मात्रक प्रकाश वर्ष कहलाता है। यह प्रकाश द्वारा एक वर्ष में तय की गयी दूरी है। प्रकाश वर्ष को मीटर में व्यक्त कीजिए। (प्रकाश की चाल $= 3 \times 10^8$ m s^{-1})

2. उल्काएं चट्टान के छोटे टुकड़े हैं जो कि यदा कदा बहुत उच्च वेग से पृथ्वी के वायुमण्डल में प्रवेश करते हैं। वायुमण्डल के घर्षण से वे अत्यधिक गर्म हो जाते हैं और अल्पकालिक विकिरण उत्सर्जित करते हुए धीरे-धीरे पूर्णतया जल जाते हैं। इसके परिणामस्वरूप एक प्रकाश रेखा दिखाई देती है जिसे 'टूटने वाला तारा' कहते हैं। उल्का की गति 51 kms^{-1} है। इसकी तुलना में 20^{0}C ताप पर वायु में ध्वनि का वेग 340 ms^{-1} है। दोनों गतियों के परिमाणों का अनुपात ज्ञात कीजिए।

3. प्रारंभिक वेग u व समान त्वरण a से गतिशील कण द्वारा t समय में तय की गयी दूरी को $s = ut + (1/2)at^2$ समीकरण द्वारा दर्शाया जाता है। विमीय विश्लेषण द्वारा समीकरण की शुद्धता की जाँच कीजिए।

4. न्यूटन के गुरुत्वाकर्षण नियम के अनुसार r दूरी पर स्थित दो द्रव्यमानों m_1 व m_2 के बीच लगने वाला बल

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$

है, जहाँ G सार्वत्रिक नियतांक है, G की विमायें ज्ञात कीजिए।

5. हमीदा एक मेज को एक विशेष दिशा में 10 N के बल से धकेल रही है उसकी मित्र लीला इसी मेज को 8 N के बल से हमीदा द्वारा आरोपित बल की दिशा से 60° का कोण बनाते हुये धकेल रही है। मेज पर आरोपित परिणामी बल का परिमाण एवं दिशा ज्ञात कीजिए।

6. एक भौतिक राशि दो सदिश राशियों का बिंदु गुणनफल (अदिश गुणनफल) है। यह राशि अदिश है या सदिश? दो सदिशों के क्रॉस (सदिश गुणन) द्वारा प्राप्त भौतिक राशि की प्रकृति क्या है?

7. जॉन एक गाड़ी को धरातल के समांतर बल लगाकर खींचना चाहता है। उसका मित्र राम इस बात पर जोर देता है कि धरातल से 30° का कोण बनाते हुये बल लगाकर गाड़ी को खींचना अधिक आसान है, दोनों में कौन सही है और क्यों?

8. दो राशियाँ $5\hat{i} - 3\hat{j}$ और $3\hat{i} - 5\hat{j}$ से निरूपित की गयी हैं। इनके अदिश एवं सदिश गुणनफल प्राप्त कीजिए।

पाठगत प्रश्नों के उत्तर

1.1

4. (i) 5 (ii) 10 (iii) 4 (iv) 4 (v) 1

5. नहीं, दोनों दशाओं में सार्थक अंकों की संख्या 4 रहेगी।

7. सूर्य का द्रव्यमान = 2×10^{30} kg

   प्रोटॉन का द्रव्यमान = 2×10^{-27} kg

   सूर्य में प्रोटॉनों की संख्या = $\dfrac{2\times10^{30}\,\text{kg}}{2\times10^{-27}\,\text{kg}} = 10^{57}$

8. 1 एंगस्ट्रॉम = 10^{-8} cm = 10^{-10} m

   1 नैनोमीटर (nm) = 10^{-9} m

   $\therefore$ 1 nm/1 Å = 10^{-9} m /10^{-10} m = 10 अत: 1 nm = 10 Å

9. 1370 kHz = 1370×10^3 Hz = $(1370 \times 10^3)/10^9$ GHz = 1.370×10^{-3} GHz

10. 1 डेकामीटर (dam) = 10 m

    1 डेसीमीटर (dm) = 10^{-1} m

    $\therefore$ 1 dam = 100 dm

    1 MW = 10^6 W

    1 GW = 10^9 W

    $\therefore$ 1 GW = 10^3 MW

1.2

1. लंबाई की विमा = L

   समय की विमा = T

   g की विमा = LT^{-2}

   माना आवर्तकाल t , l^{α} और g^{β} के गुणनफल के समानुपाती है

   अत: दोनों ओर की विमायें लिखने पर $T = L^{\alpha} (LT^{-2})^{\beta} = L^{\alpha+\beta} T^{-2\beta}$

   L व T की घातों की तुलना करने पर

$\alpha + \beta = 0,\ 2\beta = -1 \Rightarrow \beta = -1/2$ और $\alpha = 1/2$

अत: $t \propto \sqrt{\dfrac{l}{g}}$.

2. a की विमा = LT^{-2}

v की विमा = LT^{-1}

r की विमा = L

माना a v^{α} एवं r^{β} के गुणनफल का समानुपाती है

अत: विमीय दृष्टिकोण से

$LT^{-2} = (LT^{-1})^{\alpha}\, L^{\beta} = L^{\alpha+\beta}\, T^{-\alpha}$

L व T की घातों की तुलना करने पर

$\alpha + \beta = 1,\ \alpha = 2, \Rightarrow \alpha = -1$

अत:, $a \propto v^2/r$

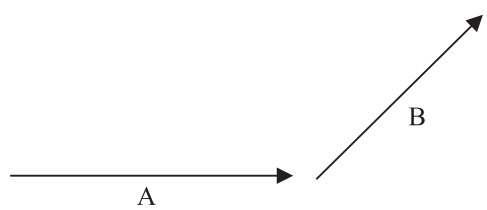
3. mv की विमायें = MLT^{-1}

Ft की विमायें = $MLT^{-2}\, T^{1} = MLT^{-1}$

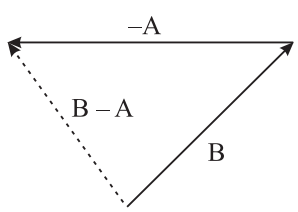
दोनों ओर की विमायें समान हैं अत: समीकरण विमीय रूप से सही है।

1.3

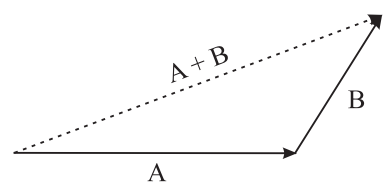
1. माना



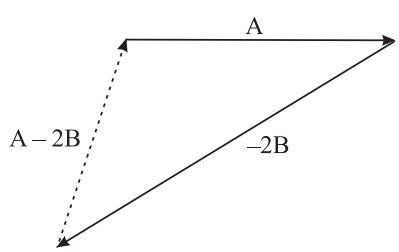
(a)



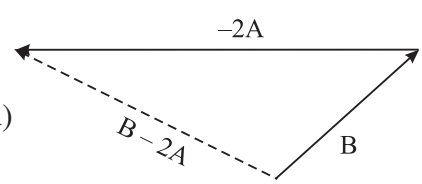
(b)



(c)



(d)



2. A → 10 इकाई B ← 12 इकाई

$\overleftarrow{\text{B} = -12 \text{ इकाई}}$

$\overrightarrow{\text{A} = 10 \text{ इकाई}}$

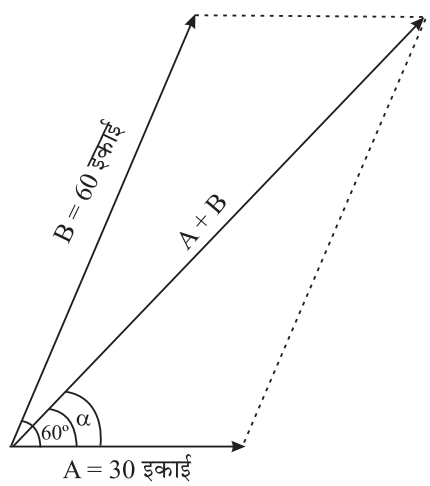
$$\text{A} + \text{B} = 10 + (-12)$$
$$= -2 \text{ units}$$

और

$\overrightarrow{\text{A} = 10 \text{ इकाई}}$ $\overrightarrow{-\text{B} = +12 \text{ इकाई}}$

$$\mathbf{A} - \mathbf{B} = 22 \text{ इकाई}$$

3.



$$|\text{A} + \text{B}| = 77 \text{ इकाई}$$

1.4

1. यदि **A** और **B** समांतर हों तो उनके बीच का कोण θ शून्य होगा, अतः उनका क्रॉस गुणनफल

   $\mathbf{A} \times \mathbf{B} = \text{AB} \sin\theta = 0.$

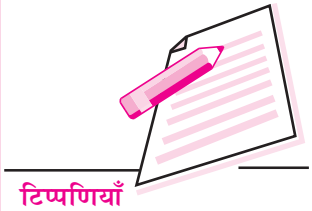
   यदि वे विपरीत दिशा में समांतर हों तो उनके बीच का कोण 180°। अतः

   $\mathbf{A} \times \mathbf{B} = \text{AB} \sin\theta = 0$, क्योंकि $\sin 180^\circ = 0.$

2. यदि **B** का परिमाण आधा हो जाय और यह पूर्ववर्ती तल पर ही स्थित रहे तो सदिश गुणनफल $\mathbf{C} = \mathbf{A} \times \mathbf{B}$ की दिशा अपरिवर्तित रहेगी।

3. क्योंकि सदिश **A** और **B** एक ही तल में घूमते हैं, अतः उनके सदिश गुणनफल $\mathbf{C} = \mathbf{A} \times \mathbf{B}$ की दिशा अपरिवर्तित रहेगी।

4. मान लो आरंभ में **A** और **B** के बीच का कोण 0° व 180° के बीच में है, तब $\mathbf{C} = \mathbf{A} \times \mathbf{B}$ की दिशा तल के ऊर्ध्वलंबवत् होगी। यादृच्छ परिमाण में घूर्णन के फलस्वरूप



यदि उनके बीच का कोण 180° से अधिक हो जाता है तो **C** की दिशा तल के अधोलंबवत् होगी।

5. यदि **A**, x-अक्ष के अनुदिश और **B**, y-अक्ष के अनुदिश है तो दोनों xy तल पर स्थित है। इनका सदिश गुणनफल $\mathbf{C} = \mathbf{A} \times \mathbf{B}$, z-दिशा के अनुदिश होगा। यदि **A**, y-अक्ष के अनुदिश एवं **B**, x-अक्ष के अनुदिश हो तो **C** ऋणात्मक z-अक्ष के अनुदिश होगा।

6. (a) $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = |\mathbf{A}|\,|\mathbf{B}| \cos\theta = 0$ यदि $\theta = 90^o$

   (b) $\mathbf{A} \times \mathbf{B} = |\mathbf{A}|\,|\mathbf{B}| \sin\theta = |\mathbf{A}|\,|\mathbf{B}|$ क्योंकि $\sin\theta = 1$ at $\theta = 90^o$

1.5

1. यदि **A** x-अक्ष से 60° का कोण बनाये तो

$$A_x = A\cos 60 = 50\ (½) = 25 \text{ इकाई}$$

$$A_y = A\sin 60 = 50\ (\sqrt{3}/2) = 50\ (0.866)$$

$$= 43.3 \text{ इकाई}$$

यदि **A** x-अक्ष से 30° का कोण बनाये तो

$$A_x = 50\cos 30 = 50\ (0.866) = 43.3 \text{ इकाईयाँ}$$

$$A_y = 50\sin 30 = 50\ (½) = 25 \text{ इकाईयाँ}$$

दोनों स्थितियों में घटकों के मान समान नहीं हैं।

2. निर्देशांक ग्रिड पर सदिशों की स्थिति चित्र 1.14 में दर्शायी गयी है

माना **A** x-अक्ष से θ कोण बनाता है, तब

$$\tan\theta = -4/3 \Rightarrow \theta = \tan^{-1}(-4/3)$$

$$= -53^o\ 6' \text{ or } 306^o\ 54'$$

यदि B x-अक्ष से ϕ कोण बनाता है तो

$$\tan\phi = 6/-2 = -3 \Rightarrow \phi = \tan^{-1}(-3)$$

$$= 108^o\ 24'$$

3. **A** और **B** का बिंदु गुणन (अदिश गुणन)

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = (3\hat{\mathbf{i}} - 4\hat{\mathbf{j}}).(-2\hat{\mathbf{i}} + 6\hat{\mathbf{j}})$$

$$= -6(\hat{\mathbf{i}} \cdot \hat{\mathbf{i}}) - 24(\hat{\mathbf{j}} \cdot \hat{\mathbf{j}}) = -30$$

क्योंकि $\hat{\mathbf{i}} \cdot \hat{\mathbf{j}} = \hat{\mathbf{j}} \cdot \hat{\mathbf{i}} = 0$, और $\hat{\mathbf{i}} \cdot \hat{\mathbf{i}} = \hat{\mathbf{j}} \cdot \hat{\mathbf{j}} = 1$

A एवं **B** का क्रॉस गुणनफल

$$\mathbf{A} \times \mathbf{B} = (3\hat{\mathbf{i}} - 4\hat{\mathbf{j}}) \times (-2\hat{\mathbf{i}} + 6\hat{\mathbf{j}})$$

समीकरण (1.14) और (1.15) का उपयोग करने पर,

$$= 18\,(\hat{\mathbf{i}} \times \hat{\mathbf{j}}) + 8\,(\hat{\mathbf{j}} \times \hat{\mathbf{i}}) = 18\,\hat{\mathbf{k}} - 8\,\hat{\mathbf{k}} = 10\,\hat{\mathbf{k}}$$

क्योंकि **A** एवं **B** xy तल में हैं, अतः क्रॉस गुणनफल z-अक्ष की दिशा में है।

पाठांत अभ्यास माला

1. $1\ \text{ly} = 9.4673 \times 10^{15}$ m.

2. $$\frac{\text{उल्का की चाल}}{20^\circ\text{C पर वायु में ध्वनी की चाल}} = \frac{51}{340} = \frac{3}{20}$$

5. 15.84 N and $\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$

8. $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = 30$

   $\mathbf{A} \times \mathbf{B} = \left(5\,\hat{\mathbf{i}} - 3\,\hat{\mathbf{j}}\right) \times \left(3\,\hat{\mathbf{i}} - 5\,\hat{\mathbf{j}}\right)$ एक एकल सदिश **C** है जिसमें $|\mathbf{C}| = 16$ इकाई ऋणात्मक z-अक्ष के अनुदिश

2

सरल रैखिक गति

हम अपने चारों ओर अनेक वस्तुओं को चलते हुए देखते हैं। मनुष्यों, पशुओं, वाहनों को भूमि पर चलते हुए देख सकते हैं। मछली, मेंढक तथा अन्य जलीय पशु जल में तैरते हुए देखे जा सकते हैं। पक्षी एवं वायुयान हवा में गति करते हैं। यद्यपि हमें अनुभव नहीं होता पर जिस पृथ्वी पर हम रहते हैं वह भी अपने अक्ष पर घूमती हुई सूर्य की परिक्रमा करती है। अतः यह बिल्कुल स्पष्ट है कि हम एक गतिमान विश्व में रह रहे हैं। इसलिए अपने चारों ओर के भौतिक विश्व को समझने के लिए गति के बारे में अध्ययन करना बहुत आवश्यक है। यह गति एक रेखा में (1D), एक तल में (2D) या अंतरिक्ष में (3D) हो सकती है। यदि वस्तु की गति केवल एक दिशा में हो तो उसे 'सरल रेखीय गति' कहते हैं। उदाहरणार्थ, सीधी सड़क पर कार का चलना, सीधी रेल की पटरी पर रेल का चलना, मुक्त रुप से गिरती हुई वस्तु की गति, लिफ्ट का चलना तथा सीधे ट्रेक पर धावक का दौड़ना आदि।

इस पाठ में आप सरल रेखीय गति के बारे में अध्ययन करेंगे। आगामी पाठों में आप गति के नियमों, समतल में गति एवं अन्य प्रकार की गतियों का अध्ययन करेंगे। आप अवकलन और समाकलन की संकल्पनाओं के विषय में भी अध्ययन करेंगे।

उद्देश्य

इस पाठ का अध्ययन करने के पश्चात आप

- दूरी एवं विस्थापन तथा चाल एवं वेग में भेद कर सकेंगे;
- अवकलन एवं समाकलन की संकल्पनाओं का अध्ययन कर सकेंगे;
- तात्क्षणिक वेग, सापेक्ष वेग एवं औसत वेग की व्याख्या कर सकेंगे;
- त्वरण एवं तात्क्षणिक त्वरण को परिभाषित कर सकेंगे;
- एकसमान एवं असमान गतियों के वेग-समय आरेख की व्याख्या कर सकेंगे;
- एकसमान त्वरण के साथ गति संबंधी समीकरणों को व्युत्पन्न कर सकेंगे;
- गुरुत्व बल के अन्तर्गत गति का वर्णन कर सकेंगे, एवं
- गति के समीकरणों पर आधारित आंकिक प्रश्नों को हल कर सकेंगे।

2.1 चाल एवं वेग (Speed and Velocity)

आपने अपनी पूर्ववर्ती कक्षाओं में अध्ययन किया है कि किसी वस्तु द्वारा तय किये गए पथ की कुल लंबाई उसके द्वारा ***चलित दूरी*** कहलाती है जबकि वस्तु की आरंभिक और अन्तिम स्थिति के बीच का अंतर ***विस्थापन*** कहलाता है। विस्थापन मूलत: दो स्थितियों के बीच अल्पतम दूरी है, जिसकी एक निश्चित दिशा होती है। इस प्रकार विस्थापन एक सदिश राशि है जबकि दूरी अदिश राशि है। आपने यह भी सीखा होगा कि समय के साथ दूरी में होने वाले परिवर्तन की दर चाल कहलाती है जबकि वस्तु के विस्थापन की दर वेग कहलाती है। एक सरल रेखीय गति में सदिश राशि के दिशा संबंधी पहलूओं को + और – चिह्नों द्वारा दर्शाया जाता है। अत: एकविमीय गति में विस्थापन, वेग एवं त्वरण जैसी सदिश राशियों को निरुपित करने के लिए हमें सदिश संकेतों की आवश्यकता नहीं पड़ती है।

2.1.1 औसत वेग

जब कोई पिंड कोई दूरी अलग-अलग वेगों से चलता हुआ तय करता है तो इसकी गति को औसत वेग द्वारा निर्दिष्ट किया जाता है। किसी पिंड का औसत वेग विस्थापन-परिवर्तन की दर के रुप में परिभाषित किया जाता है। यदि x_1 एवं x_2 समय t_1 एवं t_2 में पिण्ड की स्थितियाँ हो तो गणितीय रुप से हम औसत वेग को निम्न प्रकार दिखा सकते हैं।

$$\bar{\upsilon} = \frac{\text{विस्थापन}}{\text{विस्थापन में लगा समय}}$$

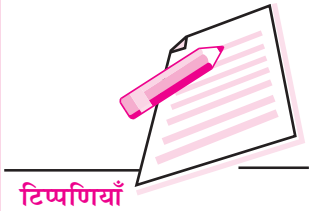
$$= \frac{x_2 - x_1}{t_1 - t_1} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \qquad (2.1)$$

जहाँ स्थिति परिवर्तन $x_2 - x_1$ को Δx से एवं इसके संगत समय परिवर्तन $t_2 - t_1$ को Δt से इंगित किया गया है। यहाँ पर $\bar{\upsilon}$ (वेग के संकेत के ऊपर एक छोटी रेखा) वेग के औसत मान का एक मानक संकेत है। औसत वेग को υ_{av} भी लिखा जा सकता है। किसी वस्तु की औसत चाल प्राप्त करने के लिए उसके द्वारा चली गयी कुल दूरी को यह दूरी चलने में लिए गये कुल समय से विभाजित किया जाता है।

$$\text{अत: औसत चाल} = \frac{\text{तय की गयी कुल दूरी}}{\text{लिया गया कुल समय}} \qquad (2.2)$$

यदि सरल रेखीय गति एक दूरी तय करने में एक निश्चित दिशा में हो तो औसत चाल एवं औसत वेग के परिमाण का मान बराबर होते हैं। लेकिन सदैव ऐसा नहीं होता (देखिये उदाहरण 2.2) निम्न उदाहरणों की सहायता से आप औसत चाल और औसत वेग में अन्तर को समझ पायेंगे।

उदाहरण 2.1 : x-अक्ष के अनुदिश गति कर रहे किसी पिंड की स्थिति का समीकरण $x = 20t^2$ हैं, जहाँ t समय है और इसकी इकाई सेकंड है और स्थिति को x द्वारा निरुपित किया गया है। 3s से 4s के समय-अंतराल में वस्तु के औसत वेग का परिकलन कीजिए।



हल : दिया है

$$x = 20t^2$$

ध्यान दें x का मात्रक मीटर और t का मात्रक सेकंड है। इसका अर्थ यह हुआ कि समानुपातांक (20) की विम $m\ s^{-2}$ है।

हम जानते हैं कि औसत वेग निम्नलिखित संबंध द्वारा प्राप्त होता है।

$$\bar{v} = \frac{x_2 - x_1}{t_1 - t_1}$$

क्योंकि $t_1 = 3s$,

$$x_1 = 20 \times (3)^2$$
$$= 20 \times 9 = 180\ m$$

इसी प्रकार, $t_2 = 4\ s$

$$x_2 = 20 \times (4)^2$$
$$= 20 \times 16 = 320\ m$$

$$\therefore \quad \bar{v} = \frac{x_2 - x_1}{t_1 - t_1} = \frac{(320-180)\ m}{(4-3)\ s} = \frac{140\ m}{1\ s} = 140\ ms^{-1}$$

अत: औसत वेग = $140\ ms^{-1}$

उदाहरण 2.2 : एक आदमी 300 मीटर के वृत्ताकार ट्रैक पर दौड़ता है तथा 200 सेकंड में वापस प्रारंभिक स्थान पर आ जाता है। व्यक्ति की औसत चाल और औसत वेग क्या है?

हल : दिया है

ट्रैक की लम्बाई = 300 m.

इस लंबाई को तय करने में लगा समय = 200 s

अत: औसत चाल $= \dfrac{\text{कुल तय की गयी दूरी}}{\text{दूरी तय करने में लगा समय}}$

$$= \frac{300}{200}\ ms^{-1} = 1.5\ ms^{-1}$$

क्योंकि आदमी वापस उसी स्थान पर आ जाता है।

अत: विस्थापन = 0, इसलिए औसत वेग भी शून्य हुआ।

ध्यान दें कि उपरोक्त उदाहरण में औसत चाल परिमाण में औसत वेग के बराबर नहीं है। क्या आप कारण जानते हैं?

2.1.2 आपेक्षिक वेग

जब हम यह कहते हैं कि एक बैलगाड़ी 10 किलोमीटर प्रति घंटा की गति से दक्षिण की ओर जा रही है तो इसका अर्थ यह हुआ कि गाड़ी अपने प्रारंभिक स्थान से दक्षिण दिशा की

ओर चलती है और 1 घंटे में 10 किलोमीटर की दूरी तय करती है। इसके लिए हमें एक संदर्भ बिंदु की आवश्यकता होती हैं वास्तव में किसी वस्तु का वेग सदैव किसी दूसरी, वस्तु की तुलना में निश्चित किया जाता है। अत: वेग एक सापेक्ष राशि है।

एक वस्तु A एक दूसरी वस्तु B के सापेक्ष अपनी स्थिति बदल रही है। उदाहरण के लिए यदि v_A और v_B एक सरल रेखा में चल रहे दो निकायों (वस्तुओं) के वेग हों तो A की तुलना में B का आपेक्षिक वेग $(v_B - v_A)$ होगा।

एक वस्तु की आपेक्षिक स्थिति में दूसरी वस्तु के सापेक्ष परिवर्तन दर को दूसरी वस्तु के सापेक्ष पहली वस्तु का आपेक्षिक वेग कहते हैं।

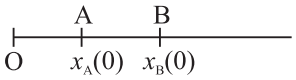
आपेक्षिक वेग का महत्व

एक वस्तु की स्थिति एवं वेग किसी दूसरी वस्तु के सापेक्ष निश्चित किया जाता है। यदि संदर्भ के लिए चुनी गई वस्तु स्थिर हो तो वस्तु की गति का वर्णन आसानी से किया जा सकता है। इस पाठ में आप शुद्धगतिक समीकरणों के बारे में जानेंगे। लेकिन यदि संदर्भ के लिए चुनी गई वस्तु भी गति कर रही हो तो ऐसी स्थिति में क्या होता है? इस प्रकार की गति एक स्थिर प्रेक्षक को द्विनिकाय तंत्र की गति प्रतीत होती है। आपेक्षिक गति की अवधारणा द्वारा इसे आसानी से समझा जा सकता है।

माना दो वस्तुओं A और B की प्रारंभिक स्थितियाँ $x_A(0)$ और $x_B(0)$ हैं। यदि धनात्मक x-अक्ष की ओर वस्तु A वेग v_A एवं वस्तु B वेग v_B से गति करती हैं तो t सेकन्ड के पश्चात उनकी स्थितियाँ निम्नवत् होंगी।

$$x_A(t) = x_A(0) + v_A t$$

$$x_B(t) = x_B(0) + v_B t$$



अत: B का A से आपेक्षिक पृथकन (दूरी)

$$x_{BA}(t) = x_B(t) - x_A(t) = x_B(0) - x_A(0) + (v_B - v_A)\, t$$

$$= x_{BA}(0) + v_{BA} t$$

जहाँ $v_{BA} = (v_B - v_A)$ A के सापेक्ष B का आपेक्षिक वेग कहलाता है। इस प्रकार आपेक्षिक वेग की अवधारण के प्रयोग द्वारा द्विनिकायी समस्या को एकल निकायी समस्या में रुपान्तरित किया जा सकता है।

उदाहरण 2.3 : एक रेलगाड़ी A उत्तर से दक्षिण की ओर एक सीधी पटरी पर 60 km h^{-1} की गति से चल रही है। दूसरी रेलगाड़ी 70 km h^{-1} की गति से दक्षिण से उत्तर की ओर आ रही है। A के सापेक्ष B रेलगाड़ी का वेग क्या है?

हल : दक्षिण से उत्तर की दिशा को धनात्मक मान लेने पर हमें प्राप्त होगा

रेलगाड़ी B का वेग $(v_B) = +70$ km h^{-1}

और रेलगाड़ी A का वेग $(v_A) = -60 \text{ km h}^{-1}$

अत: रेलगाड़ी A के सापेक्ष रेलगाड़ी B का वेग

$$= v_B - v_A$$
$$= 70 - (-60) = 130 \text{ km h}^{-1}.$$

उपरोक्त उदाहरण में आपने देखा कि एक रेलगाड़ी के सापेक्ष दूसरी रेलगाड़ी आपेक्षिक वेग उनके संबंधित वेगों के योग के बराबर होता है। इसलिए आपकी रेलगाड़ी से विपरीत दिशा में चलने वाली रेलगाड़ी बहुत तेजी से चल रही प्रतीत होती है। लेकिन यदि दूसरी रेलगाड़ी समान दिशा में चल रही हो तो उसकी गति बहुत धीमी प्रतीत होती है।

2.1.3 त्वरण

बस या कार में यात्रा करते समय आपने ध्यान दिया होगा कि उसकी चाल कभी तेज व कभी धीमी हो जाती है। यानि उसके वेग में परिवर्तन होता रहता है। जैसा कि वेग को स्थिति के परिवर्तन की समय दर से परिभाषित किया जाता है, वैसे ही त्वरण को वेग के परिवर्तन की समय दर से परिभाषित किया जाता है। त्वरण एक सदिश राशि है और इसका मात्रक ms^{-2} है। एक-विमीय गति में त्वरण के लिये किसी सदिश अंकन की आवश्यकता नहीं होती जैसा कि वेग के संदर्भ में बताया जा चुका है।

किसी वस्तु का औसत त्वरण निम्न प्रकार व्यक्त किया जा सकता है

$$\text{औसत त्वरण } (\bar{a}) = \frac{\text{अंतिम वेग - आरंभिक वेग}}{\text{वेग परिवर्तन के लिये लिया गया समय}}$$

$$\bar{a} = \frac{v_2 - v_1}{t_1 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \qquad (2.3)$$

एक विमीय गति में जबकि त्वरण उसी दिशा में हो जिसमें कि गति या वेग है तो त्वरण की दिशा धनात्मक होती है। त्वरण गति की विपरीत दिशा में भी हो सकता है ऐसी स्थिति में त्वरण को ऋणात्मक माना जाता है। जिसे प्राय: मंदन (retardation) कहा जाता है। अत: हम कह सकते हैं कि त्वरण वेग वृद्धि की समय दर है और मंदन वेग ह्रास की समय दर है।

उदाहरण 2.4 : पूर्व की ओर गतिशील कार का वेग 3s में 0 से 12 ms^{-1} हो जाता है। औसत त्वरण की गणना कीजिए।

हल : दिया है,

$$v_1 = 0 \text{ m s}^{-1}$$
$$v_2 = 12 \text{ m s}^{-1}$$
$$t = 3.0 \text{ s}$$
$$a = \frac{(12.0 \text{ ms}^{-1})}{3.0\text{s}}$$
$$= 4.0 \text{ m s}^{-2}$$

पाठगत प्रश्न 2.1

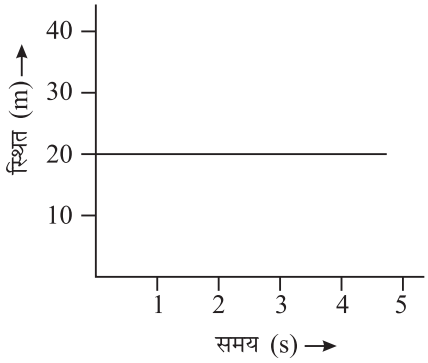
1. क्या यह संभव है कि किसी दिये गये समय अंतराल में किसी गतिशील वस्तु की औसत चाल शून्य न हो लेकिन औसत वेग शून्य हो? यदि हाँ तो इस को उदाहरण द्वारा समझाइये।
2. एक महिला 8 किलोमीटर प्रति घंटा की चाल से बाजार गई। बाजार को बंद पाकर वह अपने घर 10 किलोमीटर प्रति घंटा की चाल से लौट आयी। यदि उसके घर से बाजार 2 किलोमीटर दूर हो उसकी औसत चाल और औसत वेग ज्ञात कीजिए।
3. क्या एक गतिशील वस्तु का दूसरी गतिशील वस्तु की तुलना में आपेक्षिक वेग शून्य हो सकता है? एक उदाहरण दीजिए।
4. एक व्यक्ति एक रेलगाड़ी के अन्दर $1.0\ m\ s^{-1}$ के वेग से रेलगाड़ी की गति की दिशा में चल रहा है। यदि रेलगाड़ी का वेग $3.0\ m\ s^{-1}$ हो तो

   (a) रेलगाड़ी में बैठे को व्यक्ति को उसका वेग कितना प्रतीत होगा?

   (b) प्लेटफार्म पर बैठे व्यक्ति के सापेक्ष उस का वेग क्या होगा?

2.2 स्थिति समय ग्राफ (Position - Time Graph)

यदि आप एक गेंद को जमीन पर लुढ़काते हैं तो आप देखेगें कि विभिन्न समय पर गेंद की विभिन्न स्थितियाँ होती हैं। विभिन्न क्षणों और तदनुसार गेंद की विभिन्न स्थितियों की मूल बिंदु से दूरियों को ग्राफ पर प्रकट करने से हमें एक निश्चित रेखा प्राप्त होती है। इस प्रकार की रेखा को स्थिति-समय ग्राफ कहते हैं। सामान्यत: समय x–अक्ष पर दर्शाते हैं और वस्तु की स्थिति y–अक्ष पर दर्शाते हैं।



चित्र. 2.1 : विराम अवस्था में वस्तु का स्थिति-समय ग्राफ

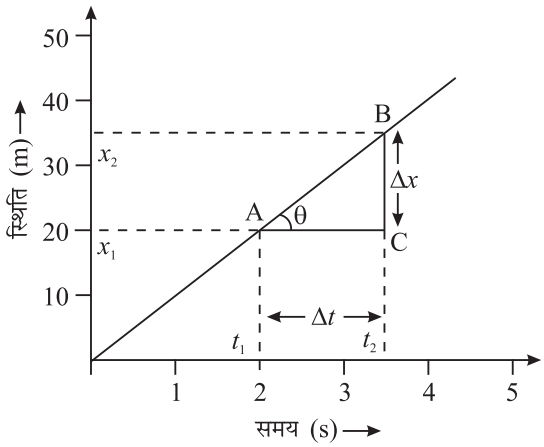
अब हम मूल बिंदु से 20 मीटर दूर विराम अवस्था में वस्तु के लिये एक स्थिति-समय ग्राफ खींचते हैं। वस्तु की स्थिति 1s, 2s, 3s, 4s और 5s के बाद क्या होगी? आप पायेंगे कि आलेख समय अक्ष के समान्तर सीधी रेखा है जैसा चित्र 2.1 में दिखाया गया है।

2.2.1 एकसमान गति के लिये 'स्थिति-समय ग्राफ'

आइये अब हम एक अन्य परिस्थिति पर विचार करें। जिसमें एक वस्तु समान समय अंतराल में समान दूरी तय करती है। उदाहरण के लिये यदि वस्तु प्रत्येक 1 सेकंड में 10 m की दूरी तय करती हैं। यदि हम 5 सेकंड तक हुई गति का अध्ययन करें तो विभिन्न समय पर वस्तु की स्थिति निम्न सारणी के अनुसार दर्शायी जायेगी।

समय (t) सेकन्ड में	1	2	3	4	5
स्थिति (x) मीटर में	10	20	30	40	50

इन आंकड़ों का आलेख बनाने के लिए x–अक्ष पर समय लीजिए जिसमें 1cm को 1 सेकंड मानिए और स्थिति को y–अक्ष पर लीजिए जिसमें 1cm को 10 मीटर के बराबर मानिए। 'स्थिति-समय ग्राफ' चित्र 2.2 के समान होगा।



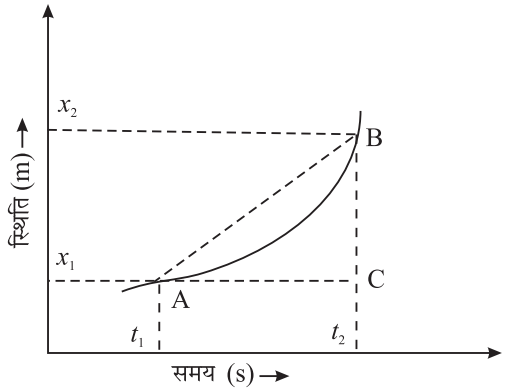
चित्र 2.2 : एक समान गति के लिये स्थिति-समय-ग्राफ

ग्राफ एक सीधी रेखा है जो कि x–अक्ष से एक कोण θ बनाती है। ऐसी गति जिसमें गतिशील वस्तु का वेग अचर रहे एकसमान गति कहलाती है। इसका स्थिति समय ग्राफ समय अक्ष पर झुकी हुई (एक कोण बनाती हुई) सरल रेखा के रुप में होता है।

दूसरे शब्दों में हम कह सकते हैं कि जब गतिशील वस्तु समान समय अंतराल में समान दूरियाँ तय करती है तो उसकी गति एकसमान गति कहलाती है।

2.2.2 असमान गति के लिये 'स्थिति-समय ग्राफ'

आइये अब हम एक रेलगाड़ी का उदाहरण लें जो एक स्टेशन से चलती है, गति पकड़ती है तथा कुछ अवधि तक एकसमान वेग से चलती है और दूसरे स्टेशन पर रुकने से पूर्व धीमी हो जाती है। इस उदाहरण में आप देखेंगे कि समय के समान अंतरालों में तय की गयी दूरियाँ समान नहीं हैं। इस प्रकार की वस्तुओं के लिये 'स्थिति-समय' ग्राफ' चित्र 2.3 में दिखाया गया है।



चित्र 2.3 : त्वरित गति का सततवक्र के रुप में स्थिति समय ग्राफ

ध्यान दें कि त्वरित गति के लिये 'स्थिति-समय ग्राफ' एक सतत वक्र है। अत: वस्तु वेग में निरंतर परिवर्तन हो रहा है। ऐसी स्थिति में अत्यंत छोटे समय अंतराल में औसत या तात्क्षणिक वेग को परिभाषित करना उपयुक्त है। आइये ऐसा करना सीखें।

2.2.3 'स्थिति-समय ग्राफ की व्याख्या

जैसा कि आपने देखा कि विभिन्न गतिशील वस्तुओं का 'स्थिति-समय ग्राफ' विभिन्न हो सकता है। यदि यह समय अक्ष के समान्तर सीधी रेखा है तो आप कह सकते हैं कि वस्तु विराम अवस्था में है। (चित्र 2.1)। लेकिन यदि सीधी रेखा समय अक्ष की ओर झुकी है तो यह दर्शाता है कि चाल एकसमान है (चित्र 2.2)

(a) स्थिति-समय ग्राफ से वेग : 'स्थिति समय ग्राफ की सीधी रेखा का ढाल गतिशील वस्तु का वेग बताता है। ढाल का निर्धारण करने के लिये सरल रेखा पर (चित्र 2.2) कोई दो बिंदु (A और B) चुनिए तथा y–अक्ष तथा x–अक्ष के समान्तर रेखा खींच कर त्रिभुज बनाइये। इस प्रकार वस्तु का औसत वेग निम्नलिखित है।

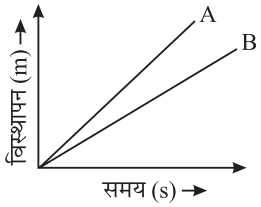
$$\bar{v} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{BC}{AC} \qquad (2.4)$$

अत: वस्तु का वेग सरल रेखा AB के ढाल के बराबर है।

इससे पता चलता है कि 'स्थिति-समय ग्राफ दर्शाने वाली सीधी रेखा का जितना ढाल ($\Delta x/\Delta t$) होगा उतना ही अधिक वस्तु का वेग होगा। ध्यान रहे कि क्षैतिज रेखा के साथ सरल रेखीय ग्राफ द्वारा बनाए गये कोण की स्पर्शज्या (tangent) उसके ढाल का माप है।

अर्थात् $\tan\theta = \dfrac{\Delta x}{\Delta t}$

ग्राफ पर किन्हीं दो स्थितियों के अन्तराल Δx व संगत समयों के अन्तराल Δt का उपयोग ढाल निकालने और इस प्रकार इस समय अंतराल में औसत वेग का मान प्राप्त करने में किया जा सकता है।

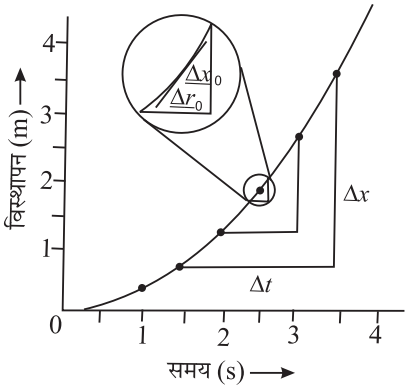


चित्र 2.4 :

उदाहरण 2.5 : दो वस्तुओं A और B का स्थिति-समय ग्राफ चित्र 2.4 में दर्शाया गया है। इनमें से किसका वेग अधिक है?

हल : वस्तु A का वेग अधिक है क्योंकि वस्तु A के लिये ग्राफ का ढाल अधिक है।

(ख) तात्क्षणिक वेग (Instantaneous velocity) : जैसा कि आपने सीखा कि सीधी रेखा में वेग प्रत्येक क्षण समान रहता है लेकिन असमान गति के प्रकरण में 'स्थिति-समय-ग्राफ' वक्र रेखा के रुप में आता है जैसा कि चित्र 2.5 में दर्शाया गया है। चयन किये गये समय अन्तरालों के आकार पर ढाल या औसत वेग भिन्न-भिन्न होता है। इस प्रकार के प्रकरणों में किसी समय या स्थिति में वस्तु का वेग तात्क्षणिक वेग कहलाता है।

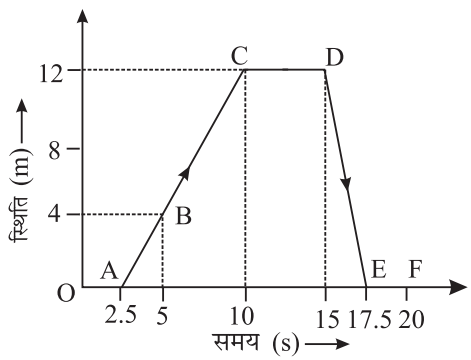


चित्र 2.5 : असमान गति के लिये स्थिति समय वक्र

ध्यान दें कि Δt समय अन्तराल में औसत वेग $\bar{v}$ निम्नवत होता है। $\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$. जब Δt का मान न्यून से न्यून किया जाता है तो औसत वेग क्रमशः तात्क्षणिक वेग के बराबर हो जाता है। $\Delta t \to 0$ सीमा लेने पर उस रेखा का ढाल $\left(\frac{\Delta x}{\Delta t}\right)$ जो उस बिंदु पर वक्र की स्पर्शज्या होती है तात्क्षणिक वेग बताता है। तथापि एक समान गति के लिये औसत और तात्क्षणिक बराबर होता है।

उदाहरण 2.6 : एक वस्तु की 20 सेकंड तक गति के लिये 'स्थिति समय ग्राफ' चित्र 2.6 में दर्शाया गया हैं बतलाइए कि वस्तु द्वारा निम्नलिखित समय अन्तरालों में कितनी गति से कितनी दूरी तय की गयी?

(i) 0 सेकंड से 5 सेकंड, (ii) 5 सेकंड से 10 सेकंड, (iii) 10 सेकंड से 15 सेकंड, (iv) 15 सेकंड से 17.5 सेकंड? 20 सेकंड के सम्पूर्ण समय काल में वस्तु की औसत चाल क्या होगी?



चित्र 2.6: स्थिति-समय ग्राफ

हल :

i) 0 सेकंड से 5 सेकंड के दौरान तय की गयी दूरी = 4 m

$$\text{चाल} = \frac{\text{दूरी}}{\text{समय}} = \frac{4}{5-0} = 0.8\ \text{ms}^{-1}$$

ii) 5 सेकंड से 10 सेकंड के दौरान तय की गयी दूरी = 12 – 4 = 8 m

$$\text{चाल} = \frac{12-4}{10-5} = \frac{8}{5} = 1.6\ \text{ms}^{-1}$$

iii) 10 से 15 सेकंड के दौरान तय की गयी दूरी = 12 – 12 = 0

$$\therefore \text{चाल} = \frac{0}{5} = 0$$

iv) 15 सेकंड से 17.5 सेकंड के दौरान तय की गयी दूरी = 12 m

$$\therefore \text{चाल} = \frac{\text{दूरी}}{\text{समय}} = \frac{12\ \text{m}}{2.5\ \text{s}} = 4.8\ \text{m s}^{-1}$$

अब आप अपनी प्रगति जाँचने के लिये निम्न प्रश्नों को हल कीजिए।

पाठगत प्रश्न 2.2

1. शून्य त्वरण की गति के लिये 'स्थिति-समय ग्राफ' बनाइए।
2. निम्नलिखित चित्र में दो विद्यार्थियों A और B का विस्थापन-समय ग्राफ दर्शाया गया है जो अपने विद्यालय से चलते हैं और अपने घर पहुँचते हैं। ग्राफों को ध्यान से देखें और निम्न प्रश्नों के उत्तर दें।

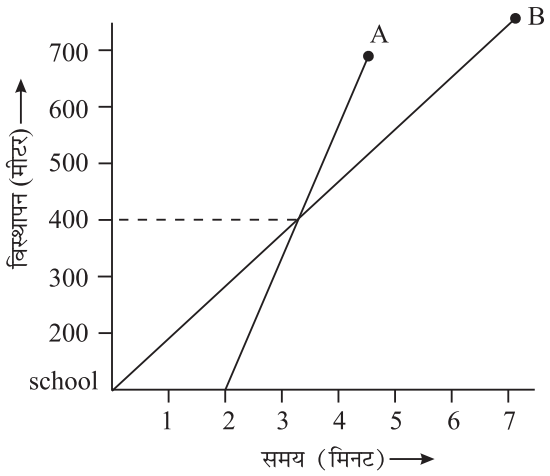
(i) क्या वे एक ही समय विद्यालय से चलते हैं?

(ii) कौन विद्यालय से अधिक दूरी पर रहता है?

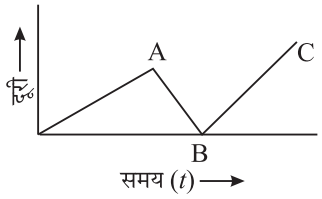
(iii) क्या दोनों अपने-अपने घर एक ही समय पर पहुँचते हैं?

(iv) कौन अधिक तेज चलता है?

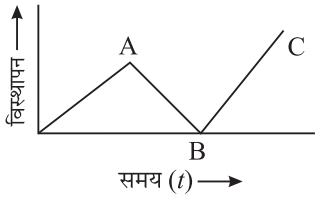
(v) वे विद्यालय से कितनी दूरी पर एक दूसरे को पार करते हैं?



3. किन परिस्थितियों में औसत वेग तात्क्षणिक वेग के बराबर होता है?
4. निम्न ग्राफ में से कौन सा संभव नहीं है? कारण सहित उत्तर दीजिए।



(a)



(b)

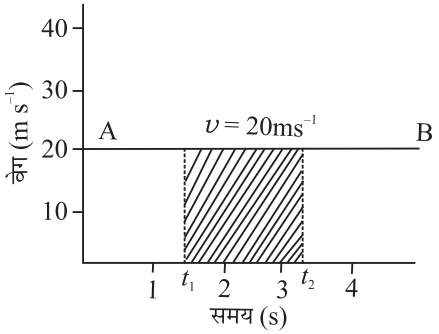
2.3 वेग-समय ग्राफ

स्थिति-समय ग्राफ की भाँति हम वेग-समय ग्राफ बना सकते हैं? वेग-समय ग्राफ बनाने के लिए सामान्यत: समय को x–अक्ष तथा वेग को y–अक्ष पर लिया जाता है।

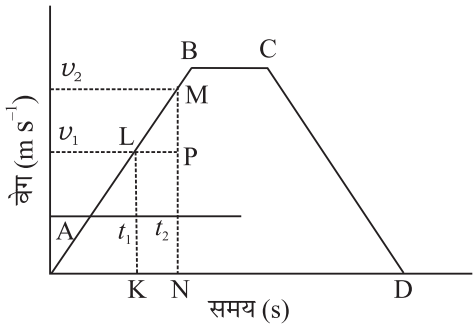
2.3.1 एकसमान गति के लिये वेग-समय ग्राफ

जैसा कि आप जानते हैं कि सरल रखीय एकसमान गति में वस्तु का वेग अचर रहता है अर्थात् समय में परिवर्तन के साथ वेग में कोई परिवर्तन नहीं होता। इस प्रकार की एकसमान गति

के लिये वेग-समय ग्राफ समय अक्ष के समान्तर सरल रेखा के रुप में होता है। जैसा कि चित्र 2.6 में दर्शाया गया है।



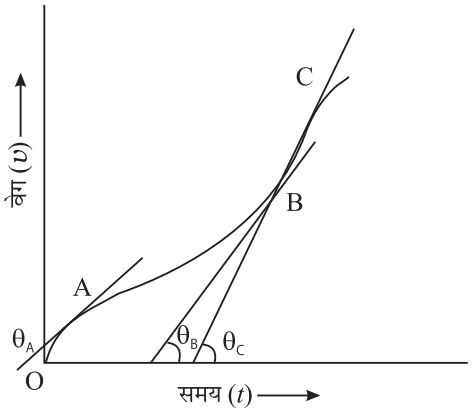
चित्र 2.6 : समान गति के लिये वेग समय ग्राफ



चित्र 2.7 : अचर त्वरण वाली तीन स्थितियों के लिये वेग-समय ग्राफ

2.3.2 असमान गति के लिये वेग-समय आलेख

यदि समय के साथ वस्तु का वेग समान रुप से बदलता है तो त्वरण एकसमान रहता है। इस प्रकार की गतिशील वस्तु के लिये वेग-समय ग्राफ सरल रेखा के रुप में होता है जैसा कि समय अक्ष की ओर झुका रहता है जैसा कि चित्र 2.7 में सरल रेखा AB द्वारा दर्शाया गया है। ग्राफ से स्पष्ट है कि एकसमान समय अंतरालों में समान परिमाणों से वेग बढ़ता है। वस्तु का औसत त्वरण निम्न सूत्र द्वारा ज्ञात किया जाता है।



चित्र 2.8 : विभिन्न त्वरण के साथ गति के लिये वेग-समय ग्राफ

$$\bar{a} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{MP}{LP}$$

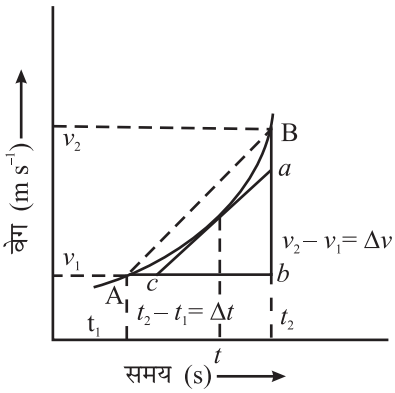
= सरल रेखा का ढाल

क्योंकि सरल रेखा का ढाल स्थिर रहता है। अत: वस्तु का त्वरण अचर रहता है। यद्यपि असमान गति के ऐसे प्रकरण हो सकते हैं जिनमें वेग परिवर्तन की दर अचर न हो। इस प्रकार की स्थिति में वेग-समय ग्राफ का ढाल प्रत्येक क्षण भिन्न होगा जैसा कि चित्र 2.8 में दिखाया गया है। यह देखा जा सकता है कि विभिन्न बिंदुओं A, B और C पर θ_A, θ_B और θ_C के मान अलग-अलग हैं।

2.3.3 वेग-समय ग्राफ की व्याख्या

वेग-समय ग्राफ की सहायता से हम वस्तु द्वारा तय की गयी दूरी और विभिन्न क्षणों में वस्तु का त्वरण भी निर्धारित कर सकते हैं। आईए देखें हम ऐसा किस प्रकार कर सकते हैं।

(a) वस्तु द्वारा तय की गयी दूरी का निर्धारण: चित्र 2.7 में दर्शाये गये वेग-समय ग्राफ पर पुन: विचार करें। इस ग्राफ में AB भाग अचर त्वरण के साथ गति दर्शाता है जबकि CD भाग अचर मंदित-गति दर्शाता है। भाग BC एकसमान गति दर्शाता है।



चित्र. 2.9 : असमान त्वरण की गति का वेग-समय ग्राफ

समान गति से चलती हुई वस्तु द्वारा t_1 से t_2 समय के बीच चली गयी दूरी $s = \upsilon (t_2 - t_1) =$ t_1 व t_2 अंतराल के बीच वक्र तथा समय अक्ष के बीच का क्षेत्रफल (चित्र 2.6)।

इस परिणाम के व्याप्तिकरण द्वारा चित्र 2.7 के लिये हम पाते हैं कि t_1 व t_2 के बीच के समय-अंतराल में चली गयी दूरी

$$s = \text{समलम्ब चतुर्भुज KLMN का क्षेत्रफल}$$
$$= (½) \times (KL + MN) \times KN$$
$$= (½) \times (\upsilon_1 + \upsilon_2) \times (t_2 - t_1)$$

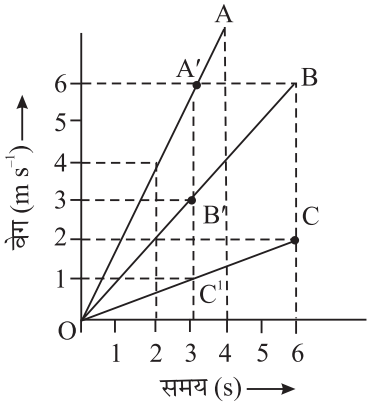
(b) वस्तु के त्वरण का निर्धारण : हम जानते हैं कि किसी वस्तु की समय के साथ वेग परिवर्तन की दर को त्वरण कहते हैं। यदि आप चित्र 2.9 में वेग समय ग्राफ का अवलोकन करें तो AB चाप की ढाल द्वारा औसत त्वरण दर्शाया गया है। जो निम्न प्रकार व्यक्त किया गया है।

$$\text{औसत त्वरण } (\bar{a}) = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}.$$

यदि समय-अंतराल को अत्यधिक न्यून कर दिया जाय तो औसत त्वरण तात्क्षणिक त्वरण बन जाता है। अत: तात्क्षणिक त्वरण,

$$a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt} = \text{समय } t \text{ के संगत बिन्दु पर स्पर्श रेखा का ढाल}$$

अत: वेग-समय आलेख के किसी बिंदु पर स्पर्श रेखा का ढाल $= \frac{ab}{bc}$, उस बिंदु या समय पर त्वरण का परिमाण प्रदान करता है।



चित्र. 2.9(a) : सम त्वरण युक्त तीन भिन्न वस्तुओं की गति का वेग-समय ग्राफ

उदाहरण 2.7 : तीन वस्तुओं A, B और C के लिये वेग समय ग्राफ चित्र 29.a में दर्शाये गये हैं।

(i) इनमें से किसका सबसे अधिक त्वरण है तथा वह कितना है?

(ii) पहले 3 सेकंड में इन वस्तुओं द्वारा तय की गयी दूरी की गणना कीजिए।

(iii) इन तीन वस्तुओं में से कौन अपनी पूरी यात्रा में अधिकतम दूरी तय करता है?

(iv) 2 सेकंड के क्षण में तीनों वस्तुओं के वेग क्या-क्या हैं।

हल :

(i) क्योंकि $v-t$ ग्राफ का ढाल त्वरण प्रदान करता है और वस्तु A के लिये $v-t$ ग्राफ का ढाल अधिकतम है। अतः इसका त्वरण अधिकतम है और इसका मान

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{6-0}{3-0} = \frac{6}{3} = 2 \text{ m s}^{-2}.$$

(ii) वस्तु द्वारा तय की गयी दूरी v-t ग्राफ के क्षेत्रफल के बराबर होती है। पहले 3 सेकन्ड में

A द्वारा तय की गयी दूरी = Area OA′L

$= (½) \times 6 \times 3 = 9$ m.

B द्वारा तय की गयी दूरी = क्षेत्रफल OB′L

$= (½) \times 3 \times 3 = 4.5$ m.

C द्वारा तय की गयी दूरी $= (½) \times 1 \times 3 = 1.5$ m.

(iii) यात्रा पूरी होने पर B द्वारा तय की गयी अधिकतम दूरी

$= (½) \times 6 \times 6 = 18$ m.

(iv) क्योंकि प्रत्येक वस्तु के लिए v-t ग्राफ सरल रेखा है, अतः तात्क्षणिक त्वरण औसत त्वरण के बराबर है। दो सेकंड पर,

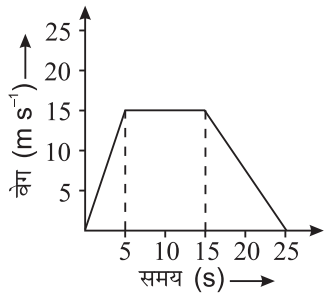
A का वेग $= 4 \text{ m s}^{-1}$

B का वेग $= 2 \text{ m s}^{-1}$

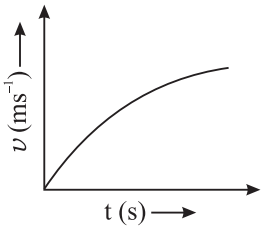
C का वेग $= 0.80 \text{ m s}^{-1}$ (लगभग)

पाठगत प्रश्न 2.3

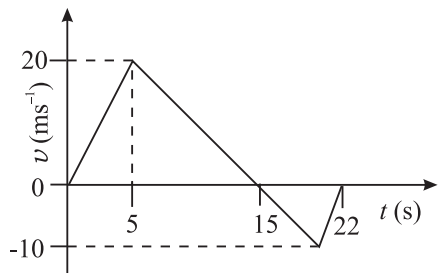
1. एक सरल रेखा में चलते हुए कण की गति संलग्न $v-t$ ग्राफ में दर्शायी गयी है। (i) वेग, त्वरण एवं चली गयी दूरी के संदर्भ में ग्राफ का वर्णन करो (ii) औसत चाल का मान ज्ञात करो।



2. संलग्न वक्र किस प्रकार की गति को दर्शाता है- एकसमान गति, त्वरित गति या मंदित? व्याख्या करें।



3. संलग्न $v-t$ ग्राफ को प्रयोग करते हुए 0.22 सेकन्ड समय अन्तराल के लिये (i) कण का औसत वेग (ii) कण की औसत चाल ज्ञात करें। कण सतत रुप से सरल रेखीय गति कर रहा है।



2.4 गति के समीकरण

जैसा कि आप जानते हैं कि वस्तु की गति का वर्णन करने के लिए हम भौतिक राशियों जैसे दूरी, वेग और त्वरण का उपयोग करते हैं। गति के समीकरणों की सहायता से स्थिर त्वरण की स्थिति में वेग व तय की गयी दूरी संबंधी गणनाएं की जा सकती हैं। ये उपयोग में आसान हैं और इनके अनेक अनुप्रयोग हैं।

2.4.1 एक समान गति का समीकरण

इस समीकरण की व्युत्पत्ति के लिये हम प्रारंभिक समय t_1 को शून्य लेते हैं, अर्थात् $t_1 = 0$ अब हम यह मान सकते हैं कि $t_2 = t$ बीता हुआ समय है। वस्तु की प्रारंभिक स्थिति ($x_1 = x_0$) और समय t पर वे x_2 व v_2 के बजाय x व v कहलाये जायेंगे। समीकरण 2.1 के अनुसार समय t के दौरान औसत वेग निम्नलिखित होगा

$$\bar{v} = \frac{x - x_0}{t}. \qquad (2.4)$$

2.4.2 एक समान त्वरण युक्त गति का पहला समीकरण

यदि त्वरण ज्ञात हो तो गति का पहला समीकरण एक निश्चित समय के बाद वस्तु के वेग को निर्धारित करने में सहायता करता है। जैसा आपको परिभाषा द्वारा ज्ञात है कि

$$\text{त्वरण } (a) = \frac{\text{वेग में परिवर्तन}}{\text{लिया गया समय}} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

$$a = \frac{v - v_0}{t} \qquad (2.5)$$

अथवा

$$v = v_0 + at \qquad (2.6)$$

यह गति का पहला समीकरण कहलाता है। यहाँ v_0 वस्तु का प्रारंभिक ($t = 0$ पर) वेग है एवं v क्षण t पर वेग है।

उदाहरण 2.8 : यदि एक कार विश्रामावस्था से 10 m s^{-2} के त्वरण के साथ चलती है तो 5 सेकंड बाद इसका वेग कितना होगा?

हल : दिया है

प्रारंभिक वेग $v_0 = 0$

त्वरण $a = 10 \text{ m s}^{-2}$

समय $t = 5 \text{ s}$

गति के पहले समीकरण का उपयोग करने पर,

$$v = v_0 + at$$

समय $t = 5\text{s}$ के बाद वेग

$$v = 0 + (10 \text{ m s}^{-2}) \times (5 \text{ s})$$
$$= 50 \text{ m s}^{-1}$$

2.4.3 स्थिर (अचर) त्वरण वाली गति का दूसरा समीकरण

गति के दूसरे समीकरण का उपयोग अचर त्वरण a से चल रही वस्तु की समय t के बाद की स्थिति का परिकलन करने के लिए किया जाता है।

माना $t = 0$ पर $x_1 = x_0$;

$v_1 = v_0$ और $t = t$ पर $x_2 = x$ और $v_2 = v$

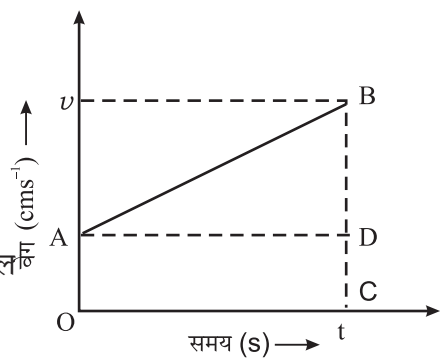
अत: तय की गयी दूरी

$= v - t$ ग्राफ के नीचे का क्षेत्रफल

= समलम्ब चतुर्भुज OABC का क्षेत्रफल

$$= \frac{1}{2}(\text{CB} + \text{OA}) \times \text{OC}$$

$$x - x_0 = ½ (v + v_0)\, t \text{ ..... (2.7)}$$



चित्र 2.10 : समान रुप से त्वरित गति के लिये *v–t* ग्राफ

क्योंकि $v = v_0 + at$ औसत $v = \dfrac{v - v_0}{2}$ ..... (2.8)

$$= v_0 t + ½\, at^2$$

अथवा $$x = x_0 + v_0 t + ½\, at^2 \qquad (2.9)$$

उदाहरण 2.9 : एक कार A सीधी सड़क पर 60 km h^{-1} की एकसमान चाल से जा रही है। दूसरी कार उसके पीछे 70 km h^{-1} के एकसमान के वेग से चल रही है। इन दोनों के बीच जब 2.5 km की दूरी रह गयी तो कार B में 20 km h^{-1} का मंदन किया गया। कितनी दूरी और कितने समय में कार B कार A को पकड़ लेगी?

हल : मान लो B कार A कार को t– समय के बाद x–दूरी पर पकड़ लेती है। तब

कार A द्वारा t–समय में तय की गयी दूरी $x' = 60 \times t$.

कार B द्वारा t समय में तय की गयी दूरी

$$x = x_0 + v_0 t + \tfrac{1}{2} at^2$$
$$= 0 + 70 \times t + \tfrac{1}{2}(-20) \times t^2$$
$$x' = 70\,t - 10\,t^2$$

लेकिन दो कारों के बीच की दूरी $x - x' = 2.5$

$$(70\,t - 10\,t^2) - (60\,t) = 2.5$$

या $$10\,t^2 - 10\,t + 2.5 = 0$$

इससे t का मान

$t = \tfrac{1}{2}$ मान रखकर $\tfrac{1}{2}$ घंटा प्राप्त होता है। समीकरण हल करने पर

$$x = 70t - 10t^2$$
$$= 70 \times \tfrac{1}{2} - 10 \times (\tfrac{1}{2})^2$$
$$= 35 - 2.5 = 32.5 \text{ km.}$$

2.4.4 अचर त्वरण वाली गति का तीसरा समीकरण

इस समीकरण का उपयोग उस स्थिति में किया जाता है जब वस्तु का त्वरण, स्थिति और प्रारंभिक वेग ज्ञात हो तथा अंतिम वेग अपेक्षित हो, लेकिन समय t ज्ञात न हो,

समीकरण (2.7) को हम निम्न प्रकार लिख सकते हैं।

$$x - x_0 = \tfrac{1}{2}(v + v_0)\,t$$

समीकरण (2.6) के अनुसार

$$t = \frac{v - v_0}{a}$$

समीकरण 2.7 में t का मान प्रतिस्थापित करने पर हमें प्राप्त होता है।

$$x - x_0 = \tfrac{1}{2}(v + v_0)\left(\frac{v - v_0}{a}\right)$$

$\Rightarrow$ $$2a\,(x - x_0) = v^2 - v^0$$

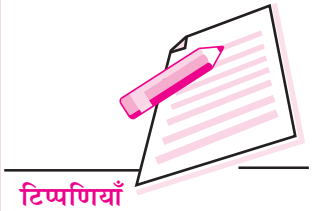
$\Rightarrow$ $$v^2 = v_0^2 + 2a\,(x - x_0) \qquad (2.8)$$

यह गति का तीसरा समीकरण है।

अत: अचर त्वरण के लिये गति के तीन समीकरण इस प्रकार हैं।

$$v = v_0 + at$$
$$x = x_0 + v_0 t + \tfrac{1}{2} at^2$$

और $$v^2 = v_0^2 + 2a\,(x - x_0)$$



उदाहरण 2.10 : एक मोटर साइकिल सवार एक सीधी सड़क पर 4 m s^{-2} के अचर त्वरण से जा रहा है। प्रारंभ में वह 5 मीटर की दूरी पर था और उसका वेग 3 m s^{-1} था तो

(i) समय t = 2s पर स्थिति और वेग बताइए

(ii) मोटर साइकिल सवार की स्थिति बताइए जब उसका वेग 5 m s^{-1} हो।

हल : दिया गया है

$$x_0 = 5\text{m}, \upsilon_0 = 3\text{m s}^{-1}, a = 4 \text{ m s}^{-2}.$$

समीकरण (2.7) का उपयोग करने पर

$$x = x_0 + \upsilon_0 t + ½ at^2 = 5 + 3 \times 2 + ½ \times 4 \times (2)^2 = 19 \text{ m}$$

समीकरण 2.6 से

$$\upsilon = \upsilon_0 + at = 3 + 4 \times 2 = 11 \text{ m s}^{-1}$$

$\upsilon^2 = \upsilon_0^2 + 2a\,(x - x_0)$ का उपयोग करने पर

$$(5)^2 = (3)^2 + 2 \times 4 \times (x - 5) \text{ से हमें}$$

$$x = 7 \text{ मीटर प्राप्त होता है।}$$

अत: मोटरसाइकिल सवार की स्थिति $(x) = 7$ m.

2.5 गुरुत्वाधीन गति

आपने देखा होगा कि जब हम किसी वस्तु को ऊपर की दिशा में फेंकते हैं या किसी ऊँचाई से पत्थर गिराते हैं तो दोनों ही स्थितियों में वे पृथ्वी की ओर आते हैं। क्या आप जानते हैं कि वे पृथ्वी पर क्यों आ जाते हैं और वे किस प्रकार का पथ अपनाते हैं। यह उन वस्तुओं पर लगने वाले पृथ्वी के गुरुत्वाकर्षण बल के कारण होता है। गुरुत्व के प्रभाव के अन्तर्गत होने वाली इस प्रकार की गतियाँ एक सीधी दिशा या सीधी रेखा में होती हैं। पृथ्वी की ओर किसी वस्तु का स्वतंत्र रुप से गिरना अचर त्वरण (लगभग) के साथ गति का एक सर्वाधिक सामान्य उदाहरण हैं। वायु प्रतिरोध की अनुपस्थिति में यह देखा गया है कि सभी वस्तुएँ चाहे उनका साइज या द्रव्यमान कुछ भी हो पृथ्वी की सतह पर समान त्वरण के साथ गिरती हैं। यद्यपि गुरुत्व जनित त्वरण का मान ऊँचाई के साथ परिवर्तित होता है लेकिन पृथ्वी की त्रिज्या की तुलना में नगण्य दूरियों के लिये इस परिवर्तन को नगण्य मान लिया जाता है और गति की अवधि में इसका मान स्थिर रहता है। इसके व्यावहारिक उपयोग के लिये वायु प्रतिरोधकता एवं ऊँचाई के साथ त्वरण में भिन्नता का प्रभाव नगण्य लिया जाता है।

गुरुत्व के कारण स्वतंत्र रुप से गिरती वस्तु के त्वरण को 'g' से दर्शाते हैं। पृथ्वी की सतह पर इसका परिमाण लगभग 9.8 m s^{-2} ऊँचाई और अक्षांशों में परिवर्तन के कारण इसकी भिन्नता और अधिक परिशुद्ध मानों का विस्तृत विवेचन इस पुस्तिका के पाठ 5 में किया जायेगा।

गैलीलियो (1564–1642)

इनका जन्म पीसा, इटली में 1564 में हुआ था, इन्होंने गिरती हुई वस्तुओं के नियमों का प्रतिपादन किया। इन्होंने एक दूरबीन बनाई तथा उसे खगोलीय प्रेक्षणों के लिए उपयोग किया। "डायलॉग्स अबाउट टू ग्रेट सिस्टम ऑफ दि वर्ल्ड " और "कन्वर्सेसन्स कंसरनिंग द न्यू साइंसेज" इनकी महान कृतियाँ हैं। इन्होंने इस विचार का अनुमोदन किया कि पृथ्वी सूर्य की परिक्रमा करती है।

उदाहरण 2.11 : एक पत्थर को 50 m की ऊँचाई से गिराया जाता है और यह स्वतंत्र रुप से गिरता है। निम्नलिखित को ज्ञात कीजिए:

(i) 2s में तय की गयी दूरी

(ii) पृथ्वी पर पहुँचने पर पत्थर का वेग

(iii) गिरने के 3 सेकन्ड बाद वेग

हल : दिया गया है

ऊँचाई $(h) = 50$ m और प्रारंभिक वेग $v_0 = 0$

प्रारंभिक स्थिति (y_0) को शून्य तथा मूल बिंदू '0' पर मानें। अत: इसके नीचे y–अक्ष (ऊर्ध्वाधर अक्ष) ऋणात्मक होगी। चूँकि त्वरण ऋणात्मक y–अक्ष की दिशा में नीचे की ओर है।

अत: $a = -g = -9.8\ \text{ms}^{-2}$.

(i) समीकरण 2.9 का उपयोग करने पर

$$y = y_0 + v_0 t + \tfrac{1}{2} at^2$$

हमें प्राप्त होता है:

$$y = 0 + 0 - \tfrac{1}{2} gt^2 = -\tfrac{1}{2} \times 9.8 \times (2)^2$$
$$= -19.6\ \text{m}.$$

ऋणात्मक चिन्ह दर्शाता है कि दूरी मूल बिंदु से नीचे की ओर अधोगामी दिशा में है।

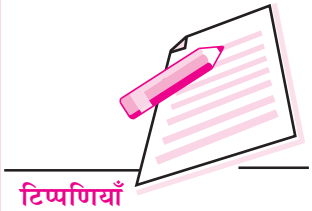
(ii) पृथ्वी पर $y = -50$ m

समीकरण 2.9 को उपयोग करने से

$$v^2 = v_0^2 + 2a\,(y - y_0)$$
$$= 0 + 2\,(-9.8)\,(-50 - 0)$$
$$v = 9.9\ \text{m s}^{-1}$$

(iii) समीकरण $v = v_0 + at$ का उपयोग करने पर, जहाँ $t = 3$s है

$$\therefore \quad v = 0 + (-9.8) \times 3$$
$$v = -29.4\ \text{m s}^{-1}$$



यह दर्शाता है कि $t = 3$ s पर पत्थर का वेग 29.4 m s^{-1} है और यह अधोगामी दिशा में है। अब एक विराम के बाद निम्नलिखित प्रश्नों को हल करें।

टिप्पणी : यहाँ यह बात ध्यान देने योग्य है कि गति के समीकरणों में हम चिह्नों की एक परिपाटी का उपयोग करते हैं जिसके अनुसार ऊर्ध्व एवं दक्षिणवर्ती दिशाओं में राशियों को धनात्मक एवं अधोमुखी एवं वामवर्ती दिशाओं में राशियों को ऋणात्मक मान लिया जाता है।

2.6 अवकलन एवं समाकलन की संकल्पनाएं

भौतिकी के नियमों की व्याख्या और बोध के लिए तथा विभिन्न भौतिक राशियों के बीच संबंध प्राप्त करने में गणित की सभी शाखाओं ने अत्यन्त उपयोगी साधनों का काम किया है। इस संबंध में बीजगणित ओर त्रिकोणमिति के उपयोग से आप पहले से ही परिचित हैं। भौतिकी के आगे के अध्ययन में आपको अवकलन एवं समाकलन के उपयोग से संबंधित समस्याएं मिलेंगी। इसलिए अवकलन एवं समाकलन की संकल्पनाओं का एक संक्षिप्त विवरण दिया जा रहा है। इन संकल्पनाओं के और गहन अध्ययन के लिए आप गणित की पुस्तकों का अवलोकन कर सकते हैं।

इस विषय का अध्ययन करते समय आपको निम्नलिखित पद मिलेंगे। आइए इनकी परिभाषा जानें

अचरांक: यह एक ऐसी राशि है जिसका मान गणितीय संक्रियाओं के दौरान नहीं बदलता। उदाहरण: 1, 2, 3....जैसे पूर्णांक, भिन्नें, π, e, आदि।

चर: यह एक ऐसी राशि है जो गणितीय संक्रियाओं के दौरान अलग-अलग मान ग्रहण कर सकती हैं। चर को प्राय: x, y, z आदि द्वारा निरूपित किया जाता है।

फलन: यदि 'x' के प्रत्येक मान के संगत 'y' का एक निश्चित मान हो तो 'y' को हम 'x' का फलन कहते हैं।

गणित में हम इसे नीचे दिए अनुसार निरूपित करते हैं-

$$y = f(x)$$

अर्थात y चर x का फलन है।

अवकलन गुणांक-किसी चर 'x' के सापेक्ष चर 'y' का अवकलन गुणांक 'y' में 'x' के सापेक्ष आने वाले तात्क्षणिक परिवर्तन की दर है।

माना कि 'y' चर 'x' का फलन है, अर्थत $y = f(x)$, माना कि x के मान में अत्यल्प वृद्धि δx की जाती है तो y में इसके संगत अत्यल्प वृद्धि δy होती है। तब $y + \delta y$ भी $(x + \delta x)$ का फलन होगा।

अथवा $$y + \delta y = f(x + \delta x)$$

अथवा $$\delta y = f(x + \delta x) - y$$

अथवा $$\frac{\delta y}{\delta x} = \frac{f(x+\delta x) - f(x)}{\delta x}$$

राशि $\frac{\delta y}{\delta x}$ संवृद्धि अनुपात कहलाता है तथा x एंव $(x+\delta x)$ के परिसर में x के सापेक्ष y में परिवर्तन की औसत दर को निरूपित करता है। x के सापेक्ष y में परिवर्तन की तात्क्षणिक दर ज्ञात करने के लिए हमें $\frac{\delta y}{\delta x}$ का सीमान्त मान δx के शून्य होते हुए $(\delta x \to 0)$ मान के लिए ज्ञात करना होगा।

अर्थात् $$\lim_{\delta x \to 0} \frac{\delta y}{\delta x} = \lim_{\delta x \to 0} \frac{f(x+\delta x) - f(x)}{\delta x}$$

अत: x के सापेक्ष y में परिवर्तन की दर का तात्क्षणिक मान होगा $\lim_{\delta x \to 0} \frac{\delta y}{\delta x}$. यह x के सापेक्ष y का अवकलन गुणांक कहलाता है और इसे हम $\frac{dy}{dx}$ से निरूपित करते हैं।

समाकलन

समाकलन अवकलन की व्युत्क्रम गणितीय संक्रिया है। इस संकल्पना को समझने के लिए, माना कि पिंड पर एक नियत बल **F** लगता है जिसके कारण यह x दूरी तय करता है। तब बल द्वारा किया गया कार्य गुणनफल $W = \mathbf{F} \cdot \mathbf{S}$ द्वारा ज्ञात किया जाता है।

परन्तु यदि बल परिवर्तनशील हो तो साधारण बीजगणित का उपयोग करके किए गए कार्य का परिकलन नहीं किया जा सकता।

उदाहरण के लिए यदि किसी पिंड को पृथ्वी की सतह से बहुत ऊपर ले जाना हो तो जैसे-जैसे पिंड ऊपर जाता है इस पर गुरुत्व का बल परिवर्तित होता है। इस तरह के प्रकरण में कार्य के परिकलन के लिए समाकलन विधि का उपयोग करते हैं।

परिवर्तनशील बल द्वारा किए गए कार्य के परिकलन के लिए (देखिए, अनुभाग 6.2 परिवर्ती बल द्वारा किया गया कार्य)

कृत कार्य, $$W = \Sigma F(x)\Delta x$$

Δx के अत्यल्प मान के लिए

$$W = \sum_{\lim \Delta x \to 0} F(x)\,dx$$

इसको लिख सकते हैं

$$W = \int F(x)\,dx$$

यह व्यंजक x के सापेक्ष फलन $F(x)$ का समाकल कहलाता है। संकेत '$\int$' समाकलन निर्दिष्ट करता है।

प्राय: उपयोग में आने वाले समाकलन एवं अवकलन के कुछ सूत्र

(i) $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1}$ (for n $\neq 1$)	(i) $\frac{d}{dx}x^n = nx^{n-1}$
(ii) $\int x^{-1}dx = \int \frac{1}{x}dx = \log x$	(ii) $\frac{d}{dx}(\log x) = \frac{1}{x}$
(iii) $\int dx = \int x^0 dx = \frac{x^1}{1} = x$	(iii) $\frac{d}{dx}(x) = 1$
(iv) $\int cxdx = c\int xdx$ (c अचरांक है)	(iv) $\frac{d}{dx}(cu) = c\frac{d}{dx}(u)$
(v) $\int (u \pm v \pm w)dx = \int udx \pm \int vdx \pm \int wdx$	(v) $\frac{d}{dx}(u \pm v \pm w) = \frac{du}{dx} \pm \frac{dv}{dx} \pm \frac{dw}{dx}$
(vi) $\int e^x dx = e^x$	(vi) $\frac{d}{dx}(e^x) = e^x$
(vii) $\int \sin xdx = -\cos x$	(vii) $\frac{d}{dx}\{\sin(x)\} = +\cos x$
(viii) $\int \cos xdx = \sin x$	(viii) $\frac{d}{dx}(\cos x) = -\sin x$
(ix) $\int \sec^2 xdx = \tan x$	(ix) $\frac{d}{dx}(\tan x) = \sec x$
(x) $\int \text{cosec}^2 xdx = -\cot x$	(x) $\frac{d}{dx}(\cot x) = -\text{cosec}^2 x$

इस सारणी को ध्यान से देखेंगे तो आपको यह स्पष्ट हो जाएगा कि समाकलन और अवकलन एक दूसरे की व्युत्क्रम संक्रियाएं हैं।

कुछ देर रुकिए और नीचे लिखे प्रश्नों को हल कीजिए।

पाठगत प्रश्न 2.4

1. एक वस्तु विराम अवस्था से प्रारंभ करके अचर त्वरण के साथ 4 सेकन्ड में 40 मीटर की दूरी तय करती है। इसका अंतिम वेग ज्ञात कीजिये तथा कुल दूरी का आधा भाग तय करने के लिये आवश्यक समय बताइए।
2. एक कार एक सड़क पर 5 मीटर/सेकन्ड के अचर त्वरण के साथ चल रही है। प्रारंभ में 5 मीटर पर उसका वेग 3 मीटर/सेकंड था। 2 सेकंड के बाद इसकी स्थिति और वेग की गणना कीजिए।

3. एक वस्तु को ऊर्ध्वाधर दिशा में किस वेग से फेंका जाय कि वह 25 मीटर की ऊँचाई तक पहुँचे। यह भी बताइए कि वह कितने समय तक वायु में रहेगी।
4. एक गेंद ऊपर की ओर हवा में फेंकी गयी। उसका त्वरण फेंकते समय अधिक होगा या फेंकने के कुछ समय बाद।

आपने क्या सीखा

- एक वस्तु के विस्थापन एवं तदनुरुप समय अंतराल का अनुपात औसत वेग कहलाता है।
- तय की गयी दूरी को, दूरी तय करने में लिये गये समय से भाग देने पर औसत चाल प्राप्त होती है।
- एक वस्तु की आपेक्षिक स्थिति में दूसरी वस्तु के सापेक्ष परिवर्तन की दर दूसरी वस्तु के सापेक्ष पहली वस्तु का आपेक्षिक वेग कहलाता है।
- एकांक समय में वेग में परिवर्तन त्वरण कहलता है।
- विराम स्थिति में वस्तु का स्थिति-समय ग्राफ, समय अक्ष की ओर झुकी हुई रेखा के रुप में होता है।
- एकसमान चाल के लिये स्थिति-समय ग्राफ, समय अक्ष की ओर झुकी हुई रेखा के रुप में होता है।
- वस्तु द्वारा समान समय अंतराल में समान दूरी तय करने को एकसमान चाल कहते हैं।
- समय के किसी एक क्षण या उसके पथ के किसी एक बिंदु पर वस्तु का वेग उसका तात्क्षणिक वेग कहलाता है।
- 'स्थिति-समय आलेख का ढाल वेग बतलाता है।
- सतत त्वरण के साथ गतिशील वस्तु के लिये वेग समय ग्राफ समय अक्ष पर झुकी हुई सीधी रेखा के रुप में होता है।
- वेग समय ग्राफ के अंतर्गत आने वाला क्षेत्रफल तय की गयी दूरी बताता है।
- वस्तु के त्वरण का परिकलन वेग समय आलेख के ढाल द्वारा किया जा सकता है।
- वस्तु की गति की व्याख्या के लिये निम्नलिखित तीन समीकरण उपयोग किये जाते हैं।

  (i) $\upsilon = \upsilon_0 + at$

  (ii) $x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} at^2$

  (iii) $\upsilon^2 = v_0^2 + 2a.(x - x_0)$
- अवकलन एवं समाकलन की संकल्पनाओं सम्बन्धी प्रारम्भिक ज्ञान।

पाठांत प्रश्न

1. औसत चाल और औसत वेग में अंतर बताइए।

2. एक कार "A" 65 किलामीटर प्रति घण्टे की चाल से सीधी सड़क पर जा ही है। उसी दिशा में एक मोटर साइकिल "B" भी उससे आगे 80 किलोमीटर/प्रतिघंटे की चाल से जा रही है। "A" के सापेक्ष "B" का वेग क्या है?

3. एक कार 30 m की दूरी तय करने में कितना समय लेगी यदि वह विराम की अवस्था से 2.0 m s^{-2} की दर से त्वरण करती है?

4. एक मोटर साइकिल चालक दो स्थानों के बीच की आधी दूरी 30 km h^{-1} की चाल से और शेष आधा भाग 60 km h^{-1} की चाल से तय करता है। मोटर साइकिल की औसत चाल ज्ञात कीजिए।

5. एक जल पक्षी सीधे दक्षिण की ओर 25 किलोमीटर दूरी जाने के लिये 20 किलोमीटर प्रति घंटे के अचर वेग से उड़ता है। यह जल पक्षी वह दूरी तय करने में कितना समय लेगा?

6. बंगलौर-नई दिल्ली की वायुयान यात्रा में सरल रेखीय दूरी 1200 किलोमीटर है और ट्रेन से दूरी 1500 किलोमीटर है। यदि वायुयान द्वारा यात्रा 2 घंटे में पूरी होती है और रेल द्वारा 20 घंटे में तो दोनो यात्राओं की औसत चाल का अनुपात बताइए।

7. एक कार विरामवस्था से सीधी सड़क पर गति करती हुई 5 सेकन्ड में 50 किलोमीटर प्रति घंटे का वेग प्राप्त करे तो उसका औसत त्वरण बताइए।

8. एक वस्तु 2.1 मीटर/सेकंड के प्रारंभिक वेग से शुरु करके 3 सेकन्ड के लिए 8.0 मीटर/सेकन्ड^2 त्वरण से गति करती है।

   (a) वस्तु त्वरण की अवधि में कितनी दूरी तय करेगी।

   (b) यदि वस्तु प्रारंभ में विराम अवस्था में होती तो वह कितनी दूरी तय करती?

9. एक गेंद एक चट्टान के शिखर से विराम अवस्था से छोड़ी जाती है। चट्टान के शीर्ष को शून्य स्तर पर लेते हुए और ऊपर की स्थिति को धनात्मक दिशा लेते हुए निम्न ग्राफ खींचिऐ।

   (i) विस्थापन-समय ग्राफ; (ii) वेग-समय ग्राफ; (iii) चाल समय ग्राफ

10. एक गेंद h ऊँचाई वाली चट्टान के शिखर से वेग v_0 से ऊर्ध्वाधर दिशा में ऊपर की ओर फेंकी जाती है और चट्टान तल पर आ गिरती है। तल को संदर्भ स्थल (शून्य तल) लेते हुए और ऊपर की दिशा को धनात्मक मानते हुए निम्नलिखित ग्राफ बनाइए।

    (i) दूरी-समय ग्राफ; (ii) वेग-समय ग्राफ; (iii) विस्थापन-समय ग्राफ; (iv) चाल-समय ग्राफ

11. एक वस्तु 10 मीटर/सेकन्ड के वेग से ऊर्ध्वाधर ऊपर की ओर फेंकी जाती है। उच्चतम बिंदु पर वस्तु के त्वरण और वेग का क्या मान होगा?

12. 10 ग्राम एवं 100 ग्राम द्रव्यमान की दो वस्तुएँ एकसमान ऊँचाई से गिराई जाती हैं। क्या वे एक समय पर भूमि पर पँहुचेंगी? व्याख्या कीजिए।

13. एकसमान गति करते पिंड में उसकी गति की दिशा से समकोण पर त्वरण दिया जाता है। इससे उसकी गति किस प्रकार प्रभावित होगी?

14. किसी क्षण पर वेग–समय ग्राफ का ढाल क्या बतलाता है?

पाठगत प्रश्नों के उत्तर

2.1

1. हाँ। जब वस्तु अपनी प्रारंभिक स्थिति पर वापस आती है तो उसका वेग शून्य होता है लेकिन उसकी चाल शून्य नहीं होती।

2. औसत चाल $= \dfrac{2+2}{\dfrac{2}{8}+\dfrac{2}{10}} = \dfrac{4}{9} \times 20 = 8.89 \text{ km h}^{-1}$, तथा औसत वेग $= 0$

3. हाँ, जब दो कारें समान वेग से समान दिशा में गति कर रही हों तो उनका आपेक्षिक वेग शून्य होगा।

4. (a) 1 मीटर/सेकंड

   (b) 2 मीटर/सेकंड

2.2

1. चित्र 2.2 देखें

2. (i) A, (ii) B अधिक दूरी तय करता है।

   (iii) B (iv) A

   (v) जब वे प्रारंभिक बिंदु से 3 किलोमीटर दूरी पर हैं।

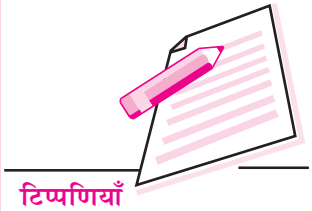
3. एक समान गति में

4. (a) संभव नहीं है, क्योंकि चली गयी दूरी शून्य नहीं हो सकती।

2.3

1. (i) (a) वस्तु शून्य वेग से चलना प्रारंभ करती है।

   (b) प्रारंभ से लेकर 5 वें सेकंड तक गति समान रुप से त्वरित है। इसे रेखा OA द्वारा दर्शाया गया है।



$$a = \frac{15-0}{5-0} = 3 \text{ m s}^{-2}$$

(c) 5वें एवं 10वें सेकंड के बीच वस्तु एकसमान गति करती है। इसे AB द्वारा दर्शाया गया है।

$$a = \frac{15-15}{15-5} = \frac{0}{10} = 0 \text{ m s}^{-2}.$$

(d) 15वें सेकंड से 25वें सेकंड तक गति समानरुप से मंदित है। इसे रेखा BC द्वारा दर्शाया गया है।

$$a = \frac{0-15}{25-15} = -1.5 \text{ m s}^{-2}.$$

(ii) (a) $\text{औसत चाल} = \dfrac{\text{तय की गयी दूरी}}{\text{लिया गया समय}} = \dfrac{\text{OABC का क्षेत्रफल}}{(25-0)}$

$$= \frac{\left(\frac{1}{2}\times 15\times 5)\right) + (15\times 10) + \left(\frac{1}{2}\times 15\times 10\right)}{25} = \frac{525}{50} = 10.5 \text{ m s}^{-1}.$$

(b) मंदित-वेग समय के साथ घटता है।

(c) $\text{कुल चली गयी दूरी} = \left(\frac{20\times 15}{2}\right)\text{m} + \left(\frac{10\times 7}{2}\right)\text{m} = 185 \text{ m}.$

$\therefore$ औसत चाल$= \left(\frac{185}{22}\right)\text{ms}^{-1} = 8.4 \text{ m s}^{-1}.$

कुल विस्थापन$= \left(\frac{20\times 15}{2}\right)\text{m} - \left(\frac{10\times 7}{2}\right)\text{m} = 115 \text{ m}.$

$\therefore$ औसत वेग$= \frac{115}{22}\text{ms}^{-1} = 5.22 \text{ m s}^{-1}.$

2.4

1. समीकरण $x = x_0 + v_0 t + ½ at^2$ का प्रयोग करते हुए

$$40 = \frac{1}{2} \times a \times 16$$

$$\Rightarrow a = 5 \text{ m s}^{-2}$$

अब $v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$ का प्रयोग करने पर

$v = 20 \text{ m s}^{-1}$

पुनः आधी दूरी तय करने में लगा समय t का मान निम्न समीकरण द्वारा ज्ञात किया जायेगा।

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} at^2$$

$$\Rightarrow \; 20 = 0 + \frac{1}{2} \times 5 \times t^2$$

$$\Rightarrow \; t^2 = 8 \text{ or } t = 2\sqrt{2} \text{ s}$$

2. समीकरण (2.9) के उपयोग द्वारा

   $x = 21 \text{ m}$

   और समीकरण (2.6) के उपयोग द्वारा

   $v = 13 \text{ m s}^{-1}$

3. अधिकतम ऊँचाई पर $v = 0$,

   समीकरण (2.10) का उपयोग करने पर

   $v_0 = 7\sqrt{10} \text{ m s}^{-1} = 22.6 \text{ m s}^{-1}$.

   वस्तु अधिकतम ऊँचाई पर पहुँचने में लिए गए समय के दो गुने समय तक हवा में रहेगी।

4. फेंकते समय गेंद का त्वरण अधिक होता है।

पाठांत प्रश्नों के उत्तर

2. 15 km h^{-1}
3. 5.47 s
4. 40 m s^{-1}
5. 1.25 h
6. 8 : 1
7. 2.8 m s^{-2} (या 3000 km h^{-2})
8. (i) 42 m (ii) 36 m
11. O और 9.8 m s^{-2}.

3

गति के नियम

पूर्व अध्याय में आपने विस्थापन, वेग एंव त्वरण के पदों में किसी पिंड की गति का वर्णन करना सीखा। परन्तु एक महत्वपूर्ण प्रश्न यह उठता है कि वह क्या है जो किसी पिंड को गतिमान करता है? अथवा यह कि जमीन पर लुढ़कती हुई कोई गेंद किस कारण रुक जाती है? अपने दिन प्रतिदिन के अनुभव से हम जानते हैं कि यदि हम कमरे में रखी किसी वस्तु की स्थिति में परिवर्तन करना चाहें तो हमें उसे खींचना या धकेलना पड़ता है। इसी प्रकार फुटबॉल को दूर भेजने के लिये उस पर ठोकर मारनी पड़ती है। छक्का लगाने के लिये क्रिकेट बॉल पर बल्ले को जोर से मारना पड़ता है। आप मानेंगे कि इस प्रकार की गतिविधियों में मांसपेशियों की क्रियाएं सन्निहित हैं और उनका प्रभाव स्पष्ट दृष्टिगोचर होता है।

तथापि, ऐसी अनेक घटनाएं होती हैं जिनके कारक बल दृष्टिगोचर नहीं होते। उदाहरणार्थ– वर्षा की बूँदों के जमीन पर गिरने का क्या कारण है? पृथ्वी द्वारा सूर्य के चारों तरफ घूमने का क्या कारण है? इस पाठ में आप गति के मूल सिद्धांतों का अध्ययन करेंगे और गति के कारणों की खोज करेंगे। इस पाठ में विकसित बल की अवधारणा भौतिकी की विभिन्न शाखाओं में उपयोगी सिद्ध होगी। न्यूटन ने बल व गति के अंतरंग संबंधों को दर्शाया। गति के नियम प्रकृति के मूलभूत नियम हैं और दैनिक जीवन की घटनाओं को समझने में हमारी सहायता करते हैं।

उद्देश्य

इस पाठ का अध्ययन करने के पश्चात आप

- *जड़त्व के महत्व को समझा सकेंगे;*
- *न्यूटन के गति के नियमों को बता पायेंगे और उनको समझाने के लिए उदाहरण दे सकेंगे*
- *संवेग संरक्षण के नियम की व्याख्या कर पायेंगे और उदाहरणों द्वारा इसको समझा सकेंगे।*
- *संगामी बलों के संतुलन की संकल्पना को समझ पाएंगे;*
- *घर्षण गुणांक को परिभाषित कर पायेंगे और स्थैतिक घर्षण, गतिज घर्षण एंव लोटनिक घर्षण में भेद स्पष्ट कर सकेंगे;*

- *घर्षण कम करने की विभिन्न विधियाँ बता सकेंगे और दैनिक जीवन में घर्षण की भूमिका पर प्रकाश डाल पायेंगे; एवं*
- *दी गयी परिस्थिति का विश्लेषण कर पायेंगे ओर बल निर्देशक आरेख* (Free body diagrams) का उपयोग करके न्यूटन के नियमों को लागू कर सकेंगे।

3.1 बल और जड़त्व की अवधारणाएं

हम सभी जानते हैं कि स्थिर वस्तुएं अपने स्थान पर ही बनी रहती हैं। ये स्वयं एक स्थान से दूसरे स्थान पर नहीं जा सकती जब तक कि बल के उपयोग द्वारा इनकी स्थिति को न बदला जाए। इसी प्रकार नियत वेग से गतिशील किसी वस्तु की गति में परिवर्तन करने के लिये बल लगाने की आवश्यकता होती है।

किसी वस्तु की स्थिरता अथवा एकसमान रेखीय गति की अवस्था में बने रहने की प्रवृति को **जड़त्व** कहा जाता है। **किसी पिंड का द्रव्यमान उसके जड़त्व का माप है।**

एक प्रकार से जड़त्व एक विलक्षण गुण है। यदि यह न होता तो आपकी किताबें, सामान आदि इधर से उधर पहुँचकर अस्तव्यस्त हो जाते। याद रखें कि किसी वस्तु की स्थिरता या समान रुप से गतिशील अवस्था निरपेक्ष नहीं होती है। पिछले पाठ में आप पढ़ चुके हैं कि किसी प्रेक्षक को एक वस्तु स्थिर दिखायी पड़ सकती है जबकि दूसरे प्रेक्षक को वह गतिशील प्रतीत हो सकती है। प्रेक्षणों से पता चलता है कि किसी वस्तु के वेग में तभी परिवर्तन लाया जा सकता है जबकि उस पर एक नेट बल कार्य करे।

आप बल शब्द से सुपरिचित हैं इसे हम दैनिक जीवन में विभिन्न संदर्भों में उपयोग करते हैं। किसी वस्तु को खींचने, धकेलने, ठोकर मारने या पीटने में बल आरोपित होता है। हालाँकि बल दिखायी नहीं पड़ता इसके प्रभाव दृष्टिगोचर होते हैं और अनुभव किये जा सकते हैं। बलों के प्रभाव दो प्रकार के होते हैं।

(a) ये वस्तु की आकृति एंव साइज बदल सकते हैं। उदाहरण के लिए एक गुब्बारे की आकृति उस पर लगाये गये बल के परिमाण के अनुसार बदलती है।

(b) बल किसी वस्तु की गति को भी प्रभावित करते हैं–

बल किसी स्थिर वस्तु को गति प्रदान कर सकता है अथवा गतिशील वस्तु को विराम अवस्था में ला सकता है। बल किसी वस्तु की गति की दिशा अथवा चाल को भी परिवर्तित कर सकता है।

(c) बल किसी वस्तु को किसी अक्ष के परित: घूर्णन करा सकते हैं। सातवें पाठ में आप इस सम्बंध में पढ़ेंगे।

3.1.1 बल एवं गति

बल एक सदिश राशि है इसलिये जब कई बल एक साथ किसी वस्तु पर लगे होते हैं तो इनका परिणामी बल, सदिश योग द्वारा प्राप्त किया जा सकता है। जैसा कि पाठ 1 में बताया जा चुका है।

किसी पिंड की गति उसके विस्थापन, वेग आदि से अभिलक्षित होती है। हम ऐसी कई स्थितियों से गुजरते हैं जिनमें पिंड का वेग निरतंर बढ़ता जाता है जब तक कि यह जमींन से टकराकर रुक न जाय। इसी प्रकार एक क्षैतिज तल में लुढ़कती गेंद का वेग धीरे-धीरे कम होकर शून्य हो जाता है।

अनुभव के आधार पर हम यह जानते हैं कि किसी वस्तु की स्थिति परिवर्तित करने के लिये एक शून्येत्तर बल की आवश्यकता पड़ती है। किसी गतिशील वस्तु के वेग में परिवर्तन उस पर आरोपित बल की दिशा पर निर्भर करता है। यदि किसी वस्तु पर लगाया गया बल उसकी गति की दिशा में कार्य करता है तो वस्तु के वेग का परिमाण अधिक हो जायेगा। यदि वस्तु पर लगे बल की दिशा गति की दिशा के विपरीत हो तो वेग का परिमाण कम हो जायेगा। यदि किसी वस्तु पर बल इसके वेग के लम्बवत लगा हो तो वस्तु के वेग का परिमाण अचर रहता है देखिए अनुच्छेद (4.3)। इस प्रकार लगा बल केवल वस्तु की दिशा परिवर्तित कर सकता है।

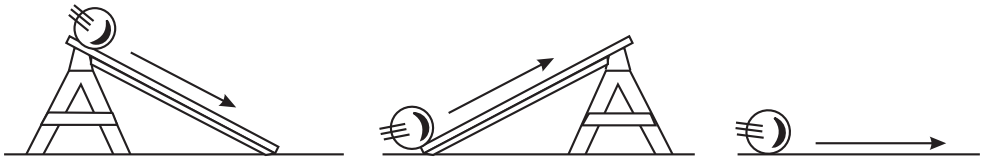
अत: हम यह निष्कर्ष निकाल सकते हैं कि वस्तु के वेग में उतने समय तक ही परिवर्तन होता है जब तक उस पर नेट बल कार्य करता है।

3.1.2 गति का प्रथम नियम

जब हम काँच की गोली को किसी चिकने फर्श पर लुढ़काते हैं तो यह कुछ समय पश्चात रुक जाती है। स्पष्टत: यदि हम इसे निरन्तर समान वेग से गतिशील करना चाहें तो इस पर सतत रुप से एक बल लगाना पड़ेगा। इसी प्रकार एक ट्रॉली को निश्चित वेग से गतिशील रखने के लिये इसे लगातार खींचना या धकेलना पड़ेगा। क्या यहाँ उल्लिखित स्थितियों में ट्रॉली या गोली पर कोई नेट बल कार्य कर रहा है?

गति एवं जड़त्व

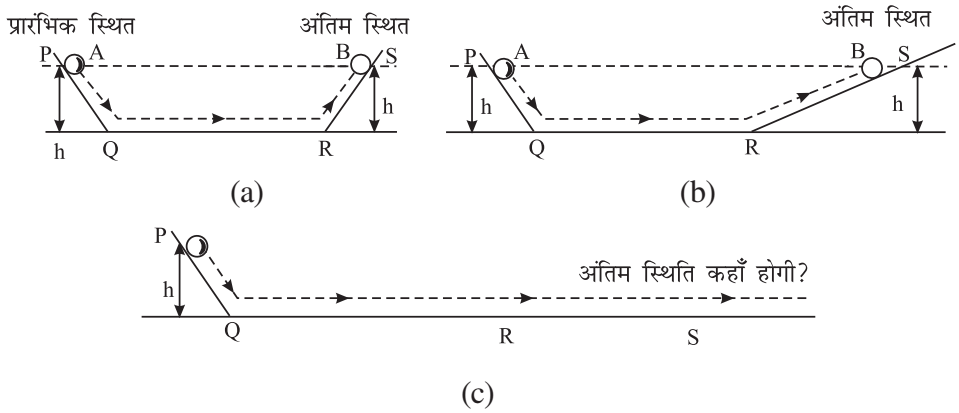
गैलीलियों ने इस बात को सिद्ध करने के लिये कि किसी बाह्य बल की अनुपस्थिति में कोई वस्तु अपनी स्थिर अवस्था या एक सरल रेखीय समगति अवस्था में यथावत बनी रहती है कुछ प्रयोग किए। गैलीलियो ने पाया कि एक नत तल पर नीचे की ओर गतिशील वस्तु में त्वरण (चित्र 3.1 (a) और ऊपर की ओर गतिशील वस्तु में मंदन होता है (चित्र 3.1 (b)। उन्होंने तर्क दिया कि यदि तल न नीचे की ओर आनत हो न ऊपर की ओर (अर्थात यदि यह क्षैतिज हो) तो वस्तु में न त्वरण होगा न मंदन। क्षैतिज तल में यह वस्तु एकसमान वेग से गतिशील रहेगी। शर्त यह है कि इस पर कोई बाह्य बल आरोपित न हो।



(a) (b) (c)

चित्र 3.1 : नत और क्षैतिज तलों में किसी पिंड की गति

एक दूसरे मानसिक प्रयोग में उन्होंने दो परस्पर अभिमुख नत तल लिये जैसा चित्र 3.2 में दिखाया गया है। तल PQ का झुकाव तीनों स्थितियों में समान है जबकि तल RS का झुकाव (a) में (b) और (c) की अपेक्षा अधिक है।



चित्र 3.2: एक दूसरे की ओर अभिमुख नत तलों पर किसी पिंड की गति

तल PQRS बहुत चिकना तल है और गोली काँच की हैं जब तल PQ पर गोली लुढ़काई जाती है तो वह RS तल में लगभग समान ऊँचाई तक ऊपर जाती है। जब RS तल का झुकाव कम करते हैं तो इसे समान ऊँचाई तक ऊपर जाने के लिये अधिक दूरी तय करनी पड़ती है (चित्र 3.2)। जब तल क्षैतिज हो जाता है (चित्र 3.2c) तो गोली को PQ के समान ऊँचाई प्राप्त करने के लिये लगातार चलते रहना पड़ेगा। (यहाँ यह मान लिया गया है कि गोली और तल के बीच कोई घर्षण नहीं हो रहा है।)

सर इसाक न्यूटन
(1642–1727)

न्यूटन का जन्म वोल्सथोर्प, इंगलैण्ड में, 1642 में हुआ। उनकी शिक्षा ट्रिनिटी कॉलेज, कैंब्रिज में हुई और वे एक पारंगत वैज्ञानिक बन गए। पृथ्वी की ओर गिरते हुए सेब को देखकर उन्होंने गुरुत्व के मूल नियम का निरुपण किया। उन्होंने गति के नियम एंव गुरुत्व के नियमों का प्रतिपादन किया। न्यूटन मेधावी थे और उन्होंने विज्ञान के सभी क्षेत्रों में योगदान दिया। उनका योगदान उच्च कोटि का है और आधुनिक वैज्ञानिक विचारधारा की आधारशिला है। उन्होंने अपनी पुस्तक ''प्रिंसपिया'' लेटिन में लिखी और प्रकाशिकी पर लिखी उनकी पुस्तक अंग्रजी भाषा में प्रकाशित की गई है।

तार्किक दृष्टि से आप प्रश्न कर सकते हैं कि तब ट्रॉली की समान गति को बनाये रखने के लिये निरन्तर एक बल का प्रयोग आवश्यक क्यों है? इसका उत्तर यह है कि ट्रॉली की गति की दिशा में सतत बल लगाने की आवश्यकता घर्षण के कारण विपरीत दिशा में लग रहे बल को संतुलित करने के लिए होती है। अर्थात ट्रॉली को लगातार धकेल कर या खींच कर उस पर कार्य कर रहे घर्षण बल पर पार पाया जा सकता है।

न्यूटन ने गैलीलियो के निष्कर्ष को एक सामान्य रुप दिया जिसे न्यूटन का गति का प्रथम नियम भी कहते हैं। इस नियम के अनुसार कोई वस्तु विराम या सरल रेखीय समान गति की अवस्था में तब तक बनी रहती है जब तक उस पर एक नेट बाह्य बल प्रयोग न किया जाय।

जैसा कि आप जानते हैं, किसी वस्तु की विराम या गति की अवस्था, प्रेक्षक के संदर्भ में उसकी सापेक्ष स्थिति पर निर्भर करती है। चलती हुई कार में बैठा एक व्यक्ति उसी कार में बैठे सड़क पर खड़े व्यक्ति की तुलना में गतिमान होगा। इस कारण स्थिति, वेग, त्वरण और बल में परिवर्तन के मापन के लिये निर्देश तंत्र (frame of reference) का चयन आवश्यक हो जाता है।

एक ऐसा निर्देश तंत्र जिसके सापेक्ष सरल रेखा में गतिशील वस्तु का वेग नेट बाह्य बल के अभाव में सदैव अचर बना रहता है जड़त्वीय निर्देश तंत्र (inertial frame of reference) कहलाता है। इसे यह नाम सभी वस्तुओं में विद्यमान जड़त्व के उस गुण के कारण दिया गया है जिसके होते हुए वे अपनी विराम या ऋजुरेखीय एक समान गति की अवस्था को बनाये रखना चाहते हैं। (सभी प्रायोगिक उद्देश्यों के लिये) पृथ्वी से जुड़ा निर्देश तंत्र जड़त्वीय निर्देश तंत्र माना जा सकता है।

अब आप थोड़ा विराम लें और निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दें।

पाठगत प्रश्न 3.1

1. क्या यह कहना सही है कि कोई वस्तु हमेशा उस पर कार्य कर रहे नेट बाह्य बल की दिशा में चलती है?
2. कौन सी भौतिक राशि किसी पिंड के जड़त्व की माप के लिए उपयोग की जाती है?
3. क्या किसी बल द्वारा एक वस्तु के वेग के परिमाण को अचर रखते हुए केवल उसकी दिशा को बदला जा सकता है?
4. उन विविध परिवर्तनों का उल्लेख कीजिए जो किसी पिंड में बल आरोपित करने पर होते हैं।

3.2 संवेग की परिकल्पना

आपने देखा होगा कि एक क्षेत्ररक्षक के लिये उच्च वेग से आती हुई गेंद को रोकना कठिन होता है यद्यपि इसका द्रव्यमान कम है। इसी प्रकार एक धीमी गति से चलते हुए ट्रक को भी रोकना कठिन होता है क्योंकि इसका द्रव्यमान अधिक है। ये उदाहरण संकेत देते हैं कि बल द्वारा किसी वस्तु की गति में प्रभाव के अध्ययन के लिये इसका द्रव्यमान एंव वेग दोनों महत्वपूर्ण हैं।

***एक वस्तु के द्रव्मान m और इसके वेग $\boldsymbol{v}$ का गुणनफल इसका रैखिक संवेग* p कहलाता हैं इसका गणितीय सूत्र है**

$$\mathbf{p} = m\boldsymbol{v}$$

SI पद्धति में संवेग को $kgms^{-1}$ में मापा जाता है। संवेग सदिश राशि है। संवेग की दिशा वही होती है जो वेग की होती है। अत: एक वस्तु के संवेग में परिवर्तन केवल इसके परिमाण में या केवल दिशा में अथवा दोनों में परिवर्तन से हो सकता है। निम्न उदाहरणों से इस बात को स्पष्ट किया जा सकता है।

उदाहरण 3.1 अमन का द्रव्यमान 60 kg है और वह 1.0 m s^{-1} के वेग से 40 kg द्रव्यमान के मनोज की ओर चल रहा है जो स्वयं 1.5 m s^{-1} के वेग से अमन की ओर गतिमान है। उनके संवेगों की गणना कीजिए।

Solution : अमन के लिए

$$\text{संवेग} = \text{द्रव्यमान} \times \text{वेग}$$
$$= (60\ \text{kg}) \times (1.0\ \text{m s}^{-1})$$
$$= 60\ \text{kg ms}^{-1}$$

मनोज के लिये

$$\text{संवेग} = 40\ \text{kg} \times (-1.5\ \text{m s}^{-1})$$
$$= -60\ \text{kg m s}^{-1}$$

ध्यान दें कि हालांकि अमन और मनोज का संवेग समान है, लेकिन उनकी दिशा एक दूसरे के विपरीत हैं।

उदाहरण 3.2 एक 2 kg की वस्तु $t = 0$s पर स्वतंत्रतापूर्वक गिरती है। गिरने के दौरान (a) $t = 0$s, (b) $t = 1$s और (c) $t = 2$s पर इसका संवेग कितना होगा?

हल : (a) $t = 0$s पर वस्तु का वेग शून्य होगा, वस्तु का संवेग भी शून्य होगा।

(b) $t = 1$s, पर वस्तु का वेग नीचे की ओर 9.8 ms^{-1} होगा [$v = v_0 + at$ का उपयोग करने पर]

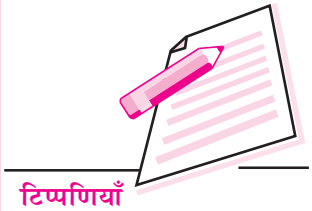
अत: वस्तु का संवेग होगा।

$$p_1 = (2\ \text{kg}) \times (9.8\ \text{m s}^{-1}) = 19.6\ \text{kg m s}^{-1} \text{ नीचे की ओर}$$

(c) $t = 2$s पर वस्तु का वेग 19.6 m s^{-1} नीचे की ओर होगा ($v = v_0 + at$ का उपयोग करने पर) अत: वस्तु का संवेग होगा

$$p_2 = (2\ \text{kg}) \times (19.6\ \text{m s}^{-1})$$
$$= 39.2\ \text{kg m s}^{-1}$$

इस प्रकार हम देखते हैं कि नीचे की ओर मुक्त रुप से गिरती हुई वस्तु का संवेग केवल परिणाम में बदलता है और सदैव एक ही दिशा की ओर इंगित करता है। विचार करें कि मुक्त रुप से गिरती हुई वस्तु के संवेग- परिमाण में परिवर्तन का कारण क्या है?



उदाहरण 3.3 द्रव्यमान 0.2 kg की एक रबड़ की गेद दृढ़ खड़ी दीवार से 10 ms^{-1} की चाल से अभिलम्ब के अनुदिश टकराती है और मूल मार्ग पर उसी गति से प्रतिक्षेप (rebound) करती है। गेंद के संवेग परिवर्तन की गणना करें।

हल : यहाँ गेंद के संवेग का परिमाण टकराने से पहले व बाद में समान रहेगा लेकिन इसकी दिशा विपरीत होगी। संवेग का परिमाण $(0.2\ \text{kg})\times(10\ \text{m s}^{-1}) = 2\ \text{kg m s}^{-1}$ है।

यदि हम प्रारंभिक संवेग सदिश को धनात्मक x अक्ष की दिशा में लें तो अंतिम संवेग सदिश ऋणात्मक x-अक्ष की दिशा में होगा।

अत: यदि $p_i = 2\ \text{kg m s}^{-1}, p_f = -2\ \text{kg m s}^{-1}$

तो गेंद के संवेग में परिवर्तन $= p_f - p_i = (-2\ \text{kg m s}^{-1}) - (2\ \text{kg m s}^{-1})$

$= -4\ \text{kg m s}^{-1}.$

यहाँ ऋण चिह्न दर्शाता है कि गेंद का संवेग $-x$ अक्ष की दिशा में 4 kg m s^{-1} तक परिवर्तित होता है। गेद के संवेग परिवर्तन का कारण क्या है?

व्यवहारिक स्थिति में रबड़ की गेंद के दीवार से टकरा कर लौटने पर उसकी गति में ह्रास होता है। तब संवेग का परिमाण भी बदल जाता है।

3.3 न्यूटन का द्वितीय गति नियम

आपको ज्ञात है कि अचर वेग से गतिशील किसी वस्तु का संवेग भी अचर होगा। न्यूटन का प्रथम गति नियम यह बताता है कि इस प्रकार की वस्तु पर कोई शुद्ध बाह्य बल कार्य नहीं करता है।

उदाहरण 3.2 में हमने देखा कि गुरुत्वाकर्षण के प्रभाव में मुक्त रुप से गिरती हुई गेंद का संवेग समय के साथ बढ़ जाता है, क्योंकि इस वस्तु पर गुरुत्वाकर्षण बल कार्य करता है। अत: ऐसा प्रतीत होता है कि एक वस्तु के संवेग परिवर्तन का इस पर कार्य कर रहे नेट बल और कार्य करने की अवधि के बीच एक संबंध होता है। न्यूटन का गति का द्वितीय नियम इनके बीच एक मात्रात्मक संबंध स्थापित करता है। इसके अनुसार एक वस्तु के संवेग परिवर्तन की दर वस्तु पर कार्य कर रहे बल के समानुपाती होती है तथा वस्तु के संवेग में परिवर्तन, वस्तु पर कार्य कर रहे नेट बाह्य बल की दिशा में ही होता है।

इसका अर्थ यह है कि यदि समय Δt में वस्तु पर कार्य कर रहे नेट बाह्य बल $\boldsymbol{F}$ के कारण वस्तु के संवेग में परिवर्तन Δp हो तो

$$\mathbf{F} \propto \frac{\Delta \mathbf{p}}{\Delta t}$$

अथवा

$$\mathbf{F} = k\frac{\Delta \mathbf{p}}{\Delta t}$$

जहाँ k अनुपातिकता स्थिराँक है।

$$\mathbf{F} = k\,m\left(\frac{\Delta v}{\Delta t}\right)$$

$$\mathbf{F} = k\,m\,\mathbf{a} \qquad \left(\text{क्योंकि } \frac{\Delta v}{\Delta t} = \mathbf{a}\right) \tag{3.1}$$

k का मान F, p एंव t के मात्रकों के चयन पर निर्भर करता है। यदि इन मात्रकों का चयन इस प्रकार किया जाय कि

द्रव्यमान m का परिमाण = 1 इकाई

एवं त्वरण a का परिमाण = 1 इकाई हो

तो बल F का परिमाण भी 1 इकाई होगा, अत: हम लिख सकते हैं 1 = k.1.1

तब K = 1 और

$$\mathbf{F} = m\,\mathbf{a} \tag{3.2}$$

SI मात्राकों में $m = 1$ kg, $a = 1$ m s^{-2} तब

$$F = 1\text{ kg} \times 1\text{ m s}^{-2} = 1\text{ kg m s}^{-2}$$

$$= 1 \text{ इकाई बल} \tag{3.3}$$

बल का SI मात्रक (अर्थात् 1 kg m s^{-2}) न्यूटन कहलाता है।

उदाहरण 3.4 0.4 kg द्रव्यमान की एक गेंद धकेले जाने पर 20 ms^{-1} की गति से लुढ़कना शुरु करती है और 10 सेकंड के बाद रुक जाती है। गेंद पर लगे प्रतिरोधक बल को पूरे समय एकसमान मानते हुए इसके परिमाण की गणना कीजिए।

हल : दिया है m= 0.4 kg, प्रारंभिक वेग $u = 20$ m s^{-1}, अंतिम वेग $v = 0$ m s^{-1} और $t = 10$s

$$\text{अत: } |\mathbf{F}| = m|\mathbf{a}| = \frac{m(v-u)}{t} = \frac{0.4\text{ kg }(-20\text{ m s}^{-1})}{10\text{ s}}$$

$$= -0.8\text{ kg m s}^{-2} = -0.8\text{ N}$$

यहाँ ऋणात्मक चिह्न का अर्थ है कि गेंद पर लगने वाला बल गति की दिशा के विपरीत कार्य करता है।

यहाँ ध्यान रखने योग्य महत्वपूर्ण बात यह है कि यहाँ पर वर्णित न्यूटन की गति का द्वितीय नियम उन वस्तुओं के लिए मान्य है जिनका द्रव्यमान अचर है। क्या यह नियम, राकेट जैसी उन वस्तुओं पर भी लागू होता है जिनका द्रव्यमान समय के साथ परिवर्तित होता है?

उदाहरण 3.5 50 N परिमाण का एक नियत बल, 10 m s^{-1} की प्रारम्भिक चाल से गतिशील एक 10kg की वस्तु पर लगाया जाता है। यदि बल गति की दिशा के विपरित दिशा में लगता है तो वस्तु को विरामावस्था में आने से कितना समय लगेगा?

हल : दिया है $m = 10$ kg, $F = -50$ N, $v_0 = 10$ m s^{-1} तथा $v = 0$. हमें t ज्ञात करना है। क्योंकि

$$F = ma$$

हम लिख सकते हैं

$$F = m\left(\frac{v - v_0}{t}\right)$$

$$\therefore \quad -50 \text{ N} = 10 \text{ kg}\left(\frac{0 - 10 \text{ m s}^{-1}}{t}\right)$$

या

$$t = \frac{-100 \text{ kg m s}^{-1}}{-50 \text{ N}} = \frac{100 \text{ kg m s}^{-1}}{50 \text{ kg m s}^{-2}} = 2 \text{ s.}$$

पाठगत प्रश्न 3.2

1. विभिन्न द्रव्यमानों की दो वस्तुओं का संवेग समान है। दोनों में से कौन सी वस्तु तेज चल रही है?

2. एक बालक v_0 वेग से एक गेंद ऊपर फेंकता है। यदि गेंद उसके पास उसी वेग से वापस आ जाती है तो क्या निम्नलिखित में कोई परिवर्तन होगा?

   (a) गेंद के संवेग में .....

   (b) गेंद के संवेग के परिमाण में .....

3. जब एक गेंद ऊँचाई से गिरती है तो इसका संवेग बढ़ जाता है। इसका संवेग बढ़ने का क्या कारण है?

4. किस अवस्था में वस्तु के संवेग में परिवर्तन अधिक होगा?

   (a) जब मूल रुप से विराम की स्थिति वाली 2 kg की वस्तु पर 0.1s के लिये 150N का बल कार्य करता है।

   (b) जब मूलरुप से विराम की स्थिति वाली 2 kg की वस्तु पर 0.2s के लिये 150N बल कार्य करता है।

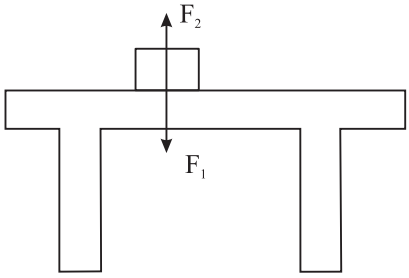
5. कोई वस्तु एक समान चाल से वृत्ताकार पथ पर चल रही है। क्या वस्तु का संवेग अचर है। कारण सहित उत्तर दें।

3.4 बलों के युग्म (Forces in Pairs)

पृथ्वी के गुरुत्वीय बल (खिंचाव) के कारण पिंड पृथ्वी की ओर त्वरित होते हैं। क्या यह पिंड भी पृथ्वी को अपनी ओर खींचते हैं। इसी प्रकार जब हम अलमारी को धकेलते हैं तो क्या अलमारी भी हमें धकेलती है? यदि ऐसा होता है तो हम उस बल की दिशा में क्यों नहीं चलते? यह स्थितियाँ हमें यह पूछने को बाध्य करती हैं कि क्या किसी एकल बल, जैसे कि एक धक्के या एक खिंचाव का अस्तित्व होता है? यह देखा गया है कि दो वस्तुओं की क्रिया एक दूसरे पर पारस्परिक होती है। यहाँ क्रिया से हमारा तात्पर्य 'अन्योन्य क्रिया बलों' से है। अत: जब कभी भी दो वस्तुओं में अन्योन्य क्रिया होती है तो वे एक दूसरे पर बल लगाती हैं। इनमें से एक को क्रिया और दूसरे को प्रतिक्रिया कहा जाता है। तात्पर्य यह हुआ कि बल सदैव युग्मित होते हैं।

3.4.1 गति का तीसरा नियम

वस्तु के बीच अन्योन्य क्रिया के अध्ययन के आधार पर न्यूटन ने तृतीय नियम का निरुपण किया जिसके अनुसार - ***प्रत्येक क्रिया की उसके बराबर और विपरीत प्रतिक्रिया होती है।***



चित्र **3.3 :** एक मेज पर रखी पुस्तक मेज पर $\mathbf{F_1}$ (इसके भार mg के बराबर) बल लगाती है, जबकि मेज पुसतक पर $\mathbf{F_2}$ बल लगाती है।

यहाँ क्रिया और प्रतिक्रिया से तात्पर्य बल से है। इस प्रकार जब मेज पर रखी एक पुस्तक मेज पर कोई बल लगाती है तो मेज भी इसके बराबर और विपरीत बल पुस्तक पर ऊपर की ओर लगाती है। जैसा कि चित्र 3.3 में दिखाया गया है। क्या ये बल $\mathbf{F_1}$ और $\mathbf{F_2}$ एक दूसरे को निरस्त करते हैं? यहां विशेष ध्यान देने योग्य बात यह है कि $\mathbf{F_1}$ और $\mathbf{F_2}$ अलग-अलग वस्तुओं पर कार्य करते हैं। अत: ये एक दूसरे को निरस्त नहीं करते। किसी भी दी गई स्थिति में क्रिया और प्रतिक्रिया बलों का एक युग्म प्रतीत होती हैं। इनमें से कोई भी एक-दूसरे के बिना अस्तित्व में नहीं आ सकता। यदि शाब्दिक अर्थ लें तो ऐसा लगता है कि प्रतिक्रिया सदैव क्रिया के बाद होती है। जबकि न्यूटन के तृतीय नियम में क्रिया और प्रतिक्रिया साथ-साथ होती हैं। इसी कारण न्यूटन के तृतीय नियम को इस प्रकार कहना अधिक उपयुक्त होगा। जब दो वस्तुओं में अन्योन्य क्रिया होती है तो पहली वस्तु द्वारा दूसरी वस्तु पर लगाया बल (क्रिया) व दूसरी वस्तु द्वारा पहली वस्तु पर लगाये गये बल (प्रतिक्रिया) का परिमाण समान होता है परन्तु दिशायें विपरीत होती हैं।

सदिशों के रुप में विचार करें तो यदि F_{12} वह बल है जो वस्तु 2 के कारण वस्तु 1 पर अनुभव होता है और F_{21} वह बल है जो वस्तु 1 के कारण वस्तु 2 पर अनुभव होता है, तो

$$\mathbf{F_{12}} = -\mathbf{F_{21}} \qquad (3.4)$$

3.4.2 आवेग (Impulse)

बहुत कम अवधि के लिये लगाये गये बल के प्रभाव को आवेग कहते हैं।

इसे बल (F) व बल आरोपण की अवधि (Δt) के गुणनफल के रुप में परिभाषित किया जा सकता है।

$\therefore$ आवेग $= \boldsymbol{F}.\Delta t$

यदि वस्तु के प्रारंभिक एंव अन्तिम वेग (बल आरोपण की अवधि में) क्रमशः **u** और **v** हों तो

$$\text{आवेग} = \frac{m\mathbf{v} - m\mathbf{u}}{\Delta t} . \Delta t$$

$$= m\boldsymbol{v} - m\,\boldsymbol{u}$$

$$= \mathbf{p}_f - \mathbf{p}_i$$

$$= \Delta\mathbf{p} = \text{रैखिक संवेग में परिवर्तन}$$

आवेग एक सदिश राशि है और इसके SI मात्रक $kg\,ms^{-1}$ (अथवा Ns) होते हैं।

पाठगत प्रश्न 3.3

1. जब एक ऊँची कूद वाला व्यक्ति जमीन छोड़ता है तो कूदने वाले व्यक्ति को ऊपर की ओर गति प्रदान करने वाला बल कहाँ से आता है?

2. निम्नांकित प्रत्येक स्थिति में क्रिया-प्रतिक्रिया बलों को पहचानिए

   (a) एक व्यक्ति फुटबॉल को ठोकर मारता है .....

   (b) पृथ्वी चन्द्रमा को खींचती है। .....

   (c) गेंद दीवार से टकराती है। .....

3. एक व्यक्ति एक अलमारी को आगे की ओर धकेलने के लिये - अलमारी पर अधिक बल लगाता है। व्यक्ति पर पीछे की ओर धक्का नहीं लगता क्योंकि अलमारी द्वारा व्यक्ति पर कम बल लगता है। क्या यह तर्क सही है? समझाइए।

3.5 संवेग का संरक्षण

प्रायोगिक तौर पर यह पुष्टि की जा चुकी है कि जब दो वस्तुओं में अन्योन्य - क्रिया होती है तो इन वस्तुओं के संवेग का सदिश योग परिवर्तित नहीं होता बशर्ते कि वस्तु पर कार्य कर रहा बल एकमात्र अन्योन्य क्रिया का बल ही हो। इसे संवेग संरक्षण का नियम कहते हैं। दो से अधिक वस्तुओं की अन्योन्य क्रिया के लिए भी यही तथ्य सही पाया गया है। सामान्यतः परस्पर अन्योन्यक्रियाशील अनेक वस्तुएं एक तंत्र बनाती हैं। यदि एक तंत्र की वस्तुएं तंत्र से बाहर की वस्तुओं के साथ अन्योन्य क्रिया नहीं करती तो तंत्र को संवृत तंत्र या वियुक्त तंत्र कहा जाता है।

इससे यह निष्कर्ष निकलता है कि वियुक्त तंत्र बनाने वाली वस्तुओं का कुल संवेग तो अपरिवर्तित रहता है, लेकिन उस तंत्र के अवयवों के संवेगों के परिमाण या दिशा अथवा दोनों, अन्योन्य क्रिया के अनुसार परिवर्तित हो सकते हैं। वियुक्त तंत्र में वस्तु विशेष में संवेग परिवर्तन होने के क्या कारण हैं?

रैखिक संवेग संरक्षण का नियम विभिन्न क्षेत्रों में बहुत सी परिघटनाओं पर लागू होता है जैसे संघट्टन, विस्फोट, नाभिकीय अभिक्रिया, रेडियोएक्टिव क्षय आदि।

3.5.1 न्यूटन के नियमों के परिणामस्वरुप संवेग संरक्षण

न्यूटन के द्वितीय गति नियम के अनुसार (समीकरण 3.1)। जब वस्तु पर समय Δt के लिए बल F कार्य करता है तो वस्तु के संवेग में परिवर्तन Δp का मान निम्न होता है:

$$\Delta \mathbf{p} = \mathbf{F}\,\Delta t$$

इससे यह स्पष्ट होता है कि यदि वस्तु पर कोई बल कार्य नहीं करता तो वस्तु के संवेग में परिवर्तन शून्य होगा अर्थात संवेग स्थिर रहेगा। यह स्पष्टीकरण वस्तुओं के तंत्र पर भी लागू किया जा सकता है।

इसी परिणाम पर पहुँचने के लिये न्यूटन के तृतीय नियम का भी प्रयोग किया जा सकता है। दो वस्तुओं A ओर B के वियुक्त तंत्र (Isolated system) पर विचार करें जो Δt समय के लिये अन्योन्य क्रिया करते हैं। यदि माने कि वे एक दूसरे पर $\mathbf{F}_{AB}$ और $\mathbf{F}_{BA}$ बल लगाती हैं तो न्यूटन के तृतीय नियम के अनुसार

$$\mathbf{F}_{AB} = -\mathbf{F}_{BA}$$

अथवा $$\frac{\Delta \mathbf{p}_A}{\Delta t} = -\frac{\Delta \mathbf{p}_B}{\Delta t}$$

अथवा $$\Delta \mathbf{p}_A + \Delta \mathbf{p}_B = 0$$

या $$\Delta \mathbf{p}_{\text{टोटल}} = 0$$

or $$\mathbf{p}_{\text{टोटल}} = \text{स्थिर}$$

अत: तंत्र के संवेग में कोई परिवर्तन नहीं होता है। दूसरे शब्दों में तन्त्र का संवेग संरक्षित रहता है।

3.5.2 संवेग संरक्षण के कुछ उदाहरण

a) बन्दूक का प्रतिक्षेप : जब बन्दूक से गोली चलायी जाती है तो बन्दूक प्रतिक्षेप करती है। बन्दूक के प्रतिक्षेप वेग v_2 को संवेग संरक्षण के नियम से प्राप्त किया जा सकता है। यदि M द्रव्यमान की बन्दूक से चली गोली का द्रव्यमान m मानें और गोली का वेग v_1 हो और बन्दूक का वेग v_2 हो तो संवेग संरक्षण के नियम के अनुसार

$$m\boldsymbol{v}_1 + \mathrm{M}\boldsymbol{v}_2 = 0$$

अथवा $$m\boldsymbol{v}_1 = -\mathrm{M}\boldsymbol{v}_2$$

अथवा $$\boldsymbol{v}_2 = -\frac{m}{\mathrm{M}}v_1 \qquad (3.5)$$

यहाँ पर ऋण चिन्ह् दर्शाता है कि $\boldsymbol{v}_2$ और $\boldsymbol{v}_1$ एक दूसरे की विपरीत दिशा में हैं। सामान्यत: $m << \mathrm{M}$, बन्दूक का प्रतिक्षेप वेग गोली के प्रतिक्षेप वेग से बहुत कम होता है।

b) संघट्ट : संघट्ट में हम टकराने वाली वस्तुओं को एक तंत्र का अंश मान सकते हैं। संघट्टनशील वस्तुओं पर किसी प्रकार के बाह्य बल माना जा सकता है। संघट्ट करती वस्तुओं पर किसी प्रकार के बाह्य बल जैसे कि घर्षण बल की अनुपस्थिति में तंत्र को वियुक्त तंत्र (isolated system) माना जा सकता है। संघट्ट करती वस्तुओं के बीच अन्योन्य क्रिया के कारण इनका कुल संवेग अपरिवर्तित रहता है।

कैरम में स्ट्राइकर और गोटियों के बीच और बिलियर्ड में गेंदों के बीच संघट्टन प्रत्यास्थ वस्तुओं के बीच संघट्ट के अध्ययन में बहुत शिक्षाप्रद सिद्ध हो सकते हैं।

उदाहरण 3.6 : दो परस्पर संयुक्त ट्रालियाँ जिनमें से प्रत्येक का द्रव्यमान m है प्रारंभिक वेग υ से चल रही हैं वे m द्रव्यमान वाली B तीन स्थिर ट्रालियों के साथ टकराकर उसी दिशा में चलती रहती हैं। संघट्ट के बाद ट्रॉलियों का वेग क्या होगा?

हल : संघट्ट के बाद ट्रॉलियों का वेग υ' मानते हैं।

संघट्ट से पहले संवेग $= 2\,m\upsilon$

संघट्ट के पश्चात संवेग $= 5\,m\upsilon'$

संवेग संरक्षण के नियमानुसार

$$2m\upsilon = 5\,m\upsilon'$$

या $$\upsilon' = \frac{2}{5}\upsilon$$

c) बम विस्फोट : संचित ऊर्जा के मुक्त होने पर बम स्फिोटित होकर खंड-खंड हो जाता है। प्रारम्भ में स्थिर रखे एक बम पर विचार करें जिसका A और B दो खण्डों में विस्फोट होता है। विस्फोट से पहले बम का संवेग शून्य था, विस्फोट के बने दोनों खंडों का कुल संवेग भी शून्य होगा। इस कारण से दोनों अंश विपरीत दिशा में समान संवेग से उड़ेगे। यदि दोनों खण्डों के दव्यमान समान हों, तो दोनों खण्डों के वेगों के परिमाण भी समान होंगे।

d) राकेट नोदन: एक राकेट की उड़ान संवेग संरक्षण का महत्पूर्ण व्यावहारिक अनुप्रयोग है। राकेट में ईंधन टैंक युक्त एक कोश होता है जिसे एक निकाय माना जा सकता है। कोश में एक नोजल होता है जिसके द्वारा उच्च दाब पर गैसों का निष्कासन होता है। जब राकेट को फायर करते हैं तो इंधन का दहन बहुत अधिक दाब और ताप पर गैसें उत्पन्न करता है। उच्च दाब के कारण ये गैसें अति उच्च वेग से नोजल से निकलती हैं जिसके कारण राकेट का

द्रव्यमान M और प्रति सेकंड निष्कासित होने वाली गैस का द्रव्यमान m व वेग $\boldsymbol{v}$ हो तो t सेकंड में गैस के संवेग में परिवर्तन $= mvt$.

यदि t सेकन्ड में रॉकेट के वेग में वृद्धि $\mathbf{V}$ हो तो इसके संवेग में वृद्धि $= \mathrm{M}\mathbf{V}$ संवेग संरक्षण के सिद्धांत के अनुसार

$$m\boldsymbol{v}t + \mathrm{M}\mathbf{V} = 0$$

अथवा
$$\frac{\mathbf{V}}{t} = \mathbf{a} = -\frac{m\boldsymbol{v}}{M}$$

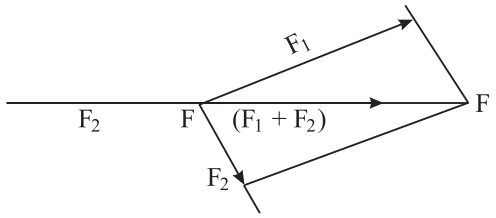
अर्थात राकेट की गति का त्वरण

$$\mathbf{a} = -\frac{m\boldsymbol{v}}{M}$$

3.5.3 संगामी बलों का संतुलन

किसी बिन्दु पर एक साथ लगने वाले बल संगामी बल कहलाते हैं। यदि इन सब का परिणामी बल शून्य हो तो ये बल संतुलन में कहे जाते हैं।

माना कि $\mathbf{F}_1, \mathbf{F}_2$ एवं $\mathbf{F}_3$ किसी बिन्दु P पर लगने वाले संगामी बल हैं जैसा कि चित्र 3.5.3. में दर्शाया गया है।



चित्र 3.5.3

समान्तर चतुर्भुज नियम द्वारा ज्ञात किया गया $\mathbf{F}_1$ एवं $\mathbf{F}_2$ का परिणामी बल $\mathbf{PA}$ द्वारा दर्शाया गया है (अर्थात $\mathbf{PA} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2$)

संतुलन के लिए, योग $(\mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2)$ को $\mathbf{F}_3$ के बराबर किन्तु विपरीत दिशा में होना चाहिए, अर्थात

$$\mathbf{F}_3 = -(\mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2) \text{ or } \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \mathbf{F}_3 = 0$$

या कहें कि तीन बलों के संतुलन के लिए दो बलों का योग या परिणामी बल तीसरे बल के बराबर पर उसकी विपरीत दिशा में होना चाहिए अर्थात उन बलों का सदिश योग शून्य होना चाहिए।

3.6 घर्षण

आपने देखा होगा कि जब एक बल्लेबाज गेंद पर प्रहार करता है और यह मैदान पर लुढ़कती है तो यह कुछ दूरी तय करके रुक जाती है। अत: गेंद का संवेग, जो इसे प्रारंभ में धकेलते समय (आघात पहुँचाते समय) दिया गया था, शून्य हो जाता है। हम जानते हैं कि गेंद के संवेग में परिवर्तन के लिये गेंद पर लगा कोई बल उत्तरदायी होता है, इस प्रकार का बल ***घर्षण बल*** कहलाता है और यह बल तभी क्रियाशील होता है जबकि दो वस्तुएं एक दूसरे के संपर्क में गति करें। जब हम किसी वस्तु का स्थान बदलने के लिये फर्श के ऊपर धकेलते या खींचते हैं तो घर्षण बल के विरोध में ही हमें बल लगाना पड़ता है।

घर्षण बल एक संपर्क बल है जो हमेशा इसके संपर्क में आई सतहों के बीच गति की दिशा के विरुद्ध दिशा में लगता है। यह एक सामान्य जानकारी है कि संपर्क में आने वाली सतहों के खुरदरेपन के कारण घर्षण होता है। इस कारण आवश्यकता के अनुसार सतहों को खुरदरा या चिकना बनाने का प्रयास किया जाता है।

घर्षण वस्तु की गति में रुकावट डालता है जिसके कारण उसमें टूट फूट होती है और यांत्रिक ऊर्जा की हानि होती है। दूसरी ओर केवल घर्षण के कारण ही हम चल सकते हैं, वाहन चला सकते हैं और गतिशील वाहनों को रोक सकते हैं। घर्षण की हमारे जीवन में दोहरी भूमिका है। इसलिये कहा जाता है कि घर्षण एक आवश्यक बुराई है।

3.6.1 स्थैतिक एवं गतिज घर्षण

हम सभी जानते हैं कि किसी पृष्ठ के ऊपर वस्तु को गतिशील रखने के लिये कुछ न्यूनतम बल की आवश्यकता होती है। इस तथ्य की व्याख्या करने के लिये हम एक क्षैतिज पृष्ठ पर विराम अवस्था में रखे एक गुटके पर विचार करते हैं जैसा कि चित्र 3.4 में दर्शाया गया है। दर्शायी गयी दिशा में गुटके पर कुछ बाह्य बल $\mathbf{F}_{ext}$ इस प्रकार लगाते हैं कि गुटका गति न करे। यह तभी संभव है जब गुटके पर कुछ अन्य बल कार्य कर रहा हो जो कि $\mathbf{F}_{ext}$ के बराबर हो लेकिन विपरीत दिशा में हो। इस प्रकार का बल स्थैतिक घर्षण का बल कहलाता है और यह f_s द्वारा दर्शाया जाता है। ज्यों-ज्यों $\mathbf{F}_{ext}$ बढ़ता है त्यों-त्यों ही f_s भी बढ़ता है और परिमाण में f_s के बराबर रहता है जब तक कि यह क्रांतिक मान $f_s^{(max)}$ तक नहीं पहुँचता। जब $\mathbf{F}_{ext}$ क्रांतिक मान से बढ़ाया जाता है तो गुटका फिसलना शुरु कर देता है और तब इस पर गतिज घर्षण कार्य करने लगता है।

यह आम अनुभव की बात है कि किसी वस्तु को अचर वेग से गति कराने के लिये जितने बल की आवश्यकता होती है उसकी तुलना में वस्तु को प्रारंभ में गति देने के लिये अधिक बल की आवश्कता होती है। इस कारण संपर्क में आने वाली सतहों के बीच अधिकतम स्थैतिक घर्षण बल $f_s^{(max)}$ उनके बीच गतिज घर्षण बल f_k से अधिक होगा। चित्र 3.5 में बाह्य बल के साथ घर्षण बल की परिवर्तनशीलता दर्शायी गयी है।

आप एक दूसरे के संपर्क में रखे हुए दो सतहों के जोड़े के लिए उन कारकों को जानना चाहेंगे जिन पर $f_s^{(max)}$ और f_k निर्भर करते हैं। यह एक प्रायोगिक तथ्य है कि $f_s^{(max)}$ तल के लम्बवत् लगे बल $\mathbf{F}_N$ का समानुपाती होता है। अत:

$$f_s^{(max)} \alpha \mathbf{F}_N \quad \text{या} \quad f_s^{(max)} = \mu_s \mathbf{F}_N \tag{3.6}$$

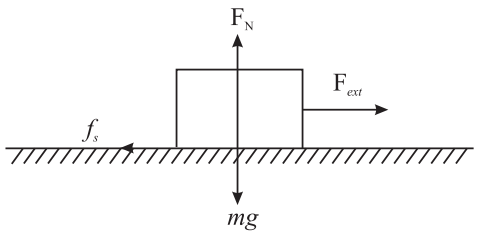
जहाँ μ_s स्थैतिक घर्षण गुणाँक कहलाता है। सतह पर लगे लम्बवत बल $\mathbf{F}_N$ का मान उस बल की सहायता से ज्ञात किया जा सकता है जिस बल से गुटका सतह को दबाता है। चित्र 3. 4 के संदर्भ में लम्बवत बल $\mathbf{F}_N$ जो कि गुटके पर लगा है mg के बराबर है जहाँ पर m गुटके का द्रव्यमान है।

क्योंकि $f_s = \mathbf{F}_{ext}$ जब तक $f_s \leq f_s^{max}$ या

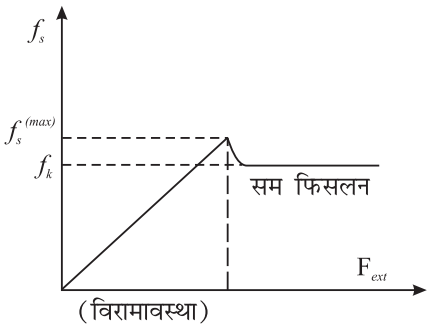
$$f_s \leq \mu_s \mathbf{F}_N$$

प्रायोगिक रुप से यह भी पाया गया है कि दो सतहों के बीच स्थैतिक घर्षण का अधिकतम बल संपर्क के क्षेत्रफल पर निर्भर नहीं करता इस प्रकार हम लिख सकते हैं

$$f_k = \mu_k \mathbf{F}_N$$



चित्र. 3.4 : गुटके पर कार्यरत बल



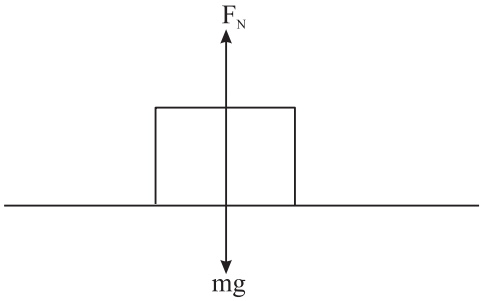
चित्र. 3.5 : घर्षण बल का बाह्य बल के साथ परिवर्तन

जहाँ पर μ_k = गतिज घर्षण गुणांक है। सामान्यत: $\mu_s > \mu_k$ इसके अतिरिक्त गुणांक μ_s और μ_k किसी भी सतह जैसे लकड़ी पर लकड़ी, कंक्रीट पर रबर आदि के लिये अचर नहीं है। इनका मान सतह के खुरदरेपन, स्वच्छता, आर्द्रता आदि पर निर्भर करता है।

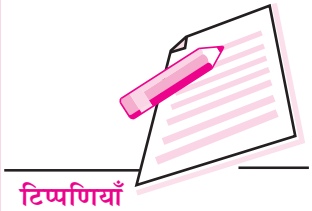
उदाहरण 3.7 एक क्षैतिज सतह पर एक 2 kg का गुटका विराम की अवस्था में है। संपर्क सतहों के बीच स्थैतिक घर्षण गुणांक 0.25 है। संपर्क सतह के बीच स्थैतिक घर्षण का अधिकतम मान ज्ञात करें।

हल :

यहाँ $m = 2$ kg और $\mu_s = 0.25$



चित्र. 3.6 : गुटके पर अभिलम्बवत् बल



$$f_s^{(max)} = \mu_s \mathbf{F}_N = \mu_s m\mathbf{g}$$
$$= (0.25)\,(2\text{ kg})\,(9.8\text{ ms}^{-2})$$
$$= 4.9\text{ N}.$$

उदाहरण 3.8 5 kg भार का एक गुटका एक क्षैतिज सतह पर जिसके लिये $\mu_k = 0.1$ है। गुटके का त्वरण क्या होगा यदि क्षैतिज दिशा में उस पर 10 N का बल लगाकर खींचा जा रहा हो?

हल :

$F_k = \mu_k F_N$ जहाँ $F_N = mg$,

$$f_k = \mu_k mg$$
$$= (0.1)\,(5\text{ kg})\,(9.8\text{ m s}^{-2})$$
$$= 4.9\text{ kg m s}^{-2} = 4.9\text{ N}$$

गुटके पर आरोपित कुल बल $= F_{ext} - f_k = 10\text{ N} - 4.9\text{ N} = 5.1\text{ N}$

अत: इस प्रकार

$$\text{त्वरण} = a = \frac{F_{net}}{m} = \frac{5.1\text{ N}}{5\text{ kg}} = 1.02\text{ m s}^{-2}$$

अत: गुटके में लगाये गये बाह्य बल की दिशा में 1.02 ms^{-2} का त्वरण होगा।

3.6.2 बेल्लन (लोटनिक) घर्षण

यह सामान्य अनुभव है कि पहियों वाली वस्तु को खींचना और धकेलना आसान है। सर्पी गति से पहियों की गति भिन्न होती है। पहियों की गति बेल्लन गति होती है। बेल्लन गति में होने वाले घर्षण को बेल्लन घर्षण कहते हैं। एक समान सामान्य बल के लिये सर्पी घर्षण की अपेक्षा बेल्लन घर्षण बहुत ही कम होता है। उदाहरण के लिये जब स्टील की पटरी पर स्टील के पहिये को घुमाते हैं तो स्टील पर स्टील के सर्पी घर्षण की तुलना में बेल्लन घर्षण लगभग 1/100 वाँ भाग होता है। बेल्लन घर्षण के गुणांक के लाक्षणिक मान स्टील पर स्टील के लिये 0.006, तथा कंक्रीट पर रबर के लिये 0.02 – 0.04 होता है।

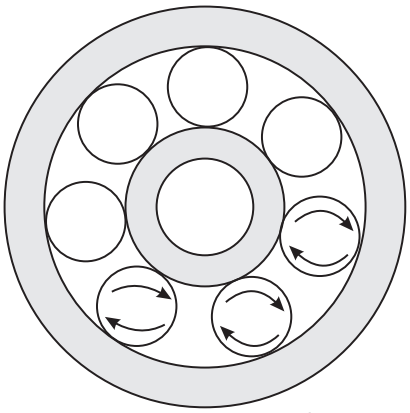
अब हम चाहेंगे कि आप एक छोटा सा क्रियाकलाप करें।

क्रियाकलाप 3.1

एक भारी पुस्तक या पुस्तकों का ढेर एक मेज पर रखें और उन्हें अंगुलियों से धकेलने का प्रयास करें। अब पुस्तकों के नीचे तीन या अधिक पेंसिलें रखकर पुन: धकेलने का प्रयास करें। किस स्थिति में कम बल की आवश्यकता होती है? आप इससे क्या निष्कर्ष निकालते हैं।

3.6.3 घर्षण कम करने की विधियाँ

फिसलन गति की तुलना में बेल्लन गति कराना अत्यधिक आसान है। इस कारण पहिये को मानव जाति का बहुत बड़ा आविष्कार माना गया है और इसी कारण मशीनों में बाल बियरिंग्स उपयोग किये जाते हैं ताकि घर्षण कम किया जा सके।



चित्र. 3.6 : बॉल वियरिंगस में गोलियों की गति

बॉल बियरिंग्स में दो अक्षीय सिलिंडरों के बीच स्टील बॉल रखी जाती है। जैसा कि चित्र 3.6 में दिखाया गया है। सामान्यता दो सिलिन्डरों में से एक को दूसरे की अपेक्षा घूमने दिया जाता है। यहाँ पर बॉलों का परिभ्रमण लगभग घर्षण रहित गति में होता है। बॉलबियरिंगस का सभी प्रकार के वाहनों, विद्युत मोटर्स,, विद्युत पंखों आदि में उपयोग होता है।

संपर्क सतह के बीच स्नेहकों (lubricants) जैसे ग्रीस या तेल का उपयोग बड़ी मात्रा में घर्षण कम कर देता है। भारी वाहनों में गतिशील भागों को तेल में डुबाकर रखा जाता है। यह गतिशील भागों के बीच घर्षण बल को भी कम करता है और उन्हें अधिक गरम होने से भी बचाता है।

वास्तव में स्नेहकों जैसे तेल या ग्रीस की उपस्थिति शुष्क घर्षण को द्रव घर्षण में परिवर्तित कर घर्षण के परिमाण को अत्यधिक कम कर देती है।

संपर्क सतहों के बीच संपीड़ित और विशुद्ध वायु का प्रवाह भी घर्षण को कम करता है। यह गतिशील भागों पर धूल तथा गंदगी को एकत्र होने से भी रोकता है।

अगले भाग में प्रश्न हल करने के लिये कुछ मार्गदर्शक सिद्धांत बताये गये हैं। अभ्यास के लिये कुछ उदाहरण भी दिये गये हैं। प्रश्नों के हल पढ़ने से पहले मार्गदर्शक सिद्धांतों के अनुसार उन्हें स्वयं हल करने का प्रयत्न करें।

तरल घर्षण

द्रव या गैस में गतिमान वस्तुओं में भी घर्षण बल कार्य करता है। उल्काएं हवा के घर्षण के कारण उत्पन्न गर्मी के कारण चमकती हैं। ठोस घर्षण के विपरीत, तरल घर्षण वस्तुओं की आकृति पर निर्भर करता है। इस लिये मछलियों का एक विशेष आकार होता है और तेज गति से चलने वाले वायुयान एंव गाड़ियों को भी मछली के समान आकृति प्रदान की जाती है जिसे धारा रेखीय आकृति कहते हैं। तरल घर्षण का मान गति में वृद्धि के साथ तेजी से बढ़ता है। यदि कार को अधिक तेज गति से चलाया जाय तो बढ़े हुए तरल घर्षण के प्रभाव को निरस्त करने के लिये ईंधन की खपत अधिक होगी। कार निर्माता 40-45 km h^{-1} की चाल से वाहन चलाने का परामर्श देते हैं।

3.7 मुक्त निकाय आरेख तकनीक

यांत्रिकी में प्रश्नों को हल करने में बल निर्देशक आरेख (FBD) अत्यधिक सहायक हैं। इनके द्वारा न्यूटन के नियमों का उपयोग आसान हो जाता है। बल निर्देशक आरेख बनाने की विधि का वर्णन नीचे किया गया है।

1. दिये गये विवरण के अनुसार तंत्र (system) का एक स्वच्छ सरल आरेख बनाएं।
2. जिस वस्तु पर ध्यान केन्द्रित करना हो उस वस्तु को अलग करें। यह वस्तु मुक्त वस्तु कहलायेगी।
3. मुक्त वस्तु पर कार्य करने वाले सभी बाह्य बलों पर विचार करें और मुक्त वस्तु पर उनके प्रयोग की दिशा स्पष्ट रुप से तीरांकन द्वारा चिह्नित करें।
4. अब न्यूटन के दूसरे नियम $\Sigma \mathbf{F} = m\mathbf{a}$ का उपयोग करें।

   (अथवा $\Sigma F_x = ma_x$ और $\Sigma F_y = m\, a_y$)

याद रखें

(i) वस्तु की गति की दिशा में वस्तु पर एक नेट बल होना चाहिए।

(ii) सम्पूर्ण हल के लिये जितनी अज्ञात राशियाँ हैं उतने ही स्वतंत्र समीकरण होने चाहिए।

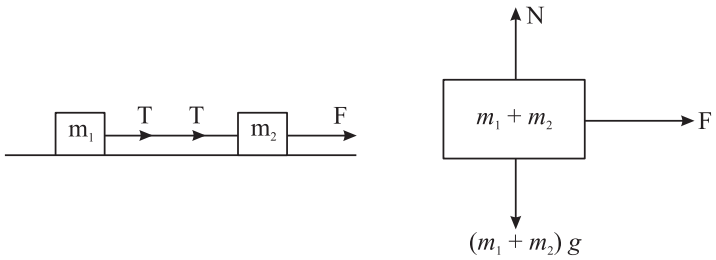
उदाहरण 3.9 : m_1 और m_2 द्रव्यमान के दो गुटके एक भारहीन धागे से जोड़े जाते हैं और चिकनी क्षैतिज सतह पर रखे जाते हैं। m_2 द्रव्यमान के गुटके को बल F के द्वारा खींचा जाता है, जो क्षैतिज के समान्तर कार्य कर रहा है। दोनों गुटकों का त्वरण क्या होगा और दोनों (इनके भी क्षैतिज मानिये) को जोड़ने वाले धागे में तनाव क्या होगा?

हल : मान लो **F** दिशा में a गुटकों का त्वरण है और धागे का तनाव **T** है। m_1 तथा m_2 के बल निर्देशक आरेख के लिये घटक के रुप में $\Sigma \mathbf{F} = m\mathbf{a}$ का प्रयोग करने पर हमें प्राप्त होता है।

$N - (m_1 + m_2)\, g = 0$

और $F = (m_1 + m_2)a$

$$\Rightarrow \quad a = \frac{F}{m_1 + m_2}$$

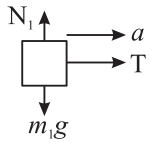


चित्र. 3.7: दो जुड़े हुए गुटकों के लिये बल निर्देशक आरेख

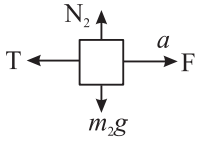
m_1 के बल-निर्देशक आरेख के लिये घटक रुप में $\Sigma F = ma$ उपयोग करने पर हमें प्राप्त होता है।

$$N_1 - m_1 g = 0 \quad \text{और} \quad T = m_1 a$$

$$\Rightarrow \qquad T = m_1\left(\frac{F}{m_1+m_2}\right)$$



या $$T = \left(\frac{m_1}{m_1+m_2}\right).F$$



$\Sigma F = ma$ का उपयोग करते हुए m_2 के लिये बल निर्देशक आरेख बनाकर देखें क्या इसके लिये भी a और T के मान पूर्ववत आते हैं।

उदाहरण 3.10 : दो द्रव्यमान m_1 और m_2 $(m_1 > m_2)$ को हल्की घर्षणरहित पुली के ऊपर से गुजरते हुए अवितान्य धागे के दो सिरों से जोड़ा गया द्रव्यमान को छोड़ते समय उन्हें जोड़ने वाले धागें में तनाव और द्रव्यमानों का त्वरण ज्ञात कीजिए।

हल : मान लो द्रव्यमान m_1 का त्वरण नीचे की ओर a है। m_2 द्रव्यमान का त्वरण भी a होगा लेकिन यह ऊपर की ओर होगा (क्यों?) मान लो दो द्रव्यमानों को जोड़ने वाली रस्सी में तनाव T है।

m_1 और m_2 पर $\Sigma F = ma$ उपयोग करने पर

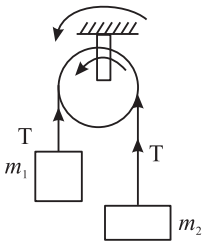
$$m_1g - T = m_1a \quad \text{.....} (1)$$

$$T - m_2g = m_2a \quad \text{.....} (2)$$

a और T के लिये समीकरण (1) और (2) को हल करने पर हमें प्राप्त होता है।

$$a = \left(\frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}\right).g \qquad T = \left(\frac{2m_1m_2}{m_1+m_2}\right)a$$

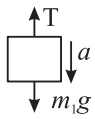
इस स्थिति में आप चरों (यानी m_1 और m_2) को चरम मान देखकर (अर्थात् $m_1 = m_2$ या $m_1 >> m_2$ मान देकर यह जाँच कर सकते हैं कि क्या a और T के माना आशा के अनुरुप प्राप्त होते हैं।

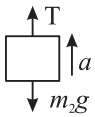


उदाहरण 3.11 : $M = 10$ कि.ग्रा. द्रव्यमान की एक ट्राली भारहीन अवितान्य धागे की सहायता से $m = 2$ kg के द्रव्यमान के गुटके के साथ जोड़ी गयी। यह धागा चित्र 3.10 में दर्शाये गये रुप में हल्की घर्षणहीन घिरनी के ऊपर से जा रहा है। ट्रॉली और सतह के बीच गतिज घर्षण का गुणांक $(\mu_k) = 0.02$ है। अत: ज्ञात कीजिए।

a) ट्रॉली का त्वरण

b) धागे में तनाव





चित्र. 3.9

हल : चित्र 3.10 (b) और (c) ट्रॉली और गुटके का बल निर्देशक आरेख दर्शाते हैं। गुटके और ट्रॉली का त्वरण a लेते हैं।

ट्रॉली के लिये, $F_N = Mg$ और

$T - f_k = Ma$ जहाँ $f_k = \mu_k F_N$

$= \mu_k Mg$

अत: $T - \mu_k Mg = Ma$ ...(1)

$mg - T = ma$ ...(2)

समीकरण (1) और (2) जोड़ने से हमें प्राप्त होता है।

$$mg - \mu_k Mg = (M + m)\, a$$

या $$a = \frac{mg - \mu_k Mg}{M + m} = \frac{(2\text{ kg})(9.8\text{ m s}^{-2}) - (0.02)(10\text{ kg})(9.8\text{ m s}^{-2})}{(10\text{ kg} + 2\text{ kg})}$$

$$= \frac{19.6\text{ kg m s}^{-2} - 1.96\text{ kg m s}^{-2}}{12\text{ kg}} = 1.47\text{ m s}^{-2}$$

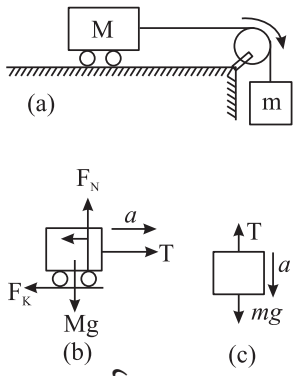
अत: $a = 1.47\text{ m s}^{-2}$

समीकरण (2) से $T = mg - ma = m(g - a)$

$= 2\text{ kg}(9.8\text{ ms}^{-2} - 1.47\text{ m s}^{-2})$

$= 2\text{ kg}(8.33\text{ m s}^{-2})$

अत: $T = 16.66\text{ N}$



चित्र. 3.10

पाठगत प्रश्न 3.4

1. m द्रव्यमान का एक गुटका θ आनति के खुरदरे तल पर रखा है। गुटके पर प्रभावी विभिन्न बलों को चित्र द्वारा दर्शाइए।

2. 100 N का बल चिकनी क्षैतिज सतह पर रखे 2 kg और 3 kg द्रव्यमान के गुटकों A और B पर लग रहा है। गुटका B पर गुटका A कितने परिमाण का बल लगा रहा है?

चित्र. 3.11

3. रस्सी में बाँधकर लटकाई गयी 5kg की वस्तु को ऊपर खींचा जाता है तो रस्सी में तनाव क्या होगा जबकि इसमें ऊपर की ओर

   (a) वेग 2 m s^{-1} हो

   (b) त्वरण 2 m s^{-2} हो।

3.8 जड़त्वीय और अजड़त्वीय निर्देश फ्रेम्स की मूलभूत अवधारणा

एक विमीय या सरल रेखीय गति के अध्ययन के लिये एक निर्देशक बिंदु (मूल बिंदु) पर्याप्त है। लेकिन जब द्विविमीय या त्रिविमीय गति हो तो उसके अध्ययन के लिये निर्देशांक रेखाओं के एक सम्मुचय की आवश्यकता होती है ताकि किसी बिंदु की दिकस्थान (space) में स्थिति का वर्णन किया जा सके। इन रेखाओं के समुच्चय को निर्देश फ्रेम (frame of reference) कहते हैं।

प्रत्येक गति का वर्णन एक प्रेक्षक करता है। प्रेक्षक की गति की अवस्था में परिवर्तन के अनुसार गति संबंधी प्रेक्षण भी प्रभावित होंगे। उदाहरण के लिए एक बक्से को लें जो कि प्लेटफार्म पर रखा है। प्लेटफार्म पर खड़े व्यक्ति को यह स्थिर दिखायी पड़ेगा जबकि एक समान चाल v से गति करती हुई ट्रेन में बैठे आदमी को यह $-v$ वेग से चलता प्रतीत होगा। लेकिन त्वरण (a) से चलती हुई रेल पर बैठा प्रेक्षक क्या अनुभाव करेगा? वह बक्से को $(-a)$ त्वरण से चलता हुआ अनुभव करेगा। स्पष्टतया इस प्रेक्षक के लिये गति का प्रथम नियम गलत हो जाता है।

अत: गति का वर्णन करने के लिये एक निर्देश फ्रेम की आवश्यकता होती है। यदि फ्रेम अध्ययन की जाने वाली वस्तु के सापेक्ष स्थिर हो या समान वेग से चल रहा हो तो इस फ्रेम में जड़त्व का नियम कार्य करता है। इसलिये इन फ्रेम्स को जड़त्वीय फ्रेम कहते हैं। और यदि प्रेक्षक का फ्रेम त्वरित है तो इसे अजड़त्वीय फ्रेम कहते हैं।

एक वस्तु जिसका द्रव्यमान m और त्वरण (a) हो और यह अजड़त्वीय फ्रेम में हो तो हम गति के द्वितीय नियम का उपयोग एक छद्म बल द्वारा कर सकते हैं। घूमती वस्तु में इस बल को अभिकेन्द्रीय बल कहते हैं।

पाठगत प्रश्न 3.5

1. एक आधा भरा हुआ गिलास रेलगाड़ी में एक क्षैतिज मेज पर रखा है। क्या रेलगाड़ी के चलने पर जल की मुक्त सतह क्षैतिज रहेगी?

2. जब एक कार एक वक्रीय पथ पर बहुत वेग से चलायी जाती है तो वह बाहर की ओर फिसलती है। कार के अन्दर बैठे व्यक्ति को कार की गति कैसी प्रतीत होगी? सड़क पर खड़ा व्यक्ति इस घटना को किस प्रकार वर्णन करेगा?

3. 6×10^{-10} kg द्रव्यमान का एक छोटा जल कण एक अपकेन्द्रक के जलीय निलम्बन में है। इसे $2\pi \times 10^3$ rad s^{-1} के कोणीय वेग से घुमाया जाता है। कण घूर्णन अक्ष से 4cm की दूरी पर है। कण पर कार्य कर रहे नेट अभिकेन्द्रीय बल की गणना करो।

4. पृथ्वी के घूर्णन का कोणीय वेग कितना होना चाहिए जिससे कि इसकी सतह पर रखी वस्तुऐं अभिकेन्द्रीय बल के कारण सतह से छिटकने लगें? $g = 10$ m s^{-2} मान लें।

5. 2 kg भार की एक मुक्त रुप से गिरती वस्तु से जुड़े निर्देशक फ्रेम में जड़त्वीय बल का परिमाण एंव दिशा क्या होंगे?

आपने क्या सीखा

- पिंड का जड़त्व उसके विरामावस्था या एकसमान गति में किसी परिवर्तन का प्रतिरोध करने की प्रवृत्ति को कहते हैं।
- न्यूटन का पहला नियम बताता है कि कोई वस्तु विराम या सरल रेखा में एकसमान गति की अवस्था में बनी रहती है जब तक उस पर लग रहा नेट बाह्य बल शून्य होता है।
- **V** वेग से गतिमान m द्रव्यमान के अकेले कण के लिये हम सदिश राशि **p** को $\mathbf{p} = m\boldsymbol{v}$ के रुप में परिभाषित करते हैं जो रेखीय संवेग कहलाता है।
- न्यूटन का दूसरा नियम बताता है कि वस्तु के संवेग परिवर्तन की दर वस्तु पर लगे रहे परिणामी बल की समानुपाती होती है
- न्यूटन के दूसरे नियम के अनुसार अचर द्रव्यमान की वस्तु में उत्पन्न त्वरण, वस्तु पर लग रहे नेट बाह्य बल का अनुक्रमानुपाती होता है। अर्थात् $\mathbf{F} = \mathbf{ma}$
- न्यूटन का तीसरा नियम बताता है कि जब दो वस्तुएं एक दूसरे के साथ अन्योन्य क्रिया करती हैं तो एक वस्तु द्वारा दूसरी वस्तु पर आरोपित बल दूसरी वस्तु द्वारा प्रथम वस्तु पर आरोपित बल के बराबर और विपरीत दिशा में होगा।
- संवेग संरक्षण के नियम अनुसार यदि कणों के तंत्र पर कोई नेट बाह्य बल नहीं लगता है तो कणों के तंत्र का कुल संवेग स्थिर रहता है। चाहे कणों के बीच बलों की प्रकृति कैसी भी क्यों न हो।
- किसी बिन्दु एक साथ लगने वाले बल संगामी बल कहलाते हैं। यदि इन बलों का परिणामी बल शून्य हो तो ये बल संतुलन में कहे जाते हैं।
- घर्षण बल वह बल है जो किसी वस्तु पर लगता है जब वस्तु किसी सतह पर सर्पण या बैल्लन गति करने का प्रयास करती है। घर्षण का बल हमेशा संपर्क में आई सतहों के समान्तर होता है और वस्तु की गति की दिशा के विपरीत होता है।
- वस्तु एंव सतह के बीच स्थैतिक घर्षण $f_s^{(\max)}$ का अधिकतम बल वस्तु पर लग रहे अभिलम्बवत् बल $\mathbf{F}_N$ का समानुपाती होता है। यह अधिकतम बल तब लगता है जब वस्तु बस फिसलने ही वाली होती है।
- किसी सतह पर सर्पण कर रही वस्तु के लिये गतिज घर्षण f_k के बल का परिमाण $f_k = \mu_k \mathbf{F}_N$ द्वारा व्यक्त किया जाता है जहाँ संपर्क में आयी सतहों के लिये μ_k गतिज घर्षण गुणाँक है।
- बेलन बियरिंग और बाल बियरिंग का उपयोग घर्षण और उससे जुड़ी ऊर्जा हानियों को बड़ी मात्रा में कम करता है क्योंकि गतिज घर्षण की तुलना में बेल्लन घर्षण बहुत कम होता है।
- न्यूटन के गति के नियम केवल जड़त्वीय निर्देश फ्रेम में लागू होते हैं। जड़त्वीय फ्रेम वह फ्रेम है जिसमें विलगित एकल वस्तु का त्वरण शून्य होता है।

- किसी वस्तु में स्थैतिक संतुलन बनाये रखने के लिये उस पर लग रहे सभी बलों का सदिश योग शून्य होना चाहिये, केवल बिंदु वस्तुओं (point objects) के लिये यह आवश्यक तथा पर्याप्त शर्त है।

पाठांत प्रश्न

1. निम्नलिखित में से कौन सदैव पिंड पर लग रह नेट बाह्य बल की दिशा में होगा।

   (a) विस्थापन (b) वेग

   (c) त्वरण (d) संवेग परिवर्तन

2. जब वस्तु पर अचर नेट बाह्य बल लग रहा हो तो निम्नलिखित में से किसमें परिवर्तन नहीं हो सकता।

   (a) स्थिति (b) चाल (c) वेग (d) त्वरण

   उदाहरण सहित व्याख्या करें।

3. एक 0.5 kg की गेंद इतनी ऊँचाई से गिरायी जाती है कि वह भूमि पर पहुँचने में 4 सेकंड का समय लेती है। गेंद के संवेग में परिवर्तन ज्ञात कीजिए।

4. 2 kg द्रव्यमान वस्तु के संवेग में परिवर्तन निम्नलिखित में से किस स्थिति में होगा?

   (a) जब 1 सेकेंड के लिये 10 N का बल उस पर कार्य कर रहा हो।

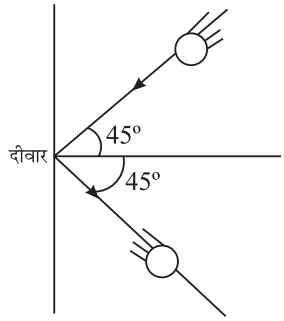
   (b) जब 1 मिनट के लिये 10 N का बल उस पर लग रहा हो।

   प्रत्येक स्थिति में संवेग में परिवर्तन का परिकलन कीजिए।

5. एक 0.2 kg द्रव्यमान की गेंद 6 ms^{-2} त्वरण के साथ वायु में गिर रही है। गेंद पर वायु कर्षण ज्ञात कीजिये।

6. 20 kg द्रव्यमान का एक भार एक रस्सी की सहायता से सतत त्वरण पर उठाया गया है। भार 2 सेकंड में 5 मीटर की ऊँचाई तक जाता है। रस्सी का तनाव ज्ञात कीजिये।

7. एक 10 m s^{-1} की गति से चल रही 0.1kg द्रव्यमान की गेंद दीवार से टकराकर उसी गति से चित्र में दर्शायी गयी दिशा में विक्षेपित हो जाती है। गेंद का संवेग परिवर्तन क्या होगा?



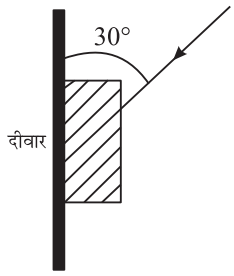
चित्र. 3.12

8. एक मशीनगन का औसत प्रतिक्षेप बल बताइए जो कि 150 बुलेट प्रति मिनट दाग रही हैं। प्रत्येक बुलेट की चाल 900 m s^{-1} है। प्रत्येक बुलेट का द्रव्यमान 12 ग्राम है।

9. जब तेज गेंद को लपकते हैं तो गेंद को विराम की अवस्था में लाते समय हाथ को पीछे की ओर क्यों खींचते हैं?

10. विरामावस्था में स्थित 2 kg द्रव्यमान के पिण्ड पर 20 N परिमाण का अचर बल 2 सेकंड के लिये लगता है, तो प्रारम्भ के (क) 1 सेकेंड के बाद वस्तु का वेग क्या होगा? (ख) 3 सेकंड के बाद वेग क्या होगा?

11. दर्शायी गयी दिशा में गुटके पर लगा बल कैसे उसे ऊर्ध्वाधर दीवार पर फिसलने से रोकता है?



चित्र. 3.13

12. एक क्षैतिज सतह पर 2 kg का गुटका विराम की अवस्था में है। गुटके तथा सतह के बीच स्थैतिक घर्षण का गुणाँक 0.5. है। घर्षण के बल की दिशा और परिमाण क्या होगा यदि क्षैतिज दिशा में लग रहे बाह्य बल का परिमाण निम्नलिखित हो

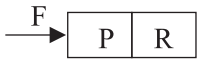
    (a) 0 N ? (b) 4.9 N ? (c) 9.8 N ?

13. किसी सतह पर रखे एक गुटके के लिये स्थैतिक घर्षण का अधिकतम बल 10N है। जब जिस सतह पर गुटका विराम की अवस्था में है उसके समान्तर 5 N का बाह्य बल लगाया जाये तो घर्षण-बल क्या होगा?

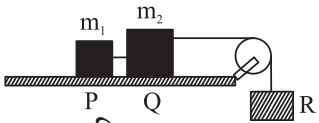
14. 30^0 आनति के आनत समतल पर 5 kg के गुटके को विराम अवस्था में रखने के लिये कम से कम कितने बल की आवश्यकता है? गुटके तथा आनत समतल के बीच स्थैतिक घर्षण का गुणाँक 0.25 है।

15. क्षैतिज घर्षण रहित सतह पर क्रमशः $m_1 = 2$ kg और $m_2 = 3$ kg द्रव्यमान के दो गुटके P और Q एक दूसरे से सटाकर रखे गये हैं चित्र में दर्शायी गयी दिशा में P गुटके पर एक बाह्य बल F = 10 N लगाया गया। निम्नलिखित का मान ज्ञात कीजिये।

    (a) गुटकों का त्वरण

    (b) गुटके P द्वारा गुटके पर लगाया गया बल 

16. $m_1 = 2$ kg और $m_2 = 4$ kg के दो गुटके क्रमशः P और Q चित्र के अनुसार M द्रव्यमान के तीसरे गुटके R से जोड़े गये हैं।



चित्र. 3.14

M के किस अधिकतम मान के लिये तीनों गुटके संतुलन अवस्था में होंगे।

प्रत्येक ब्लॉक पर कार्य कर रहा बल इस पर लगी ऊर्ध्व प्रतिक्रिया के बल का आधा है।

17. साइकिल ब्रेक के संबंध में घर्षण बल की भूमिका की व्याख्या कीजिए। यदि रिम पर तेल की कुछ बूँदें डाल दी जायें तो क्या होगा?

18. $\theta = 37^0$ आनति के आनत समतल पर एक 2 कि.ग्रा. के गुटके को धकेला गया जिससे उसे 20 m s^{-1} की प्रारंभिक चाल प्राप्त होती है। विराम की अवस्था में आने से पहले गुटका कितनी दूरी तय करेगा? गुटके तथा आनत तल के बीच गतिज बल का गुणाँक $\mu_k = 0.5$ है।

$g = 10$ m s^{-2}, $\sin 37^0 = 0.6$, $\cos 37^0 = 0.8$ लीजिए।

पाठगत प्रश्नों के उत्तर

3.1

1. कथन केवल उस वस्तु के लिये सत्य है जो नेट बल लगाने से पूर्व विराम की अवस्था में हो।
2. जड़त्व द्रव्यमान
3. हाँ, जैसा कि एकसमान वर्तुल गति में होता है।
4. बल से स्थानान्तर और घूर्णन गति हो सकती है। यह वस्तुओं को विरुपित भी कर सकता है।

3.2

1. लघुतर द्रव्यमान की वस्तु
2. (a) हाँ (b) नहीं
3. गिरती हुई वस्तु के संवेग में वृद्धि होती है क्योंकि इसकी गति की दिशा में गुरुत्व बल उस पर कार्य करता है।
4. (b) अवस्था में संवेग में परिवर्तन अधिक होगा। यह $F \times \Delta t$ गुणनफल है। जो संवेग में परितवर्तन लाता है। $\left(\text{as } F \propto \frac{\Delta p}{\Delta t}\right)$

5. नहीं, यद्यपि चाल अचर है लेकिन वस्तु के वेग में परिवर्तन उसकी दिशा में परिवर्तन के कारण होता है। अत: उसका संवेग अचर नहीं है।

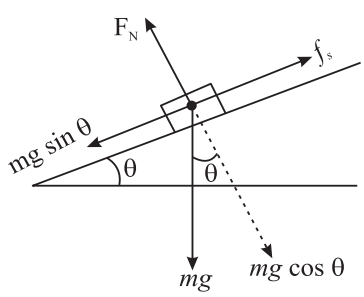
3.3

1. कूदने वाले पर भूमि द्वारा लगाये बल के द्वारा कूदने वाला ऊपर की ओर त्वरित होता है। यह बल कूदने वाले द्वारा भूमि पर लगाये गये बल की प्रतिक्रिया है।
2. (a) वह बल जिससे व्यक्ति फुटबॉल में किक लगाता है यदि वह क्रिया है तो फुटबॉल द्वार व्यक्ति पर लगाया गया बल उसकी प्रतिक्रिया होगी।

   (b) वह बल जिससे पृथ्वी चन्द्रमा को खींचती है यदि वह क्रिया है तो चन्द्रमा द्वारा पृथ्वी पर लगाया गया बल उसकी प्रतिक्रिया होगी।

   (c) गेंद द्वारा दीवार पर लगाया बल यदि क्रिया है तो दीवार द्वारा गेंद पर लगाया गया बल उसकी प्रतिक्रिया होगी।
3. नहीं, तर्क सही नहीं है। जब व्यक्ति द्वारा लगाया गया धक्का अलमारी और तल के बीच कार्यकारी घर्षण बल से अधिक हो जाता है तो अलमारी खिसकती है। व्यक्ति को पीछे की ओर धक्का स्वयं उसके और तल के बीच लगने वाला बड़ा घर्षण बल है। यदि व्यक्ति किसी फिसलने वाले तल पर हो तो वह अलमारी नहीं खिसका पाएगा।

3.4



चित्र. 3.15

2. 40 N
3. (a) (5×9.8) N

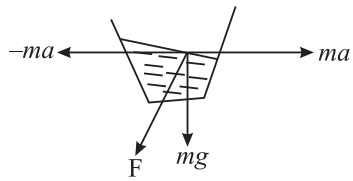
   (b) $F = (5 \times 2)$ N + (5×9.8) N = 59 N

3.5

(1) जब रेल गाड़ी चलती है तो माना इसका त्वरण a है। तब रेल गाड़ी से जुड़े निर्देश फ्रेम के संदर्भ में पानी में लगने वाला परिणामी बल

$$\mathbf{F} = m\,\mathbf{g} - m\,\mathbf{a}$$

जहाँ m पानी तथा गिलास का द्रव्यमान है (चित्र. 3.16)। पानी का पृष्ठ F के लम्बवत् चित्र में दर्शाए अनुसार दिखाई देगा।



चित्र. 3.16

(2) भीतर बैठा यात्री $(-mv^2/r)$ परिमाण का अभिकेन्द्रीय बल महसूस करेगा। जितना अधिक वेग v होगा r का परिमाण भी उतना ही अधिक होगा। सड़क पर खड़े हुये प्रेक्षक के लिये वक्र गति करती हुई कार में एक v^2/r परिमाण का अपकेन्द्री त्वरण लगता महसूस करेगा। पुन: अधिक v के लिये r का मान अधिक होगा।

(3) कण पर लगने वाला अभिकेन्द्री बल $\mathbf{F} = m\omega^2 r = (6 \times 10^{-10}\,\text{kg}) \times (2\pi \times 10^3\,\text{rad s}^{-1})^2 \times (0.04\,\text{m}) = 9.6 \times 10^{-4}\,\text{N}$.

(4) एक वस्तु के सतह से छिटकने के लिये अभिकेन्द्रीय बल (अपकेन्द्री) बला का मान उसके भार से थोड़ा अधिक होना चाहिए।

यदि वस्तु का द्रव्यमान m हो तो

$$\frac{mv^2}{r} = mg \text{ शर्त पूरी होनी चाहिए}$$

$$v = r\omega$$

$$\frac{r^2\omega^2}{r} = g$$

या कोणीय वेग $\omega = \sqrt{g/r}$

इसलिए $\sqrt{g/r}$ अधिक परिमाण के कोणीय वेग से वस्तुएं छिटक जायेंगी।

5. शून्य जैसा कि किसी वस्तु के मुक्त रुप से गिरने में होता है।

पाठांत प्रश्नों के उत्तर

1. (d)

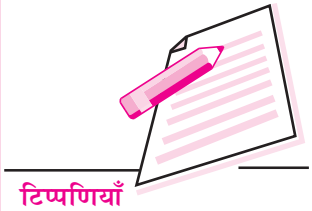
2. (a) यदि पदार्थ के अन्दर विकसित आंतरिक बल बाह्य बल से अधिक हो जाये जैसा कि दीवार पर लगे बल के प्रकरण में होता है।

   (b) यदि बल गति की दिशा के लम्बवत लगाया जाय तो बल द्वार गति की दिशा परिवर्तित होती है लेकिन चाल समान रहती है।

3. $v = 0 + (-g) \times 4$

   $|v| = 40\,\text{m s}^{-1}$

   $\therefore \Delta P = m\,(v - u) = (0.5 \times 40) = 20\,\text{kg m s}^{-2}$



4. जब 10 N का नेट बल 1s तक लगता है।
5. 0.76 N
7. 250 N.
8. 27 N
10. (a) 10 m s^{-1} (b) 20 m s^{-1}
12. (a) 0 N (b) 4.9 N (c) ~7.5 N
13. 5 N
14. 14.2 N
15. (a) 2 m s^{-2} (b) 6 N
16. 3 kg
18. 20 m

4

समतल में गति

पिछले दो पाठों में आप सरल रेखीय गति से संबंधित संकल्पनाओं के बारे में पढ़ चुके हैं। उन पाठों में पढ़ी गई संकल्पनाओं के द्वारा क्या आप एक तल अर्थात् दो विमाओं में गतिशील पिंडों की गति का वर्णन कर सकते हैं? ऐसा करने के लिए हमें कुछ नई संकल्पनाओं से परिचय करना होगा। द्विविमीय गति का एक रोचक उदाहरण – क्षैतिज से कोण बनाते हुए फेंकी गई एक गेंद की गति है। इस गति को **प्रक्षेप्य गति** कहते हैं।

इस पाठ में आप निम्नलिखित प्रश्नों जैसे कुछ प्रश्नों का उत्तर देना सीखेंगे: किसी वायुयान की स्थिति और वेग क्या होनी चाहिए ताकि उसके द्वारा गिराई गई खाद्य सामग्री या दवाइयों के पैकेट बाढ़ पीड़ित या भूकंप से पीड़ित लोगों तक ठीक प्रकार पहुँच सकें, किसी खिलाड़ी को चक्रिका (discuss) या भाला किस प्रकार फेंकना चाहिए ताकि वह अधिकाधिक क्षैतिज दूरी तय करें, सड़कों का डिजाइन किस प्रकार किया जाए ताकि कार मोड़ पर मुड़ते समय पलट न जाए। उपग्रह की चाल क्या हो ताकि वह पृथ्वी के चारों ओर वृत्ताकार कक्षा के चक्कर लगाए? आदि-आदि।

ऐसी स्थितियाँ प्रक्षेप्य गति या वर्तुलगति के अंतर्गत आती हैं। सामान्यतया वर्तुल गति से तात्पर्य क्षैतिज वृत्त में गति से होता है। तथापि, क्षैतिज वृत्त में गति के अतिरिक्त पिंड ऊर्ध्व वृत्त में भी गति कर सकता है। इस प्रकार की गतियों को समझाने के लिए हम कोणीय वेग, अभिकेन्द्रीय बल और अभिकेन्द्रीय त्वरण की संकल्पनाओं से आपको परिचित कराएंगे।

उद्देश्य

इस पाठ के अध्ययन के पश्चात आप,

- *प्रक्षेप्य गति और वर्तुल गति की व्याख्या कर सकेंगे और उनके उदाहरण दे सकेंगे;*
- *ऊर्ध्व वृत्त में पिंड की गति की व्याख्या कर सकेंगे;*
- *किसी प्रक्षेप्य के लिए उसके 'उड्डयन काल' (time of flight), परास (range)* तथा अधिकतम ऊँचाई (maximum height) के व्यंजक निकाल सकेंगे;
- *प्रक्षेप्य के पथ का समीकरण व्युत्पन्न कर सकेंगे;*

- *वर्तुल गति में किसी पिण्ड के वेग* व त्वरण के व्यंजक ज्ञात कर सकेंगे, और
- *त्रिज्यीय तथा स्पर्शरेखीय त्वरण* (radial and tangential acceleration) को परिभाषित कर सकेंगे।

4.1 प्रक्षेप्य गति (Projectile motion)

प्रक्षेप्य गति के वर्णन का प्रथम सफल प्रयास गैलीलियो द्वारा किया गया। उसने दिखाया कि किसी मंद घूर्णन प्रक्षेप्य की क्षैतिज और ऊर्ध्व गतियाँ परस्पर स्वतंत्र होती हैं। इसे निम्नलिखित क्रियाकलापों द्वारा सरलता से समझा जा सकता है:

क्रिकेट की दो गेंदे लीजिए। उनमें से एक गेंद को किसी इमारत की छत से क्षैतिज दिशा में प्रक्षेपित कीजिए। ठीक उसी समय दूसरी गेंद को उतनी ही ऊँचाई से नीचे की ओर गिराएं। आप क्या पाएँगे?

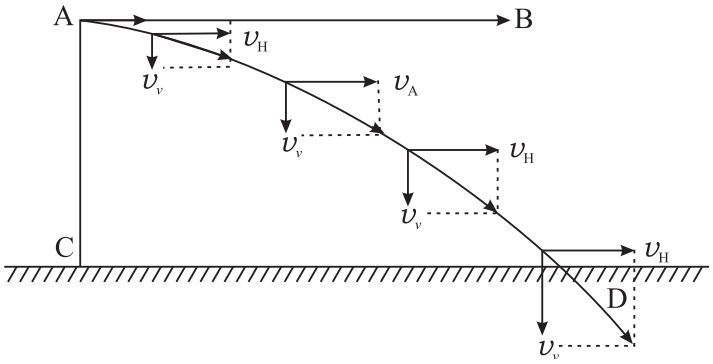
आप पाएँगे कि दोनों गेंदे एक ही समय पर जमीन पर गिरेंगी। इससे यह पता चलता है कि किसी प्रक्षेप्य का अधोमुखी त्वरण (down word acceleration) किसी मुक्त रुप से गिरती वस्तु के समान होता है। इसके अतिरिक्त वे अपनी क्षैतिज गति में स्वतंत्र होती हैं। इस तरह समय और दूरी की माप से यह पता चलता है कि क्षैतिज वेग निरंतर अपरिवर्तनीय होता है एंव ऊर्ध्वाधर गति की दृष्टि से स्वतंत्र रहता है।

दूसरे शब्दों में, प्रक्षेप्य गति की प्रमुख दो विशेषताएँ हैं:

(i) अचर क्षैतिज वेग घटक (constant horizontal velocity component)

(i) अचर ऊर्ध्वाधरत: अधोमुखी त्वरण घटक (constant vertically downword acceleration component)

इन दो स्वतंत्र गतियों के समिश्रण के फलस्वरुप प्रक्षेप्य का वक्र पथ प्राप्त होता है। चित्र 4.1 को देखिए। मान लीजिए कि कोई बालक एक गेंद को आरंभिक क्षैतिज वेग v से फेंकता है। न्यूटन की गति के नियमानुसार, जब तक क्षैतिज दिशा में बल गेंद पर प्रभाव नहीं डालता, तब तक क्षैतिज दिशा में कोई त्वरण नहीं होगा। वायु के घर्षण की उपेक्षा करें तो गेंद जब बालक के हाथ से अलग होती है तो उस पर लगने वाला बल केवल गुरुत्व बल होता है। अतएव गेंद की क्षैतिज चाल v_H परिवर्तत नहीं होती। किंतु जब गेंद अपनी इस चाल के साथ दाहिनी ओर आगे बढ़ती है तो वह गुरुत्व बल के प्रभाव में भी कार्य करती है। इसे सदिश वेग v_y के ऊर्ध्वाधर घटक से दिखाया गया है। ध्यान रहे कि $v = \sqrt{v_H^2 + v_v^2}$ है और यह प्रक्षेप-पथ (trajectory) के हर बिंदु पर स्पर्शरेखीय (tangential) होता है।



चित्र. 4.1: प्रक्षेप्य का वक्रपथ

प्रक्षेप्य गति को परिभाषित करने के पश्चात हम यह ज्ञात करना चाहेंगे कि प्रक्षेप्य कितनी ऊँचाई तक, कितनी दूरी तक तथा कितने समय तक वायु में रहता है। किसी प्रक्षेप्य को किसी निश्चित लक्ष्य पर गिराने के लिए, जैसे कि फुटबॉल के खेल में गोल दागने के लिए, क्रिकेट की गेंद को सीमारेखा के पार पहुँचाने के लिए तथा राहत सामग्री गिराने के लिए यह दोनों घटक महत्वपूर्ण हैं।

4.1.1 प्रक्षेप्य की अधिकतम ऊँचाई (maximum height), उड्डयन काल (time of flight) और परास (Range)

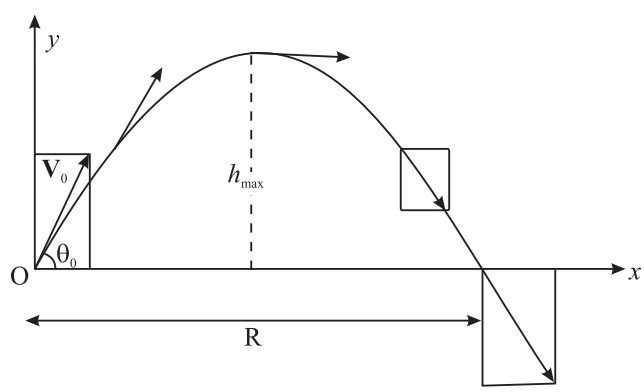
प्रक्षेप्य की अधिकतम ऊँचाई, उड्डयन काल एंव परास ज्ञात करने के लिए हम प्रक्षेप्य गति का विश्लेषण करेंगे। इसमें वायु या वायु प्रतिरोध जैसे सभी प्रभावों को नगण्य मान लेते हैं। प्रक्षेप्य गति में किसी वस्तु के प्रारंभिक वेग को हम ऊर्ध्वाधर एंव क्षैतिज घटकों में वियोजित कर सकते हैं। मान लीजिए कि क्षैतिज दिशा को x–अक्ष और ऊर्ध्वाधर दिशा को y–अक्ष से निरुपित किया जाता है (चित्र 4.2)।

मान लें, प्रक्षेप्य की प्रारंभिक स्थिति, समय $t = 0$ पर, मूल बिंदु O पर है। जैसा कि आप जानते हैं कि मूल बिंदु के निर्देशांक $x = 0$ और $y = 0$ होते हैं। अब आप मान लो कि प्रक्षेप्य x-अक्ष से θ कोण, जिसे प्रक्षेप–कोण (angle of projection) कहते हैं, पर प्रारंभिक वेग υ_0 से फेंका जाता है। x एवं y दिशा में इसके घटक क्रमशः निम्नलिखित हैं।

$$\upsilon_{ox} = \upsilon_o \cos \theta_0 \qquad (4.1\ a)$$

और

$$\upsilon_{oy} = \upsilon_o \sin \theta_0 \qquad (4.1\ b)$$

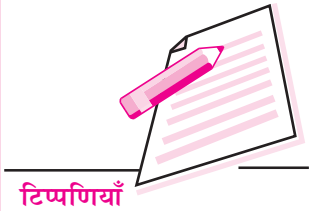


चित्र 4.2 : प्रक्षेप्य की अधिकतम ऊँचाई उड्डयन एवं काल परास

मान लें प्रक्षेप्य त्वरण के क्षैतिज और ऊर्ध्वाधर घटक क्रमशः a_x और a_y हैं इस प्रकार

$$a_x = 0;\ a_y = -g = -9.8\ \text{m s}^{-2} \qquad (4.2)$$

a_y का ऋण चिह्न निर्धारित निर्देशांक तंत्र में गुरुत्वीय त्वरण को y – अक्ष की ऋणात्मक दिशा में दर्शाता है।



ध्यान दें कि a_y एकसमान है। अत: समीकरणों (2.6) और (2.9) का उपयोग किसी समय t पर प्रक्षेप्य के वेग और स्थिति के व्यंजकों को लिखने के लिए किया जा सकता है। ये व्यंजक हैं:

क्षैतिज गति $$v_x = v_{ox}, \quad \text{चूँकि } a_x = 0 \qquad (4.3a)$$

$$x = v_{ox}t = v_0 \cos\theta_0 t \qquad (4.3b)$$

ऊर्ध्व गति $$v_y = v_{oy} - g\,t = v_0 \sin\theta_0 - gt \qquad (4.3c)$$

$$y = v_{oy}t - ½g\,t^2 = v_0 \sin\theta_0 t - \frac{1}{2} g\,t^2 \qquad (4.3d)$$

समीकरण (2.10) के प्रयोग द्वारा ऊर्ध्वाधर स्थिति एंव वेग घटकों का संबंध इस प्रकार आता है।

$$-g\,y = \frac{1}{2}(v_y^2 - v_{oy}^2) \qquad (4.3e)$$

आप देखेंगें कि (समीकरणों 4.3a तथा b) द्वारा दर्शाई गई क्षैतिज गति स्थिर वेग को प्रदर्शित करती है। और समीकरणों 4.3(c) और 4.3(d) द्वारा दर्शाई गई ऊर्ध्वाधर गति एकसमान (अधोमुखी) त्वरण को प्रदर्शित करती है। दो घटकों के सदिश योग द्वारा किसी भी क्षण प्रक्षेप्य की गति और स्थिति का ज्ञान हो सकता है।

(a) अधिकतम ऊँचाई : जैसे-जैसे प्रक्षेप्य हवा में चलता है, वह किसी अधिकतम ऊँचाई (h) तक पहुँचकर नीचे की ओर आना शुरु करता है। प्रक्षेप्य जिस क्षण अधिकतम ऊँचाई पर होता है, उस समय प्रक्षेप्य की गति का ऊर्ध्वाधर घटक शून्य होता है। यह वह क्षण होता है जब प्रक्षेप्य का ऊपर की ओर जाना तो रुक जाता है परन्तु इस क्षण वह अभी नीचे की यात्रा शुरु नहीं करता।

अत: समीकरणों (4.3c और e) में $v_y = 0$ मान रखने पर हमें निम्न समीकरण प्राप्त होते हैं।

$$0 = v_{oy} - g\,t,$$

इस प्रकार अधिकतम ऊँचाई तक पहुँचने में लिया गया समय

$$t = \frac{v_{oy}}{g} = \frac{v_0 \sin\theta_0}{g} \qquad (4.4)$$

अधिकतम ऊँचाई h पर वेग का ऊर्ध्वाधर घटक शून्य होता है। अत: $v^2 - u^2 = 2\,a\,s = 2\,g\,h$ का प्रयोग करने पर हमें अधिकतम ऊँचाई

$$h = \frac{v_0^2 \sin^2\theta_0}{2g} \qquad (\text{चूँकि } v = 0 \text{ और } u = v_0 \sin\theta) \qquad (4.5)$$

ध्यान दें कि अपनी गणनाओं में हमने वायु-प्रतिरोध के प्रभावों को नहीं लिया है। प्रक्षेप्य के काफी कम वेगों के लिए अधिकतम ऊँचाई का यह सन्निकट मान है।

समीकरण (4.4) की सहायता से वस्तु के वायुमण्डल में रहने का समय-काल प्राप्त किया जा सकता है। इसे इस उड्डयन काल (time of flight) कहते हैं।

(b) उड्डयन-काल (time of flight): *प्रक्षेप्य का उड्डयन काल प्रक्षेप्य के प्रमोचन के क्षण (फेंकने के क्षण) एवं प्रक्षेप्य के पृथ्वी पर गिरने के क्षण का समय-अंतराल है। समीकरण* (4.4) से दर्शाया गया समय t पिंड के उड्डयन-काल का केवल आधा होता है। अत: पूर्ण उड्डयन-काल का मान निम्नलिखित होगा:

$$T = 2t = \frac{2\, v_0 \sin \theta_0}{g} \qquad (4.6)$$

अंत में हम प्रक्षेप्य द्वारा क्षैतिज दिशा में चली गई दूरी की गणना करते हैं। इसे परास भी कहते हैं।

(c) परास (Range) प्रक्षेप्य का परास प्रक्षेप्य के उड्डयन-काल को प्रक्षेप्य की क्षैतिज गति से गुणा करने पर प्राप्त हो जाता है। अत:

$$R = (\upsilon_{ox})\ (2\,t)$$

$$= (\upsilon_0 \cos \theta_0) \frac{(2v_0 \sin \theta_0)}{g}$$

$$= \upsilon_0^2 \frac{(2 \sin \theta_0 \cos \theta_0)}{g}$$

चूँकि, $2 \sin \theta \cos \theta = \sin 2\theta$, इस प्रकार परास निम्नलिखित समीकरण से प्राप्त होता है,

$$R = \frac{v_0^2 \sin 2\theta_0}{g} \qquad (4.7)$$

उपर्युक्त समीकरण से स्पष्ट है कि प्रक्षेप्य का परास निम्नलिखित घटकों पर निर्भर करता है:

- प्रक्षेप्य का प्रारंभिक वेग υ_0, और
- प्रक्षेप्य कोण θ_0.

अब आप ज्ञात कर सकते हैं कि डिस्क या भाला किस कोण से फेंका जाए ताकि वह पृथ्वी पर अधिकतम दूरी पर जा कर गिरे। दूसरे शब्दों में, कह सकते हैं कि वह कौन-सा कोण हो जिसके लिए क्षैतिज परास अधिकतम हो।

स्पष्ट है, किसी निश्चित वेग υ_0 के लिए R तभी अधिकतम होगा, जबकि $\sin 2\theta_0 = 1$ या $2\theta_0 = 90^0$.

या $\theta = 45°$

अत: किसी निश्चित वेग υ_0 के लिए R तभी अधिकतम होगा, जबकि $\theta_0 = 45^0$.

आइये, हम एक विशेष स्थिति में इन राशियों के मान निकालते हैं,

उदाहरण 4.1 : सन् 1996 में एटलान्टा (Atlanta) में हुए सेन्टीनियल ओलम्पिक (Centennial olympics) के दौरान स्वर्णपदक प्राप्त करने वाले खिलाड़ी ने हैमर को 19.6 m की दूरी पर फेंका। इस दूरी को अधिकतम मानते हुए हैमर की प्रारम्भिक चाल ज्ञात कीजिए। हैमर की अधिकतम ऊँचाई क्या थी? हवा में हैमर कितनी देर रहा? फेंकने वाले खिलाड़ी के हाथ की पृथ्वी से ऊँचाई को गणना में न लें।

हल : चूँकि हैमर फेंकने वाले खिलाड़ी के हाथ की ऊँचाई को गणना में नहीं लिया जा रहा है। अत: प्रक्षेप बिन्दु एंव हैमर का वापिस लौटने का स्थान एक ही ऊँचाई पर हुए। हम निर्देशांक अक्षों के मूल बिंदु 0 को प्रक्षेप बिंदु मान लेते हैं। चूँकि हैमर द्वारा तय की गई दूरी इसका परास है। अत: परास के लिए समीकरण 4.7 का उपयोग करते हुए:

$$R = \frac{v_0^2}{g} \quad \text{चूँकि } \theta_0 = 45^0 \text{ पर परास अधिकतम होता है।}$$

या

$$v_0 = \sqrt{Rg}$$

R का मान 19.6 m दिया गया है तथा g का मान 9.8 m s^{-2} लेने पर

$$v_0 = \sqrt{(19.6\ \text{m}) \times (9.8\ \text{m s}^{-2})} = 9.8\sqrt{2}\ \text{m s}^{-1} = 14.01\ \text{m s}^{-1}$$

अधिकतम ऊँचाई और उड्डयन काल क्रमश: समीकरण (4.5) और (4.6) से प्राप्त होता है। v_0 और $\sin\theta_0$ के मान समीकरण (4.5) और (4.6) में रखने पर

$$\text{अधिकतम ऊँचाई, } h = \frac{\left(9.8\sqrt{2}\right)^2 \text{m}^2\ \text{s}^{-2} \times \left(\frac{1}{2}\right)^2}{2 \times 9.8\ \text{m s}^{-2}} = 4.9\ \text{m}$$

$$\text{उड्डयन काल, } T = \frac{2 \times \left(9.8\sqrt{2}\right) \text{m s}^{-1}}{9.8\ \text{m s}^{-2}} \times \sqrt{\frac{1}{2}} = 2\ \text{s}$$

आपने अब प्रक्षेप्य गति से संबंधित संकल्पनाओं और उनके अनुप्रयोग का अध्ययन कर लिया है। अपनी समझ की जाँच करने के लिए निम्नलिखित प्रश्नों को हल करने का प्रयास करें:

पाठगत प्रश्न 4.1

1. निम्नलिखित परिस्थितियों में पहचान कीजिए कि कौन-सी गति प्रक्षेप्य है?

   (a) तीरंदाज का लक्ष्य पर तीर छोड़ना

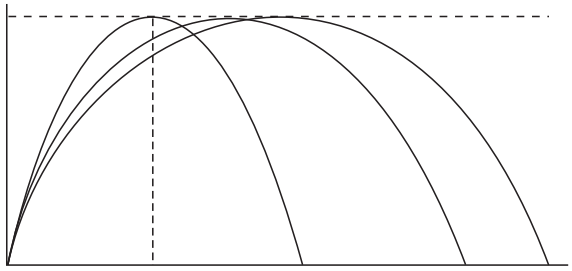
   (b) ज्वलामुखीय विस्फोट से चट्टानों का निष्कासन

   (c) पहाड़ी सड़क पर ट्रक की गति

(d) बमवर्षक वायुयान द्वारा बम गिराना (संकेत–बम के गिरते समय इसकी वायुयान के वेग के बराबर क्षैतिज गति होती है)

(e) नदी में पानी पर तैरती हुई पाल नौका

2. अलग–अलग प्रक्षेप कोणों पर फेंकी गई तीन गेंदे समान अधिकतम ऊँचाई तक पहुँचती हैं (चित्र.4.3):



चित्र 4.3 : प्रक्षेप्य का प्रक्षेपन्पथ

(a) क्या सभी गेंदों के लिए प्रारंभिक वेग के ऊर्ध्वाधर घटक समान हैं? यदि नहीं तो किस गेंद के वेग का ऊर्ध्वाधर घटक सबसे कम होगा?

(b) क्या सभी गेंदों का उड्डयन काल समान होगा?

(c) किस गेंद के वेग का क्षैतिज घटक सबसे अधिक होगा?

3. एक खिलाड़ी ने 8.90 m दूरी कूद कर लंबी कूद का कीर्तिमान स्थापित किया। मान लें कूदते समय उसका प्रारंभिक वेग 9.5 m s^{-1} था। यदि हवा के प्रतिरोध को गणना में न लें तो बताइए कि वह अधिकतम परास के कितने निकट कूदा था? g का मान 9.78 m s^{-2} लें।

4.2 प्रक्षेप्य का प्रक्षेप पथ

एक प्रक्षेप्य द्वारा तय मार्ग को उसका प्रक्षेप पथ कहते हैं। क्या आप चित्र. 4.1, 4.2 तथा 4.3 में दिखाए गए प्रक्षेप्यों के प्रक्षेप पथ को पहचान सकते हैं?

यद्यपि हमने प्रक्षेप्य गति से संबंधित अनेक तथ्यों की चर्चा की है। परन्तु अभी तक हमने मूल प्रश्न पर विचार ही नहीं किया। एक प्रक्षेप्य का प्रक्षेप पथ क्या है? अत: हमें प्रक्षेप्य के प्रक्षेप पथ के लिए समीकरण ज्ञात करना है। प्रक्षेप्य के प्रक्षेप पथ का समीकरण निकालना सरल है।

x का मान समीकरण (4.3b) से प्राप्त होता है तथा y का मान समीकरण (4.3d) से प्राप्त होता है। इन दोनों समीकरणों की सहायता से t को विलुप्त करना होगा। समीकरण (4.3b) से t का मान समीकरण (4.3d) में रखने पर हमें निम्नलिखित समीकरण प्राप्त होता है:

$$y = v_{oy}\frac{x}{v_{ox}} - \frac{1}{2}\frac{g\,x^2}{v_{ox}^2} \quad \left(\text{as } t = \frac{x}{v_{ox}}\right) \qquad (4.8\text{ a})$$

समीकरण (4.1 a और b) के उपयोग से समीकरण (4.8a) का निम्न रुप हो जाता है:

$$y = (\tan\theta_0)\,x - \frac{g}{2(v_0\cos\theta_0)^2}x^2 \qquad (4.8\text{ b})$$

चूँकि $v_{oy} = v_0 \sin\theta$ और $v_{ox} = v_0 \cos\theta$.

इस समीकरण का रुप $y = a\,x + b\,x^2$ के समान है जो एक परवलय (parabola) का समीकरण है। चित्र. 4.3 में आप विभिन्न प्रक्षेप कोणों पर छोड़े गए प्रक्षेप्यों के प्रक्षेप पथों को देख सकते हैं।

प्रक्षेप्य गति से संबंधित प्रश्नों को हल करने के लिए आमतौर पर समीकरण (4.5) से समीकरण (4.7) का उपयोग सरल होता है। उदाहरण के लिए इन समीकरणों का उपयोग किसी ज्ञात दूरी पर लक्ष्य को दागने के लिए आवश्यक विमोचन गति एवं प्रक्षेप कोण की गणना के लिए किया जाता है। लेकिन तय की हुई दूरी बहुत अधिक होने पर ये समीकरण प्रक्षेप्य गति का संपूर्ण व्यौरा नहीं देते हैं। अब हम किसी प्रक्षेप कोण θ पर वेग υ_0 मानकर बिंदु (x_0, y_0) से छोड़े गए प्रक्षेप्य की गति संबंधी महत्वपूर्ण समीकरणों को संक्षेप में प्रस्तुत करते हैं।

प्रक्षेप्य गति से संबंधित समीकरण

$$a_x = 0 \qquad a_y = -g \tag{4.9 a}$$

$$\upsilon_x = \upsilon_0 \cos\theta_0 \qquad \upsilon_y = \upsilon_0 \sin\theta - g\,t \tag{4.9 b}$$

$$x = x_0 + (\upsilon_0 \cos\theta_0)t \qquad y = y_0 + (\upsilon_0 \sin\theta)\,t - (½)\,g\,t^2 \tag{4.9 c}$$

प्रक्षेप पथ का समीकरण

$$y = y_0 + (\tan\theta)\,(x - x_0) - \frac{g}{2(v_0 \cos\theta_0)^2}\,(x - x_0)^2 \tag{4.9 d}$$

ध्यान दीजिए कि ये समीकरण पहले चर्चा किए गए समीकरणों से अधिक व्यापक हैं। प्रारंभिक निर्देशांकों को (0,0) पर न लेकर व्यापक निर्देशांक (x_0, y_0) ले लिए गए है। क्या आप इस प्रक्षेप्य पथ का व्यापक समीकरण प्राप्त कर सकते हैं? आगे बढ़ने से पहले इसे ज्ञात कीजिए।

अभी तक हमने ऐसे पिंडों की गति का अध्ययन किया है जिसकी गति एक तल में होती है और जिसे हम प्रक्षेप्य गति की श्रेणी में रख सकते हैं। प्रक्षेप्य गति के दौरान पिंड के त्वरण का परिमाण और दिशा, दोनों एकसमान रहते हैं। एक और प्रकार की महत्वपूर्ण द्विविमीय गति है, जिसमें त्वरण का मान तो समान रहता है किन्तु दिशा नहीं। यह एकसमान वर्तुल गति है। सामान्यतया वर्तुल गति से तात्पर्य क्षैतिज वृत्त में गति से होता है। तथापि, ऊर्ध्वाधर वृत्त में गति भी संभव है। आगामी अनुभाग में आप इनका अध्ययन करेंगे।

इवानजेलिस्टा टोरिसेली
(1608–1647)

यह इटली के गणितज्ञ व गैलीलियो के शिष्य थे। इन्होंने पारद वायुदाबमापी का आविष्कार किया, प्रक्षेप्यों के सिद्धांत की जाँच की, दूरदर्शी यंत्र में सुधार किया और एक प्राथमिक सूक्ष्मदर्शी का आविष्कार किया। उन्होंने इस बात को गलत सिद्ध किया कि प्रकृति निर्वात पसंद नहीं करती, टोरिसेली के प्रमेयों को प्रस्तुत किया।

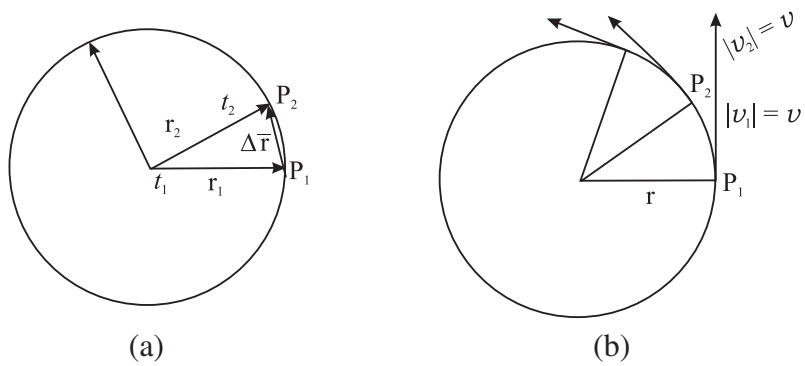
4.3 वर्तुल गति (Circular motion)

ग्रामोफोन के तवे (record) की गति अथवा चक्की के पाट की एकसमान वेग से गति, साधारण घड़ी की सूइयों की गति और यातायात के चौराहे के गोल चक्कर पर किसी गाड़ी का मुड़ना वर्तुल गति के आदर्श उदाहरण हैं। गिअर (gear), घिरनी (pulley) और पहिए (wheel) की गति भी वर्तुल गति होती है। सबसे सरल प्रकार की वर्तुल गति एक समान वृत्तीय गति होती है। घूमते हुए पंखे की पंखड़ियों पर और एकसमान चाल से घूमते हुए चक्की के पाट पर किसी बिंदु का पथ इसके उदाहरण हैं।

एकसमान वर्तुल गति का एक उदाहरण पृथ्वी के चारों ओर वृत्तीय कक्षाओं में कृत्रिम उपग्रहों की स्थापना है। उपग्रहों की INSAT श्रृंखला तथा अन्य कृत्रिम उपग्रहों से हमें अत्यधिक लाभ हुआ है। अत: हम पहले एकसमान वर्तुल गति का अध्ययन करते हैं।

4.3.1 एकसमान वर्तुल गति (Uniform Circular Motion)

किसी वृत्तीय पथ पर एक समान चाल से हो रही गति को एकसमान वर्तुल गति कहते हैं।



चित्र 4.4 (a):एकसमान वर्तुल गति में कण की स्थितियाँ; (b): एकसमान वर्तुल गति

चित्र. 4.4a देखें। इसमें किसी कण (निकाय) की एकसमान चाल वाली वृत्तीय गति के लिए t_1 व t_2 समयों पर स्थिति सदिश $\boldsymbol{r}_1$ और $\boldsymbol{r}_2$ दर्शाए गए हैं। समान शब्द से तात्पर्य समान चाल से है। हम बतला चुके हैं कि कण की चाल अचर है। कण का वेग क्या है? वेग ज्ञात करने के लिये हमें औसत वेग की परिभाषा को एकसमान वर्तुल गति की P_1 और P_2 स्थितियों पर लागू करना होगा, जिससे

$$\boldsymbol{v}_{av} = \frac{\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t} \qquad (4.10\ a)$$

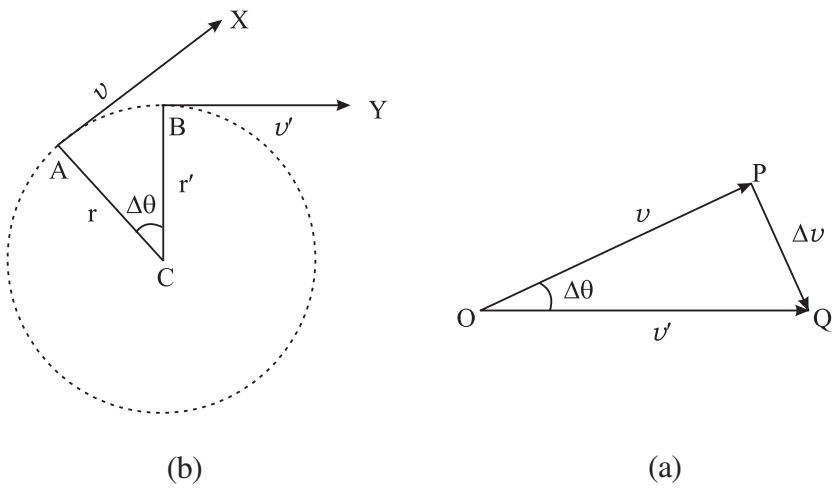
सदिश $\Delta\mathbf{r}$ चित्र 4.4(a) में दर्शाया गया है। अब मान लीजिए कि समय अन्तराल Δt अत्यंत लघु होता जाता है और शून्य मान तक पहुँचता है। इस स्थिति में $\Delta\mathbf{r}$ का परिमाण तथा दिशा क्या होगी? इस स्थिति में जैसे-जैसे $\Delta\mathbf{t}$ का मान शून्य की सीमा की ओर जाता है, Δr, बिंदु P_1 पर

वृत्त की स्पर्श रेखा बनती जाती है। गणितीय रूप से बिंदु P_1 पर तात्क्षणिक वेग की परिभाषा हम निम्नलिखित रुप में करते हैं:

$$\boldsymbol{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} \qquad (4.11)$$

अत: एकसमान वर्तुल गति में वेग सदिश निरन्तर बदलता रहता है। क्या आप इसका कारण बतला सकते हैं? ऐसा वेग की दिशा स्थिर न होने के कारण होता है। वेग की दिशा निरन्तर बदलती जाती है। (देखिए चित्र 4.4b) **वेग के इसी परिवर्तन के कारण एकसमान वर्तुल गति त्वरित गति होती है**। एक कण के एकसमान वर्तुल गति में त्वरण को अभिकेन्द्र त्वरण कहते हैं। अब इसे थोड़ा विस्तार से समझते हैं।

अभिकेन्द्र त्वरण (centripetal acceleration) : मान लीजिए m द्रव्यमान का कोई कण एकमान चाल υ से r त्रिज्या के वृताकार पथ में चक्कर लगा रहा है। छोटे समय अन्तराल Δt के बाद कण स्थिति A से स्थिति B पर पहुँचता है। मान लें $\mathbf{r}$ व $\mathbf{r'}$, A और B स्थितियाँ के लिये स्थिति सदिश; $\boldsymbol{v}$ और $\boldsymbol{v'}$ वेग सदिश हैं (चित्र 4.5(a))।



चित्र 4.5

$\Delta\upsilon$ (वेग परिवर्तन का मान) सदिशों के त्रिभुज नियम की सहायता से ज्ञात किया जाता है। अब चूँकि कण का पथ वृत्ताकार है और किसी बिंदु पर वेग की दिशा उस बिंदु पर स्पर्श रेखा द्वारा दर्शाई जाती है। अत: υ तथा $\boldsymbol{v'}$ क्रमश: और $\boldsymbol{r}$ और $\boldsymbol{r'}$ के लम्बवत् हैं।

औसत त्वरण $\left(\mathbf{a} = \frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t}\right)$ $\Delta \boldsymbol{v}$ की दिशा में है

अर्थात् औसत त्वरण $\Delta \mathbf{r}$ के लम्बवत है।

माना कि स्थिति सदिश $\mathbf{r}$ और $\mathbf{r'}$ के बीच का कोण $\Delta\theta$ है, तब वेग सदिशों $\boldsymbol{v}$ व $\boldsymbol{v'}$ के बीच का कोण भी $\Delta\theta$ होगा क्योंकि वृत्तीय गति में वेग सदिश हमेशा स्थिति सदिश के लम्बवत् होते हैं।

वेग परिवर्तन $\Delta \boldsymbol{v}$ ज्ञात करने के लिए एक बिंदु O लें और AX के समान्तर व बराबर OP रेखा खींचें। यह $\boldsymbol{v}$ दर्शाती है। पुनः इसी बिंदु से एक रेखा OQ, BY के समान्तर खींचे। यह $\boldsymbol{v}'$ को दर्शाती है।

चूँकि $|\boldsymbol{v}| = |\boldsymbol{v}'|$, OP = OQ. PQ को मिलाएं (चित्र. 4.5b)

अब त्रिभुज OPQ में भुजा OP और OQ के A और B बिंदुओं पर वेग सदिशों $\boldsymbol{v}$ और $\boldsymbol{v}'$ को दर्शाते हैं। इसलिए इनका अन्तर PQ द्वारा दर्शाया जाता है, जो कि वेग परिवर्तन के परिमाण व Δt समय में बिंदु A से बिंदु B पर जाने में दिशा परिवर्तन को दर्शाता है।

$\therefore$ त्वरण = वेग परिवर्तन की दर

अर्थात्
$$\mathbf{a} = \frac{\mathbf{PQ}}{\Delta t} = \frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t} \qquad (4.12)$$

चूँकि Δt बहुत कम है AB भी बहुत कम है, जो लगभग एक सरल रेखा है। इस प्रकार Δ ACB और ΔPOQ समद्विबाहु त्रिभुज हैं जिनके अंतःकोण समान हैं। अतः ये त्रिभुज समरूप हैं।

$$\therefore \qquad \frac{PQ}{AB} = \frac{OP}{CA}$$

अथवा
$$\frac{\Delta v}{v.\Delta t} = \frac{v}{r} \quad [\because |\boldsymbol{v}_1| = |\boldsymbol{v}_2| = v] \qquad (4.13)$$

$$\Rightarrow \qquad \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v^2}{r} \qquad (4.14)$$

लेकिन, $\frac{\Delta v}{\Delta t}$ कण का त्वरण है। अतः

$$\textit{अभिकेन्द्र-त्वरण}, a = \frac{v^2}{r} \qquad (4.15)$$

अब $v = r\,\omega$, अतः अभिकेन्द्र-बल का परिमाण

$$F = m\,a = \frac{m\,v^2}{r} = m\,r\omega^2. \qquad (4.16)$$

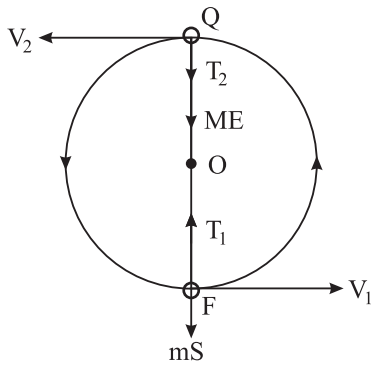
अब चूँकि Δt काफी कम है। अतः $\angle OPQ = \angle OQP = 1$ समकोण

इस प्रकार PQ, OP के लम्बवत है जो कि बिंदु A पर खींची स्पर्शरेखा AX के समान्तर है। पुनः AC, AX पर लम्बवत है इसलिए AC, PQ के समान्तर है। यह दर्शाता है किसी बिंदु पर अभिकेन्द्र-बल केन्द्र की ओर त्रिज्या के अनुदिश कार्य करता है।

यह दर्शाता है कि किसी वस्तु को वृत्ताकार पथ में गतिशील रखने के लिए एक न्यूनतम अभिकेन्द्री बल आवश्यक होता है। ऐसे बल के अभाव में वस्तु एक सरल रेखा में गति करेगी।

4.3.2 ऊर्ध्वाधर वृत्त में गति

जब कोई पिंड किसी क्षैतिज वृत्त में एक समान चाल से गति करता है तो इसके रैखिक वेग की दिशा तो बदलती रहती है किन्तु कोणीय वेग अपरिवर्तित रहता है। किन्तु, जब कोई पिंड ऊर्ध्वाधर वृत्त में गति करता है तो गुरूत्वीय त्वरण के कारण इसका कोणीय वेग भी अचर नहीं रह सकता।



चित्र 4.6

माना कि डोरी से बंधे m द्रव्यमान के किसी पिंड को बिन्दु O के परित: r त्रिज्या के एक वृत्त में घुमाया जा रहा है। क्योंकि पिंड ऊर्ध्वाधर वृत्त में गति कर रहा है, निम्नतम बिन्दु P पर इसका वेग अधिकतम है और जैसे-जैसे पिंड बिन्दु Q की ओर बढ़ता है गुरुत्व के कारण वेग कम होता जाता है और उच्चतम बिन्दु Q पर इसका मान न्यूनतम होता है। जब पिंड वृत्ताकार पथ पर चलकर Q से P की ओर आता है तो इसकी चाल फिर बढ़ने लगती है।

P बिन्दु पर पिंड पर लगने वाले बल हैं: वस्तु का भार mg और डोरी में तनाव T_1 जो चित्र में दर्शाई गई दिशाओं में प्रभावी हैं। इसी प्रकार बिन्दु Q पर पिंड पर लगने वाले बल हैं: mg एवं तनाव T_2 जो चित्र 4.9 में दर्शाई गई दिशा में लगे हैं। यदि बिन्दु P एवं Q पर पिंड के वेग क्रमश: v_1 एवं v_2 हों तो, P पर

$$T_1 - mg = \frac{mv_1^2}{r}$$

अथवा

$$T_1 = \frac{mv_1^2}{r} + mg$$

ध्यान दें कि P पर बल $(T_1 - mg)$, PO के अनुदिश लगता है और अभिकेन्द्री बल प्रदान करता है। इसी प्रकार बिन्दु Q पर

$$T_2 + mg = \frac{mv_2^2}{r}$$

अथवा

$$T_2 = \frac{mv_2^2}{r} - mg$$

यदि डोरी ढ़ीली पडे बिना पिंड को वृत्त पर चलते जाना है तो,

$$T_2 \geq 0$$

अर्थात डोरी में Q बिन्दु पर न्यूनतम तनाव शून्य होना चाहिए।

जब $T_2 = 0$, तो $$mg = \frac{mv_2^2}{r}$$

अर्थात् वृत्त के उच्चतम बिन्दु Q पर न्यूनतम वेग $\sqrt{gr}$ है।

$$\therefore \qquad \omega_2 = \frac{v}{r} = \sqrt{g/r}$$

वृत्त के न्यूनतम बिन्दु P पर न्यूनतम वेग इतना होना चाहिए कि उच्चतम बिन्दु Q पर इसका वेग $v_2 = \sqrt{gr}$ हो जाए।

संबंध $v^2 - u^2 = 2as$ का उपयोग करने पर हमें प्राप्त होता है।

$$v_2^2 - v_1^2 = -2g(2r) \qquad (\because s = 2r \text{ एवं } g \text{ ऋणात्मक है})$$

अथवा $$v_1^2 = v_2^2 + 4gr$$

$$v_1^2 = gr + 4gr = 5gr$$

$$\Rightarrow \qquad v_1 = \sqrt{5gr}$$

अत: कोई पिंड पूरी तरह ऊर्ध्वाधर वृत्त पर चल पाए इसके लिए निम्नतम बिन्दु पर निम्नतम वेग $\sqrt{5gr}$ होना चाहिए।

अथवा $$w_1 = \sqrt{5g/r}$$

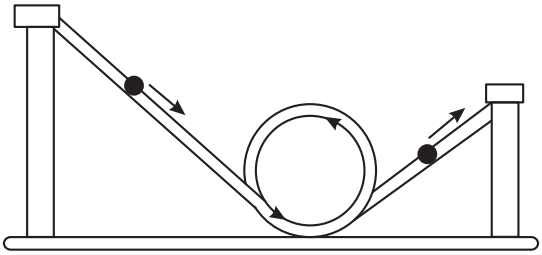
जो दर्शाता है कि जब कोई पिंड ऊर्ध्वाधर वृत्त में गति करता है तो इसका कोणीय वेग भी परिवर्तित होता है। इन तथ्यों को अनुभव करने के लिए निम्नलिखित क्रियाकलापों को करके देखें।

क्रियाकलाप 4.1

एक छोटा सा पत्थर का टुकड़ा धागे में बाँधकर व दूसरे सिरे को हाथ में लेकर क्षैतिज एवं ऊर्ध्वाधर दिशाओं में घुमाने का प्रयास करें। आप कम घूर्णन गति से प्रारंभ कर क्रमश: इस गति को बढ़ाएं। जब घूर्णन गति कम होती है, तब क्या होता है? क्या आप पत्थर के घूमने पर अंगुलियों में कोई खिंचाव महसूस करते हैं? जब आप धागे के किनारे को छोड़ देते हैं तो क्या होता है? इसकी व्याख्या आप कैसे करेंगे?

क्रियाकलाप 4.2

एक मीटर लंबा ऐलुमिनियम का एक चैनल लें और इसे इस प्रकार मोड़ें कि बीच में एक वृताकार लूप बन जाए (चित्र 4.5)। यदि आवश्यकता हो तो किसी तकनीकी जानकर की सहायता लें।

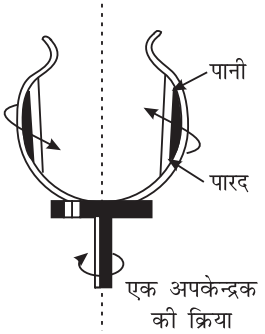


चित्र 4.7: यदि किसी गेंद को आनत (incline) तल पर पर्याप्त ऊँचाई से लुढ़काया जाए तो यह लूप का पूरा चक्कर लगा लेगी।

काँच की गोलियों को चैनल के दाई ओर भिन्न-भिन्न ऊँचाइयों से लुढ़काएं। अवलोकन करें कि क्या गोली प्रत्येक स्थिति में लूप का चक्कर लगा लेती है अथवा इसे एक न्यूनतम ऊँचाई से अधिक ऊँचाई से (इस प्रकार एक न्यूनतम वेग) से लुढ़काना पड़ेगा? इससे कम ऊँचाई से लुढ़काने पर काँच की गोली लूप का चक्कर पूरा नहीं कर पाएगी और यह नीचे गिर जाएगी। आप इसकी व्याख्या कैसे करेंगे?

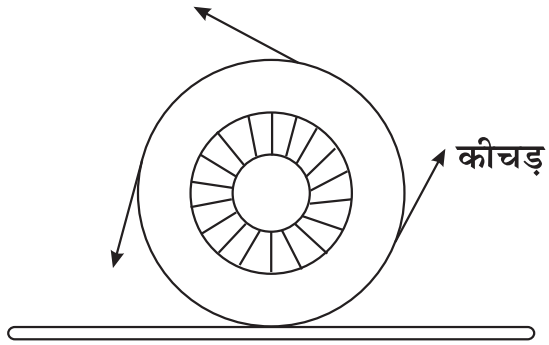
अभिकेंन्द्रीय बल के कुछ उपयोग

(i) **अपकेन्द्रक :** विभिन्न घनत्व की वस्तुओं को अलग-अलग करने के लिए घूमने वाली युक्तियों का प्रयोग किया जाता है। ये इस सिद्धांत पर आधारित हैं कि यदि दो अलग-अलग घनत्व वाले पदार्थों के मिश्रण को एक पात्र में रख कर उच्च वेग से घुमाया जाए तो भारी अवयव पर लगने वाला अभिकेन्द्र बल अधिक होगा और भारी पदार्थ पात्र में बाहर की ओर गमन करेगा और इसे अलग किया जा सकता है। इन युक्तियों को यूरेनियम को समृद्ध बनाने के लिए प्रयोग किया जाता है रसायन प्रयोगशाला में इनका उपयोग रसायनिक विश्लेषण के लिए किया जाता है।



चित्र 4.8: पारद और पानी एक तश्तरी में घूमते हैं। पानी पारे के अन्दर की ओर है। गुरुत्वीय बल की भाँति अभिकेन्द्र-बल ज्यादा भारी पदार्थ के लिए अधिक होता है।

(ii) वाहनों के पहियों पर कम गति की स्थिति में कीचड़ चिपक जाता है और गति के बहुत बढ़ जाने पर यह स्पर्शरेखीय दिशा में छिटककर दूर हो जाता है।



चित्र 4.9: तेजी से चक्कर लगाते हुए पहिए में कीचड़ और पानी छिटक कर दूर हो जाते हैं।

(iii) **ग्रहीय गति :** सूर्य की परिक्रमा करने वाले पृथ्वी तथा दूसरे ग्रहों के लिए आवश्यक अभिकेन्द्र-बल उनके और सूर्य के बीच कार्य करने वाले गुरुत्वाकर्षण-बल द्वारा मिलता है

उदाहरण 4.2 : अंतरिक्ष में उड़ान के दौरान अंतरिक्ष यात्री उच्च त्वरण का अनुभव करते हैं। ऐसी स्थितियों के लिए प्रशिक्षण केन्द्रों में इनको एक ऐसे संवृत कैप्सूल (closed capsule) में रखा जाता है जो 15 m त्रिज्या की घूर्णी (revolving) भुजा (arm) के सिरे पर जोड़ दिया जाता है। इस कैप्सूल को एक वृत्ताकार पथ में उसी प्रकार घुमाया जाता है- जैसे कि हम डोरी के साथ पत्थर बाँधकर क्षैतिज वृत्त में घुमाते हैं। यदि भुजा वृत्त के चारों ओर 24 चक्कर प्रति मिनट की दर से घूमती है तो कैप्सूल का अभिकेन्द्र-त्वरण ज्ञात कीजिए।

हल : वृत्तीय पथ की परिधि का मान = $2\pi \times$ (त्रिज्या) = $2\pi \times 15$ मीटर

परिधि में एक चक्कर लगाने में लगा समय = $\dfrac{60}{24}$

इसलिए कैप्सूल की चाल $v = \dfrac{2\pi r}{T} = \dfrac{2\pi \times 15\ \text{m}}{(60/24)\ \text{s}} = 38\ \text{m s}^{-1}$

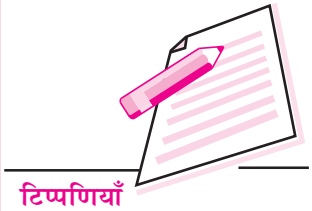
अभिकेन्द्र-त्वरण का परिमाण

$$a = \frac{v^2}{r} = \frac{(38\ \text{m s}^{-1})^2}{15\ \text{m}} = 96\ \text{m s}^{-2}$$

ध्यान दें कि यह त्वरण गुरुत्वीय त्वरण से लगभग 10 गुना है।

पाठगत प्रश्न 4.2

1. एकसमान वर्तुल गति में (a) क्या चाल एकसमान होती है? (b) क्या वेग एकसमान होता है? (c) क्या त्वरण का परिमाण स्थिर होता है। (d) क्या त्वरण एकसमान होता है? स्पष्ट कीजिए।



2. ऊर्ध्व वृत्तीय गति में क्या पिंड का कोणीय वेग परिवर्तित होता है? व्याख्या कीजिए।
3. एक धावक वृत्ताकार पथ के चारों ओर $9.0\ \text{m s}^{-1}$ की चाल से दौड़ता है, जिसका अभिकेन्द्र-त्वरण $3\ \text{m s}^{-2}$ है। वृत्ताकार पथ की त्रिज्या ज्ञात कीजिए।
4. फर्मी प्रयोगशाला का त्वरक विशालतम कण त्वरणों में से एक है। इस त्वरक में प्रोटानों को एक निर्वात नली में 2 km व्यास के वृत्तीय पथ में चलने को बाध्य किया जाता है। इनकी गति प्रकाश वेग के लगभग 99.99995% है। इन प्रोटॉनों का अभिकेन्द्र त्वरण क्या है? $c = 3 \times 10^8\ \text{m s}^{-1}$.

4.4 एकसमान वर्तुल गति के अनुप्रयोग

अब तक आप पढ़ चुके हैं कि एक वृत्ताकार पथ में चल रहे पिंड की गति त्वरित होती है। पिछले पाठों में आपने न्यूटन के गति के नियम भी पढ़े। न्यूटन के दूसरे नियम से आप जानते हैं कि चूँकि वृत्ताकार पथ पर गतिशील पिंड की गति त्वरित होती है, इस पर एक नेट बल अवश्य प्रभावी होना चाहिए।

इस बल की दिशा और परिमाण क्या है? ये बातें इस अनुच्छेद में आप सीखेंगे। तब हम एकसमान वर्तुल गति के लिए न्यूटन के नियमों का प्रयोग करेंगे। इससे हम यह जान पाते हें कि सड़कों को बैंकित करने का क्या कारण है, अथवा जब पायलट वायुयानों को ऊर्ध्वाधर लूपों में उड़ाते हैं तो वे अपनी सीटों पर बैठे हुए दाब महसूस क्यों करते हैं?

सबसे पहले पिंड पर लगे उस बल को ज्ञात करते हैं जो इसकी एकसमान वर्तुल गति को बनाए रखता है। मान लीजिए कि पिंड r त्रिज्या के वृत्त में स्थिर वेग v से चक्कर काट रहा है। न्यूटन के दूसरे नियम के अनुसार पिंड पर लगे बाह्य बल एंव त्वरण के बीच निम्न संबंध है:

$$\mathbf{F} = -\frac{mv^2}{r}\hat{\boldsymbol{r}}, |\mathbf{F}| = \frac{mv^2}{r} \qquad (4.17)$$

एक समान वर्तुल गति करते पिण्ड पर लग रहा नेट बाह्य बल वृत के केन्द्र की ओर निर्दिष्ट होता है और इसका परिणाम समी. (4.17) द्वारा प्राप्त होता है। इस बल को अभिकेन्द्रीय बल कहते हैं। एक और महत्वपूर्ण तथ्य समझने और याद करने का यह है कि अभिकेन्द्र बल, गुरुत्वीय बल अथवा वैद्युत बल जैसे अन्योन्यक्रिया बलों (forces of interaction) की सूची में नहीं आता है। यह परिभाषिक शब्द केवल हमें यह जानकारी देता है कि एकसमान वर्तुल गति में पिंड पर लगा नेट बल केन्द्र की ओर निर्दिष्ट होता है। इससे हमें यह पता नहीं चलता है कि यह बल कहाँ से आता है।

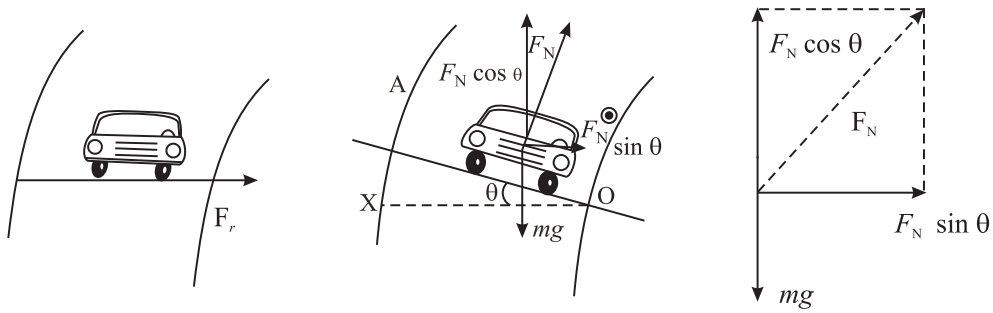
इस प्रकार, यह बल दो निकायों के बीच कार्य करने वाले गुरुत्वाकर्षण के कारण हो सकता है जैसे सूर्य के चारों ओर ग्रहों की गति के दौरान अभिकेन्द्र-बल सूर्य और उपग्रह के बीच गुरुत्वीय आकर्षण के कारण होता है। इसी प्रकार किसी मोड़ या गोलाई में मुड़ती हुई मोटर कार के लिए अभिकेन्द्र-बल सड़क एंव कार के टायरों के बीच घर्षण बल और सड़क की बैंकिंग से (अथवा बैंक्ड रोड की अभिलम्बत प्रतिक्रिया बल के क्षैतिज घटक द्वारा) मिलता है। अभिकेन्द्र-बल की धारणा और अधिक प्रत्यक्ष स्थितियों में प्रयोग किए जाने पर स्पष्ट हो जाएगी।

4.4.1 सड़कों की बैंकिंग

साइकिल चलाते हुए किसी तीव्र मोड़ पर आपने अनुभव किया होगा कि कोई बल आपको आपके पथ से बाहर की ओर धकेलने का प्रयास कर रहा है। क्या आपने कभी सोचा कि ऐसा क्यों होता है?

आप बाहर गिरने को तब प्रवृत्त होते हैं, जबकि आपको वृत्ताकार पथ में बनाए रखने के लिए आवश्यक बल का अभाव हो। सड़क एंव टायरों के बीच घर्षण से कुछ बल प्राप्त होता है लेकिन यह संभवतया पर्याप्त नहीं होता है। जब आप गति धीमी करते हैं, तो आवश्यक अभिकेन्द्र-बल कम हो जाता है और आप मुड़ने में सक्षम हो जाते हैं।

मान लीजिए राजमार्ग के किसी मोड़ वाले भाग में m द्रव्यमान की मोटर कार υ चाल से जा रही है। (चित्र. 4.6) वृत्ताकार पथ में मोटर कार को एकसमान रुप से गतिशील बनाये रखने के लिये इस पर कोई बल कार्य करना चाहिए। यह बल केन्द्र की ओर निर्दिष्ट होना चाहिए और इसका परिमाण $\frac{m\upsilon^2}{r}$ होना चाहिए। यहाँ r वक्रित भाग की वक्रता त्रिज्या (radius of curvature) है।



(a) **(b)** **(c)**

चित्र 4.10 : एक मुड़ती हुई कार (a) एक समतल सड़क पर, (b) एक बैंक्ड सड़क पर, (c) कार पर कार्यरत बल को इसके सकमोणिक घटकों में विभाजित किया गया है।

सामान्यतया उतना अधिक नहीं होता जितना चित्र में दर्शाया गया है। अब अगर सड़क समतल हो तो कार को वृत्तीय पथ में बनाए रखने के लिए सड़क व पहियों के बीच का घर्षण बल आवश्यक अभिकेन्द्र-बल प्रदान करता है। इससे पहिए काफी घिसते हैं और साथ ही यह बल सुरक्षित रुप से मुड़ने के लिए पर्याप्त नहीं भी हो सकता है। इसलिए सड़कों को मोड़ों पर बैंक्ड किया जाता है। सड़क की बैंकिंग में सड़क के बाहर के किनारे को ऊपर उठा दिया जाता है। सच्चाई तो यह है कि सड़कों का डिजाइन इस प्रकार किया जाता है कि घर्षण पर कम से कम निर्भर रहना पड़े। उदाहरण के लिए यदि मोटर के टायर घिसकर चिकने हो गए हों या सड़क पर पानी या बर्फ पड़ा हो तो घर्षण गुणांक (coefficient of friction) का मान नगण्य हो जाता है। मोड़ के पास सड़कों को इस प्रकार बैंक्ड किया जाता है कि घर्षण के नगण्य होने पर भी कार अपने पथ पर चलती रहे।

बैंकिंग कोण θ का समायोजन मोड़ की वर्तुलता और अधिकतम अनुमानित चाल के अनुसार कर लिया जाता है। कोण θ का व्यंजक प्राप्त करने के लिए हम मोटर कार के बल निर्देशक आरेख (free body diagram) का विश्लेषण करते हैं।

हम उस स्थिति पर विचार करते हैं जिसमें मोटर कार और सड़क के बीच कोई घर्षण बल कार्य नहीं करता। मोटर कार पर कार्य करने वाले बलों में से एक तो कार का भार mg है और दूसरा अभिलंब प्रतिक्रिया (Normal reaction) का बल $\mathbf{F}_N$ होता है। अभिकेन्द्र बल $\mathbf{F}_N$ के क्षैतिज घटक से प्राप्त होता है। $\mathbf{F}_N$ को इसके ऊर्ध्वाधर एंव क्षैतिज घटकों में तोड़ने पर हमें निम्नलिखित संबंध प्राप्त होते हैं:

$$F_N \sin\theta = \frac{mv^2}{r} \qquad (4.18)$$

चूँकि इस अवस्था में कोई ऊर्ध्वाधर त्वरण नहीं है। अत: $\mathbf{F}_N$ ऊर्ध्वाधर घटक कार के भार के बराबर होता है।

$$F_N \cos\theta = m\,g \qquad (4.19)$$

हमारे पास दो अज्ञात राशियों के लिए दो समीकरण हैं। θ का मान ज्ञात करने के लिए समीकरण (4.18) को 4.19) से भाग देने पर हमें निम्न संबंध होता है।

$$\tan\theta = \frac{mv^2/r}{m\,g} = \frac{v^2}{r\,g}$$

अथवा

$$\theta = \tan^{-1}\frac{v^2}{rg} \qquad (4.20)$$

θ के चुनाव एंव r की सीमाओं के संदर्भ में समीकरण (4.20) का अर्थ हम क्या लगाते हैं? सबसे पहला तथ्य समीकरण (4.20) यह बतलाता है कि बैंकिंग कोण गाड़ी के द्रव्यमान पर निर्भर नहीं करता है। इसका अर्थ यह हुआ कि बैंकित सड़कों पर भारी गाड़ियाँ भी चल सकती हैं।

समीकरण (4.20) से दूसरा निष्कर्ष यह निकलता है कि अत्यधिक घुमावदार मोड़ों (अर्थात् r के कम मानों के लिए) एंव गाड़ियों के उच्च वेगों के लिए θ का मान अधिक होना चाहिए। θ के निश्चित मान पर यदि चाल υ की अपेक्षा कम है तो गाड़ी की प्रवृत्ति ढाल की ओर फिसलने की होगी। यदि चाल υ की अपेक्षा अधिक हो, तो गाड़ी का रुझान सड़क की ऊँचाई वाले भाग की ओर पलटने का होगा। इसलिए गाड़ी चालक को सड़क के मोड़ों पर निर्धारित चाल सीमाओं के भीतर ही चलना चाहिए, नहीं तो गाड़ी सड़क के इधर-उधर पलट जाएगी और दुर्घटनाएँ हो सकती हैं।

आमतौर पर, घर्षण बलों के कारण υ की अपेक्षा गाड़ी की सुरक्षित चाल के अधिक या कम होने का एक परास (range) होता है। मोड़ों पर मुड़ते समय यदि चाल परास सीमा में रहती है तो गाड़ी वृत्ताकार पथ में आराम से चलती रह सकती है। वास्तविक स्थिति को समझने के लिए मान लीजिए 300 m त्रिज्या की रेल पटरी को इस प्रकार बिछाया गया है कि इस पटरी पर अनुमानित चाल 50 m s^{-1} है। अनुमानित बैंकिंग का मान क्या होना चाहिए? इस कोण का

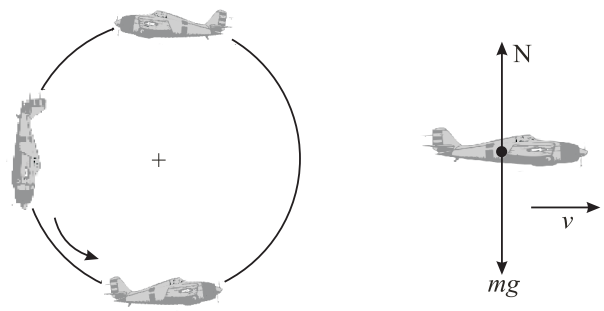
मान ज्ञात करने के लिए हम तुरंत समीकरण (4.20) का प्रयोग करते हैं। और θ का मान निम्न विधि से प्राप्त करते हैं।

$$\theta = \tan^{-1} \frac{(50\ \text{m s}^{-1})^2}{(300\ \text{m})\,(9.8\ \text{m s}^{-2})} = \tan^{-1}(0.017) = 1^0$$

आप एक अन्य उपयोगं के बारे में भी विचार करना चाहेंगे।

4.4.2 ऊर्ध्वाधर लूप बनाते हुए वायुयान की गति (Aircrafts in vertical loops)

गणतंत्र दिवस या अन्य प्रदर्शनों में भारतीय वायुसेना के पायलटों को आपने ऊर्ध्वाधर लूपों में वायुयान द्वारा उड़ान भरते हुए देखा होगा (चित्र 4.8a)। ऐसी अवस्थाओं में जब वायुयान लूप की तली में होता है तो पायलट यह अनुभव करते हैं जैसे उनकी सीट पर कई गुने गुरुत्वीय बल से कोई उन्हें दबा रहा है। ऐसा क्यों होता है? इसे समझने के लिए चित्र. (4.8b) देखिए। चित्र (4.8b) लूप की तली में पायलट का बल निर्देशक आरेख है। पायलट पर काम कर रहे बलों में एक तो mg है तथा दूसरा पायलट की सीट द्वारा लगाया जा रहा अभिलंब बल N है। नेट उपरिमुखी बल का मानए N–mg, है जो अभिकेन्द्र त्वरण प्रदान करता है।



(a) (b)

चित्र. 4.11 : (a) ऊर्ध्वाधर लूप में वायुयान की विभिन्न स्थितियाँ (b) पायलट का बल निर्देशक आरेख

अब N की गणना निम्न प्रकार की जाती है।

$$N - mg = m\,a$$

अथवा $$N - mg = m\,v^2/r$$

अथवा $$N = m\,(g + v^2/r)$$

वास्तविक स्थिति में मान लीजिए $v = 200\ \text{m s}^{-1}$ तथा $r = 1500$ m है।

अत: $$N = m\,g\left[1 + \frac{(200\ \text{m s}^{-1})^2}{(9.8\ \text{m s}^{-2} \times 1500\ \text{m})}\right] = m\,g \times 3.7$$

उपर्युक्त N के मान से स्पष्ट हो जाता है कि पायलट 3.7 गुना गुरुत्वीय बल का अनुभव करते हैं। यदि यह बल निर्धारित सीमाओं से बढ़ जाय तो यहाँ तक हो सकता है कि पायलट कुछ क्षणों के लिए बेहोश हो जाय, जो कि उनके और वायुयान के लिए बहुत खतरनाक हो सकता है।

पाठगत प्रश्न 4.3

1. एकसमान वेग से उड़ते हुए वायुयान मुड़ते समय आमतौर पर बैंकिंत हो जाते हैं, चित्र (4.8)। स्पष्ट कीजिए कि वायुयान बैंकित क्यों हाते हैं? इस वायुयान का बल-निर्देशक आरेख बनाइए ($\mathbf{F}_a$ वायुयान पर वायु द्वारा लगाया गया बल है।) मान लीजिए $\upsilon = 100$ m s^{-1} की चाल से उड़ता हुआ वायुयान 30^0 बैंकिंग कोण पर मुड़ता है। इस मोड़ की वक्रता त्रिज्या का मान ज्ञात कीजिए। g का मान 10 m s^{-2} लीजिए।

2. उस कार की अधिकतम चाल क्या होगी जो क्षैतिज सड़क पर दौड़ती हुई 100 m त्रिज्या के घुमाव पर मुड़ती है। टायरों और सड़क के बीच घर्षण गुणंक का मान 0.90 है। g का मान 10 m s^{-2} ले।

3. मनोरंजक प्रदर्शनों में एक मजेदार खेल यह दिखाया जाता है कि एक रस्सी से पानी की भरी बाल्टी को बाँधकर ऊर्ध्वाधर वृत्त में इस तरकीब से घुमाया जाता है कि वृत्त के ऊपरी सिरे पर पहुँच कर बाल्टी उल्टी हो जाती है परन्तु पानी नहीं गिरता। इस करतब को करने के लिए बाल्टी वृत्त के ऊपरी सिरे पर होती है तो उस समय बाल्टी की न्यूनतम चाल के लिए त्रिज्या R के पदों का व्यंजक ज्ञात कीजिए R = 1.0 m के लिए चाल का मान ज्ञात कीजिए।

आपने क्या सीखा

- **प्रक्षेप्य गति** ऐसी गति है जिसका एक निश्चित दिशा में एकसमान वेग होता है तथा इस वेग की दिशा के लम्बवत एकसमान त्वरण होता है।

$$a_x = 0 \qquad a_y = -g$$

$$\upsilon_x = \upsilon_0 \cos\theta \qquad \upsilon_y = \upsilon_0 \sin\theta - g\,t$$

$$x = x_0 + (\upsilon_0 \cos\theta)\,t \qquad y = y_0 + (\upsilon_0 \sin\theta) - \frac{1}{2}\,g\,t^2$$

- ऊँचाई $h = \dfrac{v_0^2 \sin 2\theta}{g}$

- $T = \dfrac{2v_0 \sin\theta}{g}$

- प्रक्षेप्प का परास $R = \dfrac{v_0^2 \sin 2\theta}{g}$

- प्रक्षेप पथ का समीकरण $\quad y = (\tan\theta_0)\,x - \dfrac{g}{2(v_0 \cos\theta_0)^2}\,x^2$

- **वर्तुल गति** में गति एकसमान तब होती है जब पिंड की चाल एकसमान होती है। r त्रिज्या के वृत्त में एकसमान चाल υ से चक्कर लगाने वाले पिंड के एक समान वर्तुल गति का अभिकेन्द्र त्वरण निम्न समीकरण से प्राप्त होता है।

$$\mathbf{a}_r = -\frac{v^2}{r}\hat{\mathbf{r}}$$

जहाँ $\hat{\mathbf{r}}$ मात्रक सदिश है जो वृत्त के केन्द्र से पिंड की ओर निर्दिष्ट होता है। पिंड की चाल और इसकी कोणीय चाल में $\upsilon = r\,\omega$ संबंध होता है।

- पिंड पर लगे अभिकेन्द्र बल का मान निम्न होता है।

$$\mathbf{F} = m\,\mathbf{a}_r = \frac{m\,v^2}{r}\hat{\mathbf{r}} = m\,r\,\omega^2$$

- जब कोई पिंड ऊर्ध्व वृत्त में गति करता है तो उसका कोणीय वेग अचर नहीं रह सकता।
- ऊर्ध्व वृत्तीय गति में वृत्त के उच्चतम एवं निम्नतम बिन्दुओं पर न्यूनतम एवं अधिकतम वेगों के मान क्रमशः $\sqrt{gr}$ एवं $\sqrt{5gr}$ होते हैं।

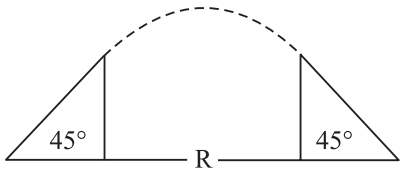
पाठांत प्रश्न

1. वृत्ताकार पथ में मुड़ते समय साइकिल सवार वृत्त की परिधि के अंदर की ओर क्यों झुक जाता है?
2. रेल पटरी के घुमावदार भाग में अंदर की पटरी के सपेक्ष बाहर की पटरी को ऊँचा क्यों कर दिया जाता है?
3. क्या वर्तुल गति में एकसमान चाल से घूमते हुए पिंड का त्वरण भी – एकसमान होता है?
4. समतल सड़क पर चलती बस की खिड़की से एक पत्थर फेंका जाता है सड़क के किनारे खड़े किसी प्रेक्षक को पृथ्वी पर पहुँचते हुए पत्थर का पथ कैसा दिखाई देगा?
5. बिना टूटे हुए कोई डोरी 100 N का अधिकतम बल झेल सकती है। 1m लम्बे डोरी के टुकड़े के एक सिरे पर 1kg द्रव्यमान बाँधकर इसकों क्षैतिज तल में घुमाया जाता है। चाल का वह अधिकतम मान परिकंलित कीजिए जिससे पिंड को बिना डोरी टूटे घुमाया जा सके।
6. $10\ \mathrm{m\,s^{-1}}$ चाल से कोई मोटर साइकिल सवार 50 m त्रिज्या वाले घुमावदार मोड़ पर मुड़ता है। मुड़ते समय अभिकेन्द्र त्वरण क्या होगा?
7. क्षैतिज से $30°$ के कोण पर प्रारंभिक वेग $300\ \mathrm{m\,s^{-1}}$ से गोली दागी जाती है। बंदूक से कितनी दूरी पर जा कर गोली जमीन पर लगेगी?
8. किसी घड़ी की सेकंड की सुई की लंबाई 10 cm है। इस सुई की नोक की चाल क्या होगी?

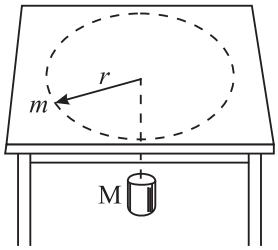
9. हिन्दी फिल्म में नायकों को आपने बड़ी लंबी कूद मार कर घोड़ों की पीठ और मोटर साइकिल पर बैठते देखा होगा। इस समस्या में कोई निडर मोटर साइकिल सवार किसी खाली जगह (gap) को 100 km h^{-1} के वेग से लाँघना चाहता है। (चित्र 4.9)। यदि दोनों ओर का आनत कोण 45^0 हो तो खाली जगह की अधिक से अधिक कितनी चौड़ाई होगी?

10. 500 m s^{-1} वेग से 30° के प्रक्षेप कोण से कोई गोला (shell) दागा जाता है। वेग के ऊर्ध्वाधर घटक, क्षैतिज घटक, गोले की अधिकतम ऊँचाई और परास का मान ज्ञात कीजिए।

11. पृथ्वी से 2000 मीटर की ऊँचाई पर 200 km h^{-1} की एकसमान चाल से क्षैतिज उड़ान भरते हुए कोई वायुयान भोजन का पैकेट गिराता है। इस पैकेट को पृथ्वी तक आने में कितना समय लगेगा? पैकेट छोड़े जाने के बिन्दु से पैकेट पृथ्वी पर कितनी क्षैतिज दूरी आगे गिरेगा?



चित्र 4.12



चित्र 4.13

12. v चाल से किसी वृत्त में घर्षणहीन (frictionless) मेज पर चक्कर लगाते m द्रव्यमान के साथ मेज में छेद करके M द्रव्यमान का पिंड डोरी द्वारा जोड़ दिया जाता है (चित्र 4. 10)। द्रव्यमान m द्रव्यमान के पिण्ड की वह चाल ज्ञात कीजिए जिससे कि M द्रव्यमान का पिंड विराम अवस्था में बना रहे।

13. 60 km h^{-1} की चाल से कोई कार 220 m त्रिज्या के घुमावदार (वृत्ताकार) पथ में चक्कर काट रही है। कार में बैठी 90 kg की सवारी पर अपकेन्द्र बल क्या होगा?

पाठगत प्रश्नों के उत्तर

4.1

(1) (a), (b), (d)

(2) (a) हाँ (b) हाँ (c) अधिकतम परास की गेंद

(3) अधिकतम परास $\frac{v_0^2}{g} = \frac{(9.5\ \text{m s}^{-1})^2}{9.78\ \text{m s}^{-2}} = 9.23\ \text{m}$

अत: अन्तर का मान 9.23 m – 8.90 m = 0.33 m

4.2

(1) (a) हाँ (b) नहीं (c) हाँ (d) नहीं

वेग और त्वरण समान नहीं हैं क्योंकि इनकी दिशाएं लगातार बदल रही हैं।

(2) चूँकि

$$a = \frac{v^2}{r}, r = \frac{v^2}{\alpha} = \frac{(9.0\ \text{m s}^{-1})^2}{3\ \text{m s}^{-2}} = 27\ \text{m}$$

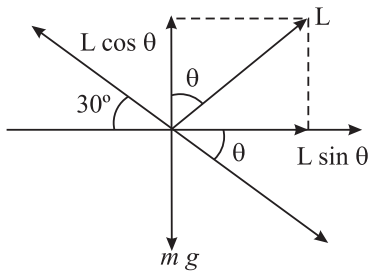
(3) $$a = \frac{c^2}{r} = \frac{(3\times10^8\ \text{m s}^{-1})^2}{10\times10^3\ \text{m}}$$

$$= 9 \times 10^{13}\ \text{m s}^{-2}$$

4.3

(1) यह प्रश्न सड़कों की बैंकिंग के समान है। यदि वायुयान बैंक करता है तो बल F का घटक बल त्रिज्या की दिशा में कार्य करके आवश्यक अभिकेन्द्र त्वरण प्रदान करता है। वक्रता त्रिज्या का मान निम्नलिखित होता है:

$$\text{R} = \frac{v^2}{g\ \tan\theta_0} = \left(\frac{100\ \text{m s}^{-1}}{10\ \text{m s}^{-2}\times\tan 30^\circ}\right)^2 = 10\sqrt{3}\ \text{m} = 17.3\ \text{m}$$



चित्र 4.14

(2) घर्षण बल, अभिकेन्द्र-त्वरण उपलब्ध कराता है। अत:

$$\text{F}_s = \mu_s\text{N} = \frac{mv^2}{r}$$

चूँकि सड़क क्षैतिज (समतल) है इसलिए N = mg, इसलिए

$$\mu_s\ mg = \frac{mv^2}{r}$$

अथवा $v^2 = \mu_s g\ r$

or $v = (0.9 \times 10\ \text{m s}^{-2} \times 100\ \text{m})^{1/2}$

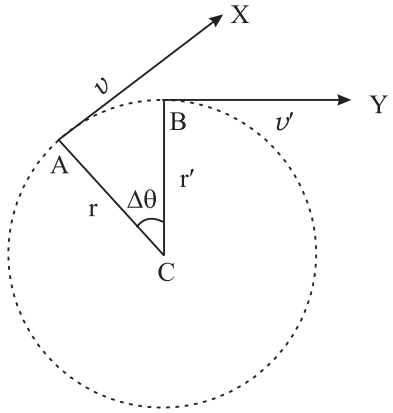
$v = 30\ \text{m s}^{-1}$.

(3) चित्र 4.15 में बाल्टी वृत के ऊपरी बिन्दु पर मुक्त निकाय आरेख दशाया गया हे। बाल्टी घुमाने पर पानी इससे बाहर न गिरे इस के लिए आवश्यक शर्त यह है कि जल का भार आवश्यक अभिकेन्द्र बल प्रदान करे

अर्थात्, $mg = \frac{mv^2}{r}$

$\Rightarrow$ $v^2 = Rg$

अथवा $v = \sqrt{Rg}$



चित्र. 4.15

यह ऊर्ध्वाधर वृत्त के ऊपरी सिरे पर बाल्टी की चाल का न्यूनतम मान है।

R = 1.0 m तथा g = 10 m s^{-2} रखने पर

$v = \sqrt{1.0\ m \times 10\ m\ s^{-2}} = 3.2\ m\ s^{-1}$

पाठांत अभ्यास के उत्तर

5. 10 m s^{-1}
6. 2 m s^{-2}
7. $900\sqrt{3}$ m
8. 1.05×10^{-3} m s^{-1}
9. 77.1 m
10. $v_x = 250\sqrt{3}$ m s^{-1}

    $vy = 250$ m s^{-1}

    ऊर्ध्वाधर ऊँचाई = 500 m

    क्षैतिज परास = 3125 m
11. $t = 20$ s, 999.9 m
12. $v = \sqrt{\frac{M\,g\,r}{m}}$
13. 125 N

5

गुरुत्वाकर्षण

क्या आपने कभी सोचा है कि ऊपर की ओर फेंकी गई गेंद वापस पृथ्वी पर क्यों लौट आती है? या हवा में उछाला गया एक सिक्का वापस जमीन पर क्यों गिर जाता है? आदि काल से ही ये घटनाएँ मानव के लिए आश्चर्य का कारण बनी रही हैं। इस प्रश्न का उत्तर 17वीं शताब्दी में सर आइजेक न्यूटन ने दिया। उन्होंने बतलाया कि चीजों के पृथ्वी की ओर आकर्षित होने का कारण पृथ्वी का ***गुरुत्वाकर्षण बल*** है। उन्होंने यह भी बताया कि इसी बल के कारण पृथ्वी तथा अन्य ग्रह सूर्य की परिक्रमा करते हैं और इसी बल के कारण चन्द्रमा अपनी कक्षा में गति करता है। यह एक सार्वत्रिक बल है अर्थात् यह ब्रह्माण्ड में सभी जगह उपस्थित है। वास्तव में इसी बल के कारण ब्रह्माण्ड एक साथ आबद्ध है।

इस पाठ में आप न्यूटन के गुरुत्वाकर्षण नियमों के बारे में सीखेंगे। हम पृथ्वी के आकर्षण के कारण उत्पन्न त्वरण का भी अध्ययन करेंगे। यह त्वरण, जिसे ***गुरुत्वजनित त्वरण*** कहते हैं पृथ्वी के सभी स्थानों पर समान नहीं रहता है। हम उन कारकों का पता करेंगे जिनके कारण त्वरण का मान परिवर्तित होता है। हम गुरूत्वीय विभव तथा स्थितिज ऊर्जा के संबंध में अध्ययन करेंगे तथा ग्रहीय गति के लिए केपलर के नियमों एवं विभिन्न प्रकार के कृत्रिम उपग्रहों की कक्षाओं के बारे में भी सीखेंगे। अंत में अंतरिक्ष खोज के क्षेत्र में भारत के महत्वपूर्ण कार्यक्रमों एवं उपलब्धियों की चर्चा करेंगे।

उद्देश्य

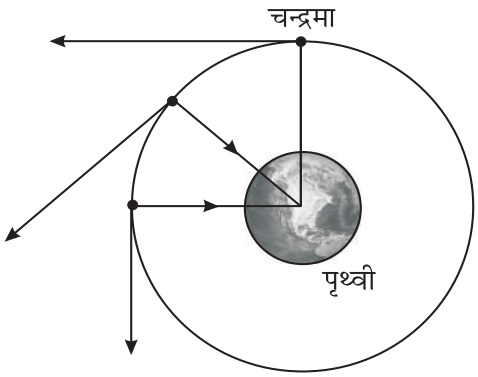
इस पाठ को पढ़ने के पश्चात आप

- *गुरुत्वाकर्षण का नियम बता पाएंगे;*
- *किसी आकाशीय पिण्ड के गुरुत्वीय त्वरण के मान की गणना कर सकेंगे;*
- *ऊँचाई, गहराई व अक्षांशों में परिवर्तन के साथ गुरुत्वीय त्वरण में होने वाले परिवर्तन का विश्लेषण कर सकेंगे;*
- *गुरुत्वीय विभव तथा गुरुत्वीय स्थितिज ऊर्जा में विभेद कर पाऐंगे;*
- *ग्रहों की गति के लिए उत्तरदायी बल को पहचान सकेंगे और केपलर के ग्रह गति विषयक नियमों का प्रतिपादन कर सकेंगे;*

- *कक्षीय वेग एवं पलायन वेग की गणना कर सकेंगे;*
- *यह बतला सकेंगे कि कृत्रिम उपग्रह का प्रक्षेपण कैसे किया जाता है;*
- *ध्रुवीय एवं विषुवतीय उपग्रहों में भेद कर सकेंगे;*
- *किसी उपग्रह के तुल्यकाली उपग्रह बनने की शर्तें बता सकेंगे;*
- *एक तुल्यकाली उपग्रह की ऊँचाई की गणना कर सकेंगे और उनके अनुप्रयोगों की सूची तैयार कर सकेंगे; तथा*
- *अंतरिक्ष तकनीकी के क्षेत्र में भारत की उपलब्धियाँ बता पाएंगे।*

5.1 गुरुत्वाकर्षण का नियम

यह कहा जाता है कि न्यूटन एक पेड़ के नीचे बैठे थे जब एक सेब आकर जमीन पर गिरा। इससे उनकी विचार श्रृंखला प्रारंभ हुई। चूँकि सेब तथा दूसरे पदार्थ पृथ्वी गिरते हैं इसलिये पृथ्वी का कोई बल उन पर अवश्य कार्य करता होगा। उन्होंने स्वंय से प्रश्न किया क्या यह वही बल तो नहीं है जो चन्द्रमा को पृथ्वी के चारों ओर उसकी कक्षा में बनाए रखता है। न्यूटन ने तर्क दिया कि चंद्रमा अपनी कक्षा के किसी भी बिंदु पर स्पर्श रेखा की दिशा में छिटककर दूर चला जाता यदि इसे इसकी कक्षा में बनाये रखने के लिए इस पर कोई बल कार्य न करता (चित्र 5.1)



चित्र. 5.1 : अपनी कक्षा के किसी भी बिंदु पर चन्द्रमा छिटककर स्पर्श रेखा की दिशा में दूर चला जाता, लेकिन पृथ्वी का आकर्षण बल इसे इसकी कक्षा में बनाए रखता है।

क्या यह निरन्तर केन्द्र की तरफ गिरने की प्रवृत्ति कहीं उसी बल के कारण तो नहीं है जिसके कारण सेब जमीन पर आ गिरता है। उन्होंने केपलर के नियमों से यह निगमन किया था कि सूर्य व ग्रहों के बीच का बल $1/r^2$ के अनुसार परिवर्तित होता है जहाँ r उनके बीच की दूरी है। इस परिणाम का प्रयोग करते हुए वह यह सिद्ध करने में सफल हुए कि यही बल चन्द्रमा को पृथ्वी से बाँधे रखता है। तब उन्होंने सार्वत्रिक गुरुत्वाकर्षण के नियम का व्यापकीकरण इस प्रकार किया।

ब्रह्माण्ड में प्रत्येक कण अन्य सभी कणों को अपनी ओर एक बल से आकर्षित करता है जो उन दो कणों के द्रव्यमानों के गुणनफल के समानुपाती और उनके बीच की दूरी के वर्ग के व्युत्क्रमानुपाती होता है। इस प्रकार यदि m_1 और m_2 दो वस्तुओं के द्रव्यमान हों और r उनके बीच की दूरी हो तो बल का परिमाण

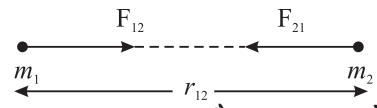
$$F \propto \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

या $$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2} \qquad (5.1)$$

आनुपातिकता स्थिरांक G को **सार्वत्रिक गुरुत्वीय स्थिरांक कहते हैं। किन्हीं दो वस्तुओं के लिए इसका मान ब्रह्माण्ड में कहीं भी समान रहता है।** इसका तात्पर्य यह हुआ कि यदि पृथ्वी पर, नियत दूरी पर रखे दो कणों के बीच लगने वाला बल F है तो ब्रह्माण्ड में अन्यत्र कहीं भी इन दो कणों को यदि समान दूरी पर रखा जाए तो इनके बीच लगने वाला बल F ही होगा।

गुरुत्वीय बल का एक अभिलक्षण यह है कि यह सदैव आकर्षण बल होता है। यह प्रकृति के मूलभूत बलों में से एक है।

याद रहे कि यह आकर्षण पारस्परिक होता है अर्थात् m_1 द्रव्यमान का कण m_2 कण को आकर्षित करता है और m_2 द्रव्यमान का कण m_1 द्रव्यमान के कण को आकर्षित करता है। यह बल दोनों कणों की स्थिति को मिलाने वाली रेखा के अनुदिश होता है।



चित्र. 5.2 : द्रव्यमान m_1 और m_2 एक दूसरे से r_{12} दूरी पर रखे गए हैं। द्रव्यमान m_1 द्रव्यमान m_2 को $\mathbf{F}_{12}$ बल से आकर्षित करता है।

हम जानते हैं कि बल एक सदिश राशि है। क्या इस स्थिति में समीकरण (5.1) में संशोधन की आवश्यकता है? इस प्रश्न का उत्तर है कि इस समीकरण द्वारा परिमाण एवं दिशा दोनों का बोध होना चाहिए। जैसा कि पहले बताया जा चुका है कि गुरुत्वाकर्षण बल दो कणों को जोड़ने वाली रेखा के अनुदिश लगता है। अर्थात् m_1 द्रव्यमान m_2 द्रव्यमान को एक बल से आकर्षित करता है जो कि उन्हें जोड़ने वाली रेखा की दिशा में लगता है (चित्र 5.2)। यदि m_1 द्वारा m_2 पर लगाए गए बल को $\mathbf{F}_{12}$ द्वारा दर्शाएं और उनके बीच की दूरी को $\mathbf{r}_{12}$ से व्यक्त किया जाए तो गुरुत्वाकर्षण के नियम का सदिश रुप होगा

$$\mathbf{F}_{12} = G\frac{m_1 m_2}{\mathbf{r}_{21}^2}\hat{\mathbf{r}}_{12} \qquad (5.2)$$

जहाँ $\hat{\mathbf{r}}_{12}$, m_1 से m_2 की ओर इंगित करता एक इकाई-सदिश है।
इसी प्रकार m_2 द्वारा m_1 पर लगाये बल को लिख सकते हैं।

$$\mathbf{F}_{21} = -G\frac{m_1 m_2}{\mathbf{r}_{21}^2}\hat{\mathbf{r}}_{21} \qquad (5.3)$$

चूँकि $\hat{\mathbf{r}}_{12} = -\hat{\mathbf{r}}_{21}$, समीकरण (5.2) और (5.3) से हम निष्कर्ष निकाल सकते हैं कि

$$\mathbf{F}_{12} = -\mathbf{F}_{21} \qquad (5.4)$$

बल $\mathbf{F}_{12}$ और $\mathbf{F}_{21}$ परिमाण में बराबर और दिशा में विपरीत हैं और न्यूटन के तृतीय गति नियम के अनुसार क्रिया व प्रतिक्रिया बलों का एक युग्म बनाते हैं। स्मरण रहे $\hat{\mathbf{r}}_{12}$ और $\hat{\mathbf{r}}_{21}$ दोनों इकाई परिमाण सदिश हैं। तथापि इन दो सदिशों की दिशाएं विपरीत हैं।

जब तक अन्यथा न कहा जाये इस पाठ में हम केवल गुरुत्वाकर्षण बल के परिमाण का उपयोग करेंगे।

G का मान इतना कम है कि न्यूटन या उनके समकालीन प्रयोगकर्ता इसका मान नहीं निकाल पाए। इसका मान लगभग 100 साल बाद कैवेंडिस ने ज्ञात किया। G का सभी के द्वारा स्वीकार किया गया मान $6.67 \times 10^{-11}\,\mathrm{Nm^2kg^{-2}}$ है। G का मान इतना कम होने के कारण ही दो साधारण वस्तुओं के बीच इस बल को महसूस नहीं किया जा सकता।

उदाहरण 5.1 : केपलर का तीसरा नियम बतलाता है (इसकी विस्तृत व्याख्या हम बाद में करेंगे) कि यदि सूर्य व ग्रह के बीच की दूरी r है और T इसका परिक्रमण काल है तो r^3/T^2 = स्थिरांक होता है। इसके आधार पर दर्शाइए कि ग्रह पर लगने वाला गुरुत्वाकर्षण बल सूर्य से उसकी दूरी के वर्ग का व्युत्क्रमानुपाती होता है।

हल : सरलता के लिये ग्रह की कक्षा को वृत्ताकार मान लेते हैं। (वास्तविकता में कक्षा लगभग वृत्ताकार होती हैं)। तब ग्रह पर लगने वाला अभिकेन्द्र बल

$$F = \frac{mv^2}{r}$$

जहाँ υ कक्षीय वेग है, चूँकि $\upsilon = r\omega = \frac{2\pi r}{\mathrm{T}}$, T = परिक्रमण काल

अत:
$$F = m\left(\frac{2\pi r}{\mathrm{T}}\right)^2 \Big/ r$$

या
$$F = \frac{4\pi^2 mr}{\mathrm{T}^2}$$

लेकिन केपलर के तीसरे नियम के अनुसार $\mathrm{T}^2 \propto r^3$ or $\mathrm{T}^2 = Kr^3$ (केपलर का तीसरा नियम) जहाँ K आनुपातिकता स्थिरांक है।

$\therefore$
$$F = \frac{4\pi^2 mr}{Kr^3} = \frac{4\pi^2}{K} \times \frac{m}{r^2} = \frac{4\pi^2 m}{K} \cdot \frac{1}{r^2}$$

या
$$F \propto \frac{1}{r^2} \qquad (\because \text{ एक ग्रह के लिये } \frac{4\pi^2 m}{K} \text{ नियत है})$$

आगे बढ़ने से पूर्व अच्छा हो कि आप अपनी प्रगति की जाँच कर लें।

पाठगत प्रश्न 5.1

1. चन्द्रमा पृथ्वी का एक पूरा चक्कर 27.3 दिनों में लगा लेता है। याद रखें कि यह समय स्थिर तारों के संदर्भ में है (पृथ्वी के संदर्भ में परिक्रमण काल 29.5 दिन है; इसे कुछ कलैण्डरों में एक मास की अवधि निर्धारित करने में प्रयोग किया जाता है।) चन्द्रमा की कक्षा की त्रिज्या 3.84×10^8 m (पृथ्वी की त्रिज्या का 60 गुना) है। चन्द्रमा का अभिकेन्द्र-त्वरण

ज्ञात कीजिए और दर्शाइए इसका मान $9.8\ m\ s^{-2}/3600$ है, गुरुत्व का दूरी के साथ परिवर्तन दूरी के वर्ग का व्युत्क्रमानुपाती होता है– अर्थात् $1/r^2$ के अनुसार बदलता है।

2. समीकरण (5.1) की सहायता से G की विमाएं ज्ञात कीजिए।

3. समीकरण (5.1) की सहायता से दर्शाइये कि G को एक-एक kg द्रव्यमान के दो पिण्डों के बीच लगने वाले बल के रुप में परिभाषित किया जा सकता है, जबकि उनके बीच की दूरी 1 m हो।

4. एक निश्चित दूरी पर रखी हुई दो वस्तुओं के बीच लगने वाले बल का परिमाण F है। F के मान में क्या परिवर्तन होगा यदि (i) द्रव्यमानों का मान बदले बिना उनके बीच की दूरी को दो गुना कर दिया जाए (ii) यदि दूरी समान रहती है और प्रत्येक द्रव्यमान का परिमाण दो गुना कर दिया जाए (iii) यदि दूरी और प्रत्येक द्रव्यमान को दो गुना कर दिया जाए।

5. 50 kg और 60 kg की दो वस्तुएं एक दूसरे से 1 m की दूरी पर रखी हैं। उनके बीच लगने वाले गुरुत्वाकर्षण बल की गणना करें।

5.2 गुरुत्वीय त्वरण

न्यूटन के गति के दूसरे नियम से आप जानते हैं कि किसी वस्तु पर लगाए गए **F** परिमाण के बल और उससे उत्पन्न त्वरण के बीच संबंध निम्नवत् है:

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a} \tag{5.5}$$

गुरुत्व बल अर्थात् पृथ्वी के समीप रखी वस्तु पर लगने वाला पृथ्वी द्वारा आरोपित बल वस्तु में एक त्वरण उत्पन्न करता है। गुरुत्व बल के कारण जनित इस त्वरण को ***गुरुत्वीय त्वरण*** कहते हैं। इसे प्रतीक g से दर्शाया जाता है। समीकरण (5.1) के अनुसार पृथ्वी की सतह पर m द्रव्यमान की वस्तु पर लगने वाला बल

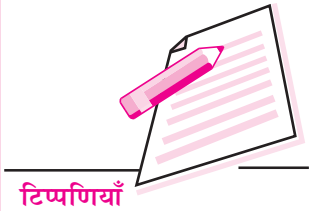
$$F = G\frac{m\,M}{R^2} \text{ होता है।} \tag{5.6}$$

जहां M पृथ्वी का द्रव्यमान और R इसकी त्रिज्या है)। समीकरण (5.5) और (5.6) से हम पाते हैं कि

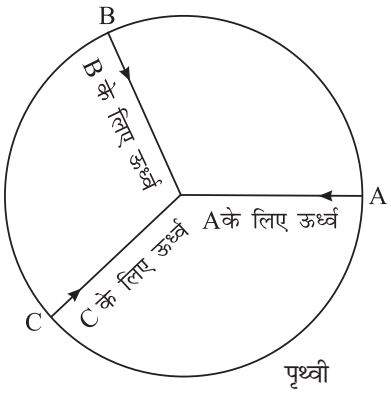
$$mg = G\frac{m\,M}{R^2}$$

या

$$g = G\frac{M}{R^2} \tag{5.7}$$



याद रखें कि वस्तु पर लगे गुरुत्वीय बल की दिशा पृथ्वी के केन्द्र की ओर होती है। इसी दिशा को हम ऊर्ध्व दिशा कहते हैं। चित्र 5.3 में विभिन्न स्थानों के लिए ऊर्ध्वाधर दिशा दर्शायी गयी है। ऊर्ध्व दिशा के लम्बवत दिशा को हम क्षैतिज दिशा कहते हैं।



चित्र. 5.3 : किसी स्थान पर ऊर्ध्व दिशा उस स्थान पर पृथ्वी के केन्द्र की ओर होती है।

यदि हमें पृथ्वी या किसी अन्य आकाशीय पिंड जैसे ग्रह का द्रव्यमान और त्रिज्या ज्ञात हो तो इसकी सतह पर g का मान समीकरण (5.7) की सहायता से ज्ञात किया जा सकता है। पृथ्वी की सतह पर g का मान प्राय: $9.8\ m\,s^{-2}$ लिया जाता है। अत: गुरुत्वजनित त्वरण का औसत मान $9.8\ m\ s^{-2}$ है।

इसी प्रकार किसी ग्रह या उपग्रह के लिये भी g का मान ज्ञात किया जा सकता है, यदि हमें उस ग्रह या उपग्रह का द्रव्यमान तथा त्रिज्या ज्ञात हो।

आगे बढ़ने से पहले आइये समीकरण (5.7) पर विचार करें। हम पाते हैं कि किसी पिंड पर प्रभावी गुरुत्वीय त्वरण इसके द्रव्यमान पर निर्भर नहीं करता है। इसका तात्पर्य यह हुआ कि भारी और हल्की गेंदें समान वेग से नीचे गिरती हैं। यदि हम किसी निश्चित ऊँचाई से इन गेंदों को एक साथ नीचे गिराएं तो धरातल पर ये दोनों गेंदे एक ही समय पर पहुँचेंगी।

क्रियाकलाप 5.1

एक कागज का टुकड़ा और एक छोटा सा कंकड़ लें। इन्हें किसी नियत ऊँचाई से एक साथ नीचे गिरने दें। दोनों के पथों का अवलोकन करें और उनके जमीन को छूने के समय पर ध्यान दें। पुन: दो कंकड़ लें जिनमें एक दूसरे से भारी हो, उन्हें भी एक नियत ऊँचाई से नीचे गिरने दें और उनके जमीन छूने के समय का अवलोकन करें।

गुरुत्व के अन्तर्गत पतन

यह तथ्य कि भारी और हल्के कंकड़ एक समान दर से नीचे गिरते हैं, कुछ विचित्र सा प्रतीत हो सकता है। 16 वीं शताब्दी तक यह एक आम विश्वास था कि एक भारी वस्तु एक हल्की वस्तु की अपेक्षा अधिक तेजी से नीचे गिरती है। तथापि, उस समय के महान वैज्ञानिक गैलीलियो ने यह दर्शाया कि दोनों वस्तुएं वास्तव में एक ही दर से नीचे गिरती हैं। यह कहा जाता है कि वे पीसा की मीनार के ऊपर गए और और दो गेंदों को, जिनके भार में बहुत अधिक अन्तर था, एक साथ नीचे गिराया। गेंदे धरातल पर एक ही समय पर पहुँची। लेकिन जब एक पंख और एक पत्थर को साथ-साथ गिराया गया तो वे अलग-अलग समय पर धरातल पर पहुँचते हैं। गैलीलियों ने तर्क दिया कि पंख अपेक्षाकृत धीमी गति से गिरता है क्योंकि इस पर हवा का उत्प्लावन बल एवं प्रतिरोध

क बल कार्य करता है। उसने कहा कि निर्वात में दोनों वस्तुएं एक ही समय पर गिरेगीं। हाल के वर्षो में अंतरिक्ष यात्रियों ने चन्द्रमा पर पंख और कंकड़ का प्रयोग करके यह सिद्ध किया कि दोनों एक साथ जमीन पर पहुँचते हैं। स्मरण रखें कि चन्द्रमा पर वायुमण्डल नहीं है।

गुरुत्व के प्रभाव के कारण वस्तुएँ ऊर्ध्वाधरत: नीचे पृथ्वी की ओर गिरती हैं। छोटी ऊँचाईयों के लिए, गुरुत्वजनित त्वरण अधिक नहीं बदलता है। इसलिए t समय में तय की गयी दूरी प्रारंभिक तथा अंतिम वेगों के लिये समीकरण निम्नवत् लिख सकते हैं:

$$v = u + gt$$

$$s = ut + \frac{1}{2}gt^2$$

और

$$v^2 = u^2 + 2gs. \qquad (5.8)$$

यहाँ यह याद रखना महत्वपूर्ण है कि **g हमेशा ऊर्ध्वाधरत: नीचे की ओर कार्य करता है चाहे वस्तु किसी भी दिशा में गति कर रही हो। किसी वस्तु का g त्वरण से गिरना मुक्त-पतन (free fall) कहा जाता है।**

समीकरण 5.8 की सहायता से यह स्पष्ट है कि यदि एक वस्तु विराम अवस्था से गिरती है तो t समय में h दूरी तक गिरेगी जहाँ $h = (1/2)gt^2$ है। अत: किसी ऊँचाई h से किसी भारी सिक्के को मुक्त रुप से गिराकर और सही समय दर्शाने वाली विराम घड़ी द्वारा इसके जमीन पर पहुँचने का समय लेकर g का मान ज्ञात किया जा सकता है। यदि आप 5 रुपये के एक सिक्के को 1मीटर की ऊँचाई से मुक्त रुप से गिराकर जमीन पर पहुँचने के समय का औसत मान लें तो यह 0.45 सेकन्ड आता है। इसकी सहायता से g के मान की गणना की जा सकती है। तथापि, प्रयोगशाला में आप सरल लोलक का उपयोग करके परोक्ष विधि से g का मान ज्ञात करेंगे।

आप आश्चर्य कर रहे होंगे कि किसी कण पर गुरुत्व बल की गणना करते समय हम पृथ्वी की सतह पर रखी वस्तु और पृथ्वी के बीच की दूरी को पृथ्वी की त्रिज्या के बराबर क्यों लेते हैं। जब हम दो बिंदु द्रव्यमानों को लेते हैं तो उनके बीच की दूरी उनके पृथकन के बराबर ली जाती है। लेकिन जब हम दो बड़ी वस्तुओं के बीच गुरुत्व बल की गणना करते हैं तो उनके बीच की दूरी क्या लेते हैं? इस समस्या के समाधान के लिए वस्तु के गुरुत्व-केन्द्र की संकल्पना का समावेश किया गया है। जहाँ तक गुरुत्व प्रभाव का प्रश्न है हम पूरे पिण्ड की जगह एक तुल्य बिंदु पर पिण्ड के भार को केन्द्रित मान सकते हैं। अर्थात् इस बिंदु पर गुरुत्व बल लग रहा है ऐसा मान सकते हैं? ज्यामितीय रुप से नियमित वस्तुएँ जिनका घनत्व समान हो जैसे गोले, बेलन, आयत आदि के लिये इनका ज्यामितीय केन्द्र ही इनका गुरुत्व केन्द्र भी होता है। यही कारण है कि हम अन्य वस्तुओं की दूरी पृथ्वी के केन्द्र से मापते हैं। अनियमित आकृति की वस्तुओं के लिए गुरुत्व केन्द्र निर्धारित करने का कोई सरल तरीका नहीं है।

एक धातु की अंगूठी का गुरुत्व-केन्द्र कहाँ पर स्थित होता है? यह वास्तव में अंगूठी के केन्द्र पर स्थित होता है।

ध्यान दें कि यह बिंदु वस्तु के द्रव्य के बाहर स्थित है। अत: याद रखें कि किसी वस्तु का गुरुत्वकेन्द्र उसके पदार्थ के बाहर हो सकता है। आपका अपना गुरुत्व केन्द्र कहाँ पर है? यदि हम अपना आकार नियमित मान लें तो, हमारा गुरुत्वीय केन्द्र नाभि से थोड़ा नीचे होगा।

इस पाठ में आगे आप वस्तु के द्रव्यमान केन्द्र के बारे में भी ज्ञान प्राप्त करेंगे। यह एक ऐसा बिंदु है जिसपर वस्तु का पूरा द्रव्यमान केन्द्रित माना जा सकता है। **एकसमान गुरुत्वीय क्षेत्र में** (जैसा कि पृथ्वी के समीप होता है) गुरुत्व केन्द्र और द्रव्यमान केन्द्र संपाती होते हैं।

गुरुत्व केन्द्र या द्रव्यमान केन्द्र के प्रयोग से हमारी गणनाएँ अत्यधिक सरल हो जाती हैं। कल्पना करें कि हमें यदि किसी वस्तु का निर्माण करने वाले कणों के बीच कार्यकारी बलों और इनका परिणामी बल ज्ञात करना हो, तो यह कितना कठिन कार्य होगा।

आपको यह ध्यान रखना चाहिए कि G और g अलग-अलग भौतिक राशियाँ हैं। G गुरुत्वाकर्षण का सार्वत्रिक नियतांक है और यह अचर है जबकि g गुरुत्वजनित त्वरण है जो कि एक जगह से दूसरे जगह बदल सकता है। इसे हम अगले भाग में देखेंगे।

अब आप अपनी प्रगति की जाँच करने के लिए निम्न प्रश्नों के उत्तर दें:

पाठगत प्रश्न 5.2

1. पृथ्वी का द्रव्यमान 5.97×10^{24} किलोग्राम है और इसकी माध्य त्रिज्या 6.371×10^{6} m. है। पृथ्वी की सतह पर g का मान ज्ञात करें।
2. बहुत सावधानीपूर्वक लिए गए माप दर्शाते हैं कि विषुवत-वृत (भूमध्यरेखा) पर पृथ्वी की त्रिज्या 6378 किलोमीटर है जबकि ध्रुवों पर 6357 किलोमीटर है। ध्रुवों व विषुवत रेखापर g के मानों की तुलना कीजिए।
3. किसी वस्तु को ऊपर फेंके जाने पर g की दिशा क्या होगी जब (i) वस्तु ऊपर जा रही है। और (ii) जब यह अधिकतम ऊँचाई पर है (iii) जब यह नीचे आ रही है। (iv) जब यह धरातल पर वापस आ जाती है?
4. चन्द्रमा का द्रव्यमान 7.3×10^{22} kg है और इसकी त्रिज्या 1.74×10^{6} m है। इसकी सतह पर गुरुत्वीय त्वरण का मान ज्ञात कीजिए।

5.3 g के मान में परिवर्तन

5.3.1 ऊँचाई के साथ परिवर्तन

समीकरण 5.7 ($g = G\frac{M}{R^2}$) के दाईं ओर हर में राशि R^2 दर्शाती है कि g का परिमाण पृथ्वी के केन्द्र से दूरी के वर्ग के मान के अनुसार दूरी R के बढ़ने पर घटता है। अत: सतह से R दूरी पर अर्थात् केन्द्र से $2R$ दूरी पर इसका मान पृथ्वी की सतह पर मान का (1/4) हो जाता

है। यदि पृथ्वी की सतह से ऊँचाई h जिसे तुंगता (altitude) कहते हैं, पृथ्वी की त्रिज्या की तुलना में काफी कम हो तो, g_h (h तुंगता पर गुरुत्वजनित त्वरण का मान)

$$g_h = \frac{GM}{(R+h)^2} = \frac{GM}{R^2\left(1+\frac{h}{R}\right)^2}$$

$$= \frac{g}{\left(1+\frac{h}{R}\right)^2} \qquad (5.9)$$

चूँकि $g = GM/R^2$ पृथ्वी की सतह पर गुरुत्वीय त्वरण का मान है।

अत:
$$\frac{g}{g_h} = \left(1+\frac{h}{R}\right)^2 = 1 + \frac{2h}{R} + \left(\frac{h}{R}\right)^2$$

अब चूँकि (h/R) एक छोटी राशि है तो $(h/R)^2$ उससे भी छोटी राशि होगी। अत: इसे (h/R) की तुलना में नगण्य माना जा सकता है। अत:

$$g_h = \frac{g}{\left(1+\frac{2h}{R}\right)} \qquad (5.10)$$

आइए इसे एक उदाहरण की सहायता से समझें।

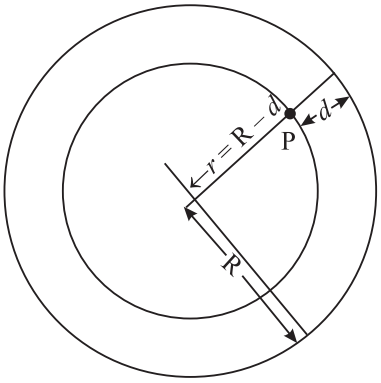
उदाहरण 5.2 : आधुनिक वायुयान 10 km से अधिक ऊँचाई पर उड़ते हैं। हम इस ऊँचाई पर g का मान निकालते हैं। पृथ्वी की त्रिज्या 6400 km और पृथ्वी की सतह पर g का मान 9.8 m s^{-2} है।

हल : समीकरण (5.10) से

$$g_h = \frac{g}{\left(1+\frac{2.(10)\ \text{km}}{6400\ \text{km}}\right)} = \frac{9.8\ \text{m s}^{-2}}{1.003} = 9.77\ \text{m s}^{-2}.$$

5.3.2. गहराई के साथ g में परिवर्तन

पृथ्वी के अंदर व गहराई d पर स्थित एक बिंदु P की कल्पना कीजिए (चित्र. 5.4)। पृथ्वी को समान घनत्व ρ का एक गोला मान लें। बिंदु P की पृथ्वी के केन्द्र से दूरी $r = (R - d)$ है। $(R - d)$ त्रिज्या का एक गोला खींचे। P बिंदु पर रखे द्रव्यमान पर d मोटाई के कोश से लगने वाला गुरुत्वीय बल निरस्त हो जाता है। यह केवल r त्रिज्या के गोले के कारण बल महसूस करता है। अत: बिन्दु P पर गुरुत्वीय बल केवल r त्रिज्या के गोले के कारण होगा।



चित्र. 5.4 : d गहराई पर स्थित बिंदु की केन्द्र से दूरी $r = R - d$ है।

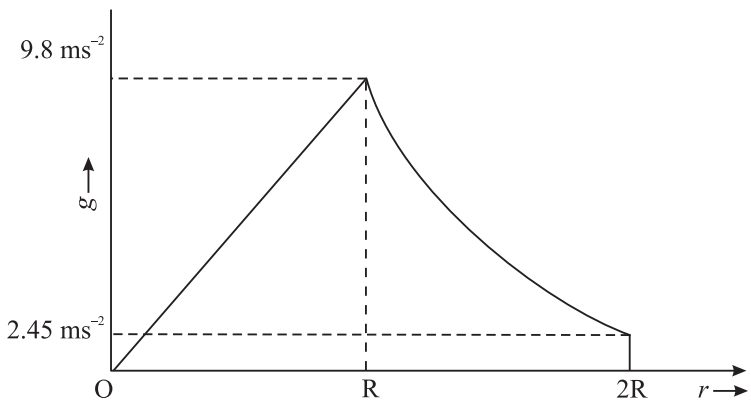
अत: P बिंदु पर गुरुत्वीय त्वरण का मान ज्ञात करने के लिए हम $(R-d)$ त्रिज्या के गोले के द्रव्यमान का ही प्रयोग करेंगे। यदि ρ गोले का घनत्व हो तो इस गोले के द्रव्यमान

$$M' = \frac{4\pi}{3}\rho\,(R-d)^3 \qquad (5.10)$$

बिंदु P पर रखे कण द्वारा अनुभव किए गए गुरुत्वीय त्वरण का मान

$$g_d = G\frac{M'}{(R-d)^2} = \frac{4\pi G}{3}\rho\,(R-d) \qquad (5.11)$$

ध्यान दें कि जब d का मान बढ़ता है तो $(R-d)$ घटता है। इसका अर्थ यह हुआ कि जब हम पृथ्वी की सतह के नीचे जाते हैं तो g का मान घटता हैं। $d = R$ पर अर्थात्, पृथ्वी के केन्द्र पर गुरुत्वीय त्वरण का मान शून्य हो जाता है। यह भी नोट कीजिए कि $R-d = r$, पृथ्वी के केन्द्र से वस्तु की दूरी बतलाता है। अत: गुरुत्वीय त्वरण r के रैखिकत: समानुपातिक है। पृथ्वी के केन्द्र से g के मान में पृथ्वी की सतह से दूरी के साथ, परिवर्तन चित्र 5.5 में दर्शाया गया है।



चित्र. 5.5 : g के मान में पृथ्वी के केन्द्र से दूरी के साथ परिवर्तन

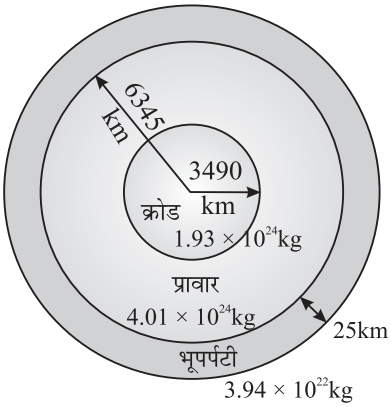
$d = 0$ के लिए $g = \frac{4\pi G}{3}\rho R$. (समीकरण 5.11) से

अब (5.11) की सहायता से यह आसानी से देखा जा सकता है कि

$$g_d = g\frac{(R-d)}{R} = g\left(1-\frac{d}{R}\right),\ 0 \le d \le R \qquad (5.12)$$

अत: समीकरण (5.9) और (5.12) से हम निष्कर्ष निकालते हैं कि **g का मान ऊँचाई और गहराई दोनों के साथ घटता है।**

पृथ्वी की आंतरिक संरचना



चित्र. 5.6 : पृथ्वी की संरचना (पैमाने पर नहीं) पृथ्वी की तीन प्रमुख परतों को उनके अनुमानित द्रव्यमानों के साथ दिखाया गया है।

वास्तव में g का मान एक निश्चित दूरी तक गहराई के साथ बढ़ता है फिर कम होने लगता है। ऐसा इसलिए होता है क्योंकि हम पृथ्वी को एकसमान घनत्व का गोला मान लेते हैं जो कि सही नहीं है। पृथ्वी का अधिकतम भार क्रोड में केन्द्रित रहता है। ऊपरी सतहें काफी हल्की होती हैं (चित्र 5.6) बहुत थोड़ी गहराई के लिए, द्रव्यमान में कमी को नगण्य मान लिया जाता है जबकि r के मान में कमी होती है। इसलिए g का मान पहले कुछ गहराई तक बढ़ता है और फिर कम होने लगता है। इसका अर्थ है कि पृथ्वी को एक समान घनत्व का गोला मानने की अभिधारणा सही नहीं है।

5.3.3 g का अक्षांश के साथ परिवर्तन

आप जानते हैं कि पृथ्वी अपने अक्ष पर घूमती है। इसके कारण पृथ्वी की सतह पर प्रत्येक कण वर्तुल गति करता है। गुरुत्वीय बल की अनुपस्थिति में ये सभी कण अपने वृत्तीय पथ पर स्पर्शरेखाओं की दिशाओं में छिटककर दूर जा गिरते। गुरुत्वीय बल इन्हें पृथ्वी के तल के साथ जोड़े रखता है। आप यह भी जानते हैं कि किसी कण को वृत्तीय गति में बनाए रखने के लिए एक अभिकेन्द्र-बल की आवश्यकता होती है। फलत: पृथ्वी की सतह पर रखी वस्तुओं पर लगने वाले पृथ्वी के आकर्षण बल का मान थोड़ा-थोड़ा कम हो जाता है। वस्तुओं को पृथ्वी से जोड़े रखने वाली शक्ति (गुरुत्वाकर्षण) में धीरे-धीरे कमी आने लगती है। पृथ्वी के घूर्णन का सर्वाधिक प्रभाव भूमध्यरेखा पर महसूस किया जाता है। ध्रुवों पर यह घटकर शून्य हो जाता है। अब हम बगैर व्युत्पन्न किए g के मान में अक्षांश के साथ परिवर्तन के सूत्र को उद्धृत करते है। यदि g_λ, λ अक्षांश पर g के मान को दर्शाता है और g ध्रुवों पर गुरुत्वीय त्वरण का मान हो तो

$$g_\lambda = g - R\omega^2 \cos\lambda, \qquad (5.13)$$

जहाँ पर ω पृथ्वी का कोणीय वेग तथा R इसकी त्रिज्या है। आप आसानी से समझ सकते हैं कि ध्रुवों के लिए $\lambda = 90°$ है। इसलिए ध्रुवों पर $g_\lambda = g$.

उदाहरण 5.3 : अब हम ध्रुवों पर g के मान की गणना करते हैं।

हल : ध्रुवों पर पृथ्वी की त्रिज्या = 6357km = 6.357×10^6 m

पृथ्वी का द्रव्यमान = 5.97×10^{24} kg

समी. (5.7) का उपयोग करने पर ध्रुवों पर g का मान होगा

$$g_{poles} = [6.67 \times 10^{-11} \times 5.97 \times 10^{24} / (6.357 \times 10^6)^2] \text{ m s}^{-2}$$
$$= 9.853 \text{ m s}^{-2}$$

उदाहरण 5.4 : अब हम $\lambda = 60^o$ पर g के मान की गणना करते हैं। जहाँ पृथ्वी की त्रिज्या 6371 km है।

हल : पृथ्वी के घूर्णन का आवर्तकाल, T = 24 घंटे = $(24 \times 60 \times 60)$ s

पृथ्वी के घूर्णन की आवृत्ति = 1/T

पृथ्वी की कोणीय आवृत्ति $\omega = 2\pi/T = 2\pi/(24 \times 60 \times 60)$

$$= 7.27 \times 10^{-5}$$

$$\therefore \quad R\omega^2 \cos\lambda = 6.371 \times 10^6 \times (7.27 \times 10^{-5})^2 \times 0.5$$
$$= 0.017 \text{ m s}^{-2}$$

अब चूँकि $g_0 = g - R\omega^2 \cos\lambda$,

g_λ (60° अक्षांश पर) $= 9.853 - 0.017 = 9.836 \text{ m s}^{-2}$

पाठगत प्रश्न 5.3

1. किस ऊँचाई पर जाने पर गुरुत्वीय त्वरण का मान पृथ्वी की सतह के उसके मान का आधा होगा?
2. किस गहराई पर g का मान पृथ्वी की सतह पर इसके मान का 80% होगा?
3. दिल्ली का अक्षांश लगभग 30° उत्तर है। दिल्ली और ध्रुवों के बीच g के मान में अन्तर की गणना कीजिए।
4. एक उपग्रह पृथ्वी से 1000 km की ऊँचाई पर चक्कर लगा रहा है। इस पर कार्य करने वाले गुरुत्वीय त्वरण की गणना (i) सूत्र (5.9) और $g \propto 1/r^2$ का प्रयोग करते हुए करें जहाँ r पृथ्वी के केन्द्र से उपग्रह की दूरी है। आप किस विधि को अधिक अच्छी समझते हैं और क्यों?

5.4 भार और द्रव्यमान

वह बल जिससे कोई वस्तु पृथ्वी की ओर खिंचती है, उसे उसका भार कहते हैं। यदि m वस्तु का द्रव्यमान हो तो भार होगा:

$$W = mg \qquad (5.14)$$

चूँकि भार एक बल है, इसकी इकाई न्यूटन होती है। यदि आपका द्रव्यमान 50 kg हो तो आपका भार

$$50\ \text{kg} \times 9.8\ \text{m s}^{-2} = 490\ \text{N होगा।}$$

चूँकि g एक स्थान से दूसरे स्थान पर बदलता है, इसलिए एक स्थान से दूसरे स्थान पर जाने पर भार भी बदलता है। ध्रुवों पर भार का मान अधिकतम और भूमध्य रेखा पर न्यूनतम होता है। क्यों? क्योंकि पृथ्वी की त्रिज्या का मान ध्रुवों पर न्यूनतम और भूमध्य रेखा पर अधिकतम होता है।

तथापि, किसी वस्तु का द्रव्यमान अचर रहता है। द्रव्यमान वस्तु का नैज गुणधर्म है। इसलिए, चाहे वस्तु कहीं भी रखी हो इसका मान अचर रहता है।

टिप्पणी: दैनिक जीवन में बहुधा द्रव्यमान और भार को एक दूसरे के स्थान पर प्रयोग करते हैं। स्प्रिंग तुलाऐं जो कि भार नापती हैं, N(न्यूटन) की अपेक्षा kg में अंशांकित की जाती है।

5.4.1 गुरुत्वीय विभव एवं स्थितिज ऊर्जा

किसी संरक्षी बल के प्रभावाधीन पिंड की स्थितिज ऊर्जा को पिंड में निहित ऊर्जा के रुप में परिभाषित कर सकते हैं और यह किसी बाहरी एजेन्सी द्वारा एक मानक स्थिति से वर्तमान स्थिति तक पिंड को लाने में किए गए कार्य के द्वारा मापी जाती है।

यदि कोई बल F पिंड को संरक्षी बल के विरुद्ध बिना किसी चाल परिवर्तन के एक सूक्ष्म दूरी dr तक विस्थापित करे तो इसकी स्थितिज ऊर्जा में होने वाला सूक्ष्म परिवर्तन

$$dU = -F.dr$$

r दूरी पर रखे दो द्रव्यमानों M एवं m के बीच गुरुत्वाकर्षण बल:

$$F = -\frac{GMm}{r^2}$$

$\therefore$ गुरुत्वीय स्थितिज ऊर्जा

$$dU = \frac{GMm}{r^2}dr$$

अथवा

$$U = GMm\int_{\infty}^{r}\frac{1}{r^2}dr = -\frac{GMm}{r}$$

यह दर्शाता है कि r दूरी पर रखे M एवं m द्रव्यमानों के दो कणों के बीच गुरुत्वीय स्थितिज ऊर्जा है:

$$U = -\frac{GMm}{r} + \text{अचरांक}$$

जब r का मान अनन्त होने लगता है गुरुत्वीय ऊर्जा शून्य होने लगती है। अत: अचरांक शून्य हो जाता है और $U = \frac{-GMm}{r}$

गुरुत्वीय विभव (V): M द्रव्यमान के गुरुत्वीय क्षेत्र में किसी बिन्दु पर गुरुत्वीय विभव उसके प्रति इकाई द्रव्यमान के लिए स्थितिज ऊर्जा के रुप में परिभाषित किया जाता है।

$\therefore$ गुरुत्वीय विभव, $V = \frac{U}{m} = -\frac{GM}{r}$

यह अदिश राशि है और इसका SI मात्रक J/kg है।

क्रियाकलाप 5.2

पृथ्वी के केन्द्र से 2R, 3R, 4R, 5R और 6R पर 50 kg द्रव्यमान की वस्तु का भार ज्ञात करें भार और दूरी के बीच एक ग्राफ खीचें। इसी ग्राफ में दूरी के साथ द्रव्यमान में परिवर्तन को भी दर्शाएँ।

द्रव्यमान एंव भार संबंधी अपने विचारों की पृष्टि के लिए निम्नलिखित प्रश्नों को हल करने का प्रयास करें:

पाठगत प्रश्न 5.4

1. यदि आप चन्द्रमा के धरातल पर उतरते हैं तो आपका भार और द्रव्यमान किस प्रकार प्रभावित होगा?
2. पृथ्वी तथा मंगल पर अपने भार की तुलना कीजिए। आप चन्द्रमा से मंगल में जाते हैं। पृथ्वी की तुलना में आपका भार क्या होगा? आपके का द्रव्यमान पर क्या प्रभाव होगा? मंगल की त्रिज्या $= 4.3 \times 10^6$m और द्रव्यमान $= 6 \times 10^{23}$ kg लीजिए।
3. आपने भार मापने के लिए दो प्रकार की तुलाएं देखी होंगी। पलड़े वाली और स्प्रिंग वाली। पलड़े की तुला में एक ओर भार और दूसरी ओर मापी जाने वाली सामग्री रखी जाती है, जबकि स्प्रिंग तुला में सामग्री को एक हुक की सहायता से लटकाकर एक पैमाने पर इसका मान लिया जाता है। मान लीजिए आप दोनों तुलाओं से आलू के एक बैग को तौलते हैं और उनका मान समान आता है। अब आप यदि चन्द्रमा पर इन्हें ले जाकर तोलें तो क्या इनकी मापों में कोई अंतर आएगा?
4. गुरुत्वीय त्वरण का SI मात्रक बातइए।

5.5 केपलर के ग्रहीय गति के नियम

प्राचीन समय में ऐसा माना जाता था कि सभी खगोलीय पिण्ड पृथ्वी की परिक्रमा करते हैं। ग्रीक खगोलशास्त्रियों ने इस बात का बड़ा समर्थन किया। पृथ्वी केंन्द्रित ब्रह्माण्ड के पक्ष में इतना प्रबल विश्वास था कि ग्रहों द्वारा सूर्य की परिक्रमा करने के सभी प्रमाणों की उपेक्षा कर दी गई। तथापि, पोलैंड के खगोलशास्त्री – कोपर निकस ने 15वीं शताब्दी में यह सुझाया कि सभी ग्रह सूर्य की परिक्रमा करते हैं। 16वीं शताब्दी में गैलीलियो ने अपने खगोलीय प्रेक्षणों के आधार पर कोपरनिकस के विचारों का समर्थन किया। दूसरे यूरोपीय खगोलशास्त्री टायको

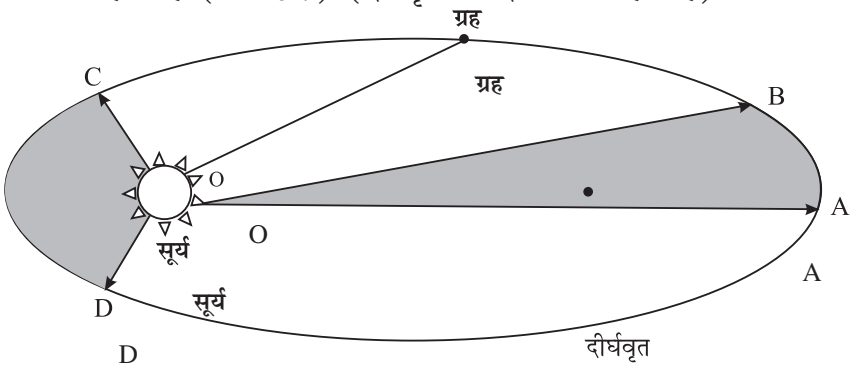
ब्राहे ने ग्रहों की गति के बहुत से प्रेक्षण लिए। इन प्रेक्षणों के आधार पर, उनके सहायक केपलर ने ग्रहीय गति के नियमों को सूत्रबद्ध किया।

जोहन्स केपलर (1571-1630)

केपलर का जन्म जर्मनी में हुआ। इन्होंने अपनी जीवन वृत्ति खगोलशास्त्र में टायको ब्राहे के सहायक के रुप में प्रारम्भ की। टायको ब्राहे ने विभिन्न ग्रहों की स्थितियों के प्रेक्षण बड़ी लग्न से 20 वर्षों से अधिक अवधि तक नियमित रूप से लिए। उनकी मृत्यु के बाद ये प्रेक्षण केपलर के पास पहुँचे और उन्होंने इनका विश्लेषण करने में 16 वर्ष की अवधि लगाई। इस विश्लेषण के आधार पर केपलर ने ग्रहीय गति के तीन नियम प्राप्त किए जिनका वर्णन इस अध्याय में किया गया है। उन्हें ज्यामितीय-प्रकाशिकी का जन्मदाता माना जाता है क्योंकि ये किरण चित्रों की सहायता से एक दूरदर्शी की कार्य प्रणाली को समझने वाले पहले व्यक्ति थे।

केपलर ने ग्रहों की गति निर्धारित करने वाले तीन नियमों का संरुपण किया:

1. सूर्य के चारों ओर ग्रहों का गति-पथ दीर्घवृत्ताकार होता है और सूर्य इसके किसी एक फोकस पर विद्यमान होता है (चित्र 5.7) (दीर्घवृत्त के दो फोकस होते हैं)



चित्र 5.7: एक ग्रह का सूर्य के चारों ओर परिक्रमा का पथ दीर्घवृत्ताकार होता है, जिसके दो में से एक फोकस पर सूर्य की स्थिति होती है। यदि A से B तक जाने का समय व C से D तक जाने का समय समान हो तो, केपलर के दूसरे नियम के अनुसार क्षेत्रफल AOB और COD बराबर होते हैं?

2. सूर्य से ग्रह तक खींची गयी रेखा (त्रिज्या-सदिश) समान अवधि में समान क्षेत्रफल समाहित करती है (चित्र 5.7)।
3. किसी ग्रह का सूर्य के चारों ओर एक परिक्रमा पूरा करने में लगे समय का वर्ग (परिकमण काल का वर्ग), सूर्य से उस ग्रह की औसत दूरी के घन का अनुक्रमानुपाती होता है। यदि हम परिक्रमण काल को T से दर्शाएं तथा सूर्य से ग्रह की औसत दूरी को r से दर्शाएं, तो

$$T^2 \alpha r^3$$

आइये, हम तीसरे नियम को और अधिक बारीकी से समझने की चेष्टा करें। आपको याद होगा कि इस नियम की सहायता से न्यूटन यह निष्कर्ष निकालने में सक्षम हुए थे कि सूर्य और

ग्रहों के बीच लगने वाला बल $1/r^2$ के अनुसार परिवर्तित होता है (उदाहरण 5.1)। पुनः यदि T_1 और T_2 दो ग्रहों के परिक्रमण-काल हों और r_1 और r_2 सूर्य से उनकी औसत दूरियाँ हों तो तीसरे नियम के अनुसार

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{r_1^3}{r_2^3} \qquad (5.15)$$

आनुपातिकता-स्थिरांक एक ग्रह के संबंध को दूसरे ग्रह के संबंध से भाग देने पर निरस्त हो जाता है। यह एक बहुत महत्वपूर्ण नियम हैं। उदाहरण के तौर पर यदि T_1, r_1 और r_2 ज्ञात हों तो इस नियम की सहायता से T_2 का मान ज्ञात किया जा सकता है।

उदाहरण 5.5 : बुध का परिक्रमण काल ज्ञात कीजिए, यदि सूर्य से इसकी दूरी 57.9×10^9 m है। आपको दिया गया है कि पृथ्वी की सूर्य से दूरी 1.5×10^{11} m है।

हल : हम जानते हैं कि पृथ्वी का परिक्रमण काल = 365.25 दिन

$\therefore$ $T_1 = 365.25$ दिन, $r_1 = 1.5 \times 10^{11}$ मीटर, $r_2 = 57.9 \times 10^9$ मीटर (बुध के लिए)

तब बुध का परिक्रमण काल T_2 प्राप्त होगा

$$\frac{T_2^2}{T_1^2} = \frac{r_2^3}{r_1^3}$$

$$T_2 = \sqrt{\frac{T_1^2 r_2^3}{r_1^3}} = \sqrt{\frac{(365.25)^2 \times (57.9 \times 10^9)^3 \text{m}^3}{(1.5 \times 10^{11})^3 \text{m}^3}} \text{ दिन}$$

$$= 87.6 \text{ दिन}$$

इसी प्रकार आप सूर्य से ग्रहों की दूरी के आधार पर अन्य ग्रहों का परिक्रमण काल निकाल सकते हैं और आप अपनी गणनाओं की जाँच सारणी 5.1 की सहायता से कर सकते हैं:

सारणी. 5.1: सौर प्रणाली के ग्रहों संबंधी आंकड़े

ग्रह का नाम	सूर्य से माध्य दूरी (सूर्य से पृथ्वी की दूरी की तुलना में)	त्रिज्या ($x10^3$km)	द्रव्यमान (पृथ्वी की तुलना में)
बुध	0.387	2.44	0.53
शुक्र	0.72	6.05	0.815
पृथ्वी	1.0	6.38	1.00
मंगल	1.52	3.39	0.107
बृहस्पति	5.2	71.40	317.8
शनि	9.54	60.00	95.16
यूरेनस	19.2	25.4	14.50
नेपच्यून	30.1	24.3	17.20
प्लूटो	39.4	1.50	0.002

केपलर के नियम किसी भी ऐसे निकाय के लिए प्रयोग किये जा सकते हैं जहाँ उसके अवयवों को बाँधे रखने वाला बल गुरुत्वीय प्रकृति का होता है। उदाहरण के तौर पर वे बृहस्पति एवं इसके उपग्रहों के लिए और पृथ्वी और इसके उपग्रहों जैसे चन्द्रमा और कृत्रिम उपग्रहों पर भी लागू होते हैं।

उदाहरण 5.6 : एक उपग्रह का परिक्रमण काल 1 दिन के बराबर है। जैसा कि आप आगे जानेंगे कि ऐसे उपग्रहों को तुल्यकाली उपग्रह कहते हैं। पृथ्वी की सतह से इसकी ऊँचाई ज्ञात कीजिए। (दिया गया है कि पृथ्वी से चन्द्रमा की दूरी $= 60\, R_E$ है, जहाँ स्वंय R_E पृथ्वी की त्रिज्या है और चन्द्रमा का परिक्रमण काल स्थिर तारों के संदर्भ से 27.3 दिन है और पृथ्वी के संदर्भ से जो कि स्वयं सूर्य की परिक्रमा करती है 29.5 है।

हल : एक तुल्यकाली ग्रह का परिक्रमण काल $T_2 = 1$ दिन, चन्द्रमा के लिए $T_1 = 27.3$ दिन और $r_1 = 60\, R_E$, $T_2 = 1$ दिन। अत: समीकरण (5.15) का प्रयोग करने पर,

$$r_2 = \left[\frac{r_1^3 T_2^2}{T_1^2}\right]^{1/3} = \left[\frac{(60^3\, R_E^3)\, 1\,(\text{दिन})^2}{(27.3\ \text{दिन})^2}\right]^{1/3} = 6.6\, R_E.$$

याद रखें कि उपग्रह की दूरी पृथ्वी के केन्द्र से मापी जाती है। पृथ्वी की सतह से ऊँचाई ज्ञात करने के लिए, R_E को $6.6\, R_E$ से घटाना पड़ेगा। पृथ्वी की सतह से अपेक्षित दूरी $= 5.6\, R_E$ (जहाँ R_E पृथ्वी की त्रिज्या है)। यदि आप इस दूरी को किलोमीटर में प्राप्त करना चाहते हैं तो 5.6 को पृथ्वी की किलोमीटर में मापी गई त्रिज्या से गुणा करें।

5.5.1 ग्रहों का कक्षीय वेग

हम ऊपर ग्रहों के परिक्रमण काल के बारे में बात कर चुके हैं। यदि किसी ग्रह का परिक्रमण काल T और इसकी सूर्य से दूरी r हो तो यह T समय में $2\pi r$ दूरी तय करता है। अत: इसका कक्षीय वेग–

$$\upsilon_{\text{कक्षीय}} = \frac{2\pi r}{T} \qquad (5.16)$$

कक्षीय वेग का मान प्राप्त करने की एक दूसरी विधि भी है। ग्रह पर लगे अभिकेन्द्र-बल का मान $m\upsilon_{\text{कक्षीय}}^2 / r$ है, जहाँ m इसका द्रव्यमान है। यह बल सूर्य एवं ग्रह के बीच लगने वाले गुरुत्वाकर्षण बल के द्वारा प्राप्त होता है। यदि M_s सूर्य का द्रव्यमान हो तो ग्रह पर लगने वाला गुरुत्वीय बल $\dfrac{G\, m\, M_s}{r^2}$ होगा। इन दो बलों की तुलना करने पर, हमें कक्षीय वेग $\upsilon_{\text{कक्षीय}}$ का मान प्राप्त होता है।

अर्थात्
$$\frac{m\upsilon_{\text{कक्षीय}}^{\ 2}}{r} = \frac{G\, M_s}{r^2},$$

अथवा

$$\upsilon_{\text{कक्षीय}} = \sqrt{\frac{G\, M_s}{r^2}} \qquad (5.17)$$

ध्यान दीजिए कि उपरोक्त समीकरण में ग्रह का द्रव्यमान सम्मिलित नहीं है। अतः कक्षीय वेग ग्रह के द्रव्यमान पर निर्भर नहीं करता है। कक्षीय वेग केवल सूर्य से ग्रह की दूरी पर निर्भर करता है। यह भी ध्यान दें कि यदि समीकरण 5.16 से υ का मान (5.17)में प्रतिस्थापित करें तो हमें केपलर का तीसरा नियम प्राप्त होता है।

पाठगत प्रश्न 5.5

1. हमारी आकाश गंगा में बहुत से ग्रहीय निकायों की खोज हो चुकी है। क्या केपलर के नियम उनके लिए भी लागू होंगे?
2. दो कृत्रिम उपग्रह पृथ्वी की सतह से 1000 km और 2000 km की ऊँचाई पर परिक्रमा कर रहे हैं। इनमें से किसका परिक्रमण काल अधिक होगा? यदि पहले उपग्रह का परिक्रमण काल 90 मिनट हो, तो दूसरे के परिक्रमण काल का मान ज्ञात कीजिए।
3. सौर प्रणाली में एक छोटे से नए पिंड सेडना की खोज हाल में ही हुई है। इसकी सूर्य से दूरी 86 AU है। (एक AU सूर्य से पृथ्वी के बीच की दूरी के बराबर होती है। इसका मान 1.5×10^{11} m के बराबर है। इसके परिक्रमण काल का मान वर्षों में ज्ञात कीजिए।
4. पृथ्वी की परिक्रमा कर रहे एक उपग्रह के कक्षीय वेग के लिए व्यंजक प्राप्त कीजिए।
5. समीकरण (5.16) और (5.17) की सहायता से केपलर का तीसरा नियम प्राप्त करें।

5.6 पलायन वेग

आप जानते हैं कि ऊपर की ओर फेंकी गई गेंद हमेशा वापस पृथ्वी पर आ जाती है। यदि इसे और जोर से ऊपर फेंका जाय तो यह कुछ अधिक ऊँचाई तक जाकर पुनः वापस आ जाती है। आप पूछ सकते हैं कि क्या यह सम्भव है कि कोई ऊपर को फेंकी गयी वस्तु पृथ्वी के आकर्षण प्रभाव क्षेत्र से दूर पहुँच सके? हाँ ऐसा संभव है। हमें इसके लिए वस्तु को एक निश्चित वेग प्रदान करना पड़ेगा, जिसे कि **पलायन वेग** कहते हैं। पृथ्वी के गुरुत्वीय आकर्षण से पूरी तरह बाहर निकल जाने के लिए वस्तु को ऊपर की ओर जितने नयूनतम वेग से फेंके जाने की आवश्यकता होती है, वह पलायन वेग कहलाता है।

यह स्पष्ट है कि पलायन वेग उस पिंड के द्रव्यमान पर निर्भर करता है जिससे वस्तु दूर जाना चाहती है क्योंकि गुरुत्वीय बल द्रव्यमान का समानुपाती है। यह पिंड की त्रिज्या पर भी निर्भर करता है, क्योंकि कम त्रिज्या वाले पिंड का गुरुत्वीय बल अधिक होगा।

पृथ्वी से पलायन वेग निम्न प्रकार सूत्रबद्ध किया गया है।

$$\upsilon_{\text{पलायन}} = \sqrt{\frac{2GM}{R}} \qquad (5.18)$$

जहाँ M पृथ्वी का द्रव्यमान और R इसकी त्रिज्या है। इस सूत्र की सहायता से अन्य आकाशीय पिंडों के लिए भी पलायन वेग ज्ञात किया जा सकता है। किसी अन्य ग्रह या खगोलीय पिंड से पलायन वेग की गणना करने के लिए हमें उपरोक्त व्यंजक में उस खगोलीय पिंड के द्रव्यमान तथा त्रिज्या के मान रखने होंगे।

ऐसा नहीं है कि जब किसी वस्तु को पलायन वेग से ऊपर फेंका जाता है तो उस पर गुरुत्व बल नहीं लगता। यह कार्यरत रहता है। वस्तु का वेग और इस पर लगने वाला गुरुत्व बल दोनों वस्तु के सतह से दूर जाने पर कम होने प्रारम्भ हो जाते हैं, और ऐसा होता है कि वस्तु का वेग शून्य होने से पूर्व बल शून्य हो जाता है। अत: वस्तु गुरुत्व के खिंचाव से परे हो जाती है।

अपनी संकल्पना की पुष्टि के लिए निम्न प्रश्नों को समझने का प्रयास करें।

पाठगत प्रश्न 5.6

1. पृथ्वी का द्रव्यमान 5.97×10^{24} kg है और त्रिज्या 6371 km है। पृथ्वी से पलायन वेग की गणना कीजिए।

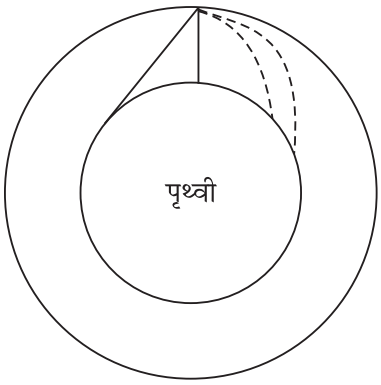
2. मान लीजिए कि पृथ्वी, बिना इसके द्रव्यमान में अंतर आए, अपनी त्रिज्या के 1/4 मान के बराबर सिकुड़ जाती है? इस स्थिति में पलायन वेग क्या होगा?

3. एक काल्पनिक उपग्रह X का द्रव्यमान पृथ्वी का आठ गुना और त्रिज्या पृथ्वी की त्रिज्या की दो गुनी है। इस ग्रह से पलायन वेग, पृथ्वी से पलायन वेग की तुलना में ज्ञात कीजिए।

5.7 कृत्रिम उपग्रह

सिडनी में खेले जा रहे क्रिकेट मैच को भारत वर्ष में देख सकते हैं। अमेरिका में खेले जा रहे टेनिस का खेल भी आप घर बैठे देख लेते हैं। क्या आपने कभी सोचा कि ऐसा कैसे संभव होता है? यह सब पृथ्वी का परिक्रमण कर रहे कृत्रिम उपग्रहों द्वारा संभव होता है। अब आप यह प्रश्न पूछ सकते हैं कि कृत्रिम उपग्रह को कैसे किसी कक्ष में स्थापित किया जाता है?

आप पहले ही प्रक्षेप्य गति के बारे में पढ़ चुके हैं। यदि आप किसी वस्तु को क्षैतिज से एक कोण बनाते हुए फेंके तो इसका पथ परवलयाकार होता है। अब आप बढ़ाते हुए क्रम के बलों द्वारा फेंकी जा रही वस्तुओं की कल्पना करें। इसे चित्र (5.8) द्वारा स्पष्ट किया गया है। प्रक्षेप्य (वस्तुएं) धरती पर वापस आने से पूर्व बड़ी दूरियाँ बढ़ते क्रम में तय करती हैं। अंततोगत्वा, प्रक्षेप्य पृथ्वी के चारों ओर एक कक्ष में प्रवेश करते जाते हैं। याद रखें, ये उपग्रह मानव निर्मित हैं और इन्हें विशेष उद्देश्य को ध्यान में रखते हुए स्थापित किया जाता है। चन्द्रमा पृथ्वी का प्राकृतिक उपग्रह है।



चित्र 5.8: पृथ्वी के परिक्रमण के लिए प्रक्षेप्य

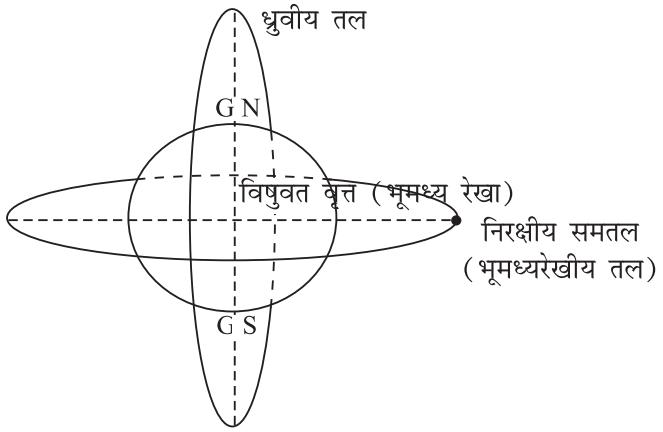
एक उपग्रह को कक्ष में स्थापित करने के लिए पहले उसे लगभग 200 km ऊपर उठाया जाता है और फिर 8 km s^{-1} के वेग से क्षैतिज दिशा में उस पर एक धक्का दिया जाता है। इसे ऊपर इसलिए उठाया जाता है जिससे कि पृथ्वी के वायुमण्डल में घर्षण के कारण ऊर्जा का क्षय न्यूनतम हो सके।

एक कृत्रिम उपग्रह का कक्ष भी केपलर के नियमों का पालन करता है क्योंकि नियामक बल पृथ्वी और उपग्रह के बीच लगने वाला गुरुत्वाकर्षण बल है। उपग्रह का परिक्रमण पथ दीर्घवृत्ताकार होता है और इसका तल हमेशा पृथ्वी के केन्द्र से गुजरता है।

स्मरण रहे कि एक कृत्रिम उपग्रह के कक्षीय वेग का मान पलायन वेग से कम होना चाहिए अन्यथा यह पृथ्वी के गुरुत्वीय क्षेत्र से अलग हो जाएगा और पृथ्वी की परिक्रमा नहीं करेगा। पृथ्वी के निकट उपग्रह के कक्षीय वेग और पलायन वेग के अभिव्यंजक दर्शाते हैं कि

$$v_{\text{कक्षीय}} = \frac{v_{\text{पलायन}}}{\sqrt{2}} \qquad (5.19)$$

कृत्रिम उपग्रहों के प्राय: दो प्रकार के कक्ष होते हैं (चित्र 5.9) जो उनको छोड़े जाने के उद्देश्य पर निर्भर करते हैं। दूर संवेदन के कार्यों के लिए उपग्रहों का कक्ष ध्रुवीय होता है इन कक्षों की ऊँचाई लगभग 800 km होती है। यदि कक्ष की ऊँचाई 300 km से कम होती है तो वायुमण्डल में कणों के द्वारा उत्पन्न घर्षण के कारण उपग्रह की ऊर्जा का ह्रास होता है। जिसके कारण यह नीचे आने लगता है जहाँ वायुमण्डल का घनत्व और अधिक है और वहाँ पर यह जल जाता है। ध्रुवीय उपग्रहों का- आवर्तकाल (परिक्रमण काल) लगभग 100 मिनट है। एक ध्रुवीय उपग्रह को सूर्यसमकालिक बनाया जा सकता है ताकि यह प्रतिदिन नियत समय पर एक ही अक्षांश पर पहुँचे। लगातार चक्कर लगाने पर यह सम्पूर्ण पृथ्वी की सूक्ष्म जाँच (scanning) कर सकता है, क्योंकि पृथ्वी अपनी अक्ष पर घूमती है (चित्र 5.10)। इस प्रकार के उपग्रह मौसम संबंधी भविष्यवाणियों के लिए आंकड़े प्राप्त करने, बाढ़, फसलों व जंगल में लगी आग संबंधी जानकारी प्राप्त करने के लिए प्रयोग किये जाते हैं।



चित्र. 5.9: भूमध्यरेखीय तथा ध्रुवीय कक्षाएं

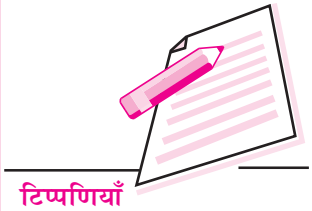
दूरदर्शन संकेतों एंव दूरभाष संकेतों के परावर्तन के लिए उपग्रहों को बहुत ऊँचाई पर भूमध्यरेखीय (विषुवतरेखीय) कक्ष में स्थापित किया जाता है। इन उपग्रहों में अधिकांश भू-समकालिक हैं जिनका परिक्रमण काल पृथ्वी की अपनी धुरी पर घूर्णनकाल काल (24 घंटा) के बराबर होता है। इनकी ऊँचाई 36000 km के लगभग रखी जाती है। चूँकि उनका परिक्रमण काल पृथ्वी के अपने अक्ष पर परिक्रमण काल से मेल खाता है, इसलिए ये एक ही स्थान पर स्थिर दिखाई देते हैं। ऐसे तीन उपग्रहों का संयोजन पूरी पृथ्वी के लिए पर्याप्त हैं और इनके द्वारा पृथ्वी में एक जगह से दूसरी जगह संकेत भेजे जा सकते हैं। चूँकि एक भू-समकालिक उपग्रह हमेशा पृथ्वी में एक ही स्थान का अवलोकन करता है, इसे किसी लंबे समय में विकसित होने वाली घटना के निरीक्षण जैसे तेज आँधी या तूफान आदि का अध्ययन करने के लिए किया जा सकता है।

चित्र. 5.10: पृथ्वी की सूक्ष्म जाँच करता हुआ भूसमकालिक उपग्रह

उपग्रहों के उपयोग

मानव के लिए कृत्रिम उपग्रह बहुत उपयोगी हैं। नीचे उनके कुछ उपयोग दिए गए हैं:

1. **मौसम संबंधी भविष्वाणियाँ :** उपग्रह सभी प्रकार के आँकड़े इकट्ठा करते रहते हैं जो कि अल्पकालिक और दीर्घकालिक भविष्वाणियों के विषय में उपयोगी होते हैं। दूरदर्शन या समाचार पत्रों में आप जो मौसम के चार्ट देखते हैं, वे उपग्रह द्वारा



भेजे गए आँकड़ों के आधार पर तैयार किए जाते हैं। भारत जैसे देश जहाँ वर्षा पर काफी कुछ निर्भर करता है, वहाँ पर मानसून संबंधी जानकारी के लिए ये उपग्रह उपयोगी हैं। इसके अलावा हमें बड़े क्षेत्रफल पर फसलों के अस्वस्थ रुझानों, संभावित बाढ़ या जंगल की आग लगने और फैलने संबंधी जानकारियाँ देकर ये हमें सावधान कर सकते हैं।

2. **नौ-संचालन :** कुछ उपग्रहों के संयोजन से किसी स्थान के बारे में बहुत सही जानकारी प्राप्त की जा सकती है। इसका उपयोग, तब किया जा सकता है जब हम रास्ता भटक गये हों और खो गये हों। उपग्रहों की सहायता से बड़े-बड़े भूखण्डों के विस्तृत जानकारी देने वाले मानचित्र बन गये हैं। अन्यथा जिन्हें बनाने में बहुत समय तथा ऊर्जा व्यय होती।

3. **दूरसंचार :** उपग्रहों द्वारा दूरदर्शन रेडियों एंव दूरभाष संकेतों को संसार में किसी भी जगह से कहीं भी भेजा जा सकता है। इससे अब संसार सिमटकर छोटा हो गया लगता है जिसे कभी-कभी ग्लोबल विलेज (वैश्विक गाँव) भी कहा जाता है।

4. **वैज्ञानिक शोध :** उपग्रहों के माध्यम से वैज्ञानिक उपकरणों को अंतरिक्ष में पृथ्वी, चन्द्रमा, उल्काओं, ग्रहों, सूरज, सितारों व आकाशगंगाओं के प्रेक्षण के लिए भेजा जा सकता है। आपने हबल अंतरिक्ष दूरबीन और चन्द्र x- किरण दूरबीन का नाम सुना होगा। अंतरिक्ष में दूरदर्शक यंत्र होने का लाभ यह है कि दूर स्थित वस्तुओं से आने वाले प्रकाश को वायुमण्डल से नहीं गुजरना पड़ता है और इस प्रकार उसकी तीव्रता में मुश्किल से ही कोई कमी आती है। इसलिए हबल दूरदर्शी द्वारा लिए गऐ चित्र अन्य दूरदर्शक (पृथ्वी पर रखे) यंत्रों से अधिक स्पष्ट होते हैं।

   हाल ही में, यूरोपीय वैज्ञानिकों के एक संगठन ने हमारे सौर मण्डल के बाहर 20 प्रकाश वर्ष की दूरी पर एक पृथ्वी के समान ग्रह की उपस्थिति का अवलोकन किया।

5. **सैन्य गतिविधियों का निरीक्षण :** दुश्मन की सैन्य टुकड़ियों की गतिविधियाँ देखने के लिए कृत्रिम उपग्रह बहुत सहायक हैं। कृत्रिम उपग्रह का खर्चा वहन कर सकने में सक्षम लगभग सभी देशों के पास अपने उपग्रह हैं।

विक्रम अंबालाल-साराभाई
(1919-1971)

गुजरात प्रांत के अहमदाबाद के एक औद्योगिक परिवार में जन्में श्री विक्रम साराभाई हमेशा के लिए भारतीय विज्ञानियों के प्रेरणाश्रोत बने रहेंगे। उनका महत्वपूर्ण योगदान कॉस्मिक किरणों की सामयिक विविधता से रहा है। आपने अहमदाबाद में भौतिक शोध प्रयोगशाला की स्थापना की और भारतीय अंतरिक्ष अनुसंधान के अग्रदूत रहे। आपने ही सर्वप्रथम यह अनुभव किया कि अंतरिक्ष अनुसंधान के अंतर्गत दूरसंचार, शिक्षा, धातुकीय, रिमोटसेसिंग भूगणित आदि को जोड़ा जाना चाहिए।

5.7.1 भारतीय अंतरिक्ष अनुसंधान संगठन (Indian Space Research Organisation)

भारत एक बहुत बड़ा और घनी आबादी वाला देश है। यहाँ अधिकतर लोग गाँवों में रहते हैं और मानसून तथा वर्षा पर अत्यधिक आश्रित हैं। इसलिए मौसम का पूर्वानुमान करना सरकार के लिए एक महत्वपूर्ण कार्य है। बड़ी आबादी की संचार आवश्यकताओं की पूर्ति करना भी आवश्यक है। हमारे भूखण्ड पर कई स्थानों पर खनिज, तेल या गैस की उपस्थिति का अन्वेषण नहीं हो पाया है। उपग्रह तकनीक इन सभी समस्याओं का कम खर्चीला समाधान प्रस्तुत करती है। इन सब बातों को ध्यान में रखते हुए भारत सरकार ने 1969 में भारतीय अंतरिक्ष अनुसंधान संगठन (ISRO) की स्थापना की। ISRO ने दूरसंचार, दूरदर्शन, मौसम विज्ञानी सेवाओं, दूर संवेदी एंव वैज्ञानिक अनुसंधान के लिए अंतरिक्ष प्रणाली का विकास करने की दृष्टि से बहुत प्रबल कार्यक्रम का अनुसरण किया। इसने ध्रुवीय एंव भूसमकालिक उपग्रहों को छोड़ने के लिए प्रक्षेपण यानों का सफलता पूर्वक विकास कर लिया है। वास्तव में इसने दूसरे देशों जैसे जर्मनी, बेल्जियम, कोरिया आदि के उपग्रहों का प्रक्षेपण किया है और पाँच देशों के अतिविशिष्ट क्लब में सम्मिलित हो गया है। इसके वैज्ञानिक कार्यक्रम के अंतर्गत

(i) मौसम, पर्यावरण और वैश्विक बदलाव

(ii) ऊपरी वायुमण्डल

(iii) खगोलिकी एंव खगोल भौतिकी, और

(iv) भारतीय समुद्र आदि शामिल हैं।

अब यह चन्द्रमा पर जाने की तैयारी कर रहा है।

चित्र. 5.11: PSLV
(ध्रुवीय उपग्रह प्रक्षेपण यान)

चित्र. 5.12: GSLV
(भूसमकालिक उपग्रह प्रक्षेपण यान)

पाठगत प्रश्न 5.7

1. कुछ वैज्ञानिक लेखक विश्वास करते हैं कि कभी मनुष्य मंगल ग्रह में उपनिवेश स्थापित कर लेंगे। मान लीजिए ऐसा विचार रखने वाले लोग एक मंगल समकालिक उपग्रह को

कक्ष में स्थापित करना चाहते हैं। मंगल का परिक्रमण काल 24.6 घंटा है। इसका द्रव्यमान 6.4×10^{23} kg. एंव त्रिज्या 3400 km है। ऐसे उपग्रह की मंगल की सतह से ऊँचाई कितनी होगी?

2. अंतरिक्ष में दूरदर्शक यंत्र होने के क्या लाभ हैं?

आपने क्या सीखा

- ब्रह्माण्ड में किन्हीं दो कणों (वस्तुओं) के बीच गुरुत्वाकर्षण बल काम करता है। यह बल इन दो कणों (वस्तुओं) के द्रव्यमानों के गुणनफल के समानुपाती तथा उनके बीच की दूरी के वर्ग का व्युत्क्रमानुपाती होता है।
- न्यूटन के गुरुत्वाकर्षण के नियमों में G एक सार्वत्रिक नियतांक है इसका मान ब्रह्माण्ड में सभी जगह समान रहता है।
- पृथ्वी का गुरुत्वाकर्षण बल सभी वस्तुओं को अपनी ओर खींचता है।
- पृथ्वी की सतह पर गुरुत्वजनित त्वरण g का मान $9.8\ \mathrm{m\ s^{-2}}$ है। g का मान पृथ्वी की सतह पर बदलता है क्योंकि पृथ्वी पूर्ण गोलाकार नहीं है।
- गुरुत्वीय त्वरण का मान ऊँचाई, गहराई और अक्षांश के साथ बदलता है।
- किसी वस्तु पर लगने वाले गुरुत्वीय बल को उसका भार कहते हैं।
- r दूरी द्वारा पृथक्कृत M एवं m द्रव्यमान के दो कणों की स्थितिज ऊर्जा, $V = -\dfrac{GMm}{r}$ होती है।
- केपलर के प्रथम नियमानुसार किसी ग्रह की कक्षा दीर्घ वृत्ताकार होती है और सूर्य इसके किसी एक फोकस पर विद्यमान होता है। केपलर के दूसरे नियमानुसार उपग्रह को सूर्य से जोड़नेवाली रेखा समान समय में समान क्षेत्रफल प्रसर्प (sweep) करती है।
- केपलर के तीसरे नियम के अनुसार किसी ग्रह के परिक्रमण काल का वर्ग ग्रह की सूर्य की माध्य दूरी के तीसरे घात का समानुपाती होता है।
- यदि कोई वस्तु पलायन वेग या इससे अधिक वेग प्राप्त कर ले तो वह पृथ्वी के गुरुत्वाकर्षण क्षेत्र से बाहर चली जा सकती है।
- किसी उपग्रह का कक्षीय वेग उसकी पृथ्वी से दूरी पर निर्भर करता है।

पाठांत प्रश्न

1. आप जानते हैं कि गुरुत्वीय आकर्षण पारस्परिक हैं। यदि ऐसा है तो क्या सेब भी पृथ्वी को आकर्षित करता है? यदि, हाँ तो इसके फलस्वरुप पृथ्वी अपना स्थान क्यों नहीं बदलती?

2. हम पृथ्वी की सतह पर एक निश्चित दूरी द्वारा विलगित दो कणों के बीच कार्यकारी गुरुत्वाकर्षण बल का मान ज्ञात करने के लिए एक प्रयोग करते हैं। माना कि यह बल F है। इसी समायोजन को हम चन्द्रमा पर ले जाकर पुनः प्रयोग करते हैं। वहाँ पर दो द्रव्यमानों (कणों) के बीच लगने वाले बल का मान क्या होगा?

3. मान लें कि पृथ्वी बिना द्रव्यमान बदले अपने आकार की दो गुना हो जाती है। तब आपका भार क्या हो जाएगा यदि इस समय आपका भार 500 N है?
4. कल्पना करें कि अचानक पृथ्वी अपना गुरुत्वाकर्षण बल खो देती है। पृथ्वी की सतह पर रहने वाले लोगों पर इसका क्या प्रभाव पड़ेगा?
5. चित्र 5.6 में पृथ्वी की संरचना दिखाई गई है। भूपर्पटी की तली (गहराई 25 km) तथा प्रावार की तली (गहराई 2855kg) पर g के मान की गणना करें।
6. चन्द्रमा के परिक्रमण काल एंव इसकी कक्षा की त्रिज्या के आधार पर पृथ्वी के द्रव्यमान का व्यंजक ज्ञात कीजिए।
7. माना पृथ्वी पर आपका भार 500N है। चन्द्रमा पर आपका भार कितना होगा? चन्द्रमा पर आपका द्रव्यमान कितना होगा?
8. एक ध्रुवीय उपग्रह को पृथ्वी की सतह से 800 km ऊँचाई पर स्थापित किया गया है। इसका परिक्रमण काल व कक्षीय वेग ज्ञात करें।

पाठगत प्रश्नों के उत्तर

5.1

1. चन्द्रमा का परिक्रमण काल $T = 27.3\text{d}$

$$= 27.3 \times 24 \times 3600 \text{ s}$$

चन्द्रमा की कक्षा की त्रिज्या $R = 3.84 \times 10^8$ m.

चन्द्रमा की कक्षीय चाल $\upsilon = \dfrac{2\pi R}{T}$

अभिकेन्द्र-त्वरण $= \upsilon^2/R$

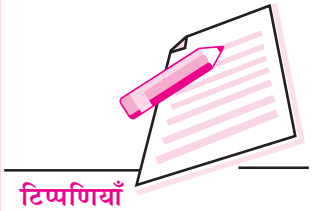
$$= \frac{4\pi^2 R^2}{T^2} \cdot \frac{1}{R} = \frac{4\pi^2 R}{T^2} = \frac{4\pi^2 \times 3.84 \times 10^8 \text{ m}}{(27.3 \times 24 \times 3600)^2 \text{ s}^2}$$

$$= \frac{4\pi^2 \times 3.84}{(27.3 \times 2.4 \times 3.6)^2} \times 10^{-2} \text{ m s}^{-2}$$

$$= .00272 \text{ m s}^{-2}$$

यदि हम g को 3600 से भाग देकर अभिकेन्द्र-त्वरण का मान ज्ञात करें तो हम देखेंगे कि दोनों के मान समान हैं।

$$= \frac{9.8}{3600} \text{ m s}^{-2} = 0.00272 \text{ m s}^{-2}$$



2. $F = \dfrac{G\, m_1\, m_2}{r^2}$

F बल है $\therefore$ $G = \dfrac{\text{बल} \times r^2}{(\text{द्रव्यमान})^2} = \dfrac{Nm^2}{kg^2}$

3. $F = G\,\dfrac{m_1\, m_2}{r^2}$

यदि $m_1 = 1kg.$, $m_2 = 1kg$, $r = 1$ m , तब $F = G$

अथवा G दो एक kg के 1 मीटर की दूरी पर रखे द्रव्यमानों के बीच लगने वाले गुरुत्वाकर्षण बल के बराबर होता है।

4. (i) $F \alpha 1/r^2$, यदि r दो गुना कर दिया जाय तो बल एक चौथाई रह जाएगा।

(ii) $F \alpha m_1 m_2$, यदि m_1 और m_2 दोनों के मान दो गुना कर दिए जाएं तो F चार गुना हो जाएगा।

(iii) $F \alpha \dfrac{m_1\, m_2}{r^2}$,

यदि प्रत्येक द्रव्यमान दो गुना कर दिया जाएं और उनके बीच की दूरी भी दो गुनी कर दी जाएं तो

F अपरिवर्तित रहेगा।

5. $F = G\,\dfrac{50\text{ kg} \times 60\text{ kg}}{1\text{ m}^2}$; $G = 6.68 \times 10^{-11}\,\dfrac{Nm^2}{kg^2}$

$$= 6.67 \times 10^{-11}\,\frac{Nm^2}{kg^2} \times \frac{3000\text{ kg}^2}{1\text{ m}^2} = 6.67 \times 10^{-11} \times 3 \times 10^3\text{ N}$$

$$= 2 \times 10^{-7}\text{ N}$$

5.2

1. $g = \dfrac{GM}{R^2} = 6.67 \times 10^{-11}\,\dfrac{Nm^2}{kg^2} \cdot \dfrac{5.97 \times 10^{24}\text{ kg}}{(6.371 \times 10^6)^2\text{ m}^2} = \dfrac{6.97 \times 59.7}{6.371 \times 6.371}\,\dfrac{N}{kg}$

$$= 9.81\text{ m s}^{-2}$$

2. ध्रुवों पर g का मान

$$g_{pole} = \frac{GM}{R^2_{pole}} = 6.67 \times 10^{-11}\,\frac{Nm^2}{kg^2} \cdot \frac{5.97 \times 10^{24}\text{ kg}}{(6.371 \times 10^6)^2\text{ m}^2}$$

$$= \frac{6.97 \times 59.7}{6.371 \times 6.371}\,\frac{N}{kg} = 9.81\text{ m s}^{-2}$$

इसी प्रकार:

$$g_{\text{equator}} = \frac{6.97 \times 59.7}{6.378 \times 6.378} \frac{\text{N}}{\text{kg}} = 9.79 \text{ m s}^{-2}$$

3. प्रत्येक स्थिति में g ऊर्ध्वाधर नीचे की ओर कार्य करता है। ऐसा हमेशा होता है।

4. $$g_{\text{moon}} = 6.67 \times 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2} \times \frac{7.3 \times 10^{22} \text{kg}}{(1.74 \times 10^6)^2 \text{m}^2}$$

$$= \frac{6.67 \times 7.3}{1.74 \times 1.74} \times 10^{-1} \frac{\text{N}}{\text{kg}} = 1.61 \text{ m s}^{-2}$$

5.3

1. माना कि r दूरी पर g का मान g_1 है।

पृथ्वी के बाहर

तब $\frac{g}{g_1} = \frac{r^2}{\text{R}^2}$

यदि $g_1 = g/2 \Rightarrow r^2 = 2R^2 \Rightarrow r = \sqrt{2}\, R = 1.412\, R$

$\therefore$ पृथ्वी की सतह से ऊँचाई $= 1.4142\, R - R$

$= 0.4142\, R$

2. पृथ्वी के अन्दर g का मान केन्द्र से दूरी के अनुसार परिवर्तित होता है। माना गहराई d पर g का मान g_d है।

तब $\frac{g_d}{g} = \frac{\text{R} - d}{\text{R}}$

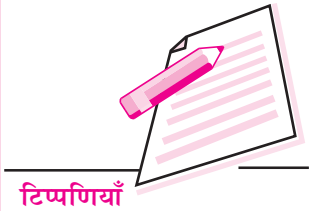
यदि $g_d = 80\%$, तब

$$\frac{0.8}{1} = \frac{\text{R} - d}{\text{R}}$$

$$\therefore \quad d = 0.2\, R$$

3. उदाहरण 5.3 में हमने $\omega = 7.27 \times 10^{-5}$ rad s^{-1} गणना की

$$\therefore \text{R}\omega^2 \cos 30^\circ = 6.37 \times 10^6 \times (7.27 \times 10^{-5})^2 \text{ s}^{-2} \,.\, \sqrt{3}/2 = 0.029 \text{ m s}^{-2}$$



ध्रुवों पर g अर्थात् $g_{poles} = 9.853\ m\ s^{-2}$

(उदाहरण 5.2 में गणना की गई है)

$\therefore$ दिल्ली में $g = 9.853\ m\ s^{-2} - 0.029\ m\ s^{-2}$

$= 9.824\ m\ s^{-2}$

4. सूत्र (5.9) का प्रयोग करने पर

$$g_h = \frac{g}{1+\frac{2h}{R}} = \frac{9.81\ m\ s^{-2}}{1+\frac{2000\ km}{6371\ km}}$$

$$= \frac{9.81\ m\ s^{-2}}{\frac{28371\ km}{6371\ km}} = 7.47\ m\ s^{-2}$$

r के साथ परिवर्तन का प्रयोग करने पर

$$g = \frac{GM}{(R+h)^2}$$

$$= 6.67 \times 10^{-11}\ \frac{Nm^2}{kg^2} \cdot \frac{5.97 \times 10^{24} kg}{(7.371 \times 10^6)^2 m^2}$$

$$= 7.33\ ms^{-2}$$

यह अधिक सटीक परिणाम देता है क्योंकि सूत्र (5.9) $h << R$ के लिए है। इस मामले में $h << R$ नहीं है।

5.4

1. चन्द्रमा पर g का मान पृथ्वी पर g के मान का 1/6 होता है। अतः आपका भार पृथ्वी की अपेक्षा चन्द्रमा में 1/6 हो जाएगा। द्रव्यमान अपरिवर्तित रहता है।

2. मंगल का द्रव्यमान $= 6 \times 10^{23}$ kg

   मंगल की त्रिज्या $= 4.3 \times 10^6$ m

$$\therefore \quad g_{Mars} = G\frac{M}{R^2} = 6.67 \times 10^{-11}\ \frac{Nm^2}{kg^2} \cdot \frac{6 \times 10^{23} kg}{(4.3 \times 10^6)^2 m^2} = 2.16$$

$$\frac{\text{मंगल का भार}}{\text{पृथ्वी का भार}} = \frac{m.2.16}{m.9.81} = 0.22$$

अत: मंगल ग्रह में आपका भार पृथ्वी पर आपके भार का लगभग एक चौथाई हो जाता है। द्रव्यमान समान रहता है।

3. दो पलड़ों वाली तुला वास्तव में दोनों द्रव्यमानों की तुलना करती है क्योंकि g दोनों पलड़ों पर काम करता है और निरस्त हो जाता है। स्प्रिंग तुला भार मापती है। पलड़ों वाली तुला द्वारा चन्द्रमा पर भी मापन किया जा सकता है। लेकिन स्प्रिंग तुला का पाठ्यांक चन्द्रमा पर पृथ्वी की तुलना में 1/6 रह जाएगा।

4. गुरुत्वीय विभव का SI मात्रक $J\ kg^{-1}$ है।

5.5

1. हाँ, जब भी दो वस्तुओं के बीच लगने वाला बल गुरुत्वीय प्रकृति का हो तो केपलर के नियम प्रयोग किए जा सकेंगे।

2. केपलर के तृतीय नियम के अनुसार

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{r_1^3}{r_2^3} \quad \text{अथवा} \quad T^2 \,\alpha\, r^3 \Rightarrow T \,\alpha\, r^{3/2}$$

इसलिए अधिक दूरी पर स्थित उपग्रह का आवर्तकाल अधिक होता है।

माना $T_1 = 90$ मिनट, $r_1 = 1000\ km + 6371\ km$

$r_2 = 2000\ km + 6371\ km$

[पृथ्वी के केन्द्र से]

$$\therefore \quad T_2^2 = \frac{T_1^2 . r_2^3}{r_1^3} = (90\ min)^2 \left(\frac{8371\ km}{7371\ km}\right)^3$$

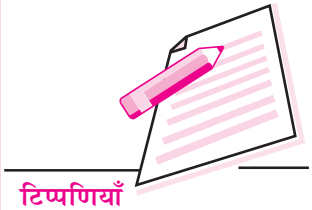
$$T_2 = 108.9\ min$$

3. केपलर के तृतीय नियम के अनुसार

$$\frac{T_{earth}^2}{T_{sedna}^2} = \frac{r_{earth}^3}{r_{sedna}^3}$$ [सूर्य से दूरी]

$T_{earth} = 1$ वर्ष, $r_{earth} = 1\ AU$

$$T_{sedna}^2 = \frac{(1\text{वर्ष})^2 (86\ AU)^3}{(1AU)^3} = (86)^3 (\text{वर्ष})^2$$



$\therefore T_{sedna}$=797.5 वर्ष

4. यदि पृथ्वी के केन्द्र से r दूरी पर स्थित m द्रव्यमान के उपग्रह का कक्षीय वेग υ हो तो अभिकेन्द्र बल और गुरुत्वीय बलों की तुलना करने पर

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{GmM}{r^2} \Rightarrow \upsilon = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

जहाँ M पृथ्वी का द्रव्यमान है।

5. समीकरणों (5.16) और (5.17) से

$$\frac{4\pi^2 r^2}{T^2} = \frac{GM}{r} \Rightarrow T^2 = \frac{4\pi^2 . r^3}{GM.}$$

or $T^2 \alpha r^3$.

5.6

1. $\upsilon_{esc} = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$

$$= \sqrt{2\times 6.67\times 10^{-11}\frac{Nm^2}{kg^2}.\frac{5.97\times 10^{24}kg}{6.371\times 10^6\ m}}$$

$$= \sqrt{\frac{2\times 6.67\times 5.97\times 10}{6.371}}\ 10^3\ m\ s^{-1}$$

$= 11.2 \times 10^3\ m\ s^{-1} = 11.3\ km\ s^{-1}$

2. $\upsilon_{esc}\ \alpha\ \sqrt{\frac{1}{R}}$

यदि R 1/4R हो, तो υ_{esc} का मान दो गुना हो जाएगा।

3. $\upsilon_{esc}\ \alpha\ \sqrt{\frac{M}{R}}$

यदि M 8 गुना हो जाय और R दो गुना हो जाए तो

$\upsilon_{esc}\ \alpha\ \sqrt{4}$ = 2 गुना हो जाएगा।

5.7

1. $(R+h)\dfrac{4\pi^2}{T^2} = \dfrac{GM}{(R+h)^2}$

$$\Rightarrow (R+h)^3 = \frac{GM}{4\pi^2}T^2 = \frac{6.67\times10^{-11}\times6.4\times10^{23}\times(14.6\times3600)^2}{4\times(3.14)^2}$$

$$= 8370\times10^{18}\text{ m}$$

$$R+h = 20300\text{ km}$$

$$h = 26900\text{ km}$$

2. (a) प्रतिबिंब ज्यादा स्पष्ट बनते हैं:

(b) x-किरण दूरदर्शी आदि भी कार्य करते हैं।

पाठांत प्रश्नों के उत्तर

3. 125 N

5. □ g, 5.5 m s^{-2}

7. भार = $\dfrac{500}{6}$ N, द्रव्यमान चन्द्रमा पर भी 50 kg ही रहेगा।

8. T □ $1\dfrac{1}{2}$ h, $\upsilon = 7.47$ km s^{-1}

6

कार्य, ऊर्जा और शक्ति

आप जानते हैं कि वस्तु में गति लगाए गए बल से उत्पन्न होती है और इसका विवरण न्यूटन के गतिविषयक नियमों द्वारा दिया जाता है। आप यह भी जानते हैं कि बल के प्रयोग से वेग का परिमाण एंव दिशा कैसे परिवर्तित होते हैं। इस पाठ में हमने ***कार्य*** और ***ऊर्जा*** की संकल्पनाओं का समावेश किया है। वर्तमान समाज को अनेक प्रकार के कार्य करने के लिए बहुत अधिक ऊर्जा की आवश्यकता होती है। आदि मानव कार्य करने के लिए माँसपेशियों की शक्ति का प्रयोग करता था। बाद में मनुष्य की मदद के लिए पशुओं की ऊर्जा उपयोग में लाई जाने लगी। अनेक प्रकार की मशीनों के आविष्कार के साथ कार्य करने की क्षमता में काफी वृद्धि हुई है। हमारी सभ्यता का विकास कार्य करने में उपयोगी ऊर्जा की उपलब्धता पर निर्भर करता है। अत: ऊर्जा और कार्य इन दोनों का हमारी दुनिया से गहरा संबंध है। इस पाठ में आप कार्य और ऊर्जा का अर्थ समझेगें।

उपरोक्त विवेचन से हम यह निष्कर्ष निकाल सकते हैं कि नए साधनों के प्रयोग से, अर्थात् जैसे-जैसे हम मानव से पशु और फिर मशीनों के प्रयोग की ओर उन्मुख हुए, कार्य करने की दर में सुधार हुआ। कार्य करने की दर को ***शक्ति*** कहते हैं।

उद्देश्य

इस पाठ का अध्ययन करने के पश्चात् आप

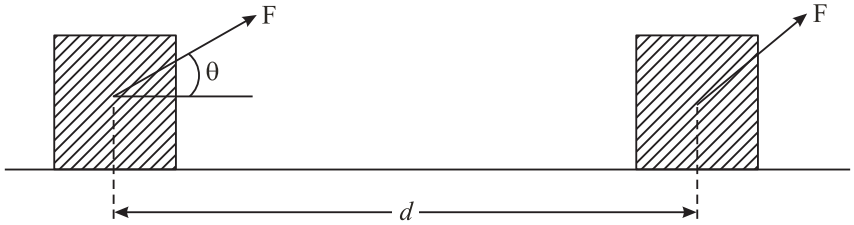
- *बल द्वारा किए गए कार्य को परिभाषित कर सकेंगे और कार्य के मात्रक बता पाएंगे;*
- *किसी पिंड पर आरोपित बल द्वारा किए गए कार्य की गणना कर सकेंगे;*
- *कार्य ऊर्जा प्रमेय का कथन कर पाएंगे;*
- *किसी तंत्र की शक्ति को परिभाषित कर पाएंगे;*
- *किसी द्रव्यमान के एक स्थान से दूसरे स्थान पर जाने में गुरुत्व द्वारा किए गए कार्य की गणना कर सकेंगे;*
- *ऊर्जा के अर्थ को समझा सकेंगे;*

- *गुरुत्वीय स्थितिज ऊर्जा और प्रत्यास्थ स्थितिज ऊर्जा के व्यंजक व्युत्पन्न कर पाएंगे?*
- *किसी भौतिक तंत्र के लिए ऊर्जा संरक्षण के सिद्धांतों को लागू कर पाएंगे और*
- *प्रत्यास्थ संघट्टों में ऊर्जा एंव संवेग संरक्षण के सिद्धान्तों को लागू कर पाएंगे।*

6.1 कार्य

कार्य शब्द का अर्थ अलग-अलग व्यक्तियों के लिए अलग-अलग होता है। जब आप अध्ययन करते हैं तो आप मानसिक कार्य करते हैं। जब एक श्रमिक भवन के ऊपरी तलों पर ईटें या सीमेंट ले जाता है तो गुरुत्व के विपरीत शारीरिक कार्य करता है। विज्ञान में कार्य का एक विशेष अर्थ है। कार्य का तकनीकी अर्थ सदैव सामान्य अर्थ जैसा नहीं होता है। कार्य को निम्न भाँति परिभाषित किया जाता है।

माना कि किसी वस्तु पर एक अचर बल F कार्य करता है। जिसके कारण इस वस्तु में क्षैतिज तल पर एक सीधी रेखा की दिशा में विस्थापन d होता है। (चित्र (6.1)। बल द्वारा किया गया कार्य बल के विस्थापन की दिशा में घटक और विस्थापन के गुणनफल के बराबर होता है



चित्र. 6.1 : एक पिंड पर लगा बल F इसे एक क्षैतिज दूरी d के बराबर विस्थापित करता है। बल विस्थापन की दिशा से θ कोण बनाता है।

यदि बल $\boldsymbol{F}$ विस्थापन की दिशा से θ कोण बनाता है तो विस्थापन की दिशा में बल का घटक $F \cos\theta$ होता है। तब बल द्वारा किया गया कार्य

$$W = F\cos\theta . d \qquad (6.1)$$

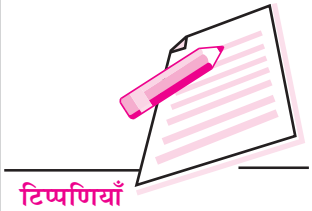
सदिश रुप में, किया गया कार्य निम्न सूत्र के अनुसार दिया जाता है।

$$W = \mathbf{F.d} \qquad (6.2)$$

ध्यान दें, यदि $d = 0$ तो $W = 0$ अर्थात्, चाहे लगाए गए बल का परिमाण कितना भी हो यदि वस्तु में कोई विस्थापन नहीं होता है तो बल द्वारा किया गया कुल कार्य शून्य होता है। इस बात पर भी ध्यान दें कि यद्यपि बल और विस्थापन दोनों सदिश राशियाँ हैं, कार्य एक अदिश राशि है।

क्रियाकलाप 6.1

मान लीजिए आप और आपके मित्र एक कमरे की दीवार को खिसकाने का प्रयत्न करते हैं। चाहे आप जितना भी बल लगाएं दीवार नहीं खिसकती। इसका अर्थ यह हुआ कि ऐसी स्थिति में लगाए गए बल द्वारा किया गया कार्य शून्य होता है।



कार्य का मात्रक समीकरण (6.2) के द्वारा परिभाषित किया जाता है। यदि आरोपित बल न्यूटन में और विस्थापन मीटर में व्यक्त किया जाए तो कार्य का (मात्रक) जूल होता है।

(बल की इकाई)×(विस्थापन की इकाई) = न्यूटन . मीटर = N m (6.3)

इसको एक विशेष नाम जूल दिया गया है और इसे J से व्यक्त करते हैं।

एक जूल, एक न्यूटन बल द्वारा एक मीटर विस्थापन में किए गए कार्य के बराबर होता है। जूल कार्य का SI मात्रक है।

उदाहरण 6.1 : कार्य का विमीय सूत्र ज्ञात कीजिए।

हल : W = बल × विस्थापन

= द्रव्यमान × त्वरण × विस्थापन

∴ कार्य की विमा $= [M] \times [LT^{-2}] \times [L]$

$= [ML^2T^{-2}]$

वैद्युत मापनों में कार्य की इकाई किलोवाट घंटा (kW h) है। इसका जूल के साथ निम्नवत् संबंध है।

$$1 \text{kW h} = 3.6 \times 10^6 \text{ J}$$

इसका हम इसी पाठ में अन्यत्र विस्तारपूर्वक अध्ययन करेंगे।

उदाहरण 6.2 : एक वस्तु पर 6N का बल क्षैतिज से 60° का कोण बनाते हुए लगाया गया है। वस्तु को क्षैतिज दिशा में 2 मीटर खिसकाने में हुए कार्य की गणना कीजिए।

हल : समीकरण (6.2) से हम जानते हैं कि

$$W = Fd\cos\theta = 6\times2 \times \cos 60^\circ = 6\times2 \times (½) = 6 \text{ J}$$

उदाहरण 6.3 : एक व्यक्ति भू तल से 5 kg आलू उठाकर 4m की ऊँचाई के प्रथम तल तक ले जाता है। उसके द्वारा किए गए कार्य की गणना कीजिए।

हल : क्योंकि आलूओं को ऊपर उठाया जा रहा है। अत: व्यक्ति को गुरुत्व के विरुद्ध कार्य करना होता है। हम लिख सकते हैं

व्यक्ति द्वारा लगाया गया बल $= mg$

$= 5 \text{ kg} \times 9.8 \text{ m s}^{-2}$

$= 49 \text{ N}$

अत: उसके द्वारा किया गया कार्य $= 49 \times 4 \text{ (N m)}$

$= 196 \text{ J}$

6.1.1 धनात्मक एवं ऋणात्मक कार्य

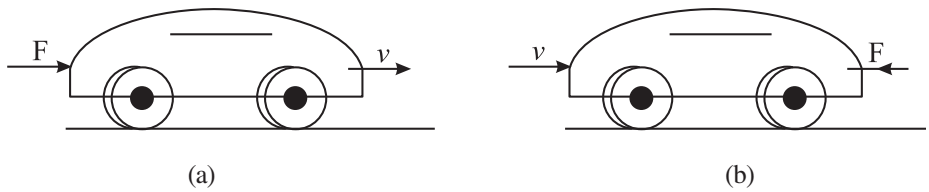
जैसा कि आपने देखा कि किया गया कार्य समीकरण (6.2) द्वारा परिभाषित किया जाता है। जहाँ पर बल और विस्थापन के बीच का कोण θ भी महत्वपूर्ण है। तथ्य यह है कि इसके कारण ऐसी स्थितियाँ उत्पन्न होती हैं जहाँ पर कार्य धनात्मक अथवा ऋणात्मक हो जाता है। नीचे दिये गए उदाहरणों पर विचार कीजिए।

चित्र. 6.2 (a) में कार $+x$ दिशा में गति करती हुई दिखाई गई है और एक बल F उसी दिशा में लगाया गया है। कार की चाल बढ़ती जाती है। बल और विस्थापन दोनों एक ही दिशा में कार्य कर रहे हैं अर्थात् $\theta = 0^\circ$ इसलिए कार्य

$$W = Fd \cos 0^\circ$$

$$= Fd \qquad (6.4)$$

इस दशा में कार्य धनात्मक है।



चित्र. 6.2 : एक क्षैतिज सड़क पर चलती हुई कार a) बल F कार की गति की दिशा में कार्य करता है तथा कार की गति में त्वरण उत्पन्न होता है b) बल F कार की गति की दिशा के विपरीत कार्य करता है और कार कुछ दूरी चलने के बाद विराम अवस्था में आ जाती है।

चित्र. 6.2 (b) में कार $+x$ दिशा में गति करती है और इसे रोकने के लिए गति की विपरीत दिशा में बल **F** लगाया गया है। अत: इस स्थिति में $\theta = 180^\circ$ इसलिए किया गया कार्य

$$W = Fd \cos 180^\circ.$$

$$= -Fd \qquad (6.5)$$

अत: बल द्वारा किया गया कार्य ऋणात्मक है। वास्तव में θ के 90° और 270° के बीच के मानों के लिए बल द्वारा किया गया कार्य ऋणात्मक होता है।

ऊपर के उदाहरण से हम यह निष्कर्ष निकालते हैं:

a) जब हम कार का त्वरित्र (accelerator) दबाते हैं तो कार की गति की दिशा में बल आरोपित होता है। परिणामस्वरूप कार की चाल बढ़ती है। किया गया कार्य धनात्मक होता है।

b) जब कार के ब्रेक इस्तेमाल किए जाते हैं तो गति की विपरीत दिशा में बल लगता है। कार की चाल कम होने लगती है और अंततोगत्वा यह रुक जाती है। इस दशा में कार्य ऋणात्मक होता है।

c) यदि बल और विस्थापन एक दूसरे के लम्बवत हों, अर्थात् $\theta = 90^o$ का कोण बनाते हैं तो ऐसी दशा में बल द्वारा कोई कार्य नहीं किया जाता है।

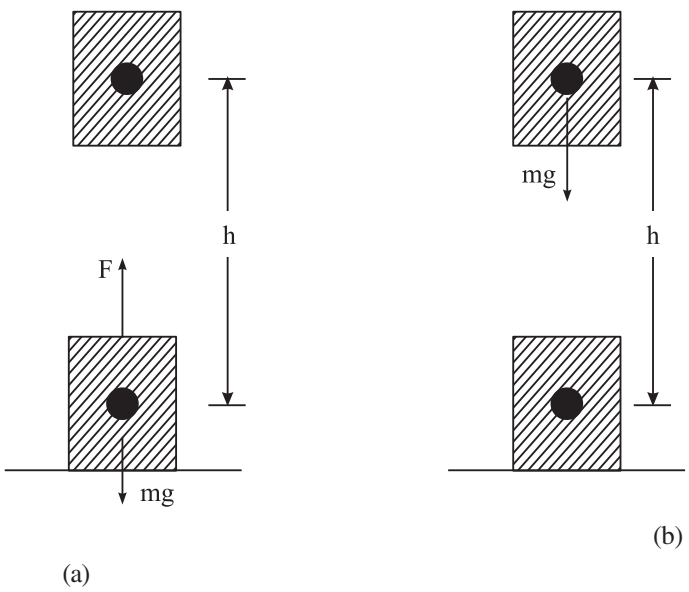
6.1.2 गुरुत्वीय बल द्वारा किया गया कार्य

चित्र.6.3(a) में एक द्रव्यमान m(भार $= mg$) को h ऊँचाई तक उठाया जाता है और चित्र 6.3 (b) में इसी द्रव्यमान को h दूरी तक ही नीचे उतारा जाता है। दोनों स्थितियों में वस्तु का भार mg है। आप पहले पाठ में पाठ में पढ़ चुके हैं कि भार एक बल है।

चित्र. 6.3 (a) में गुरुत्वीय बल mg (जो कि नीचे की ओर लगा है) के विपरीत कार्य किया जा रहा है। यहाँ विस्थापन ऊपर की ओर है ($\theta = 180^o$), अतः

$$W = Fd \cos 180^o \quad \text{(विस्थापन एवं बल की दिशाएं विपरीत हैं। इसलिए } \theta = 180^\circ)$$

$$= -mgh$$



चित्र. 6.3 : a) वस्तु को गुरुत्वीय बल के विपरीत ऊपर उठाया जा रहा है।
b) वस्तु को पृथ्वी की ओर लाया जा रहा है।

चित्र. 6.3(b) में द्रव्यमान को नीचे लाया जा रहा है। इस स्थिति में बल mg और विस्थापन d एक ही दिशा में हैं ($\theta = 0^o$) अतः किया गया कार्य

$$W = Fd \cos 0^o$$

$$= +mgh \qquad (6.6)$$

टिप्पणी – ऊपर प्राप्त परिणामों की व्याख्या करने में सावधानी बरतनी चाहिए। जब किसी वस्तु को ऊपर उठाया जाता है तो गुरुत्वीय बल द्वारा किया गया कार्य ऋणात्मक – लेकिन वस्तु को ऊपर उठाने में व्यक्ति द्वारा किया गया कार्य धनात्मक है। जब वस्तु को नीचे लाया जाता

है तो गुरुत्वीय बल द्वारा किया गया कार्य धनात्मक है लेकिन व्यक्ति द्वारा किया गया कार्य ऋणात्मक है। इन दोनों स्थितियों में यह माना गया है कि वस्तु को बिना त्वरण के स्थानान्तरित किया जा रहा है।

पाठगत प्रश्न 6.1

1. जब एक कण वृत्ताकार पथ में चक्कर लगाता है तो उस पर एक बल कार्य करता है। इस बल द्वारा कण पर किए गए कार्य की गणना कीजिए।

2. निम्नांकित में से प्रत्येक के लिए एक उदाहरण दें। जबकि एक बल द्वारा किया जा रहा कार्य
   a) शून्य हो।
   b) ऋणात्मक हो।
   c) धनात्मक हो।

3. एक अनाज के 2 kg के थैले को 5 मीटर ऊँचाई तक उठाया जाता है।
   a) उठाने वाले बल द्वारा कितना कार्य किया जाता है?
   b) गुरुत्वीय बल द्वारा कितना कार्य किया जाता है?

4. एक बल $\mathbf{F} = (2\hat{\mathbf{i}} + 3\hat{\mathbf{j}})$ N द्वारा उत्पन्न विस्थापन $d = (-\hat{\mathbf{i}} + 2\hat{\mathbf{j}})$ मीटर है। किए गए कार्य की गणना कीजिए।

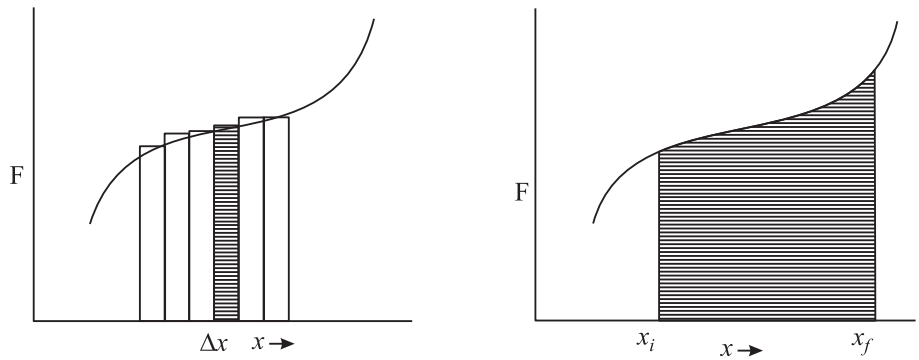
5. एक बल $\mathbf{F} = (5\hat{\mathbf{i}} + 3\hat{\mathbf{j}})$ N किसी वस्तु को $\mathbf{d} = (3\hat{\mathbf{i}} + 4\hat{\mathbf{j}})$ m दूरी विस्थापित करता है।
   a) विस्थापन का परिमाण ज्ञात करें।
   b) बल का परिमाण ज्ञात करें।
   c) बल द्वारा कितना कार्य किया जाता है?

6.2 परिवर्ती बल द्वारा किया गया कार्य

अभी तक आपने उन प्रकरणों का अध्ययन किया है जिनमें किसी वस्तु पर कार्य करने वाले बल का मान अचर हो। लेकिन हो सकता है सदैव ऐसा न हो। कुछ स्थितियों में कार्य के लिए उत्तरदायी बल समय के साथ बदलता रहता है। अब हम ऐसी स्थिति पर विचार करते हैं जहाँ पर बल का परिमाण $F(x)$ वस्तु की स्थितियों x में परिवर्तन के साथ परिवर्तित होता है। आइए इस परिवर्ती बल के द्वारा किए गए कार्य की गणना करें। यह मान लेते हैं कि विस्थापन में x_i से x_f तक परिवर्तन होता है। जहाँ x_i और x_f वस्तु की प्रारंभिक एंव अंतिम स्थितियाँ हैं।

इस प्रकार की स्थितियों में छोटे-छोटे विस्थापन अंतरालों Δx में बहुत से किए गए कार्यों की गणना की जाती है। दरअसल Δx इतना कम लिया जाता है कि इस अंतराल में $F(x)$ का मान अचर माना जा सके। छोटे विस्थापनों Δx में किया गया कार्य

$$\Delta W = F(x)\,\Delta x \tag{6.7}$$



चित्र. 6.4 : एक परिवर्ती बल F वस्तु को प्रारंभिक स्थिति x_i से अंतिम स्थिति x_f तक विस्थापित करता है। बल का दूरी के साथ विस्थापन (यादृच्छिक) सतत वक्र द्वारा दर्शाया गया है। एक छोटे विस्थापन में किए गए कार्य का अंकित मान चित्र (6.4) में दर्शाया गया क्षेत्रफल $F(x)\Delta x$ है, जिसे चित्र में आच्छादित क्षेत्रफल द्वारा दर्शाया गया है।

x_i तथा x_f के बीच बल द्वारा किया गया कुल कार्य सभी छोटे-छोटे क्षेत्रफलों के योग के बराबर होता है।

$$W = \Sigma \Delta W$$

$$= \Sigma F(x)\,\Delta x \tag{6.8}$$

पट्टी की चौड़ाई को यादृच्छिक रुप से छोटा बनाया जा सकता है जिससे कि इस प्रकार की सभी छोटी-छोटी पट्टियों का क्षेत्रफल एक साथ जोड़ने पर x_i और x_f के बीच घिरे क्षेत्रफल के बराबर होता है। इसकी गणितीय अभिव्यक्ति इस प्रकार की जाती है।

$$W = \lim_{\Delta x \to 0} F(x)\,\Delta x \tag{6.9}$$

6.2.1 एक स्प्रिंग द्वारा किया गया कार्य

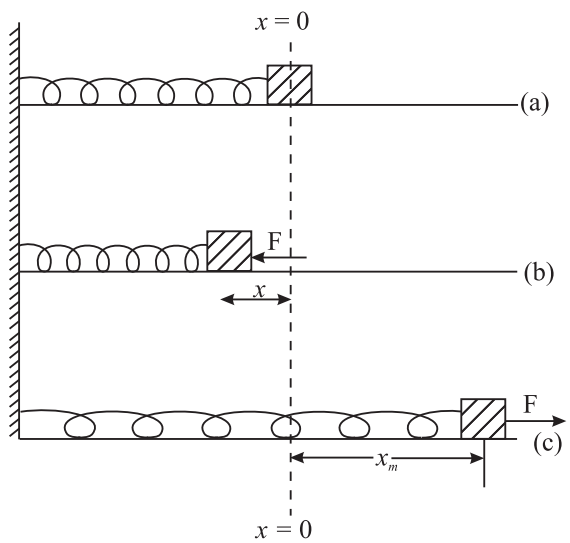
परिवर्ती बल का एक सरल उदाहरण एक स्प्रिंग द्वारा आरोपित बल है। आइए अब हम इस प्रकरण में, किए गए कार्य के लिए, एक व्यंजक व्युत्पन्न करें।

चित्र. 6.5(a) में एक हल्के स्प्रिंग, जिसका एक सिरा एक दृढ़ भित्ति के साथ जुड़ा है और जिसके दूसरे सिरे पर m द्रव्यमान का एक ब्लॉक जुड़ा है, की संतुलन अवस्था को दर्शाया गया है। इस व्यवस्था को एक चिकनी क्षैतिज मेज पर रखा गया है। हम x-अक्ष को क्षैतिज दिशा के अनुदिश ले लेते हैं। माना द्रव्यमान m की स्थिति $x = 0$ है। अब स्प्रिंग को बाह्य बल **F** लगाकर

दबाया (या खींचा) गया। स्प्रिंग के प्रत्यास्थता गुणों के कारण इसमें एक आंतरिक बल $\mathbf{F}_s$ उत्पन्न हो जाऐगा। यह बल $\mathbf{F}_s$, x का मान बढ़ने के साथ बढ़ेगा और जब संपीडन (या दैर्ध्यवृद्धि) का मान अधिकतम, $x = x_m$, होगा तो इसका मान $\mathbf{F}$ हो जाऐगा।

हुक के नियमानुसार (जो केवल x के अल्प मानों के लिए सत्य है) $|\mathbf{F}_s| = kx$, जहाँ k को स्प्रिंग नियतांक कहा जाता है। क्योंकि $\mathbf{F}_s$ की दिशा सदैव संपीडन (या दैर्ध्य वृद्धि) के विपरीत होती है इसकों हम इस प्रकार लिख सकते है।

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_s = -k\mathbf{x} \qquad (6.10)$$



चित्र. 6.5 : एक स्प्रिंग-द्रव्यमान निकाय जिसका एक सिरा दृढ़तापूर्वक जुड़ा है और दूसरे सिरे पर एक द्रव्यमान m है। यह तंत्र एक चिकने क्षैतिज तल पर स्थित है। (a) स्प्रिंग के मुक्त सिरे की विरामावस्था $x = 0$ पर है। b) बाह्य बल F लगाकर स्प्रिंग को दबाया जाता है। c) बाह्य बल F लगाकर स्प्रिंग को खींचा जाता है। अधितम संपीडन/दैर्ध्य x_m है।

अब हम किए गए कार्य का मान ज्ञात करते हैं और यह भी जाँच करते हैं कि यह धनात्मक है या ऋणात्मक। संपीडन की घटना में बाह्य बल $\mathbf{F}$ और विस्थापन $\mathbf{x}$ दोनों बाई ओर को है। अत: बाह्य बल द्वारा किया गया कार्य धनात्मक है। लेकिन विस्थापन की समान दिशा के लिए स्प्रिंग में उत्पन्न प्रत्यानयन बल (restoring force) दाई ओर कार्य करता है। अर्थात् $\mathbf{F}$ और $\mathbf{x}$ विपरीत दिशा में हैं। स्प्रिंग बल द्वारा किया गया कार्य ऋणात्मक है। आप स्प्रिंग के मामले में स्वयं परीक्षण करके इसी निष्कर्ष पर पहुँचेगें। **''बाह्य बल द्वारा किया गया कार्य धनात्मक है लेकिन स्प्रिंग बल द्वारा किया गया कार्य ऋणात्मक है और इसका परिमाण (½) kx_m^2 है।"**

एक सरल गणना द्वारा किए गए कार्य के लिए एक व्यंजक प्राप्त किया जा सकता है। $x = 0$, पर $\mathbf{F}_s = 0$, जैसे-जैसे x बढ़ता है, $\mathbf{F}_s$ भी बढ़ता है और $x = x_m$ पर इसका मान $\mathbf{F}$ के बराबर हो जाता है। चूँकि विस्थापन के साथ बल के मान में परिवर्तन रेखीय है। अत: संपीडन (या विस्तार) दोनों स्थितियों में औसत बल का मान लगभग $= \left(\frac{0 + \mathbf{F}_s}{2}\right) = \frac{\mathbf{F}_s}{2}$ है।

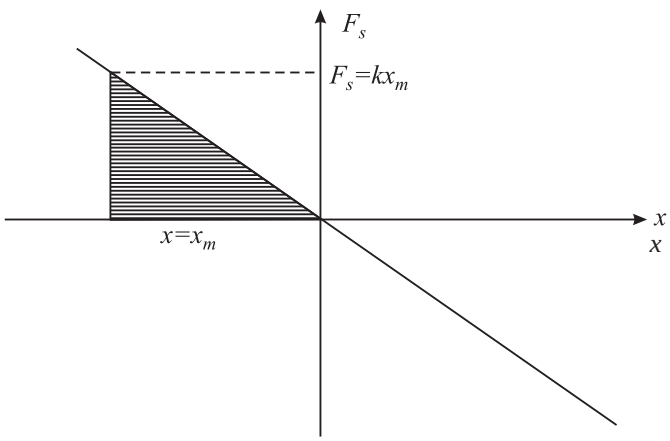
बल द्वारा किए गए कार्य का परिमाण W= बल × विस्थापन

$$= \frac{\mathbf{F}_s}{2} \cdot \mathbf{x},$$

लेकिन $|F_s| = k\,|x_m|$

अत:
$$W = \frac{1}{2} k\, x_m \times x_m$$
$$= \frac{1}{2} k\, x^2_m \qquad (6.11)$$

किए गए कार्य के मान को आलेखन विधि द्वारा भी प्राप्त किया जा सकता है। यह चित्र. 6.6 में दर्शाया गया है।



चित्र. 6.6: किया गया कार्य मात्रात्मक रुप से छायाँकित किए गए त्रिभुज के क्षेत्रफल के बराबर होता है।

छायांकित त्रिभुज का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2}$ आधार × ऊँचाई

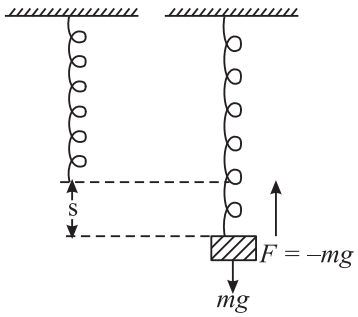
$$W = \frac{1}{2} x_m \times kx_m$$
$$= \frac{1}{2} kx_m^{\,2} \qquad (6.12)$$

यह विश्लेषणात्मक रुप से प्राप्त समीकरण (6.11) के ही समान है।

क्रियाकलाप 6.2

स्प्रिंग नियतांक का मान ज्ञात करना

एक स्प्रिंग को ऊर्ध्वाधर लटकाएं जैसा कि चित्र 6.7 (a) में दर्शाया गया है। अब स्प्रिंग के निचले सिरे पर एक m द्रव्यमान का गुटका जोड़ दें। ऐसा करने पर स्प्रिंग कुछ दूरी तक खिंचती है।



चित्र. 6.7 : किसी स्प्रिंग की लम्बाई में भार के कारण वृद्धि

इस विस्तार को मापिए। मान लीजिए यह चित्र 6.7 (b) में दर्शाए अनुसार B है। क्योंकि स्प्रिंग बल (प्रत्यानयन बल) जिसकी दिशा ऊर्ध्वारत: ऊपर की ओर है, गुटके के साम्यावस्था में भार mg को संतुलित करता है। आप स्प्रिंग नियताँक का मान इस प्रकार प्राप्त कर सकते हैं

$$F_s = k.s$$

या $$mg = k.s$$

अत: $$k = \frac{mg}{s} \qquad (6.13)$$

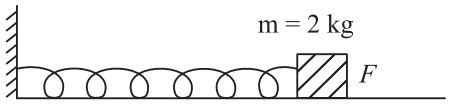
उदाहरण 6.4: एक 2 किलोग्राम द्रव्यमान को एक हल्के स्प्रिंग से जोड़ा जाता है, जिसका स्प्रिंग नियताँक $k = 100\ \text{Nm}^{-1}$ है। स्प्रिंग को 10 cm खींचने में बाह्य बल द्वारा किए कार्य की गणना कीजिए।

हल:

$$W = \frac{1}{2}kx^2$$

$$= \frac{1}{2} \times 100 \times (0.1)^2$$

$$= 50 \times 0.01 = 0.5\ \text{J}$$



चित्र. 6.8: एक क्षैतिज सतह पर एक स्प्रिंग के साथ-साथ 2 kg द्रव्यमान जोड़ा गया है।

जैसा कि पहले बताया जा चुका है, स्प्रिंग में प्रत्यानयन बल द्वारा किया गया कार्य = – 0.5 J.

पाठगत प्रश्न 6.2

1. स्प्रिंग नियतांक परिभाषित कीजिए। इसका SI मात्रक लिखिए।
2. 10 N का एक बल, एक स्प्रिंग में 1 cm खिंचाव उत्पन्न करता है। 5 cm खिंचाव उत्पन्न करने के लिए कितने बल की आवश्यकता होगी? इस बल द्वारा कितना कार्य किया जाएगा?

6.3 शक्ति (Power)

आप पहले ही एक बल द्वारा किए गए कार्य की गणना करना सीख चुके हैं। इन गणनाओं में यह विचार नहीं किया कि यह कार्य 1 सेकन्ड में किया गया था या एक घंटे में। लेकिन हमारे दैनिक जीवन में किसी कार्य को करने में लिया गया समय महत्वपूर्ण है। उदाहरण के

तौर पर एक व्यक्ति एक ट्रक में सीमेंट के बोरे लादने में कई घंटों का समय लगा सकता है जबकि मशीन इस कार्य को बहुत कम समय में कर सकती है। इसलिए कार्य करने की दर जानना महत्वपूर्ण है। **कार्य करने की दर को शक्ति कहते हैं।**

यदि Δt समय में ΔW कार्य किया जाता है तो औसत शक्ति को निम्न प्रकार से परिभाषित किया जाता है।

$$\text{औसत शक्ति} = \frac{\text{किया गया कार्य}}{\text{कार्य करने में लिया गया समय}}$$

गणित की भाषा में हम इसको इस प्रकार लिख सकते हैं:

$$P = \frac{\Delta W}{\Delta t} \qquad (6.14)$$

यदि कार्य करने की दर नियत नहीं है तो ऐसी स्थिति में हम तात्क्षणिक शक्ति (Instantaneous Power) को इस प्रकार परिभाषित कर सकते हैं।

$$P = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{dW}{dt} \qquad (6.15)$$

शक्ति की परिभाषा हमें शक्ति का SI मात्रक ज्ञात करने में सहायता करती है।

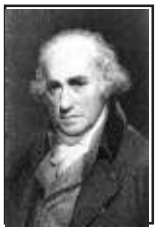
$$P = \frac{\Delta W}{\Delta t}$$

$$= \text{जूल/सेकेंड} = \text{वाट}$$

इस प्रकार शक्ति का SI मात्रक वाट है जिसे W से दर्शाया जाता है।

यदि कोई अभिकर्ता 1 सेकंड समय में 1 जूल कार्य करता है तो उसकी शक्ति 1 वाट (1W) होती है। और मेगावाट (MW) हैं। 1 kW = (10^3 W) तथा 1MW = (10^6 W)

जेम्स वाट
(1736–1819)



स्काटलैंड देश के निवासी, आविष्कारक, यांत्रिक अभियंता, जेम्स वाट, वाष्प इंजन की दक्षता में सुधार करने के लिए ख्यातिप्राप्त हैं। इससे औद्योगिक क्रांति का मार्ग प्रशस्त हुआ। उन्होंने शक्ति के मात्रक के रुप में अश्व शक्ति को समाविष्ट किया। उनके सम्मान में शक्ति के SI मात्रक का नाम वाट रखा गया।

जेम्स वाट द्वारा किए गए महत्वपूर्ण आविष्कार है: वाष्पचालित रेल का इंजन, दूरियाँ नापने के लिए दूरदर्शी में लगाया जाने वाला एक संलग्नक (attachment)।

उदाहरण 6.5 : शक्ति की विमाएं ज्ञात कीजिए।

हल : चूँकि शक्ति $P = \dfrac{\text{कार्य}}{\text{समय}}$

$$= \text{बल} \times \frac{\text{दूरी}}{\text{समय}}$$

$$\therefore P \text{ की विमाएं } = [\text{द्रव्यमान}] \times [\text{त्वरण}] \times \frac{[\text{दूरी}]}{[\text{समय}]}$$

$$= [M] \times \frac{L}{T^2} \times \frac{L}{T}$$

$$= [ML^2T^{-3}]$$

आपने बिजली के मिस्त्री को मशीन की शक्ति को अश्व शक्ति के रुप में व्यक्त करते सुना होगा। यह मात्रक ब्रिटिश प्रणाली के अन्तर्गत प्रयोग में लाया जाता था और संक्षेप में इसे *hp* लिखा जाता है। यह शक्ति का एक बड़े परिमाण वाला मात्रक है।

$$1\text{hp} = 746 \text{ W} \qquad (6.16)$$

शक्ति का मात्रक कार्य (ऊर्जा) के एक नए मात्रक को परिभाषित करने में प्रयोग किया जाता है। ऐसा एक मात्रक किलोवाट घंटा (kilowatt hour) है। इस मात्रक का प्रयोग सामान्यतया विद्युत संबंधी मापनों में किया जाता है।

$$1 \text{ किलोवाट घंटा (kW h)} = 1 \text{ kW} \times 1 \text{ h}$$

$$= 10^3 \text{ W} \times 3600\text{s}$$

$$= \frac{10^3 \text{ J}}{1 \text{ s}} \times 3600 \text{ s}$$

$$= 36{,}00{,}000 \text{ J} = 3.6 \times 10^6 \text{ J}$$

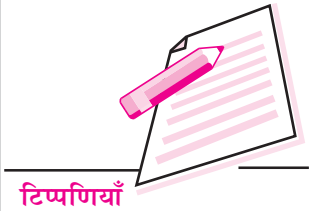
अथवा $$1 \text{ kW h} = 3.6 \text{ MJ (मेगा जूल)} \qquad (6.17)$$

घर में खपत हाने वाली बिजली का मापन किलावाट घंटों में किया जाता है। सामान्य आदमी की भाषा में 1kW h(1 किलोवाट घंटा) = एक इकाई बिजली की खपत

पाठगत प्रश्न 6.3

1. एक 100 kg द्रव्यमान की वस्तु को 10 सेकंड में 8 मीटर की ऊँचाई तक उठाया जाता है। उठाने वाले की शक्ति की गणना कीजिए।

2. 10 अश्व शक्ति को किलो वाट में व्यक्त कीजिए।



6.5 कार्य तथा गतिज ऊर्जा

आपको ज्ञात है, कि कार्य करने की क्षमता को ऊर्जा कहते हैं। यदि किसी में ऊर्जा है तो इसका तात्पर्य यह हुआ कि उसमें कार्य करने की क्षमता है। सड़क पर चलने वाली मोटर गाड़ी, ईंधन (सी.एन.जी., पेट्रोल, डीजल) की रासायनिक ऊर्जा का उपयोग करती है। यह अपने सामने आनेवाली वस्तु को कुछ दूरी तक धकेल सकती है। अर्थात् यह कार्य कर सकती है। सभी गतिशील वस्तुओं में ऊर्जा निहित होती है और इसकी सहायता से वे विराम अवस्था में आने से पूर्व कार्य कर सकती हैं। इस प्रकार की ऊर्जा को गतिज ऊर्जा (kinetic energy) कहते हैं। गतिज ऊर्जा किसी वस्तु में उसकी गति के कारण होती है।

आइए, हम एक m द्रव्यमान की वस्तु पर सरल रेखीय गति की दिशा में एक अचर बल F लगाए जाने की स्थिति पर विचार करते हैं। यह बल F एकसमान त्वरण a उत्पन्न करता है, जिसका F से संबंध $F = ma$ द्वारा व्यक्त किया जाता है। अब माना कि वस्तु की चाल समय t_1 पर υ_1 और समय t_2 पर υ_2 है। इस समय अंतराल $(t_2 - t_1)$ में वस्तु s दूरी तय करती है। गति के समीकरणों का प्रयोग करने पर हम लिख सकते हैं।

$$\upsilon_2^2 = \upsilon_1^2 + 2as$$

या

$$a = \frac{\upsilon_2^2 - \upsilon_1^2}{2s} \qquad (6.18)$$

इस परिणाम को न्यूटन के द्वितीय गति नियम के साथ संयुक्त करने पर हम लिख सकते हैं कि

$$F = m \times \frac{\upsilon_2^2 - \upsilon_1^2}{2s}$$

हम जानते हैं कि बल द्वारा किया गया कार्य

$$W = Fs$$

अत:

$$W = m \times \frac{\upsilon_2^2 - \upsilon_1^2}{2s} s$$

$$= \frac{1}{2}m\upsilon_2^2 - \frac{1}{2}m\upsilon_1^2$$

$$= K_2 - K_1 \qquad (6.19)$$

जहाँ $K_2 = \frac{1}{2}m\upsilon_2^2$ और $K_1 = \frac{1}{2}m\upsilon_1^2$ क्रमश: वस्तु की अंतिम एंव प्रारंभिक गतिज ऊर्जा निर्दिष्ट करते हैं।

$(K_2 - K_1)$ गतिज ऊर्जा में परिवर्तन है जो कि बल द्वारा किए गए कार्य के बराबर है।

गतिज ऊर्जा एक अदिश राशि है (यह द्रव्यमान एवं वेग के वर्ग के गुणनफल पर निर्भर करती है। इससे कुछ अन्तर नहीं आता कि द्रव्यमान एवं वेग में कौन कम या अधिक है। कुल मान $\frac{1}{2}m\upsilon^2$ से ही गतिज ऊर्जा का निर्धारण होता है।

उदाहरण 6.6 : 4.0 m s^{-1} के प्रारंभिक वेग से 10 kg द्रव्यमान की एक वस्तु चल रही है। इस पर 30 N का एक बल 2 सेकन्ड के लिए लगाया जाता है।

i) दो सेकंड के बाद वस्तु का अंतिम वेग क्या होगा?

ii) इस अवधि में कितना कार्य हो जाएगा?

iii) प्रारंभिक गतिज ऊर्जा कितनी है?

iv) अंतिम गतिज ऊर्जा कितनी है?

v) इस अवधि में वस्तु द्वारा कितनी दूरी तय की गई?

vi) दर्शाएं कि किया गया कार्य गतिज ऊर्जा में परिवर्तन के बराबर है।

हल :

i) बल $(F) = ma$

या $a = F/m$

$= 30/10 = 3 \text{ m s}^{-2}$

अंतिम वेग $v_2 = v_1 + at$

$= 4 + (3 \times 2)$

$= 10 \text{ m s}^{-1}$

ii) 2 सेकंड में तय की गई दूरी

$$s = ut + \frac{1}{2}at^2 = (4\times2) + \frac{1}{2}(3\times4) = 8 + 6 = 14 \text{ m}$$

$\therefore$ किया गया कार्य $W = F \times S$

$= 30 \times 14 = 420 \text{ J}$

iii) प्रारंभिक गतिज ऊर्जा

$$K_1 = \frac{1}{2}mv_1^2$$

$$= \frac{1}{2}(10 \times 16) = 80 \text{ J}$$

iv) अंतिम गतिज ऊर्जा

$$K_2 = \frac{1}{2}mv_2^2$$

$$= \frac{1}{2}(10 \times 100) = 500 \text{ J}$$

v) तय की गई दूरी (जैसी कि ऊपर गणना की जा चुकी है) = 14 मीटर

vi) गतिज ऊर्जा में परिवर्तन

$$K_2 - K_1 = (500 - 80) = 420 \text{ J}$$

जो कि किए गए कार्य के बराबर है।

कार्य-ऊर्जा प्रमेय

''किसी वस्तु पर लग रहे सभी बलों के परिणामी बल द्वारा किया गया कार्य वस्तु की गतिज ऊर्जा में परिवर्तन के बराबर होता है।''

पाठगत प्रश्न 6.4

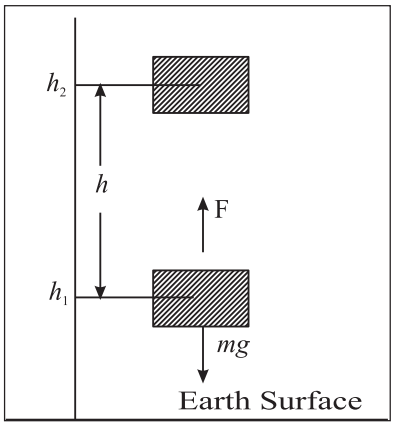
1. क्या किसी कण की गतिज ऊर्जा का मान ऋणात्मक हो सकता है? क्यों?
2. एक कण की गतिज ऊर्जा में क्या परिवर्तन होगा यदि

   a) कण का वेग दो गुना कर दिया जाए?

   b) कण का द्रव्यमान m आधा अर्थात् $m/2$ हो जाए?
3. 3.6 J गतिज ऊर्जा से चल रही कोई वस्तु 180 N m^{-1} बल नियताँक के एक स्प्रिंग से संघट्ट करती है। स्प्रिंग में अधिकतम कितना संपीडन होगा?
4- एक 1000 kg द्रव्यमान की कार 90 km h^{-1} की चाल से जा रही है। ब्रेक प्रयोग किए जाने पर कार ब्रेक लगाए गए स्थान से 15 मीटर दूर जाकर रुकती है। रोधकों (breaks) द्वारा लगाया जाने वाला औसत बल कितना है? यदि कार ब्रेक लगाने के बाद 25 सेकंड में रुकती है तो, रोधकों (brakes) की औसत शक्ति की गणना करें।
5. यदि एक बाह्य बल किसी स्प्रिंग के संपीडन में 375 J कार्य करता है तो स्प्रिंग द्वारा स्वंय कितना कार्य किया गया?

6.6 स्थितिज ऊर्जा

हम पिछले अनुच्छेद में यह विवेचन कर चुके हैं कि गतिशील वस्तु में एक ऊर्जा निहित होती है। इस ऊर्जा को **गतिज ऊर्जा** का नाम दिया गया है। वस्तुओं में उनकी स्थिति के कारण भी एक ऊर्जा होती है जिसे **स्थितिज ऊर्जा** कहते हैं। इसका एक चिर परिचित उदाहरण गुरुत्वीय क्षेत्र में वस्तु की गुरुत्वीय स्थितिज ऊर्जा है। आइए इस ऊर्जा को समझें।



चित्र. 6.9: m द्रव्यमान के पिंड को h_1 से h_2 ऊँचाई तक उठाया गया है।

6.6.1 गुरुत्वीय क्षेत्र में स्थितिज ऊर्जा

माना एक व्यक्ति m द्रव्यमान की किसी वस्तु को भूतल से ऊपर h_1 ऊँचाई से h_2 ऊँचाई पर ले जाता है। हम यह भी मान लेते हैं कि गुरुत्वजनित त्वरण का मान नियत रहता है। द्रव्यमान को गुरुत्वीय बल के विरुद्ध $h = (h_2 - h_1)$ दूरी तक विस्थापित किया गया है। इस बल का परिमाण mg है और यह ऊर्ध्वाधर नीचे की ओर कार्य कर रहा है। इसलिए व्यक्ति द्वारा किया गया कार्य

$$W = \text{बल} \times \text{दूरी}$$

$$= mgh \qquad (6.20)$$

यह कार्य धनात्मक है और द्रव्यमान m में ऊर्जा के रुप में संचित हो जाता है। किसी वस्तु की दिकस्थान में स्थिति के कारण, उसमें निहित ऊर्जा वस्तु की गुरुत्वीय **स्थितिज ऊर्जा** कहलाती है। इसके कारण वस्तु में कार्य करने की क्षमता रहती है। यदि द्रव्यमान को मुक्त छोड़ दिया जाए तो यह नीचे गिरेगा और इस गिरने की अवधि में इससे कुछ कार्य लिया जा सकता है। उदाहरणतया यदि इसे घिरनी से गुजरती हुई किसी डोरी से एक दूसरे द्रव्यमान के साथ जोड़ दिया जाए तो यह उस दूसरे द्रव्यमान को ऊपर उठा सकती है।

इस विवेचना में प्रारंभिक ऊँचाई h_1 का चयन यादृच्छिक है। महत्वपूर्ण विषय ऊँचाई में परिवर्तन $(h_2 - h_1)$ है। इसलिए हम कहते हैं कि दिक्स्थान में किसी भी बिंदु को शून्य स्थितिज ऊर्जा के संदर्भ बिंदु के रुप मे चुना जा सकता है। सामान्यत: धरातल पर स्थित किसी बिंदु को शून्य स्थितिज ऊर्जा के संदर्भ बिंदु के रुप में लिया जा सकता है।

उदाहरण 6.7 : एक ट्रक में चीनी के बोरे लदे हैं बोरों सहित ट्रक का कुल द्रव्यमान 100,000 kg है। ट्रक एक पहाड़ी पर घुमावदार रास्ते पर ऊपर चढ़ रहा है और 1 घंटे में 700 मीटर ऊँचाई तक जाता है। इस कार्य के लिए इंजन की औसत शक्ति कितनी होनी चाहिए?

हल :

$$W = mgh$$

$$= (100{,}000\ kg) \times (9.8\ \text{m s}^{-2} \times 700\ m)$$

$$= 9.8 \times 7 \times 10^7\ \text{J}$$

$$= 68.6 \times 10^7 \text{J}$$

लिया गया समय = 1 घंटा $= 60 \times 60$ सेकंड

$= 3600$ सेकंड

औसत शक्ति, $P = W / t$

$$= \frac{68.6 \times 10^7\ \text{J}}{3600\ \text{s}}$$

$$= 1.91 \times 10^5\ \text{W}$$

हम जानते हैं कि 746 W = 1 hp (अश्व शक्ति)

$$\therefore \quad P = \frac{1.91 \times 10^5}{746} = 2.56 \times 10^2 = 256\ hp$$

उदाहरण 6.8 : जल विद्युत उत्पादन में ऊँचाई से गिरते पानी द्वारा टरबाईन की पंखुड़ियों को घुमाकर विद्युत उत्पन्न की जाती है। एक पावर स्टेशन में $1000 \times 10^3\ kg$ पानी एक सेकण्ड में 51 मीटर ऊँचाई से गिरता है।

i) गिरते हुए जल द्वारा किए गए कार्य की गणना कीजिए।

ii) आदर्श स्थितियों में कितनी शक्ति उत्पन्न की जा सकती है?

हल :

i) शीर्ष पर पानी की स्थितिज ऊर्जा = mgh

$$\text{P.E.} = (1000 \times 10^3 \text{ kg}) \times (9.8 \text{ ms}^{-2}) \times (51 \text{ m}).$$
$$= 9.8 \times 51 \times 10^6 \text{ J}$$
$$= 500 \times 10^6 \text{ J}$$

पानी की स्थितिज ऊर्जा में ह्रास होता है और यह टरबाइन की पंखुड़ियों को घुमाने में प्रयोग होती है।

$$W = \text{बल} \times \text{दूरी}$$
$$= mg \times h$$
$$= 1000 \times 10^3 \times 9.8 \times 51 \text{ J}$$
$$= 500 \times 10^6 \text{ J}$$
$$= 500 \text{ M J}$$

ii) प्रति सेकंड किया गया कार्य

$$P = W/t$$
$$= \frac{500 \text{ M J}}{1 \text{ s}}$$
$$= 500 \text{ MW}$$

यहाँ आदर्श स्थितियों से तात्पर्य यह है कि घर्षण बलों के कारण कोई ऊर्जा क्षय नहीं होती। मशीनों में निश्चित रुप से ऊर्जा ह्रास होता है। यह ह्रास कम से कम किए जा सकते हैं लेकिन पूर्ण रुप से खत्म नहीं किए जा सकते हैं।

6.6.2 कमानी (स्प्रिंग) की स्थितिज ऊर्जा

अब आप यह समझ चुके हैं कि किसी स्प्रिंग को संपीडित करने या खींचने के लिए एक बाह्य बल की आवश्यकता होती है। ये स्थितियाँ चित्र 6.5 में दशाई गई हैं। मान लें कि स्प्रिंग का बल नियताँक k है। इस स्प्रिंग को x दूरी के बराबर संपीडित किया जाता है। समीकरण (6.11) की सहायता से बाह्य बल द्वारा स्प्रिंग को संपीडित करने में किया गया कार्य

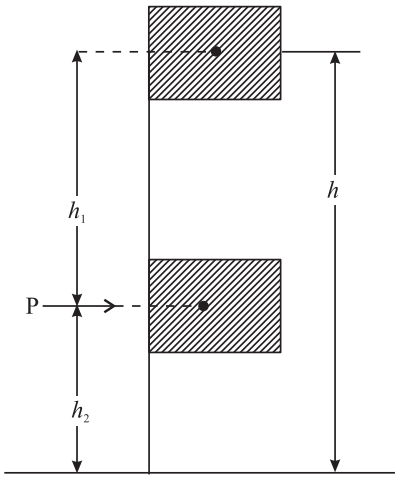
$$W = \frac{1}{2} kx^2$$

यह कार्य स्प्रिंग में प्रत्यास्थ स्थितिज ऊर्जा के रुप में संचित हो जाता हैं जब स्प्रिंग को मुक्त किया जाता है तो यह झटके के साथ पीछे हटता है और स्प्रिंग में संचित प्रत्यास्थ स्थितिज ऊर्जा m द्रव्यमान की गतिज ऊर्जा में बदल जाती है।

6.6.3 ऊर्जा का संरक्षण

हम अपने चारों ओर ऊर्जा के अनेक रुप देखते हैं, जिनमें से कुछ हमारे लिए अन्य रुपों की अपेक्षा अधिक जाने पहचाने हैं। उदाहरण के लिए विद्युत ऊर्जा, तापीय ऊर्जा, गुरुत्वीय ऊर्जा, रासायनिक ऊर्जा और नाभिकीय ऊर्जा आदि। इन ऊर्जाओं का एक दूसरे के साथ निकट संबंध

है क्योंकि इनमें से प्रत्येक का अन्य रुपों में परिवर्तन संभव है। ऊर्जा संबंधी एक मूलभूत नियम है: ऊर्जा संरक्षण का सिद्धांत। इसके अनुसार **''एक विलगित निकाय की कुल ऊर्जा सदैव स्थिर रहती है''**। ऊर्जा का रुप परिवर्तित हो सकता है। यह एक रुप से दूसरे रुप में परिवर्तित हो सकती है। लेकिन निकाय की पूरी ऊर्जा सदैव अपरिवर्तित रहती है। एक विलगित निकाय में, यदि एक प्रकार की ऊर्जा का ह्रास होता है तो समान मात्रा में दूसरे प्रकार की ऊर्जा में वृद्धि होती है। अत: ऊर्जा न तो उत्पन्न की जा सकती है और न ही इसका क्षय होता है। हमारा ब्रह्माण्ड भी एक विलगित निकाय है क्योंकि इसके परे कुछ भी नहीं है। इसलिए यह कहा जाता है कि ब्रह्मांड की कुल ऊर्जा सदैव समान रहती है भले ही प्रत्येक क्षण ब्रह्मांड में अनेकों परिवर्तन होते रहते हैं। यह बहुत महत्व का नियम है। इस नियम द्वारा विज्ञान में अनेक नई खोजें हुई हैं और यह नियम कभी गलत नहीं पाया गया।



चित्र. 6.10 : m द्रव्यमान को पृथ्वी की सतह से h ऊँचाई तक उठाया जाता है। वहाँ से यह द्रव्यमान मुक्त रुप से गिर कर h_2 ऊँचाई पर आता है। बिंदु P पर कुल ऊर्जा उच्चतम बिंदु पर ऊर्जा के बराबर है।

एक थर्मल पावर स्टेशन में कोयले की रासायनिक ऊर्जा को विद्युत ऊर्जा में परिवर्तित किया जाता है। विद्युत ऊर्जा मशीनों को चलाती है। इन मशीनों में विद्युत ऊर्जा यांत्रिक ऊर्जा, प्रकाश ऊर्जा और ताप ऊर्जा में परिवर्तित होती है।

ऊर्जा संरक्षण का नियम जितना हम सोचते हैं उससे अधिक व्यापक है। यह बड़े ग्रहों और तारों से लेकर सबसे छोटे नाभिकीय कणों के लिए लागू होता है।

(a) मुक्त रुप से गिरते पिंडों के लिए यांत्रिक ऊर्जा संरक्षण।

क्योंकि इस समय हमारे विवेचन का विषय यांत्रिक ऊर्जा है, आइए, यांत्रिक ऊर्जा के प्रकरण में ऊर्जा संरक्षण नियम की सत्यता की जाँच मुक्त रुप से गिरते हुए पिंडों के लिए करें।

मान लें कि m द्रव्यमान की एक वस्तु को धरातल से h ऊँचाई तक उठाया जाता है। किया गया कार्य mgh के बराबर हुआ जो कि वस्तु में स्थितिज ऊर्जा के रुप में संचित हो जाता है। अब इस वस्तु को मुक्त रुप से h_1 दूरी के बराबर (शीर्ष से) नीचे गिरने दिया जाता है। अब हम इस वस्तु की ऊर्जा का मान ज्ञात करते हैं। धरातल से वस्तु की ऊचाई $h_2 = h - h_1$ है (चित्र 6. 10)। इस बिंदु पर स्थितिज ऊर्जा $= mgh_2$

जब कोई वस्तु मुक्त रुप से गिरती है तो इसमें त्वरण उत्पन्न होता है और इसकी गति बढ़ती है। हम वस्तु के h_1 दूरी गिर जाने पर प्राप्त वेग की गणना समीकरण

$$v^2 = u^2 + 2gs \quad \text{के उपयोग से कर सकते हैं।} \qquad (6.21)$$

जहाँ s पिंड द्वारा चलित दूरी एवं u इसका प्रारंभिक वेग है। h_1 दूरी गिरने की प्रक्रिया में $u = 0$ एवं $s = h_1$

समी. 6.21 से $\qquad v^2 = 2gh_1$

बिंदु P पर गतिज ऊर्जा होगी

$$\text{K.E} = \frac{1}{2}mv^2$$

$$= \frac{m}{2} \times 2gh_1$$

$$= mgh_1 \qquad (6.22)$$

बिंदु P पर कुल ऊर्जा है

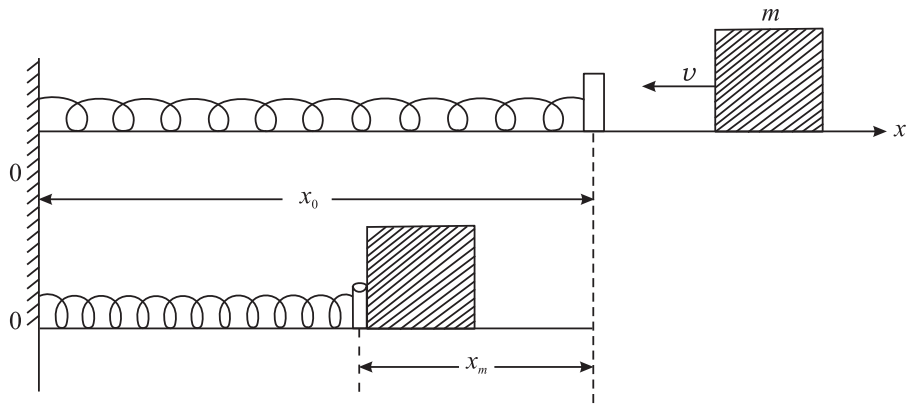
गतिज ऊर्जा + स्थितिज ऊर्जा $= mgh_1 + mgh_2 = mgh_1 + mg\,(h - h_1)$

$$= mgh \qquad (6.23)$$

यह अधिकतम ऊँचाई पर स्थितिज ऊर्जा के बराबर है। **अतः कुल ऊर्जा संरक्षित रहती है।**

(b) एक स्प्रिंग से जुड़े हुए द्रव्यमान के दोलन के लिए यांत्रिक ऊर्जा का संरक्षण

चित्र 6.11 एक चिकने क्षैतिज समतल पर स्थित एक स्प्रिंग को दर्शाता है जिसका एक सिरा दृढ़ दीवार से जुड़ा है और दूसरा सिरा समतल पर रखे एक गुटके के साथ जुड़ा है। स्प्रिंग की विश्रांत अवस्था में इसका मुक्त सिरा x_0 स्थिति में है। स्प्रिंग के अनुदिश एक m द्रव्यमान का गुटका v वेग से आकर इस मुक्त सिरे से टकराता है और इसे x_m स्थिति तक संपीडित कर देता है। यह अधिकतम संपीडन है। स्थिति x_0 पर स्प्रिंग-द्रव्यमान निकाय की कुल ऊर्जा $\frac{1}{2}mv^2$ है जो कि द्रव्यमान की गतिज ऊर्जा है। स्प्रिंग की स्थितिज ऊर्जा शून्य है। अधिकतम संपीडन की स्थिति में, स्प्रिंग की स्थितिज ऊर्जा $\frac{1}{2}k\,x_m^2$ है और द्रव्यमान की गतिज ऊर्जा शून्य है। अब इस स्थिति में कुल ऊर्जा $\frac{1}{2}k\,x_m^2$ है।



चित्र. 6.11 : एक m द्रव्यमान का गुटका क्षैतिज तल में v वेग से गतिशील है और यह एक स्प्रिंग से टकराता है। स्प्रिंग में अधिकतम संपीडन x_m है।

स्पष्टतया $\frac{1}{2}k\,x_m^2 = \frac{1}{2}mv^2$ (6.24)

संघट्ट के पूर्व (गतिज ऊर्जा + स्थितिज ऊर्जा) = संघट्ट उपरांत (गतिज ऊर्जा + स्थितिज ऊर्जा)

$$\frac{1}{2}mv^2 + 0 = 0 + \frac{1}{2}kx_m^2 \qquad (6.25)$$

अर्थात् कुल ऊर्जा संरक्षित रहती है।

नाभिकीय अभिक्रियाओं में द्रव्यमान-ऊर्जा संरक्षण

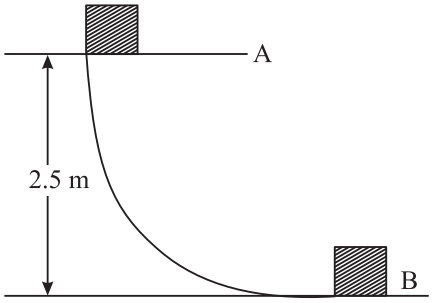
नाभिकीय ऊर्जा अन्य ऊर्जाओं से इस अर्थ में भिन्न है कि यह ऊर्जा के किसी प्रकार के रुपान्तरण से प्राप्त नहीं होती है। इसके विपरीत यह द्रव्यमान के ऊर्जा में रुपान्तरण से उत्पन्न होती है।

अत: नाभिकीय अभिक्रियाओं में द्रव्यमान संरक्षण एवं ऊर्जा संरक्षण के सिद्धांत मिलकर द्रव्यमान - ऊर्जा संरक्षण का नियम बनाते हैं।

उदाहरण 6.9 : एक 0.5 kg द्रव्यमान का गुटका एक चिकने वक्र तल पर फिसलते हुए 2.5 m ऊँचाई से नीचे गिरकर एक क्षैतिज तल पर पहुँच जाता है (चित्र. 6.12)। ऊर्जा-संरक्षण के सिद्धांत पर निम्नलिखित गणनाएं करें

i) बिंदु A पर ऊर्जा और

ii) बिंदु B पर गुटके की चाल।



चित्र. 6.12 : एक गुटका वक्र तल पर फिसलता है। बिंदु A पर कुल ऊर्जा (केवल स्थितिज) बिंदु B पर पूर्ण रुप से गतिज ऊर्जा में बदल जाती है।

हल :

i) A पर स्थितिज ऊर्जा = mgh

$= (0.5) \times (9.8) \times 2.5$ J

$= 4.9 \times 2.5$ J

$= 12.25$ J

बिंदु A पर गतिज ऊर्जा = 0

अत: कुल ऊर्जा = 12.25 J

ii) बिंदु A पर कुल ऊर्जा बिन्दु B पर कुल ऊर्जा के बराबर होनी चाहिए।

बिंदु A पर कुल ऊर्जा (स्थितिज ऊर्जा + गतिज ऊर्जा) = 12.25 J

बिंदु B पर कुल ऊर्जा (स्थितिज ऊर्जा + गतिज ऊर्जा) = $\frac{1}{2}mv^2$

क्योंकि बिंदु B पर स्थितिज ऊर्जा शून्य है और कुल ऊर्जा केवल गतिज ऊर्जा है।

अतः $\frac{1}{2}mv^2 = 12.25$

$$v^2 = \frac{12.25 \times 2}{0.5}$$

$$= 12.25 \times 4$$

$$v^2 = 49.00$$

$$v = 7.0 \text{ m s}^{-1}$$

टिप्पणी: यह परिणाम गति के समीकरणों की सहायता से भी प्राप्त किया जा सकता है।

$$v^2 = v_0^2 + 2gx$$

$$= 0 + 2 \times 9.8 \times 2.5$$

$$v^2 = 49$$

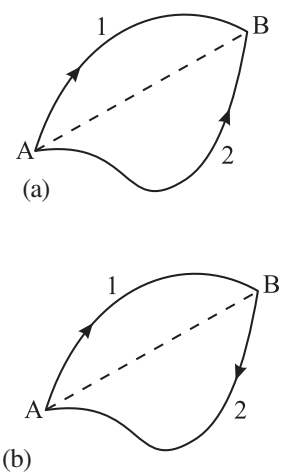
$$v = 7 \text{ m s}^{-1}$$

6.5.4 संरक्षी एंव क्षयकारी (असंरक्षी) बल

(a) संरक्षी बल

हमने देखा कि एक वस्तु पर लगे हुए गुरुत्वीय बल द्वारा किया गया कार्य वस्तु के भार एंव उसके ऊर्ध्वाधर विस्थापन के गुणनफल के बराबर होता है। यदि किसी वस्तु को गुरुत्वीय बल के अधीन बिंदु A से B की स्थिति में विस्थापित किया जाता है तो किया गया कार्य इन बिंदुओं के बीच ऊर्ध्वाधर दूरी पर निर्भर करता है। यह A से B तक पहुँचने के लिए अपनाए गए पथ पर निर्भर नहीं करता है। जब कोई बल इस नियम का पालन करता है तो उसे संरक्षी बल कहा जाता है।

गुरुत्वीय बल, प्रत्यास्थ बल और स्थिर वैद्युत बल संरक्षी बलों के कुछ उदाहरण हैं।



चित्र. 6.13 :a) वस्तु को A से B तक दो अलग-अलग रास्तों से ले जाया जाता है b) इसे पथ 1 से A से B तक ले जाया जाता है और पथ 2 से B से A तक वापस लाया जाता है।

एक संरक्षी बल का गुण यह है कि इसके द्वारा किया गया कार्य पथ पर निर्भर नहीं करता है। चित्र 6.13 (*a*) में

W_{AB} (पथ-1 के अनुदिश) = W_{AB} (पथ-2 के अनुदिश)

चित्र. 6.13 (b) वस्तु की दो स्थितियों को दर्शाता है। वस्तु A से B तक पथ 1 से पहुँचती है और पथ 2 से वापस A पर आ जाती है। परिभाषा के अनुसार एक **संरक्षी बल द्वारा पथ 1 की दिशा मे किया गया कार्य पथ 2 की दिशा में किए गए कार्य के बराबर और विपरीत होता है।**

W_{AB} (पथ 1 के अनुदिश)= – W_{BA} (पथ 2 के अनुदिश)

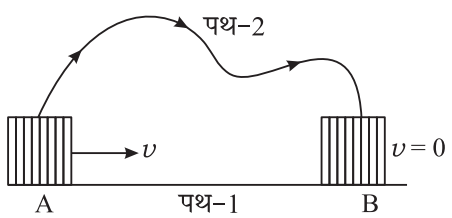
अथवा $$W_{AB} + W_{BA} = 0 \qquad (6.27)$$

इस परिणाम से संरक्षी बल का एक विशिष्ट गुण प्राप्त होता है कि जब कोई वस्तु एक बन्द पथ पर चलती हुई वापस प्रारंभिक बिंदु पर लौट आती है तो संरक्षी बल द्वारा इस पर किया गया कार्य शून्य होता है।

(b) असंरक्षी बल

घर्षण का बल असंरक्षी बल का एक अच्छा उदाहरण है। चित्र 6.14 एक खुरदरे क्षैतिज तल को दर्शाता है। एक m द्रव्यमान का गुटका बिंदु A पर v चाल से चल रहा है। सीधी रेखा में कुछ दूर चलने पर यह गुटका बिंदु B पर रुकता है। बिंदु A पर गुटके की गतिज ऊर्जा E = $\frac{1}{2}mv^2$ थी। बिंदु B पर इसमें गतिज या स्थितिज ऊर्जा कुछ भी नहीं है। इसकी सारी ऊर्जा व्यय हो गई है। क्या आप जानते हैं कि यह ऊर्जा कहां गई? इसका रुपान्तरण हो गया है। वस्तु द्वारा घर्षण बलों के विरुद्ध कार्य किया गया या दूसरे शब्दों में घर्षण के बल ने गुटके पर ऋणात्मक कार्य किया। निकाय की गतिज ऊर्जा ताप ऊर्जा में रुपान्तरित हो जाती है। अब समान गतिज ऊर्जा युक्त गुटके को पथ 2 पर A से B की ओर चलाते हैं।

यह हो सकता है कि यह बिंदु B तक न पहुँच पाए। यह बिंदु B पर पहुँचने से बहुत पहले ही रुक सकता है। इसका स्पष्ट अर्थ हुआ कि इस पथ में कुछ और कार्य किए जाने की आवश्यकता है। अत: ऐसी स्थिति में किया गया कार्य पथ पर निर्भर करता है।



चित्र. 6.14: एक गुटका एक खुरदरे क्षैतिज तल में एक सरल रेखीय पथ पर चाल v से पथ 1 पर चलता है और बिंदु B पर विराम अवस्था में आ जाता है b) में यह समान चाल v से स्थिति A से चलना प्रारम्भ करता है लेकिन अब दूसरे रास्ते (पथ–2) B पर चल कर पर पहुँचता है।

पाठगत प्रश्न 6.5

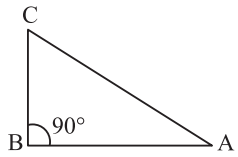
1. ABC एक त्रिभुज है जिसमें AB क्षैतिज है और BC ऊर्ध्वाधर है। AB = 3 m., BC = 4 m और AC=5m है। एक 2 kg द्रव्यमान का गुटका A बिंदु पर है। स्थितिज ऊर्जाओं में क्या परिवर्तन होगा यदि गुटके को

a) A से B तक ले जाया जाए।

b) B से C तक ले जाया जाए।

c) C से A ले जाया जाए।

d) गुरुत्वीय बल द्वारा B से C तक ले जाने के लिए कितना कार्य करना पड़ेगा? (धनात्मक या ऋणात्मक)?



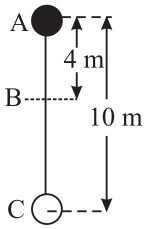
चित्र. 6.15

2. 0.5 kg द्रव्यमान की एक गेंद जमीन से 10 मीटर ऊँचे बिन्दु A पर स्थित है। कार्य ऊर्जा सिद्धांत का प्रयोग करते हुए बतलाइए कि वस्तु को मुक्त रुप से गिरने की अवस्था में

a) बिंदु B पर गेंद की चाल क्या होगी?

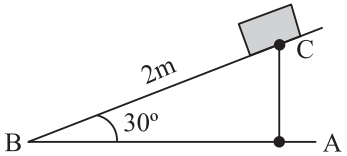
b) बिंदु C पर गेंद की चाल क्या होगी?

c) गुरुत्वीय बल द्वारा गेंद को A से C बिंदु पर लाने में कितना कार्य किया जाएगा? (धनात्मक या ऋणात्मक)?



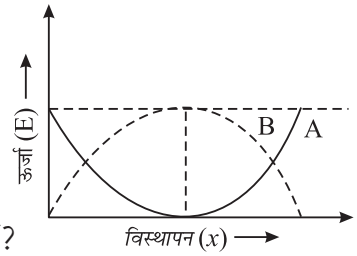
चित्र. 6.16

3. एक आनत तल के शीर्ष से एक गुटका फिसलता है। तल की लंबाई BC = 2 m है और यह क्षितिज से 30° का कोण बनाता है। गुटके का द्रव्यमान 2 kg है। बिंदु B पर गुटके की गतिज ऊर्जा 15.6 J है। असंरक्षी बलों के कारण कितनी स्थितिज ऊर्जा का क्षय होता है? घर्षण बलों का परिमाण क्या है?



चित्र. 6.17

4. चित्र 6.18 में एक साधारण लोलक के गोलक की ऊर्जा E और विस्थापन x के लिए दो वक्र दिये गए हैं। कौन सा वक्र गोलक की स्थितिज ऊर्जा को दर्शाता है और क्यों?



चित्र. 6.18

5. जब किसी निकाय में असंरक्षी बल कार्य करते हैं तो क्या कुल यांत्रिक ऊर्जा स्थिर रहती है?

6.6 प्रत्यास्थ एवं अप्रत्यास्थ संघट्ट

हम दो पिंडों के निकाय पर विचार करते हैं यह एक संवृत्त निकाय है। संवृत्त निकाय से तात्पर्य यह है कि इस पर कोई बाह्य बल कार्य नहीं करता है। यह संवृत निकाय दो गेदें, दो स्प्रिंगों या एक गेंद और एक स्प्रिंग का हो सकता है। जब दो वस्तुएं अन्योन्य क्रिया करती हैं तो इसे संघट्ट कहा जाता है। इसमें कोई बाह्य बल कार्य नहीं करता है।

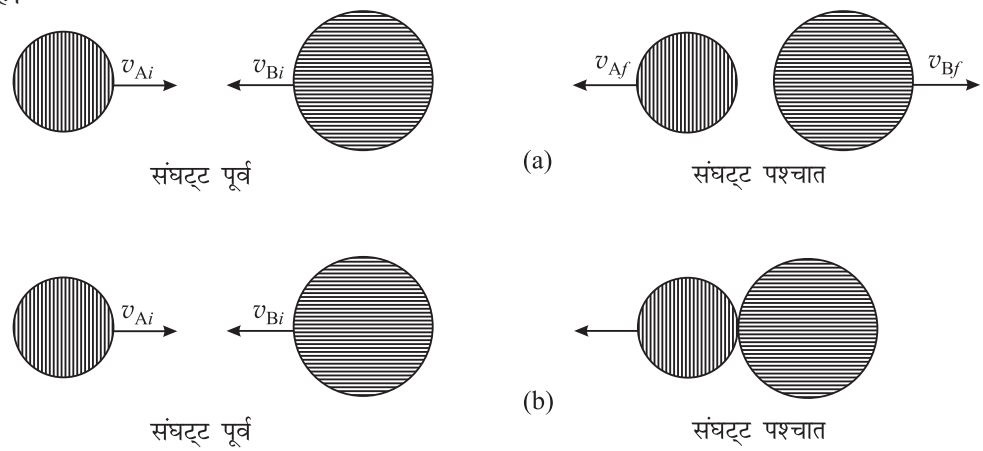
हम दो निकायों के संघट्ट का प्रकरण लेते हैं और विश्लेषण को सरल बनाने के लिए सम्मुख संघट्ट पर विचार करते हैं। इस प्रकार के संघट्ट में निकाय एक दूसरे के केन्द्रों को मिलाने वाली रेखा या इसके समान्तर गति करते हैं। ये संघट्ट दो प्रकार के होते हैं।

(i) **पूर्ण प्रत्यास्थ संघट्ट:** यदि दो पिण्डों के बीच कार्यकारी बल संरक्षी हों तो निकाय की कुल गतिज ऊर्जा नियत रहती है अर्थात् संघट्ट से पूर्व गतिज ऊर्जा संघट्ट के बाद की गतिज ऊर्जा के बराबर रहती है। इस प्रकार के संघट्टों को पूर्ण प्रत्यास्थ संघट्ट कहा जाता है।

(ii) **पूर्ण अप्रत्यास्थ संघट्ट:** जब दो संघट्ट करने वाले निकाय संघट्ट के पश्चात आपस में जुड़ जाते हैं और एक इकाई के रुप में चलते हैं तो इस प्रकार के संघट्ट को पूर्ण अप्रत्यास्थ संघट्ट कहते हैं। यह बन्दूक से चली उस गोली की गति के समान है जो लक्ष्य से टकराकर उस ही में धंस जाती है।

6.6.1 प्रत्यास्थ (सम्मुख) संघट्ट

दो गेंदे A और B, जिनके द्रव्यमान क्रमशः m_A और m_B है, सम्मुख संघट्ट करते हैं, चित्र. (6.19)। माना इन गेंदों के संघट्ट के पूर्व वेग v_{Ai} और v_{Bi} और संघट्ट के बाद के वेग v_{Af} और v_{Bf} है।



चित्र.6.19 : सम्मुख संघट्ट के विन्यास का प्रस्तुतीकरण- (a) प्रत्यास्थ संघट्ट; (b) अप्रत्यास्थ संघट्ट

संवेग संरक्षण एंव गतिज ऊर्जा संरक्षण के नियमों से हम पाते हैं:

संवेग संरक्षण के लिए

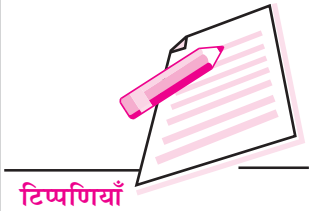
$$m_A v_{Ai} + m_B v_{Bi} = m_A v_{Af} + m_B v_{Bf} \tag{6.28}$$

गतिज ऊर्जा संरक्षण के लिए

$$\frac{1}{2} m_A v_{Ai}^2 + \frac{1}{2} m_{Bi} v_{Bi}^2 = \frac{1}{2} m_A v_{Af}^2 + \frac{1}{2} m_B v_{Bf}^2 \tag{6.29}$$

यहाँ पर केवल दो अज्ञात राशियाँ (संघट्ट के बाद के वेग) हैं और हमारे पास दो समीकरण हैं (6.28) एंव (6.29)। हल कठिन नहीं है लेकिन लंबा है। अतः हम केवल परिणाम व्यक्त करते हैं।

$$(v_{Bf} - v_{Af}) = -(v_{Bi} - v_{Ai}) \tag{6.30}$$



$$v_{Af} = \frac{2m_B v_{Bi}}{m_A + m_B} + \frac{v_{Ai}(m_A - m_B)}{m_A + m_B} \quad (6.31)$$

$$v_{Bf} = -\frac{2m_A v_{Ai}}{m_A + m_B} + \frac{(m_B - m_A)\, v_{Bi}}{(m_A + m_B)} \quad (6.32)$$

अब हम कुछ विशेष स्थितियों का विवेचन करते हैं।

स्थिति I : मान लें संघट्ट करने वाली दो गेंदों के द्रव्यमान समान हैं अर्थात्- $m_A = m_B = m$ तो समीकरण (6.31 और 6.32) के अनुसार

$$v_{Af} = v_{Bi} \quad (6.33)$$

और

$$v_{Bf} = v_{Ai} \quad (6.34)$$

अर्थात् दो समान गेंदों के सम्मुख संघट्ट में संघट्ट के पश्चात उनका वेग विनिमय हो जाता है (अर्थात् एक दूसरे से बदल जाते हैं।)

संघट्ट के पश्चात : i) A का वेग B के संघट्ट-पूर्व वेग के समान है।

ii) B का वेग A के संघट्ट-पूर्व वेग के समान है

अब आप विचार करें कि यदि एक गेंद संघट्ट पूर्व स्थिर है, तो क्या होगा:

माना कि B गेंद विराम अवस्था में है

$$v_{Bi} = 0 \text{ तब } v_{Af} = 0 \text{ और } v_{Bf} = v_{Ai}$$

संघट्ट के पश्चात गेंद A स्थिर हो जाती है और गेंद B गेंद A के संघट्ट पूर्व वेग से गति करती है।

इसी प्रकार गेंदों की संघट्ट पश्चात गतिज ऊर्जा के बारे में भी समान निष्कर्ष पर पहुँचा जा सकता है। $(m_A \neq m_B)$ की स्थिति में A की ऊर्जा में पूर्ण या आंशिक क्षय का मान B की गतिज ऊर्जा में वृद्धि के बराबर होता है। नाभिकीय रिएक्टरों में न्यूट्रॉनों की गति कम करने में इन सिद्धांतों की अहम भूमिका है।

स्थिति II : दूसरी रोचक स्थिति में जब कि दोनों कण असमान द्रव्यमान के हों

i) हम मान लेते हैं कि m_B, m_A से काफी बड़ा है। कण B प्रारम्भ में विराम अवस्था में है:

$$m_B >> m_A \text{ और } v_{Bi} = 0$$

द्रव्यमान m_B की तुलना में m_A को नगण्य माना जा सकता है। समीकरण (6.31) और (6.32) से हम पाते हैं

$$v_{Af} \approx -v_{Ai}$$

और

$$v_{Bf} \approx 0$$

संघट्ट के पश्चात भारी कण विराम की अवस्था में ही रहता है। और हल्का कण अपने प्रारंभिक वेग से उल्टी दिशा में वापस लौटता है।

ऐसा ही होता है जब एक बच्चा गेंद को दीवार पर मारता है।

इन परिणामों का प्रयोग परमाणु भौतिकी में किया जाता है। उदाहरण के तौर पर α – कण द्वारा भारी नाभिक, जैसे यूरेनियम, पर प्रहार किए जाने के प्रकरण में।

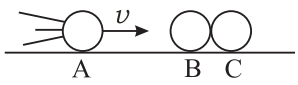
पाठगत प्रश्न 6.6

1 दो सख्त गेंदें एक दूसरे से टकराती हैं जबकि उनमें से एक स्थिर है। क्या संभव है कि –

a) संघट्ट के बाद दोनों गेंदें विराम अवस्था में हों?

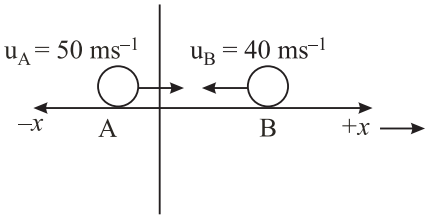
b) क्या यह संभव है कि संघट्ट के बाद उनमें से एक स्थिर रहे?

2. तीन सर्वसम गेंदें A, B, C का निकाय एक सरल रेखीय स्थिति में है जैसा कि चित्र में दर्शाया गया है। B और C जुड़ी हुई हैं और विराम अवस्था में हैं। A गेंद v वेग से चलती हुई B गेंद से टकराती हैं (सम्मुख संघट्ट)। संघट्ट पश्चात A, B और C के अलग-अलग वेग क्या होंगे?



चित्र. 6.20

3. 2 kg द्रव्यमान की गेंद A, + x दिशा में 50 m s^{-1} के वेग से गति करती हुई –x दिशा में 40m s^{-1} के वेग से आती हुई 4 kg द्रव्यमान की गेंद B से सम्मुख संघट्ट करती है। संघट्ट के बाद A और B के वेग क्या हैं? संघट्ट प्रत्यास्थ हैं।



चित्र. 6.21

4. एक 1 kg द्रव्यमान की गोली विराम अवस्था में रखे हुए 1 kg द्रव्यमान के लकड़ी के गुटके से टकराती है और उसमें धंस जाती है। संघट्ट से पूर्व गोली का वेग 90m/s है।

a) संघट्ट के बाद निकाय का वेग क्या है?

b) संघट्ट से पूर्व एंव बाद में गतिज ऊर्जाओं की गणना कीजिए।

c) यह किस प्रकार का संघट्ट है: प्रत्यास्थ या अप्रत्यास्थ?

d) संघट्ट में कितनी ऊर्जा का क्षय हुआ है?

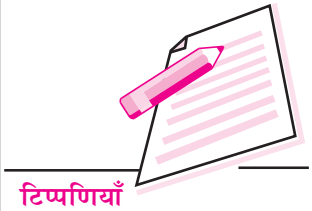
5. दो गेंदों के बीच प्रत्यास्थ संघट्ट में क्या प्रत्येक गेंद की गतिज ऊर्जा संघट्ट के बाद परिवर्तित होती है?

आपने क्या सीखा

- एक नियत बल द्वारा किया गया कार्य

$$W = \mathbf{F.d} = Fd\cos\theta$$

जहाँ θ, F और d के बीच का कोण है। कार्य का मात्रक जूल है। कार्य एक अदिश राशि है।



- कार्य का मान मात्रात्मक रुप से F-x के ग्राफ के बीच के क्षेत्रफल के बराबर होता है।
- हुक का नियम पालन करने वाले प्रत्यास्थ बल द्वारा किया गया कार्य $W = \frac{1}{2}kx^2$ होता है। जहाँ k नियतांक है (प्रत्यास्थ पदार्थ स्प्रिंग या तार के लिए) W का चिह्न स्प्रिंग पर कार्य करने वाले बाह्य बल के लिए धनात्मक है और स्प्रिंग के प्रत्यानयन बल द्वारा किए गए कार्य के लिए ऋणात्मक है। x स्प्रिंग का संपीडन या खिंचाव है।
- k की इकाई न्यूटन/मीटर ($N\ m^{-1}$) है।
- कार्य करने की दर को शक्ति कहते हैं इसका मात्रक $P = W/t = J/s$ अर्थात वाट W है।
- किसी निकाय की ऊर्जा दो रुपों में विद्यमान होती है (i) गतिज ऊर्जा और (ii) स्थितिज ऊर्जा।
- v वेग से चलती हुई m द्रव्यमान की वस्तु की गतिज ऊर्जा $E = \frac{1}{2}mv^2$ होती है। यह एक अदिश राशि है।
- कार्य–ऊर्जा प्रमेय के कथनानुसार सभी बलों द्वारा किया गया कार्य वस्तु की गतिज ऊर्जा में परिवर्तन के बराबर होता है।

$$W = K_f - K_i = \Delta K$$

- एक संरक्षी बल द्वारा एक कण पर किए गए कार्य का मान कण की यांत्रिक ऊर्जा में परिवर्तन के बराबर होता है अर्थात् गतिज ऊर्जा और स्थितिज ऊर्जा के योग में परिवर्तन के बराबर। दूसरे शब्दों में संरक्षी बलों के अधीन यांत्रिक ऊर्जा अपरिवर्तित रहती है।

$$\Delta E = (E_f - E_i)_P + (E_f - E_i)_k$$
$$= (\Delta E)_P + (\Delta E)_k$$

- एक संरक्षी बल द्वारा किसी वस्तु पर एक बंद पथ में किया गया कार्य (जबकि वस्तु अपनी प्रारंभिक अवस्था में पहुँच जाती है) शून्य होता है।
- एक संरक्षी बल द्वारा किया गया कार्य पथ पर निर्भर नहीं करता है। यह केवल वस्तु की प्रारंभिक एवं अंतिम स्थितियों पर निर्भर करता है।
- एक असंरक्षी बल द्वारा वस्तु पर किया गया कार्य वस्तु की गति के पथ पर निर्भर करता है। पूर्ण यांत्रिक ऊर्जा संरक्षित नहीं रहती।
- एक कण की स्थितिज ऊर्जा एक संरक्षी क्षेत्र में उसकी स्थिति के कारण होती है।
- एक संपीडित या तने हुए स्प्रिंग में संचित ऊर्जा प्रत्यास्थ स्थितिज ऊर्जा कहलाती है। इसका मान $\frac{1}{2}kx^2$ होता है। जहाँ k स्प्रिंग नियतांक एंव x विस्थापन है।
- पृथ्वी की सतह के समीप m द्रव्यमान की किसी वस्तु में संचित ऊर्जा mgh होती है। इसे गुरुत्वीय स्थितिज ऊर्जा कहते हैं। यहाँ h ऊर्ध्व दिशा में द्रव्यमान की स्थिति में परिवर्तन है। शून्य स्थितिज ऊर्जा का तल यादृच्छिक है।

- एक विलगित निकाय में एक प्रकार की ऊर्जा का दूसरे प्रकार की ऊर्जा में रुपान्तरण संभव है। लेकिन ऊर्जा को न तो उत्पन्न किया जा सकता है और न ही नष्ट किया जा सकता है। कुल ऊर्जा सदैव अचर रहती है।
- संवेग संरक्षण का नियम किसी भी प्रकार के संघट्ट की स्थिति में लागू होता है।
- प्रत्यास्थ संघट्ट में गतिज ऊर्जा भी संरक्षित रहती है जबकि अप्रत्यास्थ संघट्ट में ऐसा नहीं होता है।

पाठांत प्रश्न

1. यदि दो कणों की गतिज ऊर्जा समान हो तो क्या उनके संवेग भी समन होंगे? समझाइए।
2. एक गतिशील कण एक विराम अवस्था वाले कण से संघट्ट करता है। क्या यह संभव है कि संघट्ट के बाद वे दोनों विराम अवस्था में आ जाएं?
3. क्या किसी तंत्र की कुल यांत्रिक ऊर्जा का मान स्थिर हो सकता है जबकि तंत्र में क्षयी बल लगे हों?
4. एक बच्चा 20 m s^{-1} के वेग से एक गेंद को ऊर्ध्वाधरत: ऊपर की ओर फेंकता है।

   (a) किस बिन्दु पर गतिज ऊर्जा अधिकतम होगी?

   (b) किसी बिंदु पर स्थितिज ऊर्जा अधिकतम होगी?
5. एक 20 m s^{-1} वेग से चलता हुआ 3 kg द्रव्यमान का एक गुटका एक 1200 N m^{-1} बल नियतांक वाले स्प्रिंग से संघट्ट करता है। स्प्रिंग में उत्पन्न हुए अधितम संपीडन का मान ज्ञात कीजिए।
6. प्रश्न 5 में यदि गुटके की गतिज ऊर्जा स्प्रिंग की प्रत्यास्थ स्थितिज ऊर्जा से दो गुनी हो तो स्प्रिंग का संपीडन कितना होगा?
7. एक विद्युत बल्ब की शक्ति 60W है। 12 घंटा प्रतिदिन के हिसाब से 30 दिन में व्यय हुई विद्युत ऊर्जा का मान ज्ञात करें।
8. 1000 *kg* की पानी प्रति सेकंड 120 मीटर की ऊँचाई से नीचे गिरता है। इस गिरते हुए पानी से विद्युत ऊर्जा उत्पन्न की जाती है। जेनरेटर की शक्ति की गणना कीजिए (ऊर्जा ह्रास शून्य मानकर)
9. 1200 kg की 90 km h^{-1} चाल से जाती हुई कार ब्रेक लगाने पर 3 सेकन्ड में विराम की अवस्था में आ जाती है। गति मंदकों की औसत शक्ति की गणना कीजिए।
10. एक 400 ग्राम की 5 m s^{-1} के वेग से जाती हुई गेंद 600 ग्राम की विराम अवस्था में स्थित गेंद से प्रत्यास्थ संघट्ट करती है। संघट्ट के पश्चात गेंदों की चालों की गणना कीजिए।
11. एक 500 m/s के वेग से जाती हुयी 10 ग्राम की गोली एक 20 kg के लकड़ी के गुटके से टकराकर उसमें धंस जाती है।

(a) संघट्ट के बाद गुटके का वेग ज्ञात कीजिए।

(b) संघट्ट में कितनी ऊर्जा का क्षय होता है?

12. 6 kg की एक वस्तु क्षैतिज तल पर विराम की अवस्था में है। वस्तु पर एक 15N का क्षैतिज बल लगातार लगाया जाता है। वस्तु 10 सेकण्ड में 100 मीटर चलती है

(a) लगाया गया बल कितना कार्य करता है?

(b) 10 सेकण्ड के पश्चात ब्लॉक की गतिज ऊर्जा कितनी है?

(c) घर्षण बलों का परिमाण व दिशा क्या है (यदि कोई है)?

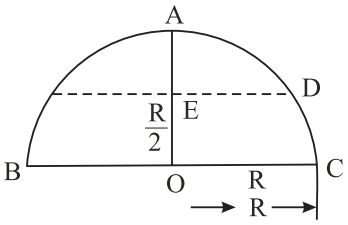
(d) गति के दौरान कितनी ऊर्जा का ह्रास होता है?

13. A, B, C और D अर्धगोलाकार उल्टे रखे हुए प्याले में चार बिंदु हैं। व्यास BC = 50 cm एक 250g का कण स्थिति A से चिकने तल पर फिसलना शुरु करता है। गणना करें

(a) B सापेक्ष A बिंदु पर स्थितिज ऊर्जा

(b) बिंदु B पर चाल (निम्नतम बिंदु)

(c) बिंदु D पर गतिज एंव स्थितिज ऊर्जा



क्या आप पाते हैं कि गुटके की यांत्रिक ऊर्जा संरक्षित रहती है? क्यों?

14. एक स्प्रिंग का बल नियतांक 400N/m है। स्प्रिंग को

(a) 6.0 cm खींचने में कितना कार्य करना पड़ेगा?

(b) $x = 4.0$ cm से $x = 6.0$ cm तक खींचने में, जहाँ $x = 0$ स्प्रिंग की शिथिल अवस्था है।

15. एक कार का द्रव्यमान 1000 kg है। यह विराम स्थिति से 3 सेकण्ड में 15 m s^{-1} की गति प्राप्त करती है। गणना करें:

(a) इंजन की औसत शक्ति

(b) कार पर इंजन द्वारा किया गया कार्य

पाठगत प्रश्नों के उत्तर

6.1

1. बल हमेशा कण की गति की दिशा के लम्बवत कार्य करता है। अत: बल द्वारा किया गया कार्य शून्य होगा?

2. (a) किया गया कार्य शून्य है। (i) जब विस्थापन शून्य है। (ii) जब बल और विस्थापन के बीच का कोण 90° है।
जब कोई द्रव्यमान क्षैतिज तल में चलता है तो गुरुत्व द्वारा किया कार्य शून्य होता है।

(b) जब एक वस्तु को ऊर्ध्वाधर ऊपर की ओर फेंका जाता है तो गुरुत्वीय बल द्वारा किया गया कार्य ऋणात्मक होता है।

(c) जब वस्तु आरोपित बल की दिशा में गति करती है तो बल द्वारा किया गया कार्य धनात्मक होता है।

3. (a) $W = mgh = 2 \times 9.8 \times 5 = +98$ J

(b) गुरुत्व द्वारा किया कार्य $= -98$ J

4. $\mathbf{F} = (2\hat{\mathbf{i}} + 3\hat{\mathbf{j}})$ $\quad \mathbf{d} = (-\hat{\mathbf{i}} + 2\hat{\mathbf{j}})$

$W = \mathbf{F}.\mathbf{d} \quad = (2\hat{\mathbf{i}} + 3\hat{\mathbf{j}}) . (-\hat{\mathbf{i}} + 2\hat{\mathbf{j}})$

$-2 + 6 = \mathbf{4}$

5. $\mathbf{F} = (5\hat{\mathbf{i}} + 3\hat{\mathbf{j}})$ $\quad \mathbf{d} = (3\hat{\mathbf{i}} + 4\hat{\mathbf{j}})$

(a) $|\mathbf{d}| = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = \mathbf{5}$ m

(b) $|\mathbf{F}| = \sqrt{25+9} = \sqrt{34} = 5.83$ इकाई

(c) $W = \mathbf{F.d} \quad = (5\hat{\mathbf{i}} + 3\hat{\mathbf{j}}) . (3\hat{\mathbf{i}} + 4\hat{\mathbf{j}})$

$= 15 + 12 = 27$ J

6.2

1. स्प्रिंग नियतांक वह प्रत्यानयन बल है जो एक इकाई विस्थापन उत्पन्न करता है। अतः यह N m^{-1} में मापा जाता है।

2. $k = \dfrac{10\text{N}}{1\text{cm}} = \dfrac{10\text{N}}{1/100\text{m}} = 100$ N m

चूँकि $F = kx$, $x = 50$ cm विस्थापन के लिए किया गया कार्य $F = 100\dfrac{\text{N}}{\text{m}}$ (0.5 m)

$= 50$ N.

$W = \dfrac{1}{2}kx^2 = \dfrac{1}{2} \times \dfrac{100\text{N}}{\text{m}} \times \dfrac{5}{100} \times \dfrac{5}{100}$ m^2

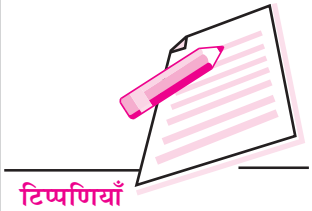
$= 1.25$ N m $= 1.25$ J.

6.3

1. $P = \dfrac{mgh}{t} = \dfrac{(100 \times 9.8 \times 8)}{10s}$ J $= 784$ W.

2. 10 H.P $= (10 \times 746)$ W $= \dfrac{10 \times 746}{1000}$ kW

$= 7.46$ kW



6.4

1. गतिज ऊर्जा = $\frac{1}{2}mv^2$. यह कभी भी ऋणात्मक नहीं होती क्योंकि

   (i) m कभी भी ऋणात्मक नहीं होता

   (ii) v^2 सदैव धनात्मक होता है।

2. (a) गतिज ऊर्जा = $\frac{1}{2}mv^2 = E$

   जब v को $2v$ कर दिया जाता है तो गतिज ऊर्जा 4 गुना अर्थात् $4E$ हो जाती है।

   (b) जब m, $\frac{m}{2}$ हो जाता है तो E, $\frac{E}{2}$ हो जाती है।

3. स्प्रिंग की स्थितिज ऊर्जा = $\frac{1}{2}kx^2 = 3.6$ J

$$\therefore \qquad x^2 = \frac{2\times 3.6}{k} = \frac{2\times 3.6}{180} = 0.04 \text{ m}$$

और $\qquad x = 0.2 \text{ m} = 20 \text{ cm}.$

4. $v^2 = u^2 - 2as$, अंतिम वेग शून्य है एंव प्रारम्भिक वेग $\frac{90 \text{ km}}{\text{h}} = 25 \text{m s}^{-1}$

$$\therefore \frac{u^2}{2s} = a = \frac{25\times 25}{2\times 15} = 20.83 \text{ m s}^{-2}$$

$F = ma = 1000 \times 20.83 = 20830$ N.

शक्ति = $\frac{W}{t} = \frac{20830\times 15}{25} = 12498$ W

5. बाह्य बल द्वारा किया गया कार्य = 375 J

   स्प्रिंग द्वारा किया गया कार्य = – 375 J

6.5

1. (a) स्थितिज ऊर्जा में कोई परिवर्तन नहीं,

   (b) स्थितिज ऊर्जा में परिवर्तन = $mgh = 2 \times 9.8 \times 4 = 78.4$ J

   (c) स्थितिज ऊर्जा में परिवर्तन = 78.4 J.

   (d) – 78.4 J.

2. (a) स्थितिज ऊर्जा में परिवर्तन = $mgh = 0.5 \times 9.8 \times 4 = 19.6$ J

   बिंदु B पर गतिज ऊर्जा = $\frac{1}{2}mv^2 = 19.6$ J

$$v^2 = \frac{19.6\times 2}{0.5}$$

$v^2 = 78.4 \Rightarrow v = 8.85 \text{ m s}^{-1}$

b) $\upsilon = 14 \text{ m s}^{-1}$

(c) $mgh = 0.5 \times 9.8 \times 10 = 49.0$ J (धनात्मक)

$W = +49$ J

3. BC = 2मीटर

$$\frac{AC}{BC} = \sin 30^\circ$$

$$AC = BC \sin 30^\circ$$

$$= 2 \times \frac{1}{2} = 1$$

C से B तक परिवर्तन में स्थितिज ऊर्जा में परिवर्तन

$$= mgh = 2 \times 9.8 \times 1 \quad = 19.6 \text{ J}$$

लेकिन B बिंदु पर गतिज ऊर्जा = 15.6 J

ऊर्जा ह्रास = 19.6 – 15.6 = 4J

यह ह्रास घर्षण बल के करण होता है।

$4\text{J} = F \times d = F \times 2$

$F = 2\text{N}$

4. जब एक सरल लोलक का गोलक आवर्त गति करता है तो $x = 0$ पर इसकी गतिज ऊर्जा अधिकतम और $x = x_m$ पर शून्य होती है।

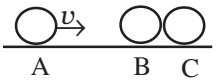
स्थितिज ऊर्जा $x = 0$ पर निम्नतम और $x = x_m$ पर अधिकतम होती है। अत: A स्थितिज ऊर्जा वक्र को दर्शाता है।

5. नहीं।

6.6

1. (a) नहीं, रेखीय संवेग संरक्षण के सिद्धांत के विपरीत है।

(b) हाँ

2. 

$\upsilon_A = 0, \upsilon_B = 0, \upsilon_C = \upsilon$

क्योंकि यही स्थिति (i) रेखीय संवेग संरक्षण और (ii) कुल गतिज ऊर्जा संरक्षण की शतें पूरी करती है।

3. $$\upsilon_{Af} = \frac{2m_B\upsilon_{Bi}}{m_A + m_B} + \frac{\upsilon_{Ai}(m_A - m_B)}{m_A + m_B}$$

$$= \frac{2 \times 4 \times (-40)}{6} - \frac{50(-2)}{6}$$

$$= -\frac{320}{6} + \frac{100}{6}$$

$$= -\frac{220}{6}$$

$$= -35 \text{m s}^{-1}.$$

$$v_{Bf} = -\frac{2m_A v_{Ai}}{m_A + m_B} + \frac{(m_B - m_A)\, v_{Bi}}{(m_A + m_B)}$$

$$= \frac{2 \times 2 \times 50}{6} + \frac{(-40)(4-2)}{6}$$

$$= \frac{200}{6} - \frac{80}{6}$$

$$= \frac{120}{6} = 20 \text{ m s}^{-1}.$$

अत: गेंद A, 35 m s^{-1} के वेग से वापस होती है और गेंद B, 20 m s^{-1} के वेग से आगे जाती है।

4. (a) 1.76 m s^{-1}.

   (b) 81 J and 1.58 J

   (c) अप्रत्यास्थ संघट्ट में

   (d) 79.42 J

5. हाँ, लेकिन दोनों गेंदों की संघट्ट से पहले एंव संघट्ट के बाद कुल ऊर्जा समान रहती है।

पाठांत प्रश्नों के उत्तर

5. 1 m.
6. 0.707 m
7. 21.6 kW
8. 1.2 MW
9. 125 kW
10. $\frac{1}{4}$ m s^{-1}, $\frac{19}{6}$ m s^{-1}

11. (a) $0.25\ m\ s^{-1}$

    (b) 1249.4 J

12. (a) 1500 J (b) 1200 J (c) 3 N गति की दिशा के विपरीत (d) 300 J

13. (a) 0.625 J (b) $\sqrt{5}\ m\ s^{-1}$ (c) 0.313 J

14. (a) 0.72 J (b) 0.4 J

15. (a) 37.5 kW (b) 1.25×10^5 J

7

दृढ़ पिंड की गति

अभी तक आपने एकल बिंदु द्रव्यमान की गति के विषय में अध्ययन किया। यह सरलीकरण यांत्रिकी के नियमों को समझने के लिये काफी उपयोगी है। लेकिन वास्तविक जीवन में वस्तुएं बहुत से अवयवों से मिलकर बनी होती हैं। एक छोटे से पत्थर के टुकड़े में लाखों कण होते हैं। क्या इस स्थिति में प्रत्येक कण के लिए आप अलग-अलग समीकरण लिखेंगे? इस प्रकार लाखों समीकरणों की आवश्यकता होगी। क्या इसका कोई सरल विकल्प है? इन प्रश्नों के उत्तर ढूँढ़ते समय आप द्रव्यमान केन्द्र और जड़त्व आघूर्ण आदि के बारे में जान सकेंगे। जड़त्व-आधूर्ण घूर्णन गति में वही भूमिका निबाहता है जो द्रव्यमान स्थानान्तरण-गति में निबाहता है।

इसके साथ ही हम भौतिकी की महत्वपूर्ण संकल्पना और बल आघूर्ण एवं कोणीय संवेग के विषय में भी पढ़ेंगे। यदि किसी घूर्णन करने वाले तंत्र पर कोई बाह्य असंतुलित बल आघूर्ण आरोपित नहीं होता, तो इसका कोणीय संवेग संरक्षित रहता है। इस बात की भौतिकी में बहुत उपयोगिता है। यह हमें बतलाता है कि कैसे एक तैराक एक डुबकी पटल (डाइविंग बोर्ड) से कलाबाजी करता हुआ नीचे पानी में कूदता है।

उद्देश्य

इस पाठ को पढ़ने के पश्चात आप:

- एक दृढ़ पिण्ड में द्रव्यमान केन्द्र को परिभाषित कर सकेंगे;
- यह व्याख्या कर पाएंगे कि दृढ़ पिण्ड की गति, स्थानांतरण गति और घूर्णन गति दोनों का संयोजन क्यों है;
- जड़त्व आघूर्ण को परिभाषित कर सकेंगे तथा लम्बवत् एवं समान्तर अक्षों के प्रमेयों का कथन कर सकेंगे;
- बल आघूर्ण परिभाषित कर सकेंगे तथा इसके द्वारा उत्पन्न घूर्णन की दिशा ज्ञात कर सकेंगे;
- एक दृढ़ पिण्ड की गति का समीकरण लिख सकेंगे;
- कोणीय संवेग संरक्षण के सिद्धांत को बतला सकेंगे और

- एक नत समतल पर गतिमान दृढ़ पिण्ड की गति के अंत में उसके वेग की गणना कर सकेंगे।

7.1 दृढ़ पिण्ड

जैसा कि ऊपर बताया जा चुका है कि बिंदु द्रव्यमान एक आदर्श अवधारणा है जिसे विवेचन को सरल बनाने के लिए उपयोग में लाया जाता है। व्यवहार में जब दो पिण्डों के बीच अन्योन्य क्रिया होती है तथा उनके बीच की दूरी उनके आकार की तुलना में बहुत अधिक हो तो इस स्थिति में उनके आकार को नगण्य मानकर एक बिंदु द्रव्यमान के रुप में लिया जा सकता है। *क्या आप ऐसे दो उदाहरण दे सकते हैं जिनमें पिण्डों का आकार महत्व नहीं रखता हो?* सितारों का आकार आकाशगंगा की तुलना में बहुत कम होता है। अत: सितारों को बिंदु द्रव्यमान माना जा सकता है। इसी प्रकार पृथ्वी-चन्द्रमा निकाय में, चन्द्रमा का आकार नगण्य माना जा सकता है। परन्तु जब हम किसी अक्ष के इर्द गिर्द एक दृढ़ पिण्ड के घूर्णन पर विचार करते हैं तो पिण्ड का आकार महत्वपूर्ण हो जाता है। जब हम किसी निकाय के घूर्णन पर विचार करते हैं तो हम सामान्यतया यह मान लेते हैं कि घूर्णन की अवधि में इनके अवयव कणों के बीच की दूरी अचर रहती है। कणों के इस प्रकार के निकाय को **दृढ़ पिण्ड** कहते हैं।

दृढ़ पिण्ड एक ऐसा पिण्ड होता है जिसके अवयव कण गति की अवस्था में भी अपनी सापेक्ष स्थिति बनाए रखते हैं अर्थात् कणों के बीच की दूरी में परिवर्तन नहीं होता है।

इस परिभाषा से स्पष्ट है कि गतिमान अवस्था में दृढ़ पिण्ड का आकार संरक्षित रहता है। तथापि, बिंदु कण की तरह एक दृढ़ पिण्ड भी आदर्श स्थिति है क्योंकि, यदि किसी दृढ़ पिण्ड पर अत्यधिक बल लगाएं तो उनके कणों के बीच की दूरी में परिवर्तन हो जाता हैं ,भले ही ये परिवर्तन अत्यन्त सूक्ष्म ही क्यों न हों। इस प्रकार से प्रकृति में कोई भी आदर्श दृढ़ पिण्ड नहीं है। सामान्यत: हम एक ठोस वस्तु को दृढ़ पिंड मान लेते हैं। एक क्रिकेट की गेंद, लकड़ी का गुटका, एक इस्पात की डिस्क और पृथ्वी तथा चन्द्रमा को भी इस अध्याय में दृढ़ पिंड मान लिया गया है।

क्या बाल्टी में पानी को एक दृढ़ पिण्ड माना जा सकता है? स्पष्ट रुप से एक बाल्टी में पानी दृढ़ पिण्ड नहीं हो सकता क्योंकि जब बाल्टी को इधर-उधर धकेला जाता है तो पानी आकार बदलता है।

अब आप यह जानना चाहेंगे कि दृढ़ पिंड के विषय में आपने क्या समझा है?

पाठगत प्रश्न 7.1

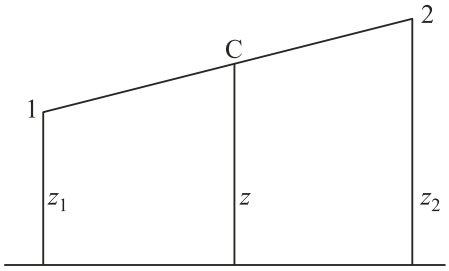
1. लकड़ियों की छ: छड़ों का एक फ्रेम बनाया गया है। छड़ें इस प्रकार से एक-दूसरे से सटी हैं कि ये घूम नहीं सकतीं अथवा अलग नहीं हो सकती हैं। क्या यह निकाय एक दृढ़ पिण्ड है?
2. क्या रेत के ढेर को एक दृढ़ पिण्ड माना जा सकता है? अपने उत्तर की व्याख्या करें।

7.2 एक दृढ़ पिण्ड का द्रव्यमान केन्द्र

बहुत से कणों से बने दृढ़पिण्डों पर विचार करने से पूर्व एक काफी सरल निकाय पर विचार करें। माना समान द्रव्यमान के दो कण एक छड़ से जुड़े हुए हैं जिसका अपना कोई द्रव्यमान नहीं है और जो अवितान्य है (जिसकी लंबाई अचर है)। क्या हम इस तंत्र को दृढ़ पिंड कह सकते हैं?

इस निकाय में दो कणों के बीच की दूरी नियत है, अत: यह एक दृढ़ पिंड है।

मान लीजिए कि दो कण एक क्षैतिज समतल से z_1 और z_2 ऊँचाईयों पर हैं (चित्र 7.1)। यह भी मान लें कि उस छोटे-से क्षेत्र में, जिसमें इन दो कणों का निकाय घूमता है, गुरुत्वीय बल एक समान है। दोनों कणों पर mg बल कार्य करता है। अत: निकाय पर लगने वाला कुल बल $2mg$ है। अब हमें निकाय में एक ऐसे बिंदु का पता लगाना है कि यदि $2mg$ बल उस बिन्दु पर लगे तो निकाय की गति उसी प्रकार की हो जैसी कि दोनों कणों पर लगे प्रत्येक बल mg के लगने से होती है। मान लीजिए कि बल $2mg$ बिन्दु C पर लगता है जिसकी क्षैतिज समतल से ऊँचाई z है। कण 1 तथा 2 की स्थितिज ऊर्जाएं क्रमश: mgz_1 तथा mgz_2 हैं। बिंदु C पर माने गए कण की स्थितिज ऊर्जा $2mgz$ हुई। चूँकि इसका मान दोनों कणों की संयुक्त स्थितिज ऊर्जा के बराबर होना चाहिए। अत:



चित्र 7.1 : दो कणों का निकाय

$$2\,mgz = mgz_1 + mgz_2 \tag{7.1}$$

या

$$z = \frac{z_1 + z_2}{2} \tag{7.2}$$

ध्यान दीजिए कि इस स्थिति में बिंदु C दो कणों के बीच स्थित होता है। यदि दोनों द्रव्यमान असमान हों, तब यह बिंदु बीच में नहीं रहेगा। यदि कण 1 का द्रव्यमान m_1 और कण 2 का द्रव्यमान m_2 हो तो समीकरण (7.1) का रुप निम्नवत हो जाएगा:

$$(m_1 + m_2)\,gz = m_1 gz_1 + m_2\,gz_2 \tag{7.3}$$

अत:

$$z = \frac{m_1 z_1 + m_2 z_2}{(m_1 + m_2)} \tag{7.4}$$

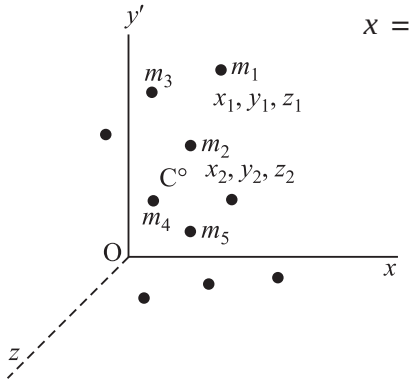
बिंदु C निकाय का द्रव्यमान केन्द्र (cm) कहलाता है। वास्तव में यह मात्र एक गणितीय साधन है और द्रव्यमान केन्द्र जैसा कोई भौतिक कण नहीं होता है। इस संकल्पना को समझने के लिए निम्न उदाहरण का सावधानीपूर्वक अध्ययन करें।

उदाहरण 7.1 : यदि उपर्युक्त स्थिति में एक कण का द्रव्यमान दूसरे कण का दुगुना हो तो, द्रव्यमान केन्द्र की स्थिति ज्ञात करें।

हल : $m_1 = m$ और $m_2 = 2\,m$, तब समीकरण (7.4) से प्राप्त होगा।

$$z = \frac{m\,z_1 + 2\,m\,z_2}{(m + 2\,m)} = \frac{z_1 + 2\,z_2}{3}$$

जब एक पिण्ड अनेक कणों से निर्मित होता है, तो द्रव्यमान केन्द्र को परिभाषित करने के लिए समीकरण (7.4) को व्यापक बना लेते हैं। यदि कण का द्रव्यमान m_1 और किसी एक फ्रेम के निर्देशांकों के सापेक्ष उसके निर्देशांक (x_1, y_1, z_1), द्रव्यमान m_2 के निर्देशांक (x_2, y_2, z_2) तथा इसी प्रकार अन्य द्रव्यमानों के निर्देशांक हों (चित्र 7.2) तो द्रव्यमान केन्द्र के निर्देशांक होंगे:



चित्र. 7.2 : अनेक कणों से बने एक निकाय (पिण्ड) का द्रव्यमान केन्द्र

$$x = \frac{m_1\,x_1 + m_2\,x_2 + \ldots}{m_1 + m_2 + \ldots} = \frac{\sum_{i=1}^{N} m_i\,x_i}{\sum_{i=1}^{N} m_i}$$

$$x = \frac{\sum_{i=1}^{N} m_i\,x_i}{M} \qquad (7.5)$$

इसी प्रकार

$$y = \frac{\sum_{i=1}^{N} m_i\,y_i}{M} \qquad (7.6)$$

एवं

$$z = \frac{\sum_{i=1}^{N} m_i\,z_i}{M} \qquad (7.7)$$

जहाँ $\sum_{i=1}^{N} m_i$ सभी कणों के द्रव्यमानों का योग दर्शाता है, अत: $\sum_{i=1}^{N} m_i$ वस्तु का कुल द्रव्यमान (M) है।

हमें द्रव्यमान केन्द्र को इतना सुस्पष्ट रुप से परिभाषित करने की क्या आवश्यकता है?

याद कीजिए, विस्थापन की दर को वेग कहते हैं और वेग की दर को त्वरण कहते हैं। यदि a_{1x} कण 1 के x-अक्ष के अनुदिश त्वरण के घटक को दर्शाता है और इसी प्रकार अन्य कणों के लिए भी संगत घटक लें तो समी. (7.5)की सहायता से हम लिख सकते हैं।

$$M\,a_x = m_1\,a_{1x} + m_2\,a_{2x} + \ldots \qquad (7.8)$$

जहाँ a_x, x-दिशा में द्रव्यमान केन्द्र का त्वरण है। इसी प्रकार y- और z- अक्षों की दिशा में भी त्वरणों के लिए समान स्वरूप के समीकरण होंगे। सदिश निरुपण का उपयोग करते हुए इन तीनों समीकरणों को एक समीकरण के रुप में लिखा जा सकता है:

$$M\,\mathbf{a} = m_1\,\mathbf{a_1} + m_2\,\mathbf{a_2} + \ldots \qquad (7.9)$$

लेकिन द्रव्यमान एवं त्वरण का गुणनफल बल होता है। अत: $m_1 a_1$ कण 1 पर लगने वाले सभी बलों का योग है। इसी प्रकार $m_2 \mathbf{a}_2$ कण 2 पर लगने वाला नेट बल है। अर्थात् समीकरण (7.9) के दाहिनी ओर लिखे बल, पिण्ड पर लगने वाले समस्त बल हैं।

पिण्ड पर लगने वाले बल दो प्रकार के हो सकते हैं। कुछ बल पिण्ड पर बाहरी स्रोतों से लगते हैं। ऐसे बलों को **बाह्य बल** कहते हैं। इस बल का एक सुपरिचित उदाहरण गुरुत्व है। कुछ बल पिण्ड के अन्दर के कणों की पारस्परिक अन्योन्य क्रियाओं के फलस्वरुप भी लगते हैं। ऐसे बलों को **आंतरिक बल** कहते हैं। ऐसे बल का एक सुपरिचित उदाहरण ससंजक बल है।

एक दृढ़ पिण्ड के लिए आन्तरिक बलों का योग शून्य होता है क्योंकि वे एक-दूसरे को जोड़े के रुप में निरस्त करते हैं। अत: पिण्ड के अलग-अलग कणों के त्वरण बाह्य बलों के परिणामी के कारण होते हैं। इस संदर्भ में समीकरण (7.9) को इस प्रकार लिख सकते हैं-

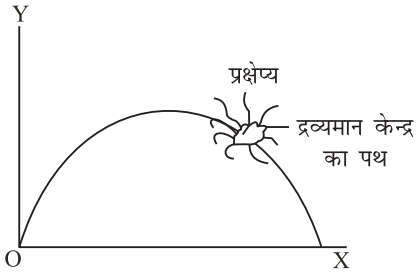
$$M\mathbf{a} = \mathbf{F}_{ext} \qquad (7.10)$$

इससे स्पष्ट है कि पिण्ड का ***CM* (द्रव्यमान केन्द्र) कुछ इस तरह से गतिमान होता है जैसे कि पिंड का सारा द्रव्यमान उस बिंदु पर स्थित हो तथा पिण्ड पर लगने वाले सभी बाहरी बल उस बिन्दु पर लग रहे हों।** ध्यान दें कि द्रव्यमान केन्द्र की परिभाषा से व्युत्पत्ति कितनी आसान हो जाती है। अब हमारा किसी पिण्ड के लाखों एकल कणों से कोई वास्ता नहीं रहता है, केवल द्रव्यमान केन्द्र निर्धारण की आवश्यकता रह जाती है- ताकि एक दिए गए पिंड की गति का निर्धारण किया जा सके। यह तथ्य कि द्रव्यमान केन्द्र की गति बाह्य बलों द्वारा निर्धारित होती है तथा आंतरिक बलों की इसमें कोई भूमिका नहीं है, मनोरंजक निष्कर्षों की ओर ले जाता है।

आप प्रक्षेप्य गति से सुपरिचित हैं। क्या आपको याद है कि प्रक्षेप्य द्वारा चला गया पथ कैसा होता है?

प्रक्षेप्य पथ परवलयाकार होता है।

मान लीजिए कि प्रक्षेप्य एक बम है और वह ऊपर आकाश में हवा के बीच अनेक टुकड़ों में विस्फोटित हो जाता है। विस्फोट आंतरिक बलों के कारण होता है। बाह्य बल में, (जो कि गुरुत्वीय बल है) कोई परिवर्तन नहीं आता है। अत: प्रक्षेप्य का द्रव्यमान केन्द्र उसी परवलय पर गति करता रहता है। जिस पर यदि विस्फोट नहीं होता तो वह गमन करता (चित्र 7.3)।

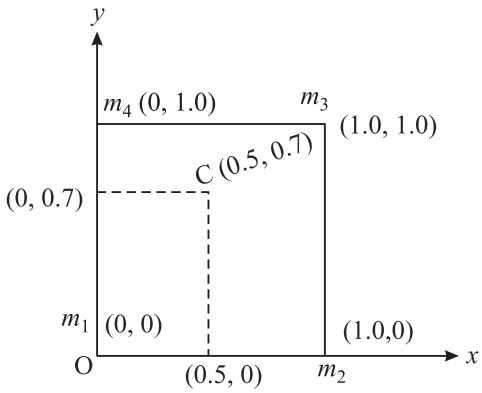


चित्र.7.3 : एक प्रक्षेप्य का द्रव्यमान केन्द्र

बम के टुकड़े सभी दिशाओं में परवलयाकार पथों में गति कर सकते हैं। लेकिन उनका द्रव्यमान केन्द्र मूल परवलय पर ही स्थित होता है। अब आप द्रव्यमान केन्द्र की संकल्पना का महत्व समझ गए होंगे। आगामी अनुच्छेदों में आपका सामना कुछ अन्य महत्त्वपूर्ण उदाहरणों से होगा।

अत: अब हम एक सरल उदाहरण द्वारा देखते हैं कि किसी निकाय का द्रव्यमान केन्द्र कैसे ज्ञात किया जाता हैं।

उदाहरण 7.2 : मान लीजिए 1.0 kg, 2.0 kg, 3.0 kg और 4.0 kg के चार द्रव्यमान एक वर्ग के चारों कोनों पर स्थित हैं: वर्ग की भुजा 1.0 m है। इस निकाय के द्रव्यमान केन्द्र (C.M) की गणना कीजिए।



चित्र. 7.4 : किसी वर्ग के चारों शीर्षों पर स्थित द्रव्यमानों के द्रव्यमान-केन्द्र का स्थिति निर्धारण

हल : वर्ग की रचना हम एक तल में कर सकते हैं। मान लीजिए यह तल (x,y) है। यह भी मानिए कि वर्ग का एक कोना तल के अक्षों के मूल बिन्दु पर पड़ता है। x तथा y दो अक्ष हैं।
चार द्रव्यमानों के निर्देशांक m_1 (0,0), m_2 (1.0,0), m_3 (1.0,1.0) और m_4 (0, 1.0) हैं और सभी (लंबाइयाँ) दूरियाँ मीटर में हैं। (चित्र 7. 4)

समीकरणों (7.5) एंव (7.6) का उपयोग करने पर

$$x = \frac{1.0\times 0 + 2.0\times 1.0 + 3.0\times 1.0 + 4.0\times 0}{1.0 + 2.0 + 3.0 + 4.0} \text{ मीटर} = 0.5 \text{ मीटर}$$

और

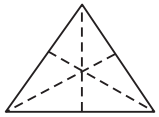
$$y = \frac{1.0\times 0 + 2.0\times 0 + 3.0\times 1.0 + 4.0\times 1.0}{1.0 + 2.0 + 3.0 + 4.0} \text{ मीटर} = 0.7 \text{ m}$$

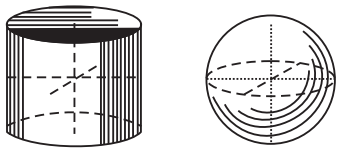
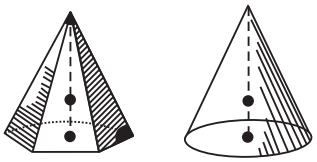
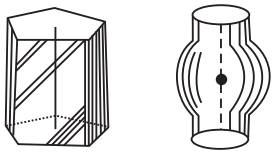
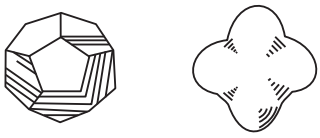
द्रव्यमान केन्द्र के निर्देशांक (0.5 m, 0.7 m) हैं और चित्र (7.4) में इसे C से निरुपित किया गया है। यह वर्ग के केन्द्र पर नहीं है। यद्यपि वर्ग एक सममित (symmetrical) आकृति है।

द्रव्यमान केन्द्र वर्ग के केन्द्र पर न होने के क्या कारण हैं?

इस प्रश्न का उत्तर प्राप्त करने के लिए द्रव्यमान केन्द्र के निर्देशांक उस स्थिति के लिए प्राप्त करें जब सभी द्रव्यमान समान हैं।

सारणी 7.1 कुछ नियमित एवं सममित पिंडों के द्रव्यमान केन्द्र की स्थिति

चित्र	द्रव्यमान केन्द्र की स्थिति
	त्रिभुजाकार प्लेट तीनों माध्यिकाओं का प्रतिच्छेदन बिंदु
	नियमित बहुभुज और वृत्ताकार प्लेट आकृति के ज्यामितीय केन्द्र पर

	बेलन तथा गोला आकृति के ज्यामितीय केन्द्र पर
	पिरामिड और शंकु आधार के केन्द्र और शीर्ष को जोड़ने वाली रेखा पर आधार से $h/4$ ऊँचाई पर
	अक्षीय सममिति वाली आकृति सममित आकृति के अक्ष पर
	सममित केन्द्र वाली आकृति

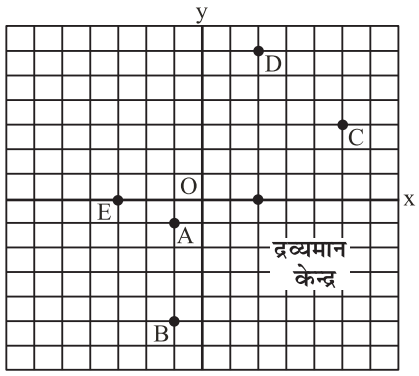
विस्तृत पिंडों के द्रव्यमान केन्द्रों की स्थिति की गणना आसानी से नहीं की जा सकती है। क्योंकि इसके लिए हमें पिंड का निर्माण करने वाले बहुत-से कणों पर विचार करना होगा। यह तथ्य कि किसी दृढ़ पिंड के सभी कणों का द्रव्यमान समान होता है और वे पिंड में समान रुप से वितरित रहते हैं - गणना को कुछ आसान बना देते हैं।

यदि किसी पिंड की आकृति नियमित और सममित हो, जैसे बेलनाकार अथवा गोलाकार तो गणना कुछ सरल हो जाती है। लेकिन ये गणनाएं इस पुस्तक के विषय क्षेत्र से बाहर हैं। फिर भी द्रव्यमान केन्द्र के महत्व को ध्यान में रखते हुए सारणी 7.1 में कुछ नियमित एवं सममित पिण्डों के द्रव्यमान केन्द्र दिए गए हैं।

द्रव्यमान केन्द्र के विषय में दो बातें याद रखनी चाहिए (i) द्रव्यमान केन्द्र वस्तु की सीमा से बाहर हो सकता है, जैसे किसी अंगूठी के लिए (ii) जब दो वस्तुएं एक-दूसरे के चारों ओर घूमती हैं तो वे वास्तव में अपने उभयनिष्ट द्रव्यमान केन्द्र के चारों ओर घूमती हैं। उदाहरण के लिए तारों के बायनेरी (Binary) निकाय में (युग्मतारानिकाय में) तारे उभयनिष्ठ द्रव्यमान केन्द्र का चक्कर लगाते हैं। सूर्य-पृथ्वी निकाय भी अपने उभयनिष्ठ द्रव्यमान केन्द्र का परिक्रमण करता है। लेकिन चूँकि सूर्य का द्रव्यमान पृथ्वी की तुलना में काफी अधिक होता है, निकाय का द्रव्यमान-केन्द्र सूर्य के केन्द्र के काफी समीप होता है।

अब यह आपका अपनी प्रगति जाँचने का समय है।

पाठगत प्रश्न 7.2



चित्र. 7.5

1. दिखाई गई ग्रिड में A, B, C, D और E कण हैं जिनके द्रव्यमान क्रमशः 1.0 kg, 2.0 kg, 3.0 kg, 4.0 kg और 5.0 kg है। निकाय के द्रव्यमान केन्द्र के स्थिति निर्देशांक ज्ञात करें (चित्र 7.5)।

2. यदि तीन कण m_1, m_2, और m_3 जिनके द्रव्यमान क्रमशः 1.0 kg, 2.0 kg और 3.0 kg हैं, एक समत्रिबाहु त्रिभुज के कोनों पर अवस्थित हैं। निकाय के द्रव्यमान केन्द्र के स्थिति निर्देशांक ज्ञात करें।

3. दर्शाइए कि दो द्रव्यमानों की उनके द्रव्यमान केन्द्र से दूरियाँ उनके द्रव्यमान की व्युत्क्रमानुपाती होती हैं।

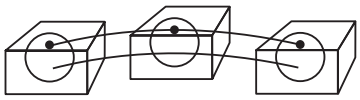
7.3 दृढ़ पिण्ड की स्थानान्तरीय एवं घूर्णन गति - एक तुलना

यदि एक दृढ़ पिण्ड इस प्रकार चलता है कि इसके सभी कण - समान्तर पथ के अनुदिश गति करते हैं (चित्र 7.6) तो इसकी गति को स्थानान्तरीय (Translational) गति कहते हैं। चूँकि सभी कण समान गति करते हैं, अतः इसका द्रव्यमान केन्द्र भी एकसमान पथ का अनुसरण करता है। अतः एक स्थानान्तरीय गति में वस्तु की गति समीकरण (7.10) द्वारा दिखायी जाती है:

$$M\,\mathbf{a} = \mathbf{F}_{ext}$$

क्या अब आप किसी वस्तु के द्रव्यमान केन्द्र को परिभाषित किए जाने का लाभ समझ चुके हैं? इसकी सहायता से किसी वस्तु की स्थानान्तरीय गति एक तुल्य द्रव्यमान के एकल कण की गति के समीकरण से दिखाई जा सकती है। यह कण द्रव्यमान केन्द्र पर स्थित है और दृढ़ वस्तु पर लगने वाले सभी कार्यकारी बाह्य बलों का योग इस पर कार्य करता है। इस संकल्पना को ठीक ढंग से समझने के लिए निम्न क्रियाकलाप करें:

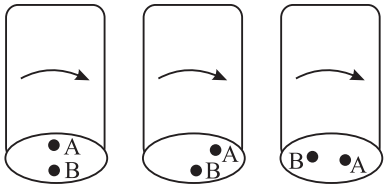
क्रियाकलाप 7.1



चित्र. 7.6 : एक लकड़ी का गुटका फर्श के तल पर चल रहा हैं। गुटका एक स्थानान्तरीय गति करता है।

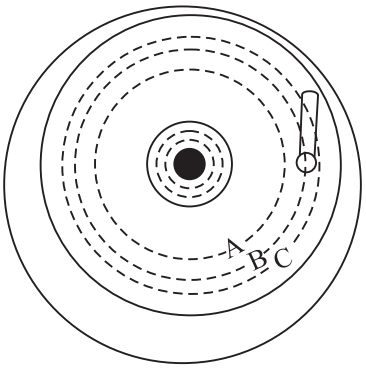
एक लकड़ी का गुटका लें। इसकी किसी भी सतह पर दो या तीन चिह्न बनाएं। अब चिह्न को अपनी ओर रखें और गुटके को क्षैतिज तल में एक धक्का दें। इन चिह्नों द्वारा बनाए गए पथों के निशान देखें। ये सभी चिह्न सतह के समान्तर एक-दूसरे के समान्तर गति करते हैं। आप यह आसानी से देख सकते हैं कि पथों की लंबाइयाँ भी बराबर हैं। (चित्र 7.6)

क्रियाकलाप 7.2



चित्र. 7.7 :एक बेलन की लुढ़कने वाली गति A ने सतह के समान्तर गति: के साथ-साथ वृत्तीय गति भी की है।

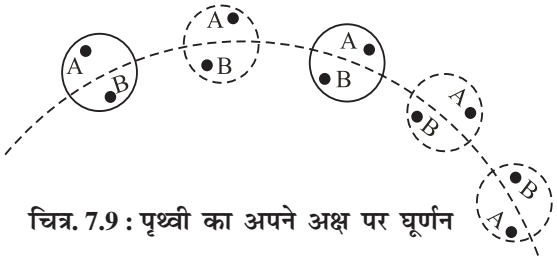
अब हम एक दूसरा सरल प्रयोग करते हैं। एक बेलनाकार लकड़ी का टुकड़ा लीजिए। इसके समतल सिरे पर एक या दो निशान बना दें। अब बेलन को धीरे से तल पर लुढ़का दें। निशान लगा हुआ समतल हिस्सा अपनी ओर रखे चित्र (7.7)। यह सतह के समान्तर चलने के साथ वृत्ताकार गति भी करता हैं अत: पिंड ने स्थानान्तरीय एवं घूर्णन दोनों प्रकार की गतियाँ की हैं। हालांकि दृढ़ वस्तुओं की आम गति स्थानान्तरीय (Translational) एवं घूर्णी, दोनों प्रकार की होती हैं लेकिन यदि पिंड का एक बिंदु नियत कर दिया जाए तो यह केवल घूर्णी गति ही कर सकता है। इस कार्य के लिए नियत कर दिया जाने वाला सबसे सुविधाजनक बिंदु इसका द्रव्यमान केन्द्र है।



चित्र. 7.8 : चक्की की शुद्ध घूर्णन गति

आपने आटा पीसने वाली चक्की अवश्य देखी होगी। पत्थर का हत्था एक वृत्तीय पथ में गति करता है। पत्थर के सभी बिंदु भी वृत्तीय पथ में गति करते हैं, जिनका अक्ष – चक्की के पत्थर के केन्द्र से गुजरता है (चित्र 7.8)।

एक दृढ़ पिंड की गति जिसमें सभी कण संकेंद्री वृत्तीय पथ में गति करते हैं, घूर्णन गति कहलाती है।

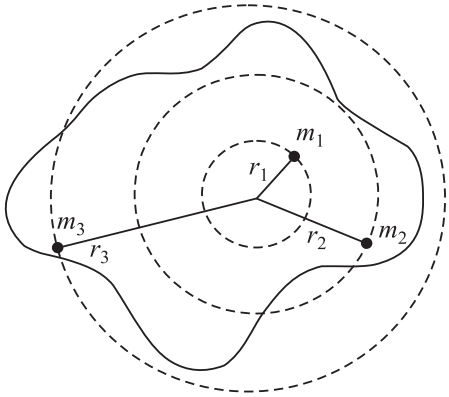


चित्र. 7.9 : पृथ्वी का अपने अक्ष पर घूर्णन

हम ऊपर देख चुके हैं कि एक दृढ़ पिंड की स्थानान्तरीय गति एकल कण की गति के समीकरण के तुल्य दर्शाई जा सकती है। आप इन समीकरणों से पूर्व परिचित हैं। अत: इस अध्याय में हम केवल एक दृढ़ वस्तु की घूर्णन गति पर ही ध्यान केन्द्रित करेंगे। पिंड के किसी एक बिंदु को स्थिर करके घूर्णन गति की जा सकती है (इस स्थिति में इसकी स्थानान्तरीय गति नहीं होगी)। गणितीय सुविधा के लिए इस बिंदु को द्रव्यमान केन्द्र (CM) लिया जाता है। ऐसी स्थिति में घूर्णन द्रव्यमान केन्द्र से गुजरने वाले अक्ष के परित: होता है। इसका एक अच्छा उदाहरण पृथ्वी का अपनी धुरी पर घूर्णन है (चित्र 7.9)। आपने पिछले अध्याय में अध्ययन किया कि रेखीय गति में वस्तु का द्रव्यमान एक महत्वपूर्ण भूमिका निभाता है। यह किसी लगाए गए बल द्वारा किसी वस्तु में उत्पन्न त्वरण का निर्धारण करता है। क्या हम कोई इसी प्रकार की किसी राशि का निर्धारण घूर्णी गति के लिए भी कर सकते हैं। आइए देखें।

7.3.1 जड़त्व आघूर्ण

मान लीजिए C एक दृढ़ पिण्ड का द्रव्यमान केन्द्र है और पिंड C से गुजरने वाले अक्ष के चतुर्दिक घूर्णन गति करता है (चित्र 7.10)।



चित्र. 7.10 :एक समतल पटल का अपने द्रव्यमान केन्द्र से गुजरती अक्ष के चारों ओर घूर्णन

मान लीजिए $m_1, m_2, m_3...$ द्रव्यमान के कण घूर्णन अक्ष से क्रमशः $r_1, r_2, r_3...$ दूरी पर स्थित हैं और क्रमशः $\upsilon_1, \upsilon_2, \upsilon_3$ वेग से गति कर रहे हैं। m_1 द्रव्यमान के कण 1 की गतिज ऊर्जा $(½)\, m_1 \upsilon_1^2$ है। इसी प्रकार m_2 द्रव्यमान के कण की गतिज ऊर्जा $(½)\, m_2 \upsilon_2^2$ है। सभी कणों की गतिज ऊर्जा को जोड़ने पर हमें पिंड की कुल ऊर्जा प्राप्त होती है। यदि T पिंड की कुल गतिज ऊर्जा बतलाता है, तो हम लिख सकते हैं।

$$T = (½)\, m_1 \upsilon_1^2 + (½)\, m_2 \upsilon_2^2 + ...$$

$$= \sum_{i=1}^{i=n} \left(\frac{1}{2}\right) m_i \upsilon_i^2 \qquad (7.11)$$

जहाँ $\sum_{i=1}^{i=n}$ सभी कणों के योग को दर्शाता है।

अध्याय 4 में हम पढ़ चुके हैं कि कोणीय चाल (ω) व रेखीय चाल (υ) के बीच के संबंध के लिए समीकरण $\upsilon = r\,\omega$ है। इस परिणाम को समीकरण (7.11) में प्रयोग करने पर,

$$T = \sum_{i=1}^{i=n} \left(\frac{1}{2}\right) m_i (r_i \omega)^2 \qquad (7.12)$$

यहाँ ध्यान दें कि हमने ω के साथ i का प्रयोग नहीं किया है क्योंकि दृढ़ पिंड के सभी कणों की कोणीय चाल ω बराबर होती है। समीकरण (7.12) को इस प्रकार लिखा जा सकता है।

$$T = \frac{1}{2}\left(\sum_{i=1}^{i=n} m_i\, r_i^2\right)\omega^2$$

$$= \frac{1}{2}\, I\, \omega^2 \qquad (7.13)$$

राशि

$$I = \sum_i m_i\, r_i^2 \qquad (7.14)$$

को पिंड का जड़त्व-आघूर्ण कहते हैं।

उदाहरण 7.3 : m द्रव्यमान के चार कण एक वर्ग जिसकी प्रत्येक भुजा L है, के चारों कोनों पर स्थित हैं। उनका जड़त्व-आघूर्ण, वर्ग के केन्द्र से गुजरती और इसके तल के लम्बवत अक्ष के परित: परिकलित कीजिए।

हल : सरल ज्यामिती से हम जानते हैं कि प्रत्येक कण की इसके अक्ष से दूरी $r = L\sqrt{2}$. अत:

$$I = m r^2 + m r^2 + m r^2 + m r^2$$

$$= 4m\, r^2$$

$$= 4\, m\left(\frac{L}{\sqrt{2}}\right)^2 \qquad \text{(चूँकि } r = \frac{L}{\sqrt{2}}\text{).}$$

$$= 2\, m\, L^2$$

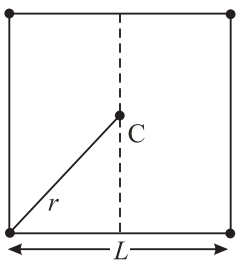


Fig. 7.11

यहाँ यह ध्यान देने योग्य है कि जड़त्व आघूर्ण को किसी घूर्णन अक्ष के संदर्भ में परिभाषित किया जाता है। इसलिए, जब भी आप जड़त्व आघूर्ण की चर्चा करें, तो घूर्णन अक्ष भी इंगित किया जाना चाहिए। वर्तमान उदाहरण में I, वर्ग के केन्द्र से होती हुई तथा चारों द्रव्यमानों के तल के लम्बवत् अक्ष के परित: पिंड का जड़त्व-आघूर्ण है (चित्र 7.10)।

जड़त्व-आघूर्ण kg m^2 में व्यक्त किया जाता है। एक दृढ़ पिण्ड का जड़त्व-आघूर्ण बहुधा

$$I = M K^2 \quad \text{के रूप में लिखा जाता है।} \qquad (7.15)$$

जहाँ M वस्तु का कुल द्रव्यमान है और K वस्तु की परिभ्रमण-त्रिज्या (Radius of gyration)) है। परिभ्रमण-त्रिज्या घूर्णन अक्ष से वह दूरी है जिस पर समस्त पिण्ड के द्रव्यमान को रखा हुआ माना जा सकता है। जिससे कि हमें वही जड़त्व-आघूर्ण प्राप्त हो जो कि वास्तव में पिंड का है। यहाँ यह याद रखना महत्वपूर्ण है कि किसी अक्ष के गिर्द एक वस्तु का जड़त्व-आघूर्ण उस अक्ष के चतुर्दिक द्रव्यमान के वितरण पर निर्भर करता है। यदि द्रव्यमान का वितरण परिवर्तित होता है, तो उसका जड़त्व आघूर्ण भी बदल जाएगा। इसे उदाहरण 7.3 की सहायता से समझा जा सकता है। माना कि हम दो विपरीत कोनों में m द्रव्यमान और रख देते है। तब वर्ग के लंबवत C से गुजरने वाली अक्ष के संदर्भ में-

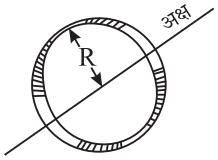
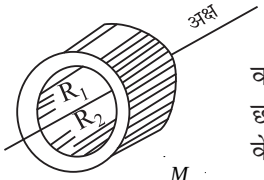
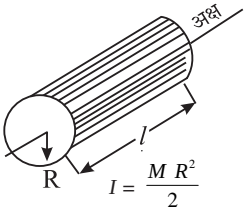
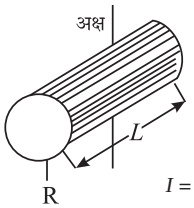
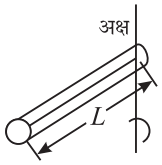
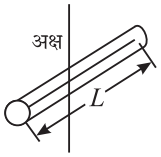
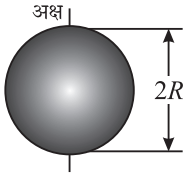
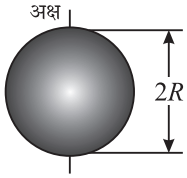
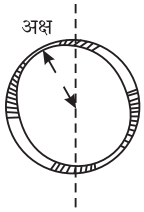
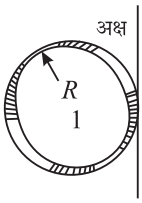
$$\mathrm{I} = m r^2 + 2m r^2 + m r^2 + 2m r^2$$
$$= 6m\, r^2$$

स्पष्टतया जड़त्व-आघूर्ण $6mL^2$ से $3\, mL^2$ में परिवर्तित हो गया है।

समीकरण 7.13 को पुन: ध्यान से देखिए तथा रेखीय गति में किसी पिण्ड की गतिज ऊर्जा के समीकरण से इसकी तुलना कीजिए। क्या आपको कोई सादृश्य दिखलाई देता है? आप देखेंगे कि

रेखीय गति में जो भूमिका द्रव्यमान की है वही भूमिका घूर्णन गति में जड़त्व आघूर्ण की है और रेखीय गति में रेखीय वेग की जो भूमिका है वैसी ही भूमिका, घूर्णन गति में कोणीय वेग की है।

सारणी 7.2 कुछ नियमित और एक समान पिण्डों के जड़त्व-आघूर्ण

 $I = MR^2$ छल्ले का केन्द्रीय अक्ष के परित:	 $I = \frac{M}{2}(R_1^2 + R_2^2)$ वलयाकार बेलन या छल्ले का अपनी अक्ष के गिर्द
 $I = \frac{M R^2}{2}$ ठोस बेलन का बेलन की अक्ष के परित:	 $I = \frac{M R^2}{4} + \frac{M \ell^2}{12}$ ठोस बेलन (या डिस्क) का एक केन्द्रीय व्यास के गिर्द
 $I = \frac{M L^2}{12}$ पतली छड़ का इसके केन्द्र पर अभिलंबवत् अक्ष के गिर्द	 $I = \frac{M L^2}{3}$ एक पतली छड़ का इसके अक्ष के लंबवत एक सिरे से गुजरती रेखा के गिर्द
 $I = \frac{2 M R^2}{5}$ ठोस गोले का किसी व्यास के गिर्द	 $I = \frac{2 M R^2}{3}$ पतले गोलीय कोश का किसी व्यास के गिर्द
 $I = \frac{M R^2}{2}$ छल्ले का किसी व्यास के गिर्द	 $I = \frac{3 M R^2}{2}$ छल्ले का एक स्पर्श रेखा के गिर्द

A. जड़त्व-आघूर्ण का भौतिक महत्व

जड़त्व-आघूर्ण का भौतिक महत्व घूर्णन गति में वैसा ही है, जैसा रेखीय गति में द्रव्यमान का होता है। जैसे रेखीय गति में द्रव्यमान वस्तु की रेखीय गति की अवस्था में परिवर्तन का विरोध करता है, वैसे ही जड़त्व-आघूर्ण घूर्णन गति में परिवर्तन का विरोध करता है। जड़त्व-आघूर्ण के इस गुण का व्यावहारिक जीवन में बहुत उपयोग किया गया है। घूर्णन गति पैदा करने वाली मशीनों में एक अवयव प्राय: एक डिस्क होती है जिसका जड़त्व-आघूर्ण बहुत अधिक होता है। रेल का वाष्प इंजन और स्वचालित वाहन इसके उदाहरण हैं। वह डिस्क जिसका जड़त्व आघूर्ण बहुत अधिक होता है, गतिपालक चक्र (Fly wheel) कहलाती है। गतिपालक चक्र की कार्यशैली को समझने के लिए कल्पना कीजिए कि रेलगाड़ी का चालक अचानक ही रेलगाड़ी की चाल बढ़ाना चाहता है, लेकिन गतिपालक चक्र इस गति का विरोध करता है। यह गति को धीरे-धीरे बढ़ने देता है। इसी प्रकार यह अचानक चाल कम करने के प्रयास का भी विरोध करता है। इसकी वजह से गाड़ी शनै:शनै रुक पाती है।

इस प्रकार से गतिपालक चक्र, अधिक जड़त्व-आघूर्ण के कारण रेलगाड़ी में लगने वाले झटकों को कम करता है और यात्री सुगमतापूर्व यात्रा कर पाते हैं।

हमने देखा कि घूर्णन गति में कोणीय वेग की सादृश्यता रेखीय गति में रेखीय वेग से है। कोणीय त्वरण (जिसे प्राय: α से दर्शाते हैं), कोणीय वेग में परिवर्तन की दर होती है, जो कि रेखीय गति में रेखीय त्वरण के सदृश्य होती है।

B. समान रुप से घूर्णन कर रहे दृढ़ पिण्ड के लिए गति के समीकरण

किसी पटल के बिंदु 0 के लम्बवत अक्ष के गिर्द घूर्णन पर विचार करें। यदि यह एकसमान कोणीय वेग ω से गति कर रहा है, जैसा कि दर्शाया गया है, तो यह t सेकन्ड में θ कोण से घूम जाएगा,

$$\theta = \omega t \qquad 7.16(a)$$

तथापि, यदि पटल पर लगातार एकसमान बल-आघूर्ण लगाया जाए (बल आघूर्ण बल का घुमाने वाला प्रभाव है।), तो इस वस्तु में एक समान कोणीय त्वरण उत्पन्न होगा। निम्नलिखित समीकरण इसकी घूर्णन गति का निरुपण करते हैं;

$$\omega_f = \omega_i + \alpha t$$

7.16(b)

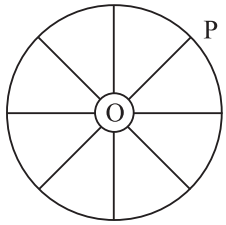
जहाँ ω_i प्रारंभिक कोणीय वेग है तथा ω_f अंतिम कोणीय वेग है।
इसी तरह हम लिख सकते हैं

$$\theta = \omega_i t + \frac{1}{2} \alpha t^2 \qquad 7.16(c)$$

$$\omega_f^2 = \omega_i^2 + 2 \alpha \theta \qquad 7.16(d)$$

ध्यान से देखने पर आप को इन समीकरणों की स्थानान्तरीय गति के समीकरणों से सादृश्यता स्पष्ट हो जाएगी।

उदाहरण 7.4 : एक साइकिल का पहिया एक क्षैतिज अक्ष के गिर्द चक्कर लगाने के लिए स्वतंत्र है। यह प्रारम्भ में विरामावस्था में है। इस पर खींची गई एक रेखा OP की कल्पना करें। यदि समान कोणीय त्वरण 2.5 rad s^{-2} हो, तो रेखा OP, 2 सेकन्ड में कितने कोण से घूम जाएगी?



चित्र.7.13 : एक साइकिल के पहिए का घूर्णन

हल : रेखा OP का कोणीय विस्थापन

$$\theta = \omega_0 t + (½)\, \alpha\, t^2 = 0 + (½) \times (2.5 \text{ rad s}^{-2}). \times 4 \text{ s}^2 = 5 \text{ rad}$$

हमने ऊपर सीखा है कि घूर्णन गति में पिंड का द्रव्यमान केन्द्र स्थिर रखा जाता है। ऐसा केवल सुविधा की दृष्टि से किया जाता है। लेकिन कई बार हम द्रव्यमान केन्द्र के अतिरिक्त किसी अन्य बिंदु को भी स्थिर रख सकते हैं और पिण्ड उसके गिर्द घूर्णन गति कर सकता है। तब घूर्णन अक्ष इस बिन्दु से होकर जाएगा। इस स्थिर बिन्दु से जाने वाली अक्ष के गिर्द जड़त्व आघूर्ण, दृढ़ पिण्ड के गिर्द जड़त्व आघूर्ण से भिन्न होगा। जड़त्व आघूर्ण के प्रमेयों द्वारा इन दोनों जड़त्व आघूर्णों के बीच एक संबंध प्राप्त किया जा सकता है।

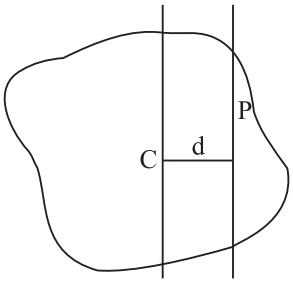
7.3.2 जड़त्व-आघूर्ण के प्रमेय

दो अक्षों के गिर्द जड़त्व-आघूर्णों के बीच परस्पर संबंध दर्शाने वाले दो प्रमेय हैं। ये है –

(i) समान्तर अक्ष प्रमेय

(ii) लम्बवत् अक्ष प्रमेय

अब हम प्रमेयों की व्याख्या करेंगे और इनके उपयोगों की चर्चा करेंगे:



चित्र.7.14 : CM से गजरने वाली अक्ष के समान्तर

(*i*) समान्तर अक्ष प्रमेय

मान लीजिए कि कोई दृढ़ पिण्ड द्रव्यमान केन्द्र के अतिरिक्त किसी अन्य बिंदु P से होकर जाने वाली अक्ष के गिर्द घूर्णनगति करता है। इस अक्ष के गिर्द जड़त्व-आघूर्ण की गणना इस अक्ष के समान्तर केन्द्र से जाने वाली अक्ष के गिर्द जड़त्व-आघूर्ण के ज्ञान से की जा सकती है। यदि p से गुजरनेवाली अक्ष के परित: जड़त्व-आघूर्ण को I से प्रदर्शित करें और द्रव्यमान केन्द्र से जाने वाली समान्तर अक्ष के गिर्द जड़त्व आघूर्ण I_C से प्रदर्शित किया जाय, तब

$$I = I_C + M d^2 \qquad (7.17)$$

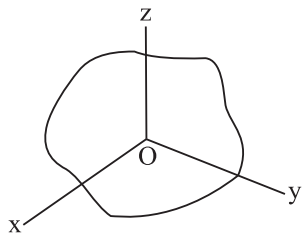
जहाँ M पिण्ड का द्रव्यमान है और d दोनों अक्षों के बीच की दूरी है, इसे समान्तर अक्ष प्रमेय कहते हैं।

(*ii*) लम्बवत् अक्ष प्रमेय

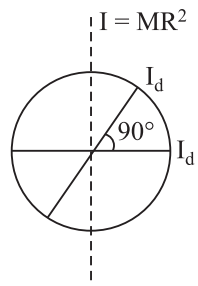
आइए अब हम परस्पर तीन लम्बवत अक्षों पर विचार करें। जिनमें से दो अक्ष- x और अक्ष-y पिण्ड के समतल में हैं और तीसरी अक्ष z पिण्ड के समतल के लम्बवत् है (चित्र 7.15)। लम्बवत अक्ष प्रमेय का कथन है कि ***x***–अक्ष और ***y***–अक्ष के गिर्द जड़त्व आघूर्णों का योग ***z***–अक्ष के गिर्द जड़त्व आघूर्ण के बराबर होता है।

अर्थात्
$$I_z = I_x + I_y \qquad (7.18)$$

अब हम एक छल्ले का उदाहरण लेते हैं, जैसा कि चित्र (7.16) में दिखाया गया है। तालिका 7.2 से आप जानते हैं कि एक छल्ले का अपनी अक्ष के गिर्द जड़त्व आघूर्ण MR^2 होता है, जिसमें M द्रव्यमान और R त्रिज्या है। लम्बवत् अक्ष के प्रमेय के अनुसार यह जड़त्व आघूर्ण दोनों व्यासों के गिर्द - जड़त्व आघूर्ण के योग के बराबर होना चाहिए क्योंकि दोनों व्यास परस्पर लम्बवत् हैं। लूप की सममिति से पता चलता है कि किसी भी व्यास के गिर्द जड़त्व आघूर्ण बराबर होता है। इसका अर्थ यह हुआ कि सभी व्यास



चित्र.7.15 : लम्बवत् अक्ष प्रमेय



चित्र.7.16 : एक छल्ले का जड़त्व आघूर्ण

तुल्य हैं। अत: कोई भी दो लम्बवत् व्यास चुने जा सकते हें। अब चूँकि प्रत्येक व्यास के गिर्द जड़त्व आघूर्ण समान हैं, माना यह I_d है। तब समीकरण 7.18 के अनुसार

$$M R^2 = 2 I_d$$

अत:

$$I_d = (½) MR^2$$

अत: एक छल्ले का अपने किसी व्यास के गिर्द जड़त्व आघूर्ण $(½)\, M R^2$ होता है।

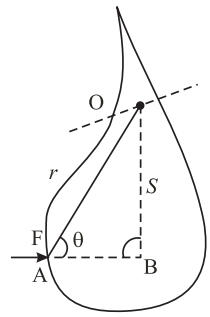
अब हम रिम पर एक बिंदु P लेते हैं। इस बिन्दु P पर लूप की स्पर्श रेखा पर विचार करते हैं। यह रेखा लूप (छल्ले) की अक्ष के समान्तर है। दोनों अक्षों के बीच की दूरी त्रिज्या R के बराबर है। स्पर्श रेखा के गिर्द जड़त्व आघूर्ण की गणना, समान्तर अक्ष प्रमेय का उपयोग करके की जा सकती है। स्पर्श रेखा के गिर्द आघूर्ण

$$I_{\text{स्पर्शरेखीय}} = M R^2 + M R^2 = 2\, M R^2.$$

यहाँ यह स्पष्ट कर देना आवश्यक है कि तालिका 7.2 में बहुत:सी प्रविष्टियों में समान्तर एंव लम्बवत् अक्ष प्रमेयों का उपयोग करके गणना की गई हैं।

7.3.3 बल-आघूर्ण और बल युग्म

क्रियाकलाप 7.3



चित्र.7.17 : एक वस्तु का घूर्णन

क्या आपने कभी ध्यान दिया है कि कब्जों से दूर बल लगाकर एक किवाड़ को आसानी से खोला जा सकता है? यदि आप कब्जों के पास बल लगाकर किवाड़ खोलना चाहें तो क्या होता हैं? इस क्रियाकलाप को कई बार करके देखिए। आप महसूस करेंगे कि कब्जों के नजदीक बल लगाकर किवाड़ खोलने में अधिक बल की आवश्यकता होती है। ऐसा क्यों होता है? इसी प्रकार स्पैनर द्वारा एक पेंच को घुमाने के लिए एक लम्बे हत्थे की आवश्यकता होती है। हत्था लम्बा रखने का क्या उद्देश्य है? आइये, अब हम इन प्रश्नों का उत्तर खोजते हैं।

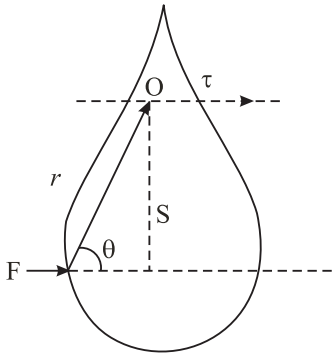
मान लें कि पिण्ड में एक स्थिर बिंदु O है और इस बिन्दु से गुजरने वाली अक्ष के गिर्द यह पिण्ड घूम सकता है (चित्र 7.17)। एक F परिमाण का बल AB रेखा की दिशा में बिंदु A पर लगाया जाता है। यदि AB रेखा बिंदु O से गुजरती है तो ऐसी स्थिति में लगाया गया बल वस्तु को घुमा नहीं पाएगा। यह AB रेखा बिंदु O से जितनी अधिक दूर होगी उतनी ही आसानी से बल प्रयोग द्वारा पिंड को O से गुजरने वाली अक्ष के गिर्द घुमाया जा सकेगा। बल के इस घूर्णन प्रभाव को बल आघूर्ण कहते हैं। इस बल-आघूर्ण का परिमाण

$$\tau = F\,s = F\,r \sin\theta \qquad (7.19)$$

जहाँ पर s घूर्णन अक्ष की उस रेखा से दूरी है जिसकी दिशा में बल लगा है। बल-आघूर्ण का मात्रक, न्यूटन मीटर (Nm) है। बल-आघूर्ण वास्तव में एक सदिश राशि है। समीकरण (7.19) को सदिश रुप में इस प्रकार भी लिखा जा सकता है:

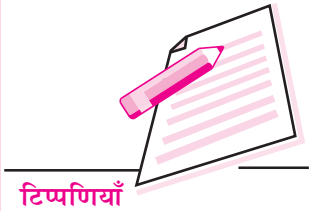
$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{r} \times \mathbf{F} \qquad (7.20)$$

समीकरण (7.20) से बल आघूर्ण का परिमाण एवं दिशा दोनों प्रदर्शित होते हैं। पिण्ड किस दिशा में घूमेगा? इसे ज्ञात करने के लिए सदिशों के सदिश गुणनफल के नियम पर विचार कीजिए (पाठ 1 को देखिए)। $\boldsymbol{\tau}$, $\mathbf{r}$ और $\mathbf{F}$ दोनों के लम्बवत् है; जो कि यहाँ पर कागज़ का तल है। (अर्थात् कागज के तल के लम्बवत् है) (चित्र.7.18)। यदि हम दाएं हाथ के अंगूठे को उंगलियों के लम्बवत् रखे और उंगलियों को इस प्रकार मोड़ें कि ये $\mathbf{r}$ से $\mathbf{F}$ की ओर संकेत करें, तो अंगूठे की दिशा बल आघूर्ण की दिशा को दर्शाएगी।

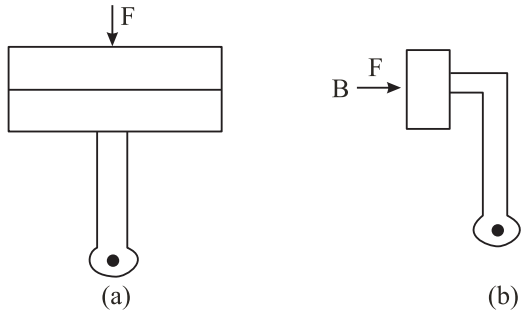


चित्र. 7.18 : दाहिने हाथ के अंगूठे का नियम

इस नियम का प्रयोग करके दर्शाइए कि चित्र 7.18 में बल का घूर्णन प्रभाव कागज़ की सतह के लम्बवत् नीचे की ओर लगता है। यह वस्तु के घूर्णन की दक्षिणावर्त दिशा के संगत है।

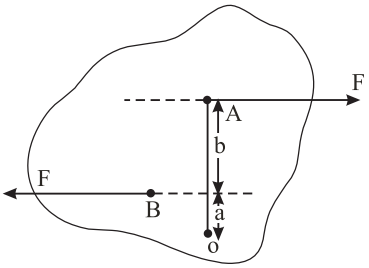


उदाहरण 7.5 : चित्र.7.19 एक साइकिल पैडल दिखाता है (*i*) मान लें जब आप पैडल को नीचे दबा रहे हैं तो आपका पैर शीर्ष पर हैं आप के द्वारा उत्पन्न बल आघूर्ण कितना है? (ii) अधिकतम बल-आघूर्ण उत्पन्न करने के लिए आपका पैर कहाँ पर होना चाहिए।



चित्र.7.19 : साइकिल पैडल **(a)** शीर्ष पर जबकि $\tau = 0$; **(b)** जबकि τ अधिकतम है

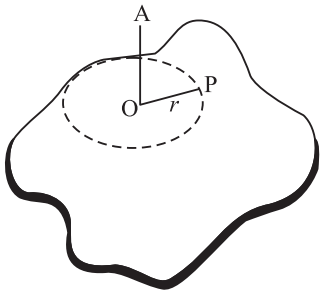
हल : (i) जब आप का पैर शीर्ष पर है तो बल की कार्य रेखा पैडल के केन्द्र से होकर गुजरती है। अत: $\theta = 0$, और $\tau = Fr \sin\theta = 0$.



चित्र.7.20 : किसी वस्तु पर कार्य कर रहे दो विपरीत

(ii) अधिकतम बल आघूर्ण प्राप्त करने के लिए $\sin\theta = 1$ होना चाहिए। यह तब होता है, जबकि आपका पैर B स्थिति में हो और आप पैडल को नीचे की ओर दबा रहे हों।

यदि किसी पिण्ड पर बहुत-से बल आघूर्ण कार्य कर रहें हों, तो परिणमी बल आघूर्ण सभी बल-आघूर्णों का सदिश योग होता है। घूर्णनगति में बल-आघूर्ण और रेखीय गति में बल की भूमिका में क्या आप कोई सादृश्य देखते हैं?



चित्र. 7.21 : किसी अक्ष के परित: घूमती हुई एक दृढ़ वस्तु

चित्र 7.20 की भाँति वस्तु पर लगने वाले समान परिमाण एवं विपरीत दिशाओं में लगे बलों पर विचार कीजिए। मान लीजिए कि पिंड O से गुजरने वाले अक्ष के गिर्द घूमने के लिए स्वतंत्र है। पिण्ड पर लगे दोनों बल आघूर्णों का परिमाण

$$\tau_1 = (a + b)\, F$$

और $\tau_2 = a\, F$

आप सत्यापित कर सकते हैं कि इन दोनों बल आघूर्णों के घूर्णन प्रभाव विपरीत दिशा में हैं। अत: पिंड पर नेट घूर्णन प्रभाव का परिमाण बड़े बल आघूर्ण की दिशा में होगा, जो कि इस प्रकरण में τ_1 है।

$$\tau = \tau_1 - \tau_2 = bF \qquad (7.21)$$

अतः हम निष्कर्ष निकाल सकते हैं कि विपरीत दिशाओं में लगे दो समान बल जिनकी क्रिया रेखाएं अलग-अलग हैं ऐसा बल-युग्म बनाते हैं जिसके बल-आघूर्ण का परिमाण एक बल और बलों के बीच की लम्बवत् दूरी के गुणनफल के बराबर होता है।

बल-आघूर्ण के लिए एक और नया व्यंजक है जो कि इससे और रेखीय गति में प्रयुक्त बल में समानता प्रदर्शित करता है। बिंदु O से जानेवाली अक्ष के गिर्द घूमते हुए किसी दृढ़ पिण्ड पर विचार कीजिए (चित्र. 7.21)। स्पष्टरुप से पिण्ड का एक कण P अक्ष के गिर्द एक वृत्ताकार मार्ग में घूमता है जिसका अर्धव्यास r है। यदि वृत्तीय गति असमान हो तो कण स्पर्श रेखा एवं त्रिज्या दोनों की दिशाओं में बल का अनुभव करता है। त्रिज्या बल $m\omega^2 r$, अभिकेन्द्र बल है। यह कण को वृत्ताकार पथ में बनाए रखता है। स्पर्श रेखीय दिशा में लगने वाला बल, वेग υ के परिमाण को बदलता है। याद रखें कण में वेग की दिशा सदैव वृत्ताकर पथ की स्पर्श रेखा की दिशा में होती है। इसका परिमाण ma होता है, जहाँ a स्पर्शरेखीय त्वरण है। त्रिज्य बल कोई बल-आघूर्ण उत्पन्न नहीं करता है। क्या आप बता सकते हैं कि ऐसा क्यों होता है? स्पर्शरेखीय बल mar परिमाण का बल आघूर्ण निर्मित करता है। क्योंकि $a = r\,\alpha$ (α कोणीय त्वरण है) है अतः बल आघूर्ण का परिमाण $= m\,r^2\,\alpha$ होता है। यदि हम पिण्ड के सभी कणों पर विचार करें तो

$$\tau = \sum_{i=1}^{i=n} m_i r_i^2 \alpha = \left(\sum_i m_i r_i^2\right)\alpha$$
$$= I\,\alpha. \qquad (7.22)$$

$\because$ α का मान सभी कणों के लिए समान है।

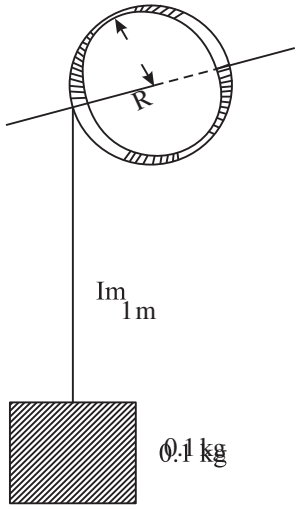
इस समीकरण और $\mathbf{F} = m\,\mathbf{a}$ के बीच तुलना से स्पष्ट हो जाता है कि $\boldsymbol{\tau}$ की घूर्णनगति में वैसी ही भूमिका है जैसी कि $\mathbf{F}$ की रैखिक गति में होती है। सारणी 7.3 में रेखीय और घूर्णन गतियों में प्रयुक्त होने वाली राशियों के बीच समानता को दर्शाया गया है। इस सारणी की सहायता से हम घूर्णन गति में प्रयुक्त होने वाली किसी भी राशि के समीकरण को लिख सकते हैं, यदि हमें रेखीय गति में उस राशि के लिए सादृश्य ज्ञात हो।

सारणी 7.3 : रेखीय और घूर्णन गति में प्रयुक्त होने वाली राशियों में समानता

रेखीय गति		स्थिर अक्ष के परितः घूर्णन गति	
विस्थापन	x	कोणीय विस्थापन	θ
वेग	$\upsilon = \frac{dx}{dt}$	कोणीय वेग	$\omega = \frac{d\theta}{dt}$
त्वरण	$a = \frac{dv}{dt}$	कोणीय त्वरण	$\alpha = \frac{d\omega}{dt}$
द्रव्यमान	M	जड़त्व आघूर्ण	I
बल	$F = m\,a$	बल आघूर्ण	$\tau = I\,\alpha$
कार्य	$W = \int F\,dx$	कार्य	$W = \int \tau\,d\theta$
गतिज ऊर्जा	$\frac{1}{2}M\,\upsilon^2$	गतिज ऊर्जा	$(\frac{1}{2})\,I\,\omega^2$
शक्ति	$P = F\upsilon$	शक्ति	$P = \tau\,\omega$
रेखीय संवेग	$M\upsilon$	कोणीय संवेग	$I\,\omega$

समीकरण (7.22) की सहायता से हम किसी पिंड में दिए गए बल-आघूर्ण द्वारा उत्पन्न कोणीय त्वरण की गणना कर सकते हैं।

उदाहरण 7.6 : बिना घर्षण के 1.0 kg और 0.1 मीटर अर्धव्यास की एकसमान डिस्क इसके केन्द्र से गुजरने वाले अक्ष के गिर्द घूम सकती है। इस डिस्क की रिम में नगण्य द्रव्यमान की एक डोरी पड़ी है (चित्र 7.2)। यदि डोरी पर 0.1 kg द्रव्यमान लटका दिया जाए तो डिस्क के (i) कोणीय त्वरण (ii) एक सेकण्ड में घूमे गए कोण तथा (iii) एक सेकण्ड में जनित कोणीय वेग की गणना करें। ($g = 10$ m s^{-2})



चित्र. 7.22

हल : (i) यदि R और M डिस्क की त्रिज्या और द्रव्यमान दर्शाते हैं तो सारणी 7.2 की सहायता से हम पाते हैं कि जड़त्व आघूर्ण का समीकरण $I = (½) MR^2$ है। यदि F डोरी के सिरे से जुड़े द्रव्यमान के कारण लगे बल F (= mg) को दर्शाता है, तो $\tau = FR$ तब समीकरण (7.22) देता है:

$$\alpha = \tau / I = FR/I = 2F/MR$$

$$= \frac{2\times(0.1\text{kg})\times(10\text{ms}^{-2})}{(1.0\text{kg})\times(0.1\text{ m})} = 20 \text{ rad s}^{-2}.$$

(ii) जिस कोण पर डिस्क घूमती है, उस कोण की गणना के लिए हम समीकरण (7.16) का प्रयोग करते हैं। क्योंकि प्रारंभिक वेग शून्य है। अत:

$$\theta = (½) \times 20 \times 1.0 = 10 \text{ rad (रेडियन)}$$

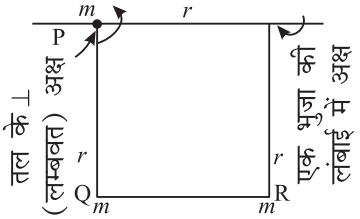
(iii) एक सेकण्ड के बाद वेग की गणना के लिए

$$\omega = \alpha t = 20 \times 1.0 = 20 \text{ rad s}^{-1}$$

अब, अपनी प्रगति की जाँच करने के लिए निम्न प्रश्नों के उत्तर दें।

पाठगत प्रश्न 7.3

1. r लम्बाई के एक वर्ग के कोणों पर चार कण रखे हैं जिनमें प्रत्येक का द्रव्यमान **m** है। वर्ग के तल के लम्बवत् एक कोने से होकर जाने वाली अक्ष के गिर्द जड़त्व-आघूर्ण की गणना कीजिए। वर्ग की एक भुजा से होकर जाने वाली अक्ष के गिर्द भी जड़त्व आघूर्ण की गणना कीजिए। अपने उत्तर की जाँच लम्बवत् अक्ष प्रमेय का प्रयोग करके कीजिए।



2. एक ठोस गोले की परिभ्रमण-त्रिज्या की गणना कीजिए यदि यह गोला इसके किसी बिन्दु के ऊपर खींची गई स्पर्श रेखा के परित: घूर्णन कर रहा हो। आप सारणी 7.2 का उपयोग कर सकते हैं।

7.4 कोणीय संवेग

सारणी 7.3 से आप जानते हैं कि रेखीय संवेग के तुल्य घूर्णन गति में कोणीय संवेग होता है। इसके भौतिक महत्व को समझने से पूर्व हम चाहते हैं कि आप एक क्रियाकलाप करें।

क्रियाकलाप 7.4

एक ऐसा घूमने वाला स्टूल लीजिए जिसके घूमने में अधिक घर्षण न लगता हो। अपने एक साथी को उसकी बाँहे सिमटवाकर स्टूल पर बिठाइए। स्टूल को तेजी से घुमाइए और उसे घूमता छोड़ दीजिए। घूर्णन की चाल मापिए। अब अपने साथी को बाँहे फैलाने को कहिए और फिर से घूर्णन की चाल मापिए। पुन: अपने साथी को बाँहें समेटने के लिए कहें और स्टूल की चाल में परिवर्तन देखें।

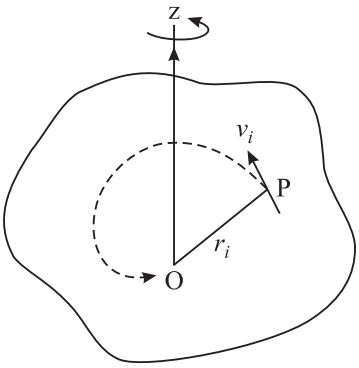
इस प्रयोग में बाँहों को फैलाने और समेटने पर स्टूल की चाल में परिवर्तन क्यों हुआ? आइए, इसे समझें।

मान लीजिए कि एक दृढ़ पिण्ड एक स्थिर बिंदु O से जाने वाले अक्ष(z -अक्ष) के गिर्द घूमता है। पिण्ड के सभी बिन्दु इस अक्ष के चतुर्दिक अपने वृत्ताकार पथों पर घूमते हैं। एक कण P पर विचार करें जो अक्ष से r दूरी पर है (चित्र 7.23)। इस कण का रेखीय वेग $r_i\omega$ ओर रेखीय संवेग $m_i r_i \omega$ है। रेखीय संवेग और अक्ष से दूरी के गुणनफल को कोणीय संवेग कहते हैं। कोणीय संवेग को L से निरुपित करते हैं। दृढ़ पिण्ड के सभी कणों के कोणीय संवेगों को जोड़ लिया जाए तो दृढ़ पिण्ड का कोणीय संवेग

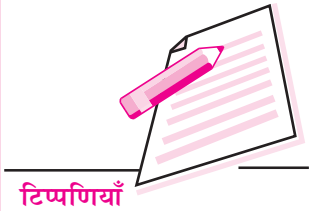
$$L = \sum_i m_i \omega r_i r_i = \left(\sum_i m_i r_i^2\right)\omega$$

$$= I\omega \qquad (7.23)$$

ध्यान दीजिए कि सभी कणों का कोणीय वेग बराबर होता है। कोष्ठकों के बीच की राशि जड़त्व आघूर्ण है। रेखीय संवेग की भांति कोणीय संवेग भी सदिश राशि है। समीकरण (7.23) केवल सदिश **L** के घूर्णन-अक्ष की दिशा में घटक को दर्शाती है। यहाँ यह महत्वपूर्ण है कि I को स्थिर अक्ष के संदर्भ में प्रयोग किया जाना चाहिए। कोणीय संवेग का मात्रक $kg\ m^2 s^{-1}$ है।



चित्र.7.23 : एक बिंदु 'O' के गिर्द एक अक्ष पर घूमता दृढ़ पिंड



याद कीजिए कि ω के परिवर्तन की दर α है। और $I\alpha = \tau$ अतः कोणीय संवेग की परिवर्तन दर बल-आघूर्ण के बराबर है।

सदिश राशियों के निरुपण के रुप में घूर्णन करते दृढ़ पिंड का समीकरण

$$\frac{d\mathbf{L}}{dt} = \boldsymbol{\tau} = I\frac{d\omega}{dt} = I\alpha \qquad (7.24)$$

7.4.1 कोणीय संवेग संरक्षण

समीकरण (7.24) दर्शाता है कि यदि किसी निकाय पर कोई बाह्य परिणामी बल-आघूर्ण शून्य हो, अर्थात $\frac{d\mathbf{L}}{dt} = 0$, तो निकाय का कुल कोणीय संवेग अचर रहता है। यह कोणीय संवेग संरक्षण का सिद्धान्त है। यह सिद्धांत ऊर्जा संरक्षण, रेखीय संवेग संरक्षण की तरह भौतिकी का एक बहुत महत्वपूर्ण सिद्धांत है। कोणीय संवेग संरक्षण के सिद्धांत से हमें अनेक प्रश्नों के उत्तर मिल जाते हैं। वायु में तैरती खिलौना छतरी की दिशा स्थिर क्यों रहती है? खेल छतरी (खिलौना छतरी) में उसको घुमा देना एक ट्रिक हैं। घुमाव देने से खेल छतरी में कोणीय संवेग उत्पन्न हो जाता है। वायु में छोड़ देने के पश्चात् इस पर कोई बल आघूर्ण नहीं लगता। इसका कोणीय संवेग अचर रहता है। चूँकि कोणीय संवेग एक सदिश राशि है, इसलिए, इसकी दिशा और परिमाण दोनों अचर रहते हैं। अतः खिलौना छतरी जब तक हवा में रहती है, तब तक इसकी दिशा स्थिर रहती है।

घूमने वाले स्टूल के मामले में जब स्टूल पर कोई बल आघूर्ण काम नहीं करता है तो स्टूल और उस पर बैठे व्यक्ति का संवेग संरक्षित रहना चाहिए। जब व्यक्ति अपने हाथ फैलाता है तो तंत्र का जड़त्व आघूर्ण बढ़ जाता है। तब समीकरण (7.23) के अनुसार कोणीय वेग घट जाता है। इसी प्रकार जब वह अपने हाथ सिकोड़ता है, तो निकाय का जड़त्व आघूर्ण कम होता है जिससे कोणीय वेग में वृद्धि होती है। ध्यान दीजिए कि जड़त्व आघूर्ण में अन्तर मूल रुप से घूर्णन अक्ष से कणों की दूरी में परिवर्तन के कारण होता है।

अब संवेग संरक्षण के कुछ और उदाहरणों पर विचार करें। माना हमारे पास M द्रव्यमान की एक गोलाकार गेंद है जिसकी त्रिज्या R है। एक बल आघूर्ण लगाकर इसे घुमा दिया जाता है और फिर बल आघूर्ण को हटा दिया जाता है। ऐसी स्थिति में जब गेंद पर कोई बल-आघूर्ण लग ही नहीं रहा है तो गेंद में जितना भी कोणीय संवेग उत्पन्न हो गया हो, उसे संरक्षित रहना चाहिए। गेंद का जड़त्व आघूर्ण $(2/5)\,M\,R^2$ है। (सारणी 7.2)। अतः इसका कोणीय संवेग है:

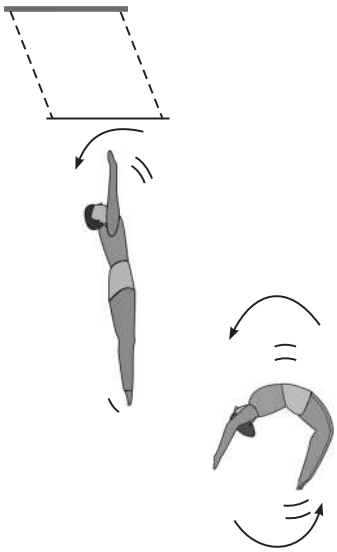
$$L = \frac{2}{5}M\,R^2\omega \qquad (7.25)$$

अब कल्पना कीजिए कि गेंद की त्रिज्या किसी प्रकार कम हो जाती है। तब कोणीय संवेग के संरक्षण के लिए ω का मान बढ़ जाना चाहिए और को तेजी से घूमना चाहिए। ऐसा वास्तव में कुछ तारों के साथ होता है; जो कि पल्सर बन जाते हैं (पृष्ठ 174 पर बॉक्स देखें)। यदि गेंद की त्रिज्या अचानक बढ़ जाय तो क्या होगा?

आप समीकरण (7.25) की सहायता से दर्शा सकते हैं कि यदि R बढ़ता है तो कोणीय संवेग में संरक्षण के लिए ω का मान बदलना चाहिए। इसकी त्रिज्या की बज़ाय यदि किसी प्रकार निकाय के जड़त्व आघूर्ण का मान बदल जाए तो ω का मान पुनः बदल जाएगा। इसके लिए एक रोचक प्रभाव के लिए निम्न बाक्स को देखिए।

दिन की लंबाई नियत नहीं है।

वैज्ञानिकों ने यह पाया है कि पृथ्वी के अपनी धुरी पर घूर्णन के समय इसके घूर्णन-काल अर्थात दिन की लंबाई में बहुत अल्प अंतराल के और अनियमित परिवर्तन होते हैं। इसके जिस एक कारण का पता चला है- वह है मौसम। मौसम में परिवर्तन के कारण पृथ्वी के वायुमण्डल में बड़े पैमाने की गतिविधियाँ होती हैं जिसके कारण पृथ्वी की अक्ष के चारों ओर द्रव्यमान वितरण में परिवर्तन उत्पन्न होता है और इससे पृथ्वी का जड़त्व-आघूर्ण भी बदल जाता है। चूँकि पृथ्वी का कोणीय वेग $L = I\omega$ संरक्षित रहना चाहिए। इसलिए I के मान में परिवर्तन के फलस्वरुप पृथ्वी की घूर्णन गति अथवा दिन की लंबाई बदलती है।



चित्र.7.24 : गोताखोरी के लिए बने पटल से छलांग लगाता गोताखोर

कलाबाज (Acrobats), स्केटर्स, गोता खोर तथा अन्य खिलाड़ी संवेग संरक्षण के सिद्धांत का शानदार उपयोग करके अपने करतब दिखाते हैं।

राष्टीय और अन्तर्राष्ट्रीय तैराकी प्रतियोगिताओं (जैसे ऐशियाई खेल, ओलम्पिक खेल या राष्ट्रीय खेल में आपने देखा होगा कि गोताखोर कैसे गोताखोरी के लिए बने पटलों से छलांग लगाते हैं। छलांग लगाते समय गोताखोर हवा में अपने शरीर को मोड़ लेता है मोड़ने से उसमें कुछ कोणीय संवेग उत्पन्न होता है। जब गोताखोर हवा में होता है तो उस पर कोई बल-आघूर्ण नहीं लगता है। लेकिन उसका कोणीय संवेग स्थिर रहता है। जब शरीर मोड़ने से R का मान कम हो जाता है और वह तेजी से घूमने लगता है। जब वह शरीर को फैला लेता है तो उसका जड़त्व-आघूर्ण अधिक हो जाता है (चित्र 7.24) और फलतः उसका घूमना धीमा हो जाता है। इस प्रकार शरीर की आकृति में नियंत्रण के फलस्वरुप गोताखोर हवा में अनेक करतब दिखा सकता है।

उदाहरण 7.7 : शीला घूर्णन करते हुए एक मंच के केन्द्र पर खड़ी है। इस मंच में घर्षणरहित बियरिंग लगी हैं। उसके प्रत्येक हाथ में एक 2.0 kg की वस्तु है जो कि निकाय के घूर्णन अक्ष से 1.0 m की समान्तर दूरी पर है। निकाय प्रारंभ में 10 चक्कर/मिनट की चाल से गतिशील है। गणना करें (a) प्रारंभिक कोणीय वेग रेडियन प्रति सेकंड में (b) कोणीय वेग जब वस्तुएँ घूर्णन अक्ष से 0.2 मीटर की दूरी पर लाई जाती हैं (c) निकाय की गतिज ऊर्जा में परिवर्तन (d) यदि गतिज ऊर्जा में वृद्धि होती है, तो इसका क्या कारण है? (यह मान लें कि शीला और प्लेटफार्म का जड़त्व-आघूर्ण I_{SP} 1.0 kg m^2 है।

हल : (a) 1 चक्कर = 2π radian

$\therefore$ प्रारंभिक कोणीय वेग $\omega = \dfrac{10 \times 2\pi \text{ rad}}{60 \text{ s}} = 1.05 \text{ rad s}^{-1}$

(b) यहाँ पर कोणीय संवेग के सिद्धांत का प्रयोग करना आवश्यक है।

प्रारंभिक जड़त्व आघूर्ण $I_i = I_{SP} + m r_i^2 + m r_i^2$

$= 1.0 \text{ kg } m^2 + (2.0 \text{ kg}) \times (1m)^2 + (2.0 \text{ kg}) \times (1m)^2$

$= 5.0 \text{ kg } m^2.$

जब वस्तुएं 0.2 m की दूरी पर लाई जाती हैं, तो अंतिम जड़त्व आघूर्ण

$$I_t = I_{SP} + mr_f^2 + mr_f^2$$
$$= 1.0 \text{ kg } m^2 + 2.0 \text{ kg} \times (0.2)^2 m^2 + 2.0 \text{ kg} \times (0.2)^2 m^2$$
$$= 1.16 \text{ kg } m^2.$$

कोणीय संवेग संरक्षण के सिद्धांत के अनुसार,

$$I_i \omega_i = I_f \omega_f$$

या
$$\omega_f = \frac{I_i \omega_i}{I_f} = \frac{(5.0 \text{ kg } m^2) \times 1.05 \text{ rad s}^{-1}}{1.16 \text{ kg } m^2}$$
$$= 4.5 \text{ rad s}^{-1}$$

(c) माना कि गतिज ऊर्जा में परिवर्तन ΔE है। तब

$$\Delta E = \frac{1}{2} I_f \omega_f^2 - \frac{1}{2} I_i \omega_i^2$$
$$= \frac{1}{2} \times 1.16 \text{ kg } m^2 \times (4.5 \text{ rad s}^{-1})^2 - \frac{1}{2} \times 5.0 \text{ kg } m^2 \times (1.05 \text{ rad s}^{-1})^2$$
$$= 9.05 \text{J}$$

चूँकि अंतिम गतिज ऊर्जा प्रारंभिक गतिज ऊर्जा से अधिक है, इसलिए निकाय की गतिज ऊर्जा बढ़ती है।

(d) जब शीला वस्तुओं को अक्ष की ओर खींचती है, तो निकाय पर कार्य करती है। यह किया गया कार्य निकाय की गतिज ऊर्जा को बढ़ा देता है।

पाठगत प्रश्न 7.4

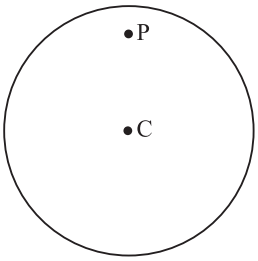
1. एक हाइड्रोजन अणु दो एकसमान परमाणुओं से बना है। प्रत्येक परमाणु का द्रव्यमान m है और उनके बीच की दूरी d है। यह दूरी स्थिर रहती है। यह अणु दोनों परमाणुओं के बीच के बिन्दु से जाने वाली अक्ष के गिर्द ω कोणीय वेग से घूमता है। अणु के कोणीय संवेग की गणना कीजिए।

2. एक वृताकार डिस्क का द्रव्यमान 2.0 kg और त्रिज्या 20 cm है। यह अपने समतल के लम्बवत व्यास के एक कोने से जाने वाली अक्ष के गिर्द 10 rad s^{-1} के कोणीय वेग से घूमती है। घूर्णन अक्ष के गिर्द इसका कोणीय संवेग निकालिए।

3. अपने ऊर्ध्वाधर अक्ष के गिर्द एक पहिया ω कोणीय चाल से घूम रहा है। एक दूसरा पहिया जिसका द्रव्यमान इसका आधा है लेकिन उतने ही अर्धव्यास का है, वह विराम की अवस्था में है। उसे उसी अक्ष पर लगा दिया जाता है। दोनों पहिए एक ही अक्ष के गिर्द समान चाल से घूमने लगते हैं। पहियों के घूमने की इस समान कोणीय चाल की गणना करें।

4. ऐसा कहा जाता है कि गैस के बादलों के सिमटने से पृथ्वी का निर्माण हुआ है। कल्पना कीजिए भूतकाल में इसकी त्रिज्या वर्तमान त्रिज्या की 25 गुनी थी। तब इसका अपनी अक्ष के गिर्द घूर्णन काल कितना था? गणना करें।

7.5 युगपत् कोणीय और स्थानान्तरीय गतियाँ



चित्र.7.25

हम देख चुके हैं कि यदि एक बिंदु किसी दृढ़ वस्तु पर स्थिर न हो, तो इसकी कोणीय और स्थानान्तरीय दोनों गतियाँ संभव हैं। एक दृढ़ वस्तु में सामान्यतया ये दोनों गतियाँ होती हैं। एक गाड़ी के पहिए की एक क्षैतिज समतल पर गति के बारे में विचार करें। मान लें कि आप एक वृत्तीय पृष्ठ का अवलोकन कर रहे हैं (चित्र 7.25) आप अपना ध्यान एक बिंदु P तथा वृत्तीय पृष्ठ के केन्द्र C पर केन्द्रित करें। इस पहिये का द्रव्यमान केन्द्र भी C पर है। जब यह लुढ़कता है तो आप देखते हैं कि बिंदु P बिंदु C के गिर्द घूर्णन करता है और बिंदु C भी गति की दिशा में गतिशील रहता है। अत: पहिए की स्थानान्तरीय एवं घूर्णन दोनों प्रकार की गतियाँ होती हैं। यदि द्रव्यमान केन्द्र C का रेखीय वेग v_{cm} हो तो स्थानान्तरीय गतिज ऊर्जा

$$(KE)_{tr} = \frac{1}{2} M v_{cm}^2 \qquad (7.26)$$

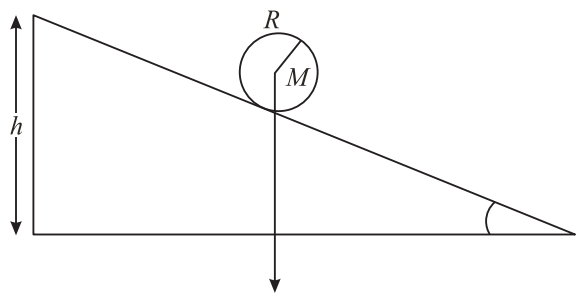
जहाँ पर M वस्तु का द्रव्यमान है। यदि ω घूर्णन की कोणीय चाल हो तो, घूर्णन गतिज ऊर्जा

$$(KE)_{rot} = \frac{1}{2} I \omega^2 \qquad (7.27)$$

जहाँ पर I जड़त्व आघूर्ण है। स्थानान्तरीय एवं घूर्णन गति के फलस्वरुप कुल गतिज ऊर्जा इन दोनों के योग के बराबर होगी। आनत तल पर लुढ़की वस्तु संयुक्त स्थानान्तरीय एवं घूर्णन गति का एक मनोरंजक उदाहरण है।

उदाहरण 7.8 : मान लीजिए एक दृढ़ पिंड जिसका द्रव्यमान M, त्रिज्या R और जड़त्व आघूर्ण I है। यह h ऊँचाई के आनत समतल पर लुढ़कता है (चित्र 7.25)। पिंड अपनी यात्रा के अंत

में रेखीय वेग υ और कोणीय वेग ω प्राप्त कर लेता है। घर्षण के ऊर्जा ह्रास को नगण्य मान लें। υ का मान h के पदों में प्राप्त करें।



चित्र.7.26 : एक आनत तल पर दृढ़ निकाय की गति

हल : ऊर्जा संरक्षण के नियम के अनुसार स्थानांतरीय व घूर्णन गतियों के कारण गतिज ऊर्जा, पिण्ड के आनत समतल के ऊपरी सिरे पर स्थितिज ऊर्जा के बराबर होनी चाहिए। अत:

$$(½)\, M\upsilon^2 + ½\, I\, \omega^2 = M\, g\, h \qquad (7.28)$$

यदि गति पूर्णत: लोटनिक हो और फिसलन न हो तो $\upsilon = R\,\omega$

इस व्यंजक को समीकरण (7.28) में रखने पर, हमें प्राप्त होगा:

$$\frac{1}{2} M\, \upsilon^2 + \frac{1}{2}\, I\, \frac{\upsilon^2}{R^2} = M\, g\, h \qquad (7.29)$$

यदि दृढ़ पिण्ड एक छल्ला हो तो इसका जड़त्व आघूर्ण अपने अक्ष के गिर्द MR^2 होता है। देखिए (सारणी 7.2)

तब समीकरण (7.29) से $\frac{1}{2} M\, \upsilon^2 + \frac{1}{2}\, \frac{M\, R^2\, \upsilon^2}{R^2} = M\, g\, h$

अथवा $$\upsilon = \sqrt{g\, h} \qquad (7.30)$$

क्या इस समीकरण में आप कोई मनोरंजक बात पाते हैं? छल्ले का रेखीय वेग, उसके द्रव्यमान एवं त्रिज्या से स्वतंत्र है अर्थात् छल्ला किसी भी पदार्थ का हो और उसकी त्रिज्या कितनी भी हो, वह नत समतल पर समान चाल से लुढ़कता है।

पाठगत प्रश्न 7.5

1. एक ठोस गोला किसी नत समतल पर बिना फिसलते हुए लुढ़कता है। नत समतल की ऊँचाई के पदों में इसके वेग की गणना कीजिए।

2. एक ठोस बेलन आनत समतल पर बिना फिसलते हुए लुढ़कता है। इसकी गतिज ऊर्जा का कौन सा भाग स्थानान्तरीय गतिज ऊर्जा है? h ऊँचाई के नत समतल से लुढ़कने के बाद इसके वेग के परिमाण की गणना करे।

3. एक 10 cm त्रिज्या और 2 kg द्रव्यमान का गोला, एक आनत तल पर जो क्षैतिज से 30^0 का कोण बनाता है, छोड़ा जाता है। इसका (a) कोणीय त्वरण, (b) नत समतल पर रेखीय त्वरण और (c) नत समतल पर 2 मीटर चलने पर इसकी गतिज ऊर्जा की गणना कीजिए।

पल्सर्स (Pulsars) का रहस्य

पल्सर्स कोणीय संवेग संरक्षण का एक मनोरंजक उदाहरण प्रस्तुत करते हैं। ये वह तारे होते हैं, जो हमारी ओर अत्यधिक तीव्रता के विकिरण स्पंद भेजते हैं। स्पंद आवर्ती होते हैं और इनकी आवर्तता अत्यंत परिमार्जित (परिशुद्ध) होती है।

आवर्तकाल की परिसीमा एक सेकण्ड के लाखवें भाग से लेकर कई सेकण्ड तक होती हैं। इतने कम आवर्तकाल यह प्रदर्शित करते हैं कि ये तारे बहुत तेजी से घूम रहे हैं। इन तारों का अधिकतम भाग न्यूट्रॉनों से बना होता है न्यूट्रॉन तथा प्रोट्रॉन परमाणु नाभिक की निर्माण इकाइयाँ हैं)। इन तारों को न्यूट्रॉन तारा कहा जाता है। ये तारे अपने जीवन के अंतिम पड़ाव में होते हैं। तेजी से घूमने का रहस्य उनके छोटे साइज़ का होना है। एक विशेष न्यूट्रॉन तारे की त्रिज्या केवल 10 km होती है। इसकी सूर्य की त्रिज्या (7×10^5 km) से तुलना कीजिए। सूर्य अपनी अक्ष पर 25 दिन में घूमता है (घूर्णन आवर्तकाल 25 दिन है)। कल्पना कीजिए कि बिना द्रव्यमान में परिवर्तन किए सूर्य अचानक सिकुड़कर न्यूट्रॉन तारे के आकार का हो जाए तो अपने कोणीय संवेग को संरक्षित रखने के लिए सूर्य के घूर्णन का आवर्तकाल एक मिलीसेकंड से भी कम हो जाएगा।

आपने क्या सीखा

- एक दृढ़ पिण्ड की घूर्णन एवं स्थानांतरीय गतियाँ होती हैं।
- एक दृढ़ पिण्ड के स्थानान्तरीय गति के लिए समीकरण – एकल कण की गति के समीकरणों की भाँति होता है, जिसकी गति द्रव्यमान केन्द्र की गति को दर्शाती है।
- यदि किसी दृढ़ पिण्ड का एक बिंदु स्थिर हो तो यह केवल घूर्णन गति कर सकता है।
- घूर्णन अक्ष के गिर्द जड़त्व आघूर्ण $\sum_i m_i \; r_i^2$ द्वारा परिभाषित किया जाता है।
- घूर्णन गति में जड़त्व आघूर्ण की वैसी ही भूमिका है, जैसी रेखीय गति में द्रव्यमान की होती है।
- एक दृढ़ पिण्ड पर लगे बल F का घुमाव प्रभाव बल आघूर्ण $\boldsymbol{\tau} = \mathbf{r} \times \mathbf{F}$ होता है।
- समान किन्तु विपरीत दिशाओं में लगे दो बल बल-युग्म बनाते हैं। बल युग्म का परिमाण एक बल और बलों की क्रिया रेखा के बीच की लम्बवत् दूरी का गुणनफल होता है।
- बाह्य बल आघूर्ण लगने से पिण्ड का कोणीय संवेग बदल जाता है।

- यदि सभी बाह्य बल आघूर्णों का योग शून्य हो तो पिण्ड का कोणीय संवेग अचर रहता है।
- जब एक बेलनाकार या एक गोलाकार (पिंड) एक आनत समतल पर बिना फिसले हुए लुढ़कता है, तब उसकी चाल उसके द्रव्यमान और त्रिज्या पर निर्भर नहीं करती है।

पाठान्त प्रश्न

1. पिण्ड के भार Mg को सामान्यतया इस प्रकार लिया जाता है कि वह पिण्ड के द्रव्यमान केन्द्र पर लगता है। क्या इसका यह अर्थ है कि पृथ्वी पिण्ड के अन्य कणों को आकर्षित नहीं करती है?

2. क्या यह संभव है कि पिण्ड का द्रव्यमान केन्द्र पिंड के बाहर स्थित हो? अपने उत्तर की पृष्टि में कोई दो उदाहरण दीजिए।

3. कार्बन मोनोक्साइड (CO) के अणु में दोनों परमाणुओं के नाभिकों के बीच की दूरी 1.13×10^{-10} मीटर है। अणु के द्रव्यमान केन्द्र का स्थान निर्धारित करें।

4. 100 rad s^{-1} के कोणीय वेग से 5.0 kg द्रव्यमान और 0.20 m व्यास का चक्की का पहिया घूम रहा है। इसकी गतिज ऊर्जा की गणना कीजिए। स्वतंत्रतापूर्वक गिरने की स्थिति में इसे कितनी ऊँचाई से इतनी गतिज ऊर्जा की प्राप्ति के लिये गिरना चाहिए। ($g = 10.0$ m s^{-2} लें)

5. 2 चक्कर प्रति सेकंड चक्कर प्रति सेकंड^2 प्रारंभिक कोणीय वेग से एक स्थिर अक्ष के गिर्द 1.0 m व्यास का पहिया घूम रहा है। इसका कोणीय त्वरण 3 चक्कर प्रति सेकंड^2

   (a) 2 सेकण्ड बाद कोणीय वेग की गणना कीजिए।

   (b) इतने समय में पहिया कितने कोण से घूम गया?

   (c) समय $t = 2$ सेकण्ड पर पहिये के रिम पर किसी बिन्दु पर स्पर्शीय वेग की गणना कीजिए।

   (d) समय $t = 2$ सेकण्ड पर पहिये के रिम पर एक बिन्दु का परिणामी त्वरण निकालिए।

6. 20 रेडियन/सेकंड के कोणीय वेग से घूम रहे एक पहिए को 4.0 सेकण्ड में एक अचर बल आघूर्ण के लगाने से विराम अवस्था में कर दिया जाता है। यदि घूर्णन अक्ष के गिर्द जड़त्व आघूर्ण 0.20 kg m^2 हो तो प्रथम दो सेकण्ड में बल आघूर्ण द्वारा किया जाने वाला कार्य निकालिए।

7. एक एक्सल में दो पहिए A एवं B लगे हैं। पहिये A का जड़त्व आघूर्ण 5×10^{-2} kg m^2 है तथा पहिये B का जड़त्व आघूर्ण 0.2 kg m^2 है। पहिया A 600 चक्कर प्रति सेकंड के हिसाब से घूमता है जबकि पहिया B स्थिर रखा जाता है। दोनों पहियों को एक क्लच से जोड़ दिया जाता है, ताकि वे साथ-साथ घूम सकें।

(a) वे किस चाल से घूमेंगे?

(b) क्लच के जोड़े जाने के बाद और क्लच को जोड़ने से पहले घूर्णन गतिज ऊर्जाओं की तुलना कीजिए।

(c) क्लच के कार्य करने की अवधि में यदि A, 10 चक्कर लगाता हो तो क्लच कितना बल-आघूर्ण लगाता है।

8. आपको देखने में एक जैसे दो गोल पिण्ड दिए गए हैं और यह कहा गया है कि उनमें से एक खोखला है। कौन-सा गोला खोखला है, इसका पता लगाने का कोई तरीका बताएं?

9. एक पहिए का जड़त्व आघूर्ण 1000 kg m^2 इसके घूर्णनों को एक समान त्वरित किया जाता है। किसी समय में इसका कोणीय वेग 10 रेडियन/सेकंड है। 100 रेडियन के कोण से जब पहिया घूम जाता है, तब पहिए का कोणीय वेग 100 रेडियन/सेकण्ड हो जाता है। पहिए पर लगने वाले बल-आघूर्ण की गणना कीजिए तथा गतिज ऊर्जा में परिवर्तन की भी गणना कीजिए।

10. 1.0 kg द्रव्यमान और 10 cm अर्धव्यास की एक डिस्क अपनी अक्ष के गिर्द घूम रही है। विराम अवस्था से इसे एकसमान रुप से त्वरित किया जाता है। प्रथम सेकण्ड की अवधि में यह 2.5 रेडियन घूमती है। दूसरे सेकण्ड में यह कितने कोण से घूम जाएगी? डिस्क पर लगने वाले बल आघूर्ण का परिमाण निकालिए।

पाठगत प्रश्नों के उत्तर

7.1

1. हाँ, क्योंकि फ्रेम के बिंदुओं के बीच की दूरियाँ नहीं बदल सकती।

2. नहीं, क्योंकि कोई हलचल रेत के कणों के बीच की दूरी को बदल सकती है। अत: रेत के ढेर को एक दृढ़ वस्तु नहीं समझा जा सकता है।

7.2

1. पाँच द्रव्यमानों के निर्देशांक A (–1, –1), B (–5, –1), C (6, 3), D (2, 6) तथा E (–3, 0) हैं और उनके द्रव्यमान क्रमश: 1 kg , 2 kg , 3 kg, 4 kg और 5 kg हैं।

   अत: द्रव्यमान केन्द्र के निर्देशांक

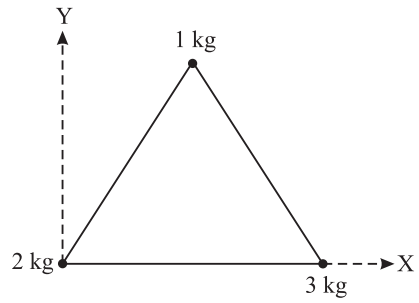
$$x = \frac{-1\times1-5\times2+6\times3+2\times4-3\times5}{1+2+3+4+5} = 0$$

$$y = \frac{-1\times1-1\times2+3\times3+4\times6+0\times5}{1+2+3+4+5} = \frac{30}{15} = 2.0$$

2. माना कि तीनों कणों वाले निकाय को निम्न चित्र की भाँति दर्शाया गया है जहाँ पर बिन्दु A (मूल बिंदु पर) 2 kg की द्रव्यमान स्थिति है।

$$x = \frac{2\times0+1\times0.5+3\times1}{1+2+3} = \frac{3.5}{6}\text{ m} = 0.5\text{ m}$$

$$y = \frac{2\times0+1\times\frac{\sqrt{3}}{2}+3\times0}{1+2+3} = \frac{\sqrt{3}}{12}\text{ m}$$



अत: द्रव्यमान केन्द्र के निर्देशांक $\frac{3.5}{6}, \frac{\sqrt{3}}{12}$ हैं।

3. माना दोनों कण x-अक्ष में स्थित हैं और उनके x– निर्देशांक 0 और x है। द्रव्यमान केन्द्र के निर्देशांक

$$X = \frac{m_1\times0+m_2\times x}{m_1+m_2} = \frac{m_2 x}{m_1+m_2},\ Y = 0$$

X m_1 की द्रव्यमान केन्द्र से दूरी है। m_2 की द्रव्यमान केन्द्र से दूरी

$$x - X = x - \frac{m_2 x}{m_1+m_2} = \frac{m_1 x}{m_1+m_2}$$

$$\therefore \frac{X}{x+X} = \frac{m_2}{m_1}$$

अत: कणों की द्रव्यमान केन्द्र से दूरियाँ द्रव्यमानों के व्युत्क्रम अनुपात में हैं।

7.3

1. वर्ग के तल के लंबवत् एक कोने से होकर जाने वाली अक्ष के गिर्द

   निकाय का जड़त्व आघूर्ण

   $= m\,r^2 + m\,(2\,r^2) + m\,r^2 = 4\,m\,r^2$

   एक भुजा के गिर्द जड़त्व आघूर्ण $= m\,r^2 + m\,r^2 = 2\,m\,r^2$

   सत्यापन : QP के गिर्द जड़त्व आघूर्ण $= m\,r^2 + m\,r^2 + 2\,m\,r^2$. अब लम्बवत् अक्ष प्रमेय के समीकरण के अनुसार – अक्ष SP के गिर्द जड़त्व आघूर्ण $= (2mr^2)$ + अक्ष QP $2\,m\,r^2$ से गुजरने वाली और तल के लम्बवत् अक्ष के गिर्द जड़त्व आघूर्ण। क्योंकि यह सत्य है इसलिए परिणाम सत्यापित हुए।

2. ठोस गोले की स्पर्शरेखा के गिर्द ठोस गोले का जड़त्व आघूर्ण

   $= \frac{2}{5}\,M\,R^2 + M\,R^2 = \frac{7}{5}\,M\,R^2$ है। (समान्तर अक्ष के प्रमेय द्वारा)

$M K^2 = \frac{7}{5} M R^2$ यदि परिभ्रमण त्रिज्या K हो तो

$$K = R\sqrt{\frac{7}{5}}$$

7.4

1. कोणीय संवेग

$$L = m\frac{d^2}{4} + m\frac{d^2}{4} \quad \omega$$

$$L = \frac{m d^2 \omega}{2}$$

2. कोणीय संवेग एक घूर्णन अक्ष (व्यास) के गिर्द

$$L = I\omega = m\frac{r^2}{4} \times \omega$$

चूँकि छल्ले के इसके व्यास के गिर्द जड़त्व आघूर्ण $= \frac{m r^2}{4}$

$$\therefore L = 20 \text{ kg} \times \frac{(0.2)^2 m^2}{4} \times 10 \text{ rad s}^{-1} = 0.2 \text{ kg m}^2 \text{s}^{-1}.$$

3. कोणीय संवेग संरक्षण के अनुसार

$$I_1\omega = (I_1 + I_2)\,\omega_1$$

जहाँ I_1 मूल पहिये का जड़त्व आघूर्ण और I_2 दूसरे पहिये का जड़त्व आघूर्ण है। ω प्रारंभिक कोणीय चाल और ω_1 उभयनिष्ठ अंतिम कोणीय चाल

$$m r^2 \omega = m r^2 + \frac{m}{2} r^2 \quad \omega_1$$

$$\omega = \frac{3}{2}\omega_1 \Rightarrow \omega_1 = \frac{2}{3}\omega$$

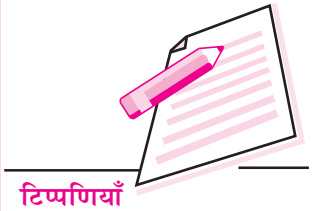
4. माना कि पृथ्वी का वर्तमान परिक्रमण समय T तथा प्रारंभिक परिक्रमण समय T_0 है। कोणीय संवेग संरक्षण के अनुसार

$$\frac{2}{5} M (25 R)^2 \times \left(\frac{2\pi}{T_0}\right) = \frac{2}{5} M R^2 \times \frac{2\pi}{T}$$

$$= \frac{2}{5} M R^2 \times \frac{2\pi}{T}$$

$T_0 = 6.25\ T$

अतः भूतकाल में पृथ्वी के परिक्रमण का समय $T_0 = 6.25 \times$ वर्तमान परिक्रमण समय।



7.5

1. समीकरण ($I = \frac{2}{5} M R^2$) का प्रयोग करने पर एक ठोस गोले के लिए

$$\frac{1}{2} m\upsilon^2 + \frac{1}{2} I \omega^2 = m g h$$

या, $$\frac{1}{2} m\upsilon^2 + \frac{1}{2} \times \frac{2}{5} m r^2 . \frac{\upsilon^2}{r^2} = m g h$$

$\because \omega = \upsilon/r.$

इससे $\upsilon = \sqrt{\frac{10}{7} . g h}$

2. एक ठोस बेलन के लिए $I = \frac{m R^2}{2}$

$\therefore$ कुल गतिज ऊर्जा $\frac{1}{2} m \upsilon^2 + \frac{1}{2} I \omega^2 = \frac{1}{2} m \upsilon^2 + \frac{1}{2} \frac{m R^2}{2} . \frac{\upsilon^2}{R^2} = \frac{3}{4} m \upsilon^2$

$\because \omega = \upsilon/r$

अत: स्थानान्तरीय गतिज ऊर्जा का भाग $= \frac{\frac{1}{2} m \upsilon^2}{\frac{3}{4} m \upsilon^2} = \frac{2}{3}$

ऊपरी प्रश्न 1 के उत्तर की भाँति $\upsilon = \sqrt{\frac{4}{3} g h}$

पाठान्त प्रश्नों के उत्तर

3. कार्बन परमाणु से 0.64 Å की दूरी पर
4. 125 J, 2.5 m
5. (a) 16 π rad s^{-1} (b) 20 π rad (c) 25 m s^{-1} (d) 1280 m s^{-2}
6. 30 J
7. (a) 4 π rad s^{-1} (b) $E_i = 5 E_f$ (c) 49 π N m
9. $T = 5 \times 10^4$ N m, $KE = 5 \times 10^6$ J
10. 7.5 rad, $\tau = 5 \times 10^{-2}$ J

उच्चतर माध्यमिक पाठ्यक्रम
भौतिकी
विद्यार्थी मूल्याकंन पत्र - 1

अधिकतम अंक : 50 **समय : $1\frac{1}{2}$ घंटा**

निर्देश

- सभी प्रश्नों के उत्तर कागज की पृथक शीट पर दीजिए।
- अपनी उत्तर पुस्तिका पर निम्नलिखित सूचनाएं दीजिए
  - नाम
  - पंजीयन संख्या
  - विषय
  - मूल्यांकन पत्र संख्या
  - पता
- अपने मूल्यांकन पत्र का मूल्यांकन अपने अध्ययन केन्द्र के विषयाध्यापक से करायें ताकि आपको उनसे अपने कार्य के संबंध में धनात्मक प्रतिक्रिया प्राप्त हो सके।

1. यह दर्शाने के लिए एक उदाहरण दीजिए कि किसी गतिमान कण का औसत वेग तो शून्य हो सकता है परन्तु इसका औसत वेग शून्य नहीं हो सकता। (1)
2. प्रक्षेप्य गति में उच्चतम बिन्दु पर पिंड का वेग क्षैतिज क्यों हो जाता है? (1)
3. क्या गुरूत्व के अंतर्गत गिरते पिंड के लिए रेखीय संवेग के संरक्षण का नियम लागू किया जा सकता है? समझाईये। (1)
4. दरवाजों पर हैंडिल कब्जों से अधिकतम दूरी पर क्यों लगाये जाते हैं? (1)
5. चन्द्रमा पर वायुमंडल क्यों नहीं है? (1)
6. सरल रेखा में नियत बल के अंतर्गत गतिमान पिंड का वेग-समय ग्राफ बनाइए। (1)
7. 20 cm त्रिज्या की डिस्क की परिभ्रमण-त्रिज्या उसके केन्द्र से गुजरने वाली एवं तल के लम्बवत् अक्ष के परितः ज्ञात कीजिए। (2)
8. एक हल्के और एक भारी द्रव्यमान की वस्तु की गतिज ऊर्जाएं समान हैं, इनमें किसका रेखीय संवेग अधिक होगा? (1)

9. 10 इकाई परिमाण का एक सदिश **A** एवं 6 इकाई परिमाण का दूसरा सदिश **B** एक दूसरे से 60^0 का कोण बनाते हैं। इन सदिशों का अदिश गुणांक एवं सदिश गुणांक का परिमाण ज्ञात कीजिए। (2)

10. कोई फुटबाल खिलाड़ी 0.5 kg द्रव्यमान की गेंद को $10 m s^{-1}$ के अधिकतम वेग से ठोकर (kick) मार सकता है। वह ठोकर मार कर इस गेंद को अधिकतम कितनी क्षैतिज दूरी तक पहुंचा सकता है? (2)

11. किसी कण का विस्थापन $y = at + bt^2$ द्वारा व्यक्त किया जा सकता है, जहां a एवं b अचरांक हैं एवं t समय है। b/a का विमीय सूत्र ज्ञात कीजिए।

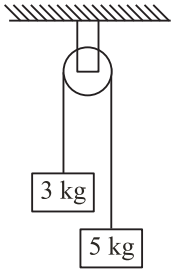
12. किसी छड़ी की सेकंड की सुई की लंबाई 10 cm है। इसके सिरे (T.P.) की चाल की गणना कीजिए। (2)

13. यदि प्रकृति में आये किसी विलक्षण परिवर्तन के कारण पृथ्वी का आयतन इसके वर्तमान आयतन का $1/8^{th}$ हो जाता है तो एक दिन की अवधि कितनी हो जायेगी? (4)

14. किसी काल्पनिक ग्रह का सूर्य से परित: परिक्रमण काल 100 वर्ष हो तो इस ग्रह की सूर्य से दूरी की गणना कीजिए। आप सूर्य से पृथ्वी तक की दूरी 1.5×10^{11} m ले सकते हैं। (4)

15. 2 kg द्रव्यमान का कोई गुटका एक समतल पृष्ठ पर रखा है। क्षैतिज से तल के झुकाव को बदला जा सकता है। जब क्षैतिज से इसका झुकाव 30^0 होता है तो गुटका ठीक गति के लिए सन्नद्ध होता है। तल का क्षैतिज से झुकाव 45^0 होने पर गुटका जिस त्वरण से नीचे आयेगा। उसकी गणना कीजिए। (4)

16. दो किलोग्राम द्रव्यमान के एक पिंड पर, जो विरामावस्था में है, 20 N का नियत बल 2s तक लगाया जाता है। प्रारंभ से 3s की समयावधि में यह पिंड कितनी दूरी तय करेगा? (4)



17. किसी स्प्रिंग के लिए भार-विस्थापन ग्राफ बनाइए। आप इस ग्राफ को किस प्रकार उपयोग में लायेंगे
(i) स्प्रिंग का बल-नियतांक ज्ञात करने के लिए
(ii) स्प्रिंग को x-दूरी तक संपीडित करने के लिए?

18. 3 kg एवं 5 kg के दो द्रव्यमान एक द्रव्यमान रहित डोरी से जुड़े हैं और डोरी को चित्र में दर्शाये अनुसार एक घर्षण रहित घिरनी के ऊपर से गुजारा गया है। डोरी में तनाव एवं 3 kg द्रव्यमान के त्वरण की गणना कीजिए। (4)

19. तीन छड़ें, जिनमें प्रत्येक का प्रति इकाई द्रव्यमान $1 kg m^{-1}$ एवं लंबाई 20 cm है, मिलकर एक समबाहु त्रिभुज बनाती हैं। इस प्रणाली के (i) द्रव्यमान केन्द्र एवं (ii) द्रव्यमान केन्द्र से गुजरती और तल के अभिलंबवत् अक्ष के परित: जड़त्व-आघूर्ण का निर्धारण कीजिए। (5)

20. m द्रव्यमान के विरामावस्था में रखे पिंड से m द्रव्यमान का ही दूसरा पिंड u वेग से टकराता है। संघट्ट के पश्चात प्रत्येक पिंड का परिमाण एवं दिशा ज्ञात कीजिए। (5)

मॉड्यूल - 2
ठोसों एवं तरलों की यांत्रिकी

08 ठोस के प्रत्यास्थ गुण

09 तरल पदार्थों के गुण

8

ठोस के प्रत्यास्थ गुण

पिछले अध्यायों में आप किसी बल के प्रभाव से किसी वस्तु में होने वाले विस्थापन का अध्ययन कर चुके हैं। किसी वस्तु पर लगाया गया बल उस वस्तु के साइज या आकृति या दोनों को परिवर्तित कर सकता है। उदाहरण के लिए जब किसी धातु की कमानी पर इसकी लम्बाई के अनुदिश उपयुक्त बल लगाया जाता है तो इसकी आकृति एवं साइज़ दोनों में परिवर्तन हो जाता है। जब बल हटा लिया जाता है तो यह अपनी पूर्वावस्था में आ जाती है। अब आप गीली चिकनी मिट्टी या पिघले हुए मोम से बनी किसी वस्तु पर बल लगाएँ। क्या लगाया गया बल हटा देने पर वे अपने पूर्व स्थिति को प्राप्त कर लेते हैं? नहीं, वे अपनी मूल आकृति या साइज़ प्राप्त नहीं कर पाती। इस प्रकार कुछ वस्तुएँ अपनी पूर्व आकृति एवं साइज़ दोबारा प्राप्त कर लेती हैं जबकि कुछ वस्तुओं के मामले में ऐसा नहीं होता है। वस्तुओं का ऐसा व्यवहार उनके एक गुण पर निर्भर करता है, जिसे **प्रत्यास्थता** कहते हैं।

पदार्थों की प्रत्यास्थ प्रकृति (गुण) का हमारे दैनिक जीवन में काफी महत्व है। इसकी सहायता से आप किसी वस्तु जैसे कार, क्रेन, लिफ्ट आदि को लटकाने में प्रयुक्त होने वाले केबलों (रज्जुओं) की सामर्थ्य को ज्ञात कर सकते हैं। इस गुण का प्रयोग भवनों और पुलों के निर्माण में प्रयुक्त दंडो (बीमों) की सामर्थ्य का पता लगाने में किया जाता है। इस इकाई में आप प्रत्यास्थ परिवर्तनों की प्रकृति एवं इनकी व्याख्या करना सीखेंगे।

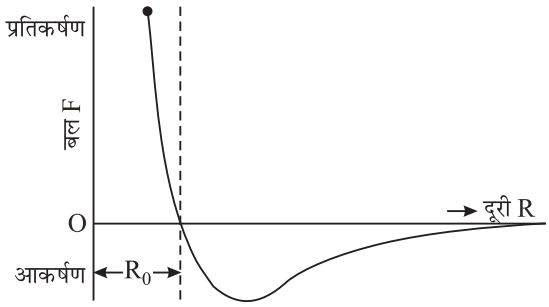
उद्देश्य

इस अध्याय के अध्ययन के बाद आप:

- पदार्थ के आणविक सिद्धांत के आधार पर पदार्थ की तीन अवस्थाओं में भेद कर सकेंगे;
- प्रत्यास्थ एवं प्लास्टिक (सुघट्य) वस्तुओं में भेद कर सकेंगे;
- प्रतिबल और दाब में भेद कर सकेंगे;
- किसी प्रत्यास्थ ठोस के लिए प्रतिबल-विकृति वक्र का अध्ययन कर सकेंगे;
- यंग का गुणाँक, आयतन गुणाँक, दृढ़ताँक एवं प्वासों अनुपात को परिभाषित कर सकेंगे; और
- किसी स्प्रिंग की प्रत्यास्थ स्थितिज ऊर्जा का व्यंजक व्युत्पन्न कर सकेंगें।

8.1 द्रव्य का आणविक सिद्धांत: अंतरा-अणुक बल

हम जानते हैं कि प्रत्येक पदार्थ परमाणुओं और अणुओं से मिलकर बना होता है। परमाणुओं और अणुओं के बीच कार्यरत बल से द्रव्यों की संरचना का निर्धारण होता है। अणुओं के बीच अन्योन्यक्रिया बलों को अंतरा-अणुक बल कहते हैं।



चित्र. 8.1 : अंतरा-अणुक बल और अंतरा-अणुक पार्थक्य के बीच ग्राफ

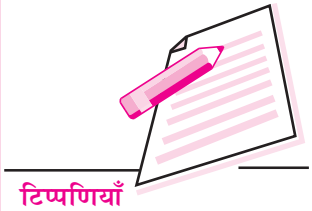
अंतरा-अणुक बल और अंतरा-अणुक अन्तराल के बीच विचरण के ग्राफ को चित्र 8.1 में दिखाया गया है। जब दो अणुओं के बीच पार्थक्य अधिक होता है, तो उनके बीच आकर्षण बल लगता है जिसका परिमाण कम होता है। जब अणुओं के बीच पार्थक्य घटता है, तो कुल आकर्षण बल एक सीमा तक बढ़ता है और इसके परे बल प्रतिकर्षक (Repulsive) हो जाता है। R_0 दूरी पर दो अणुओं के बीच लगने वाला बल शून्य होता है। यह पार्थक्य (R) साम्य पार्थक्य कहलाता है।

अत: यदि अंतरा-अणुक पार्थक्य $R > R_0$ तो अणुओं के बीच आकर्षक बल कार्य करता है। जब $R < R_0$ तब अणुओं के बीच प्रतिकर्षक बल कार्य करता है।

ठोस पदार्थ में, साम्य पार्थक्य की अवस्था में अणु एक-दूसरे के काफी निकट होते हैं (□ 10^{-10} m) उच्च अंतरा-आणविक बलों के कारण वे अपनी स्थिति पर लगभग स्थिर रहते हैं। अब आप समझ सकते हैं कि किसी ठोस पदार्थ का आकार निश्चित क्यों होता है। द्रवों में, अणुओं के बीच औसत पार्थक्य थोड़ा अधिक होता है, तो आकर्षण बल क्षीण होता है, और अणु तुलनात्मक रूप से द्रव पदार्थ के संपूर्ण द्रव्यमान के भीतर गतिशील रहने के लिए अधिक स्वतंत्र रहते हैं। अब आप समझ सकते हैं कि द्रव पदार्थों का आकार निश्चित क्यों नहीं होता है। द्रव पदार्थ जिस बरतन में रखे जाते हैं उसी की आकृति ग्रहण कर लेते हैं। गैसों में अंतरा-आणविक पार्थक्य बहुत ज्यादा होता है और आणविक बल काफी क्षीण होता है (लगभग नगण्य)। अणु किसी बर्तन में गति करने के लिए पूर्णस्वतंत्र होते हैं। इसलिए गैसों का आयतन और आकृति निश्चित नहीं होते।

परमाणु के विषय में प्राचीन भारतीय दृष्टिकोण

संसार में परमाणु की संकल्पना प्रतिपादित करने वाले कणाद प्रथम व्यक्ति थे। उनका जीवन काल ईसा से लगभग छह शताब्दी पूर्व का है। वे प्रभास (इलाहाबाद के पास) के निवासी थे।

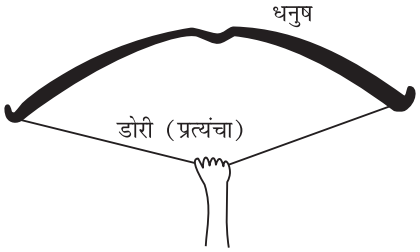


उनके अनुसार, ब्रह्माण्ड की प्रत्येक वस्तु परमाणु या अणु से बनी है। ये शाश्वत एवं अविनाशी हैं। परमाणु संयोजन करके विभिन्न अणुओं का निर्माण करते हैं। यदि दो परमाणु मिलकर अणु बनाते हैं तो इसे द्विअणुक और तीन परमाणुओं से मिलकर बने अणु को त्रिअणुक कहते हैं। वे 'वैशेषिक सूत्र'' के लेखक थे। परमाणुओं के साइज़ का अनुमान भी लगाया गया था। बुद्ध की जीवनी (ललिताविस्तार) में भी परमाणु का साइज़ अनुमानित था। वहाँ इसे 10^{-10} m की कोटि का आँका गया था, जो कि परमाणु के वर्तमान काल में आँके गए साइज़ के काफी सन्निकट है।

8.2 प्रत्यास्थता

आपने ध्यान दिया होगा कि जब किसी वस्तु पर बाह्य बल का प्रयोग किया जाता है तो इसकी आकृति या साइज़ (अथवा दोनों) बदल जाते हैं अर्थात विरूपण उत्पन्न हो जाता है। विरूपण कितना होता है यह वस्तु के पदार्थ, आकृति और बाह्य बल पर निर्भर करता है। जब विरुपण करने वाले बल हट जाते हैं तो वस्तु अपनी पुरानी आकृति और साइज़ प्राप्त करने का प्रयास करती है।

उदाहरण के तौर पर आप स्प्रिंग पर कोई भार लटका दें तो इसकी लम्बाई में परिवर्तन आ जाता है और भार हटा देने पर वह अपनी पूर्वावस्था में आ जाती है। इसी प्रकार यदि रबर की गेंद को दबाया जाए तो वह दब जाती है और दाब हटा लेने पर अपनी पूर्वावस्था में आ जाती है। इसी प्रकार यदि धनुष की डोरी पर बल लगाएँ तो इसकी आकृति बदल जाती है और बल हटा देने पर यह अपनी पूर्वावस्था में आ जाता है (चित्र 8.2)।



चित्र 8.2 : धनुष की डोरी पर लगाए गए बल से उसकी आकृति में परिवर्तन हो गया है

किसी वस्तु का वह गुण जिसके फलस्वरूप विरूपक बल हटाने पर वस्तु पुनः अपनी मूल आकृति एवं साइज़ (आमाप) प्राप्त कर लेती है, **प्रत्यास्थता** कहलाता है।

8.2.1 प्रत्यास्थ एवं सुघट्य वस्तुएँ

एक वस्तु जो विरूपक बल के हटने पर पूर्ण रूप से अपनी पूर्वावस्था में आ जाती है, **पूर्ण प्रत्यास्थ** कहलाती है। दूसरी ओर, यदि विरूपक बल हटा लेने कोई वस्तु अपने मूल आकृति में आने की कोई प्रवृत्ति नहीं रखती और अपने परिवर्तित रूप में ही रह जाती है, तो उसे **पूर्ण सुघट्य** कहते हैं। तथापि,व्यवहार में सभी वस्तुएँ इन्हीं दो सीमाओं के बीच ही व्यवहार करती हैं। प्रकृति में न तो कोई पूर्ण प्रत्यास्थ वस्तु है और न ही कोई पूर्ण सुघट्य वस्तु। क्वार्टज रेशे को लगभग पूर्ण प्रस्यास्थ माना जा सकता है और सामान्य पुट्टी पूर्ण सुघट्य है। जो वस्तु

विरूपण का जितना विरोध करती है, वह उतनी ही प्रत्यास्थ होती है। नि:संदेह प्रत्यास्थ विरूपण विज्ञान एवं प्रौद्योगिकी के लिए काफी महत्वपूर्ण है, लेकिन यांत्रिक प्रक्रियाओं में प्लास्टिक विरूपण भी महत्वपूर्ण है। आपने धातुओं पर मोहर लगाने की, धातु के टुकड़ो को मोड़ने और ढोकने-पीटने की प्रक्रियाऐं देखी होंगी। ये सभी कार्य प्लास्टिक विरूपण के कारण ही संभव है। प्रस्थ्यास्थता की व्याख्या अंतरा-अणुक बलों के पदों द्वारा की जा सकती है।

8.2.2 प्रत्यास्थता का आणविक सिद्धान्त

जैसा कि आप जानते हैं कि ठोस वस्तु एक निश्चित क्रम में व्यवस्थित बहुत से परमाणुओं से निर्मित होती है। प्रत्येक परमाणु पर उसके आस-पास के परमाणुओं के बलों का प्रभाव पड़ता है। अंतरापरमाणुक बलों के कारण ठोस की ऐसी आकृति बनी रहती है कि प्रत्येक परमाणु स्थिर साम्य अवस्था में रहता है। जब वस्तु निरूपित हो जाती है, तो परमाणु अपनी मूल दशा से हट जाते हैं और उनकी अंतरापरमाणुक दूरियाँ बदल जाती हैं। यदि विकृति में पार्थक्य उनके साम्य पार्थक्य से बढ़ जाता हैं (अर्थात, $(R > R_0)$ तो प्रबल आकर्षण बल उत्पन्न होते हैं और इसके विपरीत, यदि उनकी अंतरापरमाणुक दूरी घट जाती है (अर्थात्, $R < R_0$), तो प्रबल प्रतिकर्षण बल उत्पन्न होते हैं। इन बलों को **प्रत्यानयन बल** कहते हैं। ये बल परमाणुओं को अपनी पूर्व स्थिति में ले आते हैं। ठोस वस्तु के परमाणुओं के व्यवहार की तुलना एक ऐसे तंत्र से की जा सकती है जिसमें गेंदे स्प्रिंगों से जुड़ी हों।

अब हम उन तरीकों का अध्ययन करते हैं जिनसे वस्तु को विरूपित करने के लिए बल लगाए जाते हैं।

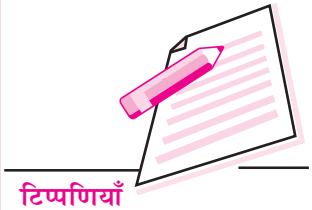
8.2.3 प्रतिबल

जब किसी वस्तु पर कोई बाह्य बल या कोई बाह्य बल-तंत्र लगाया जाता है, तो वस्तु की आकृति या साइज़ में लगाए जाने वाले बल की प्रकृति के अनुसार परिवर्तन होता है। हम पहले व्याख्या कर चुके हैं कि विरूपण की प्रक्रिया में, अपनी साम्यावस्था से अणुओं के विस्थापन के कारण आतंरिक प्रत्यानयन बल उत्पन्न हो जाता है। यह बल विरूपण का विरोध करता है।

विरूपित वस्तु के अनुप्रस्थ परिच्छेद के प्रति इकाई क्षेत्र पर कार्य करने वाले आतंरिक प्रत्यानयन बल को प्रतिबल कहा जाता है।

साम्यावस्था में प्रत्यानयन बल परिमाण में विरूपक बल के समान होता है तथा इसकी दिशा बाह्य विरूपक बल की दिशा के विपरीत होती है। इसी कारण प्रतिबल को साम्यावस्था में आने पर अनुप्रस्थ परिच्छेद के प्रति इकाई क्षेत्र में लगने वाले बाह्य बल द्वारा मापा जाता है। यदि विरूपक बल का परिमाण F है और यह A क्षेत्रफल में कार्यरत है, तो इसे निम्न प्रकार से लिख सकते हैं-

$$\text{प्रतिबल} = \frac{\text{प्रत्यानयन बल}}{\text{क्षेत्रफल}} = \frac{\text{विरूपक बल } (F)}{\text{क्षेत्रफल } (A)}$$



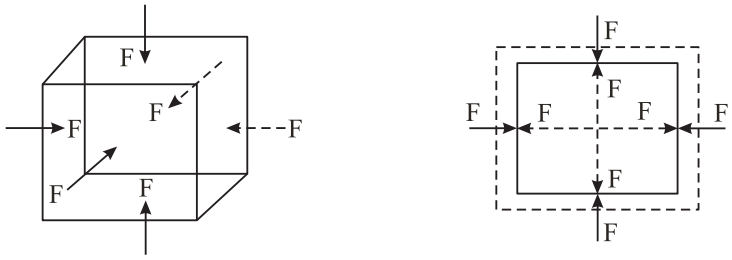
या $$\text{प्रतिबल} = \frac{F}{A} \qquad (8.1)$$

प्रतिबल का मात्रक Nm^{-2} है। प्रतिबल, अनुदैर्ध्य, अभिलम्बवत् या अपरुपक हो सकता है। आइए, इनके बारे में क्रमशः जानें।

(i) **अनुदैर्ध्य प्रतिबल :** यदि विरूपक बल वस्तु की लंबाई की दिशा में हो, तो उत्पन्न प्रतिबल **अनुदैर्ध्य प्रतिबल** कहलाता है। चित्र 8.3 (a) और चित्र 8.3 (b).

Fig 8.3 (a) : तनन प्रतिबल (b) संपीडन प्रतिबल

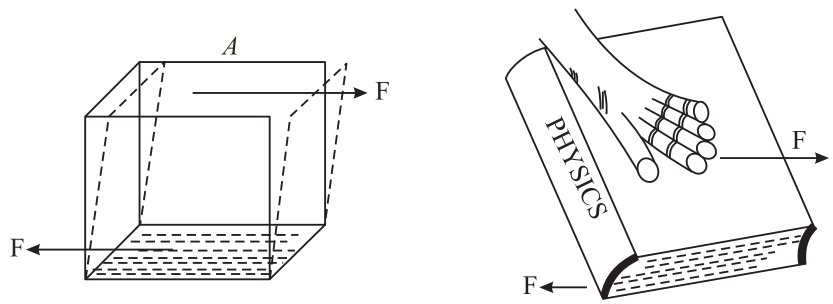
(ii) **अभिलम्बवत् प्रतिबल:** यदि विरूपक बल वस्तु के संपूर्ण सतह पर समान एवं लंबवत् लगाया जाए जिससे कि वस्तु की आकृति में परिवर्तन न हो, लेकिन आयतन में परिवर्तन हो जाए (चित्र 8.4) तो इस प्रकार उत्पन्न प्रतिबल को अभिलम्बवत् प्रतिबल कहा कहा जाता है। आप वस्तु की संपूर्ण सतह पर एक समान दाब लगाकर अभिलंबवत् प्रतिबल उत्पन्न कर सकते हैं। किसी सतह के अभिलंबवत प्रति इकाई क्षेत्रफल में कार्य करने वाला विरूपक बल दाब कहलाता है, जबकि सतह के अभिलंब प्रति इकाई क्षेत्रफल पर उत्पन्न आंतरिक प्रत्यानयन बल को **प्रतिबल** कहते हैं।



(a) (b)

चित्र. 8.4 : अभिलम्बत् प्रतिबल

(iii) **अपरूपक प्रतिबल :** यदि विरूपक बल सतह के समान्तर या स्पर्शरेखीय ढंग से कार्य करता है (चित्र 8.5 a) जिससे कि वस्तु के आयतन में परिवर्तन हुए बिना आकृति में परिवर्तन हो जाता है, तो इस प्रकार का प्रतिबल अपरुपक प्रतिबल कहलाता है। अपरूपक प्रतिबल का एक उदाहरण चित्र 8.5(b) में दर्शाया गया है जिसमें पुस्तक को तिरछे ध क्का दिया जाता है। इसके विपरीत फलक को घर्षण रोके रखता है।



चित्र. 8.5: (a) अपरूपक प्रतिबल (b) पुस्तक को किनारे से खिसकाना

8.2.4 विकृति (Strain)

विरूपक बलों से वस्तु की विमाओं में परिवर्तन हो जाता है। सामान्य रूप से **वस्तु की विमा में प्रति इकाई विमा परिवर्तन (जैसे लंबाई, आकार या आयतन) को विकृति कहते हैं।** यह दो सदृश्य राशियों का अनुपात होने के कारण विमाहीन राशि है। विरूपक बल के लगाए गए प्रकार के अनुसार, विकृति तीन प्रकार की होती हैं, (1) रेखीय विकृति (2) आयतन विकृति और (3) अपरूपक विकृति।

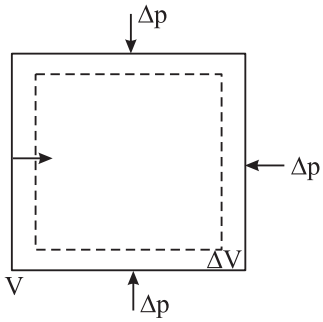
(i) **रेखीय विकृति :** यदि अनुदैर्घ्य अपरूपक बल के उपयोग से किसी वस्तु की लंबाई ℓ में $\Delta\ell$ परिवर्तन होता है (चित्र 8.6) तो

$$\text{रेखीय विकृति} = \frac{\text{लंबाई में परिवर्तन}}{\text{मूल लंबाई}} = \frac{\Delta\ell}{\ell}$$

चित्र. 8.6: रेखीय विकृति

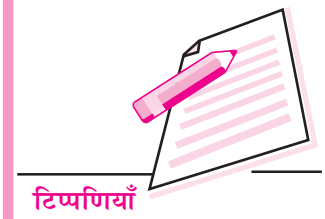
(ii) **आयतन विकृति :** जब एक समान दाब Δp के प्रयोग से किसी वस्तु की आकृति में परिवर्तन हुए बिना उसके आयतन V में ΔV परिवर्तन हो (चित्र 8.7) तब

$$\text{आयतन विकृति} = \frac{\text{आयतन में परिवर्तन}}{\text{मूल आयतन}} = \frac{\Delta V}{V}$$

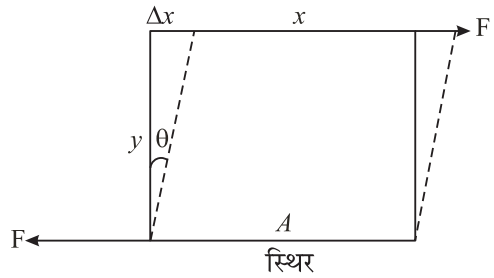


चित्र. 8.7: आयतन विकृति

(iii) **अपरूपक विकृति:** जब अपरूपक बल स्पर्श रेखीय (चित्र 8.8) हो, तो अपरूपक विकृति उस कोण द्वारा ज्ञात की जाती है जो निश्चित तल पर एक लंब रेखा विरूपण के बाद बनाती है, यदि कोण का मान बहुत कम हो, तो



$$\theta = \frac{\Delta x}{y}$$



चित्र. 8.8 : अपरूपक विकृति

8.2.5 धातु तार के लिए प्रतिबल-विकृति

एकसमान अनुप्रस्थ परिच्छेद वाले धातुतार पर बाह्य बल बढ़ते भार के क्रम में लगाने पर पर उसकी विकृति के साथ प्रतिबल दर्शाने वाला वक्र चित्र 8.9 में दर्शाया गया है। हम इस वक्र में उन क्षेत्रों और बिंदुओं का अध्ययन करेंगे जिनका विशिष्ट महत्व है।

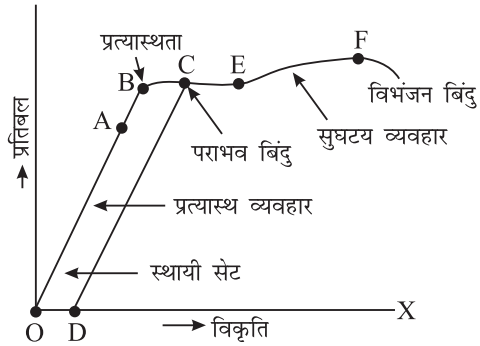


Fig. 8.9: एक इस्पात के तार के लिए प्रतिबल विकृति वक्र

(i) **समानुपातिक क्षेत्र OA:** वक्र का OA भाग सीधी रेखा है जिससे पता चलता है कि इस क्षेत्र में प्रतिबल विकृति के समानुपातिक है और वस्तु का व्यवहार पूर्ण रूप से प्रत्यास्थ वस्तु के सदृश है।

(ii) **प्रत्यास्थता सीमा** : यदि विकृति को A थोड़ा और बढ़ा दिया जाए तो प्रतिबल विकृति के पूर्णरूपेण समानुपाती नहीं होता है। तथापि, तार प्रत्यास्थ रहता है, अर्थात्, विरूपक बल (भार) को हटा देने पर यह अपनी मूल स्थिति में आ जाता है। विकृति का अधिकतम मान, जहां तक वस्तु (तार) में प्रत्यास्थ गुण रहता है, **प्रत्यास्थता सीमा** कहलाता है। प्रत्यास्थता सीमा के परे कोई भी वस्तु प्लास्टिक वस्तु जैसा व्यवहार करती है।

(iii) **बिन्दु** C : जब तार को सीमा B से अधिक खींचा जाता है तो विकृति अधिक तेजी से बढ़ती है और वस्तु प्लास्टिक (सुघट्य) हो जाती है। इसका अर्थ यह हुआ कि विरुपक बल हटाने के बाद भी तार अपनी मूलावस्था में नहीं आ पाएगा। भार को धीरे-धीरे कम करने पर वस्तु (तार) बिंदुकित पथ को अपनाती है। ऐसा चित्र में CD रेखा को देखकर

समझा जा सकता है। शून्य भार की स्थिति में तार में शेष विकृति को **स्थायी सेट** कहते हैं। बिंदु E के बाद तार का विस्तार ज्यों का त्यों बना रहता है। उसमें कोई कमी नहीं होती।

(iv) **विभंजन बिन्दु** F : बिन्दु E से आगे विकृति और तेजी से बढ़ती है और बिन्दु F के समीप तार की लंबाई, बल में वृद्धि के बिना भी लगातार होती है। इस बिन्दु पर तार टूट जाता है। इस बिंदु F को **विभंजन बिन्दु** या **विभंग बिंदु** कहते हैं।

विभंजन बिंदु F पर प्रतिबल को **विभंजन प्रतिबल** या **तनन क्षमता** कहते हैं। प्रत्यास्थ सीमा के अंदर एक वस्तु पर लगाया जा सकने वाला अधिकतम प्रतिबल कार्य प्रतिबल कहलाता है, और कार्य प्रतिबल तथा विभंजक प्रतिबल का अनुपात **सुरक्षा कारक** कहलाता है। ब्रिटेन में इसका मान 10 और अमेरिका में 5 लिया जाता है। हमने ब्रिटेन का मानदंड अपनाया है। यदि प्रत्यास्थता सीमा और विभंजन बिंदु के बीच विरूपण काफी अधिक हो जाता है तो पदार्थ **तन्य** कहलाता है। यदि पदार्थ प्रत्यास्थता सीमा को पार करते ही टूट जाता है तो वह **भंगुर** कहलाता है, जैसे काँच।

8.2.6 रबड़ के लिए प्रतिबल-विकृति वक्र

यदि आप रबड़ की डोरी को इसकी मूल लंबाई से कई गुना ज्यादा खींचे तो बल के हटाने पर यह अपनी मूल लंबाई पर आ जाती है। अर्थात, इसका प्रत्यास्थ क्षेत्र बड़ा है और इसमें सुपरिभाषित प्लास्टिक प्रवाह क्षेत्र (Plastse flow region) नहीं है। ऐसे पदार्थ जिनके विकृति के मान काफी बड़े होते हैं- इलैस्टोमर (Elastomer) अथवा प्रत्यास्थलक कहलाते है। यह गुण उनके आणविक विन्यास के कारण होता है। चित्र 8.10 में दो बातें मुख्य रूप से नोट करने लायक हैं। प्रथम, आप देख सकते हैं कि इस वक्र का कोई भी भाग विकृति के समानुपाती नहीं है। दूसरा, जब विरूपक बल धीरे-धीरे कम किया जाता है तो मूल वक्र पथ का अनुगमन नहीं होता है जबकि यह प्रतिदर्श (Sample) अंत में अपनी मूल लंबाई में आ जाता है। पदार्थ विरूपित अवस्था से मूल स्थिति में आने में कुछ कम कार्य करता है अर्थात, पदार्थ को विरूपित करने में किया गया कार्य अधिक होता है। इस प्रकार इस चक्र में कुछ ऊर्जा अवशोषित हो जाती है, जो ऊष्मा के रूप में प्रकट होती है। (इसे आप रबड़ को अपने होठों से छुआकर महसूस कर सकते हैं)। इस परिघटना को प्रत्यास्थ्य शैथिल्य (elastic hysteresis) कहते हैं।

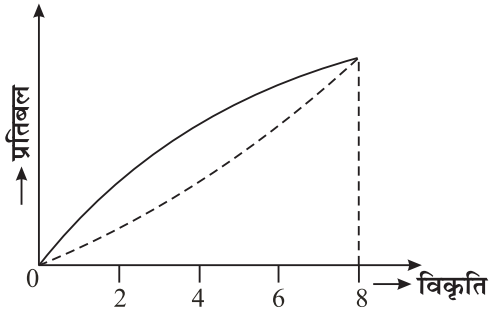


Fig. 8.10: रबड़ के लिए विकृति-प्रतिबल वक्र

प्रत्यास्थ शैथिल्य का प्रघात-अवशोषकों (Shock absorbes) में महत्वपूर्ण योगदान है। विरूपक बल द्वारा ऊर्जा का जो भाग स्थानान्तरित होता है, वह प्रघात-अवशोषक में संचित हो जाता है,

केवल एक छोटा भाग ही उस निकाय को संचरित होता है जो कि प्रघात अवशोषक से जुड़ा रहता है।

8.2.7. इस्पात रबड़ से अधिक प्रत्यास्थ है

एक बड़ा विरूपक बल लगाने पर किसी वस्तु में यदि बहुत कम विकृति उत्पन्न होती है, तो वह वस्तु अधिक प्रत्यास्थ कहलाती है। यदि हम दो एक समान रबड़ और इस्पात के तार लें और दोनों में समान विरूपक बल का प्रयोग करें तो आप पाऐंगे कि इस्पात के तार में रबड़ के तार की अपेक्षा लंबाई में कम वृद्धि हुई है। लेकिन इस्पात के तार में व रबड़ के तार में समान विकृति पैदा करने के लिए इस्पात के तार में अधिक प्रतिबल लगेगा। इस्पात के विरूपण के लिए अत्यधिक प्रतिबल की आवश्यकता यह दर्शाती हे कि इस्पात में उत्पन्न आंतरिक प्रत्यानयन बल रबड़ की अपेक्षा अधिक है। अत: इस्पात रबड़ से अधिक प्रत्यास्थ है।

उदाहरण 8.1 : एक मीटर लंबे तार के सिरे से 100 kg का भार लटकाया जाता है। यदि तार 0.20cm खिंचता है, तो (i) तनन प्रतिबल और (ii) तार में विकृति की गणना कीजिए $g = 9.80$ ms^{-2}.

हल :

$$\text{(i) तनन प्रतिबल} = \frac{F}{A} = \frac{Mg}{A} = \frac{(100\,\text{kg})\,(9.80\,\text{ms}^{-2})}{0.10\times10^{-4}\,\text{m}^2}$$

$$= 9.8 \text{ x } 10^7\,\text{Nm}^{-2}$$

$$\text{(ii) तनन विकृति} = \frac{\Delta\ell}{\ell} = \frac{0.20\times10^{-2}\,\text{m}}{1.0\,\text{m}}$$

$$= 0.20 \times 10^{-2}$$

उदाहरण 8.2 : स्टील तार की अधिकतम लंबाई ज्ञात कीजिए जिसे टूटे बिना लटकाया जा सकता है, यदि भंजन प्रतिबल = 4.0 x 10^8 Nm^{-2}, घनत्व = 7.9 × 10^3 kg m^{-3} और $g = 9.80$ ms^{-2}

हल : तार का भार $W = A\ell\rho g$, जहाँ, A तार का अनुप्रस्थ परिच्छेद है, ρ तार का घनत्व, और ℓ अधिकतम लंबाई है। तार के अपने भार के कारण उत्पन्न प्रतिबल $= \frac{W}{A} = \rho l g =$ *भंजन प्रतिबल*

दिया गया है भंजन प्रतिबल = 4.0 x 10^8 Nm^{-2}. अत:

$$\ell = \frac{4.0\times10^8\,\text{Nm}^{-2}}{(7.9\times10^3\,\text{kg m}^{-3})\,(9.8\,\text{ms}^{-2})}$$

$$= 0.05 \times 10^5\,\text{m}$$

$$= 5 \times 10^3\,\text{m} = 5\,\text{km}.$$

अब आप एक विराम लेकर अपनी प्रगति की जाँच कर सकते हैं।

पाठगत प्रश्न 8.1

1. अंतर-आणविक बलों की प्रकृति किस प्रकार प्रभावित होगी यदि किसी वस्तु पर लगाया गया विरुपक बल (i) अंतर-आणविक पृथक्करण को बढ़ाता है। (ii) अंतर-आणविक पृथक्करण को घटाता है?
2. यदि किसी छड़ के एक सिरे को दृढ़तापूर्वक जकड़ दिया जाय और इसके दूसरे सिरे के अनुप्रस्थ परिच्छेद पर लम्बवत बल लगाया जाए तो प्रतिबल एवं विकृति किस प्रकार की होगी?
3. धातु तार के कम विरूपण के लिए प्रतिबल/ विकृति का अनुपात स्थिर रहता है। जब विरूपण अधिक हो जाता है, तो बताइए कि यह अनुपात घटेगा या बढ़ेगा?
4. किन परिस्थितियों में प्रतिबल को भंजन प्रतिबल कहा जाता है?
5. यदि 4 kg द्रव्यमान को ऊर्ध्वाधर 4 m लम्बे व 0.64 mm व्यास के तार से लटकाने पर इसकी लंबाई में 0.60 mm की वृद्धि होती है, तो तनन प्रतिबल और विकृति ज्ञात करें।

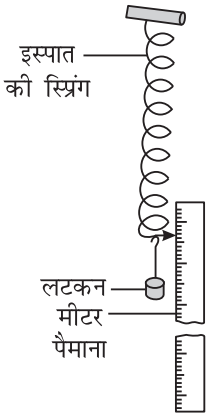
8.3 हुक का नियम

1678 में राबर्ट हुक ने कई ठोस पदार्थों के लिए प्रयोग करके विकृति और प्रतिबल वक्र प्राप्त किए और प्रत्यास्थता का नियम प्रतिपादित किया। उन्हीं के नाम पर इस नियम को हुक का नियम कहते हैं। इस नियमानुसार, प्रत्यास्थता सीमा में प्रतिबल विकृति के समानुपाती होता है।

अर्थात, प्रतिबल α विकृति

या
$$\frac{\text{प्रतिबल}}{\text{विकृति}} = \text{स्थिराँक } (E) \qquad (8.2)$$

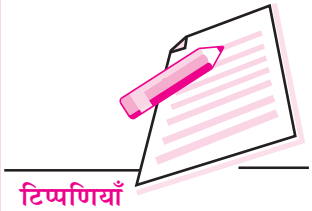
किसी पदार्थ की प्रत्यास्थता का मापक स्थिरांक समानुपातिकता E को **प्रत्यास्थता गुणांक** (modulus of elasticity) कहा जाता है। क्योंकि विकृति अविमीय राशि है, अत: प्रत्यास्थता गुणांक की विमा (या मात्रक) भी प्रतिबल की भांति ही हैं। इसका मान प्रतिबल तथा विकृति पर निर्भर नहीं करता, लेकिन यह वस्तु की प्रकृति पर निर्भर करता है। इसे देखने के लिए आप निम्नलिखित क्रियाकलाप कर सकते हैं।



चित्र. 8.11: हुक के नियम के लिए उपकरण

क्रियाकलाप 8.1

एक स्टील की स्प्रिंग लेकर इसका ऊपरी सिरा दीवार में लगे किसी दृढ अवलंब से स्थिर कर दीजिए और इसके किनारे पर एक मीटर स्केल लगा दीजिए (चित्र 8.11)। इसके निचले सिरे पर 100



ग्राम का एक भार लटका दें (100gm भार लगभग 1N बल के तुल्य होता है)। इस बल के कारण स्प्रिंग में हुई लम्बाई में वृद्धि को मापें। अब इस पर 100-100 ग्राम के क्रम में भार बढ़ाते जाए। प्रत्येक बार स्प्रिंग में हुई लम्बाई की वृद्धि को मापें। इस प्रकार 500 ग्राम तक भारों को बढ़ाने तक के प्रेक्षण लें। अब भार और लंबाई में वृद्धि का आरेखन करें। ग्राफ की आकृति कैसी है? क्या यह हुक के नियम का पालन करता है? ग्राफ एक सीधी रेखा होनी चाहिए। यह इंगित करता है कि भार तथा विस्तारण का अनुपात स्थिर है। इस क्रिया को रबड़ के तारों और अन्य पदार्थों के साथ दोहराइए।

आपको यह जानकारी होनी चाहिए कि हुक के नियम का पालन करने वाले पदार्थ स्प्रिंग तुलाओं या बल मापकों के रूप में प्रयुक्त होते हैं जैसा चित्र 8.11में दर्शाया गया है। आपने देखा होगा कि जब भी पलड़े में भार रखा जाता है, तो स्प्रिंग की लंबाई बढ़ती हैं। लंबाई में यह वृद्धि एक संकेतक द्वारा पैमाने पर दर्शाई जाती है और बल (भार) में वृद्धि मापन के लिए प्रयोग की जा सकती है।

रॉबर्ट हुक
(1635 – 1703)

सत्रहवीं शताब्दी के मेधावी प्रयोगकर्ता रॉबर्ट हुक, न्यूटन के समकालीन थे। उनकी विविध क्षेत्रों में रूचियाँ थीं और उन्होंने भौतिकी, खगोलिकी तकनीकी विज्ञान, जीव विज्ञान, भूविज्ञान, जीवाश्म विज्ञान, स्थापत्यकला और समुद्रयान तकनीकी के क्षेत्र में योगदान दिया। इसके अलावा उन्हें सर्वदिशी संधि, श्वसक का प्रारंभिक स्वरूप, आइरिस डायफ्राम, घंडियों के लिए संतुलक, स्प्रिंग व घड़ी का वह पुर्जा जो सबसे छोटे पहिऐ के एक दाँते को हटाता हुआ गति उत्पन्न करता है- बनाने का श्रेय जाता है। 1666 में लंदन ने लगी बड़ी आग के बाद प्रमुख सर्वेक्षक के रूप में इन्हें लंदन के पुनर्निर्माण का श्रेय जाता है। उन्होंने प्रत्यास्थता के नियम का प्रतिपादन किया और दहन का समुचित सिद्धांत दिया। इन्होंने मौसम संबंधी उपकरणों की खोज की और उनमें सुधार भी किया जैसे दाबमापी, पवन वेगमापी और आर्द्रतामापी)।

8.3.1 प्रत्यास्थता गुणाँक

पिछले खण्डों में आप पढ़ चुके हैं कि विकृति तीन प्रकार की होती है। अतः यह स्पष्ट है कि तीन विकृतियों के अनुरूप तीन प्रत्यास्थता-गुणांक होने चाहिए-रैखिक विकृति के लिए यंग का गुणांक आयतन विकृति के लिए आयतन प्रत्यास्थता गुणांक और अपरूपण विकृति के लिए अपरूपण गुणांक या दृढ़तांक (moodulus of rigidity)।

(i) **यंग का गुणांक:** अनुदैर्ध्य प्रतिबल और अनुदैर्ध्य विकृति के अनुपात को वस्तु का यंग का गुणांक कहा जाता है। मान लीजिए लंबाई ℓ और अनुप्रस्थ परिच्छेद के क्षेत्रफल A वाले तार पर एक अनुदैर्ध्य बल लगाया जाता है। इस बल F के कारण तार खिंचता है।

मान लीजिए इसके फलस्वरूप तार की लंबाई में परिवर्तन ΔL हो जाता है।

तब,

$$\text{अनुदैर्ध्य प्रतिबल} = \frac{F}{A}$$

और

$$\text{अनुदैर्घ्य विकृति} = \frac{\Delta L}{L}$$

अत:

$$\text{यंग का गुणांक } Y = \frac{F/A}{\Delta L/L} = \frac{F \times L}{A \times \Delta L}$$

यदि यह तार एक दृढ़ आधार से ऊर्ध्वाधर लटकाया जाए और एक द्रव्यमान M इसके एक सिरे पर लटकाया जाए तथा तार की त्रिज्या r हो तो, $A = \pi r^2$ और $F = M g$.

$$\therefore \quad Y = \frac{M\,g\,L}{p\,r^2 D\,L} \qquad (8.3)$$

Y के SI मात्रक हैं $N\,m^{-2}$। यंग के गुणांक का मान कुछ विशिष्ट द्रव्यमानों के लिए तालिका संख्या 8.1 में दिया गया है। इससे पता चलता है कि ताँबे की तुलना में इस्पात कहीं अधिक प्रत्यास्थ होता है।

सारणी 8.1 कुछ विशिष्ट द्रव्यमानों के लिए यंग का गुणांक

पदार्थ का नाम	Y ($10^9 Nm^{-2}$)
एलुमीनियम	70
ताँबा	120
लोहा	190
इस्पात	200
काँच	65
अस्थि	9
पोलीस्ट्रीन	3

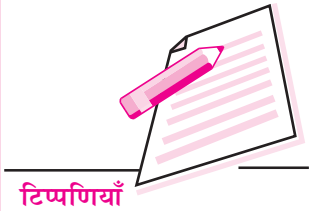
(ii) **आयतन प्रत्यास्थता गुणाँक:** अभिलम्ब प्रतिबल तथा आयतन विकृति के अनुपात को वस्तु का आयतन प्रत्यास्थता गुणाँक कहते हैं।

यदि ΔP दाब वृद्धि के कारण वस्तु के आयतन V में, बिना आकार परिवर्तन के ΔV की कमी होती है, तो

$$\text{अभिलम्ब प्रतिबल} = \Delta P$$

$$\text{आयतन विकृति} = \Delta V/V$$

$$\text{आयतन प्रत्यास्थता गुणांक } B = \frac{\Delta P}{\Delta V/V} = V\frac{\Delta P}{\Delta V} \qquad (8.4)$$



किसी वस्तु के आयतन प्रत्यास्थता गुणांक के व्युत्क्रम को संपीड्यता कहा जाता है। यदि संपीड्यता को k से दर्शाएँ तो

$$k = \frac{1}{B} = \frac{1}{V}\frac{\Delta V}{\Delta P} \qquad (8.5)$$

गैंसे सबसे अधिक संपीड्य और सबसे कम प्रत्यास्थ होती हैं, जबकि ठोस सबसे कम संपीड्य और सबसे अधिक प्रत्यास्थ होते हैं।

$$B_{\text{ठोस}} > B_{\text{द्रव}} > B_{\text{गैस}}$$

(iii) **दृढ़तांक या अपरूपण गुणांक:** अपरूपण प्रतिबल और अपरूपण विकृति के अनुपात को वस्तु के पदार्थ का दृढ़तांक या अपरूपण गुणांक कहा जाता है।

यदि स्पर्श रेखीय बल F क्षेत्र A पर कार्य करे और θ अपरूपण विकृति हो, तो

$$\text{दृढ़ताँक } \eta = \frac{\text{अपरूपण प्रतिबल}}{\text{अपरूपण प्रतिबल}} = \frac{F/A}{\theta} = \frac{F}{A\theta} \qquad (8.6)$$

आपको यह ज्ञात होना चाहिए कि ठोस एवं तरल दोनों के आयतन प्रत्यास्थ गुणाँक होते हैं। लेकिन तरलों के लिए यंग गुणांक और विकृति गुणांक नहीं होते क्योंकि एक तरल तनन प्रतिबल या अपरूपण प्रतिबल को सहन नहीं कर सकता है।

उदाहरण 8.3 : एक 0.1 cm^2 अनुप्रस्थ परिच्छेद क्षेत्रफल वाली एक स्टील की तार की लंबाई को 50%. बढ़ाने के लिए आवश्यक बल की गणना करें। दिया है $Y = 2 \times 10^{11}$ N m^{-2}.

हल : तार की लंबाई में वृद्धि = 50%. यदि ΔL लंबाई में वृद्धि और L तार की सामान्य लंबाई हो तो

$$\frac{\Delta L}{L} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \qquad Y = \frac{F \times L}{A \times \Delta L}$$

या

$$F = \frac{Y \times A \times \Delta L}{L} = \frac{(2\times10^{11}\,\text{Nm}^{-2})\,(0.1\times10^{-4}\,\text{m}^2)\times1}{2}$$

$$= 0.1 \times 10^7 \text{ N} = 10^6 \text{ N}$$

उदाहरण 8.4 : जब एक ठोस रबड़ की गेंद को झील की सतह से उसके नीचे तल तक लाया जाता है तो इसके आयतन में 0.0012 %. की कमी होती है! झील की गहराई 360 m, है। झील जल का घनत्व 10^3 kgm^{-3} है और गुरुत्व जनित त्वरण 10 m s^{-2}. है। रबड़ का आयतन प्रत्यास्थ गुणांक निकालिए।

हल :

गेंद पर दाब की वृद्धि P $= h\rho g = 360\text{m} \times 10^3\,\text{kgm}^{-3} \times 10\,\text{ms}^{-3}$

$= 3.6 \times 10^6\,\text{Nm}^{-2}$

$$\text{आयतन विकृति} = \frac{\Delta V}{V} = \frac{0.0012}{100} = 1.2 \times 10^{-5}$$

$$\text{आयतन प्रत्यास्थ गुणांक } B = \frac{PV}{\Delta V} = \frac{3.6\times10^{6}}{1.2\times10^{-5}} = 3.0 \times 10^{11}\ \text{Nm}^{-2}$$

8.3.2 प्वासों अनुपात (Poisson's Ratio)

आपने ध्यान दिया होगा कि जब एक रबड़ की ट्यूब को इसकी लंबाई की दिशा में खींचा जाता है तो इसके व्यास में संकुचन हो जाता है (चित्र 8.12)। यह तार के लिए भी सत्य है। हालांकि यह उतना स्पष्ट दृष्टिगोचर नहीं होता है। तार की लंबाई लगाए गए बल की दिशा में बढ़ती है। संकुचन इसमें लंब दिशा में होता है। प्रयुक्त बल के लंब दिशा की विकृति को **पार्श्व विकृति** कहते हैं। प्वासों ने दर्शाया कि प्रत्यास्थता सीमा के अंतर्गत पार्श्व विकृति अनुदैर्ध्य विकृति की समानुपाती होती है।

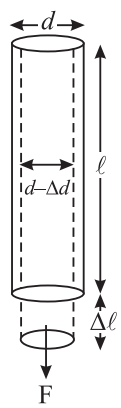


Fig: 8.12 : एक खिंची हुई रबड़ की ट्यूब

किसी वस्तु के पदार्थ के लिए पार्श्व विकृति एवं अनुदैर्ध्य विकृति का अनुपात स्थिरांक होता है, इसे प्वासों अनुपात कहा जाता है और यह यूनानी अक्षर σ (सिग्मा) द्वारा दर्शाया जाता है। यदि α और β क्रमशः अनुदैर्ध्य और पार्श्व विकृतियाँ हो तो प्वासों अनुपात

$\sigma = \beta / \alpha.$

यदि ℓ लंबाई और d व्यास के तार (दंड या नली) पर तनन बल के लगाने से उसकी लंबाई में $\Delta\ell$ की वृद्धि और व्यास में Δd, की कमी हो जाए तो

$$\text{रैखिक विकृति} = \frac{\Delta\ell}{\ell}$$

$$\text{पार्श्व विकृति} \qquad \beta = \frac{\Delta d}{d}$$

$$\text{प्वासों अनुपात} \quad \sigma = \frac{\Delta d/d}{\Delta\ell/\ell} = \frac{\ell}{d}\,\frac{\Delta d}{\Delta\ell} \qquad (8.7)$$

चूंकि प्वासों अनुपात दो विकृतियों का अनुपात है, यह विमाहीन राशि है और एक शुद्ध संख्या है।

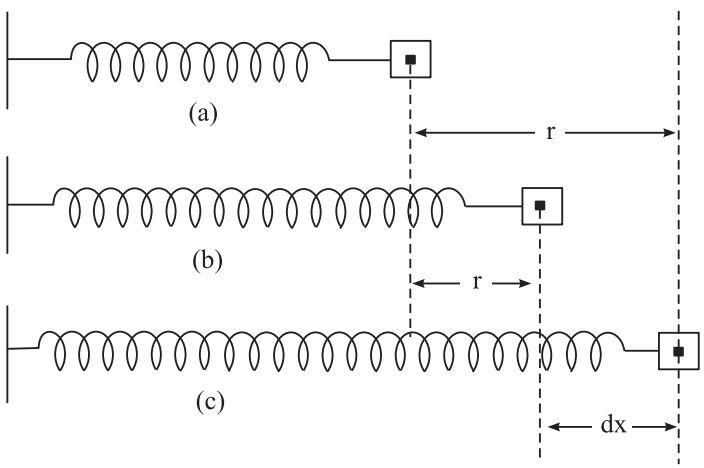
प्वासों अनुपात का मान केवल द्रव्य की प्रकृति पर निर्भर करता है और अधिकांश पदार्थों के लिए यह 0.2 और 0.4 के बीच रहता है। जब किसी वस्तु पर दाब डालने से उसके आयतन में परिवर्तन नहीं होता, अर्थात् वस्तु पूर्णतया असंपीड्य होती है, तो प्वासों अनुपात का मान अधिकतम होता है अर्थात् 0.5। सैद्धान्तिक रूप से प्वासों अनुपात का मान –1.0 और 0.5 के बीच होता है।

8.3.3 प्रत्यास्थ ऊर्जा

जब किसी स्प्रिंग को दबाया या खींचा जाता है, तो इसका विन्यास बदल जाता है और इसमें कार्य करने की क्षमता आ जाती है।

प्रत्यास्थ ऊर्जा स्थितिज ऊर्जा का एक प्रकार है जो स्प्रिंग जैसी प्रत्यास्थ वस्तुओं के संपीडन या विस्तार से संबंधित है। यहां पर संबद्ध बल स्प्रिंग बल है। यदि हम किसी स्प्रिग को दबायें या खींचे तो स्प्रिग के फेरों की सापेक्ष स्थिति परिवर्तित होती है। रबड़ ट्यूब के प्रकरण में विभिन्न परतों की सापेक्ष स्थिति परिवर्तित होती है। एक प्रत्यानयन बल इस परिवर्तन का विरोध करता है जिसके परिणाम स्वरूप हमारे द्वारा किया गया कार्य स्प्रिंग अथवा इसी प्रकार की वस्तुओं की स्थितिज ऊर्जा में वृद्धि कर देता है।

मान लीजिए किसी स्प्रिंग का स्प्रिंग-नियतांक k है। किसी क्षण यदि स्प्रिंग को x दूरी तक खींचा जाता है तो आरोपित बल $F = kx$ होगा। (चित्र 8.3.3)



चित्र 8.3.3

यदि स्प्रिंग को पुनः dx दूरी तक खींचा जाता है (चित्र 8.3.3c) तो किए गए अल्प कार्य को नीचे दिए गए अनुसार लिखा जा सकता है:

$$dW = kx.dx$$

इसीलिए, स्प्रिंग को साम्यावस्था से r दूरी तक खींचने में किया गया कुल कार्य (चित्र 8.3.3) होगा:

$$W = \int_0^r kxdx = k\left[\frac{x^2}{2}\right]_0^r = \frac{1}{2}kr^2$$

अतः प्रत्यास्थ स्थितिज ऊर्जा,

$$U = \frac{1}{2}kr^2$$

क्रियाकलाप 8.2

दो समान तार लें। किसी एक तार को थोडा सा मरोड कर इसमें थोड़ी देर के लिए ऐंठन वाले कंपन पैदा करें। कुछ समय पश्चात दूसरे तार में भी इसी प्रकार के कंपन पैदा करें। दोनों तारों के कंपनों की क्षय दर का अवलोकन करें।

आप पाएँगे कि लम्बे समय से कंपन कर रहे तार के कंपन अधिक जल्दी क्षय हो जाते हैं। तार में एक श्रांति उत्पन्न हो जाती है और इसमें कंपनों का बने रहना मुश्किल हो जाता है। इस घटना को **प्रत्यास्थ श्रांति** कहते है।

प्रत्यास्थता के विषय में कुछ और तथ्य :

1. यदि हम कुछ उपयुक्त प्रकार की अशुद्धियाँ धातुओं में मिलाएं तो उनके प्रत्यास्थ गुणों में परिवर्तन होता है उदाहरण के लिए, यदि लोहे में कार्बन या सोने में पोटैशियम मिला दिया जाए, तो इससे लोहे या सोने की प्रत्यास्थता बढ़ जाती है।
2. ताप के बढ़ने से पदार्थों की प्रत्यास्थता घटती है। उदाहरण के तौर पर, कार्बन सामान्य ताप पर अत्यधिक प्रत्यास्थ है। जब इसमें विद्युतधारा प्रवाहित करके इसे गरम किया जाता है तो यह सुघट्य बन जाता है। इसी प्रकार प्लास्टिक को द्रव हवा में ठंडा करने पर यह अत्यधिक प्रत्यास्थ हो जाता है।
3. प्रत्यास्थता गुणांक प्रतिबल या विकृति पर निर्भर नहीं करता। यह केवल वस्तु के पदार्थ की प्रकृति पर निर्भर करता है।

उदाहरण 8.5: एक 20 cm भुजा वाले धातु के घन पर एक $10^4\,Nm^{-2}$ परिमाण का अपरूपक बल लगाया जाता है। यदि घन का ऊपरी हिस्सा निचले हिस्से की तुलना में 0.01 cm विस्थापित होता है तो दृढ़तांक ज्ञात कीजिए।

हल : अपरूपक प्रतिबल $= 10^4\,Nm^{-2}$ दिया गया है $\Delta x = 0.01$ cm,

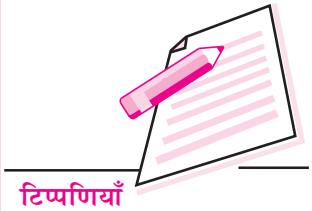
और $y = 20$ cm

$\therefore$ अपरूपक विकृति $= \dfrac{\Delta x}{y} = \dfrac{0.01\,cm}{20\,cm}$

अत: $= 0.005$

$$\text{दृढ़तांक } \eta = \frac{\text{अपरूपक प्रतिबल}}{\text{अपरूपक विकृति}} = \frac{10^4\,Nm^{-2}}{.0005}$$

$$= 2 \times 10^7\ N\ m^{-2}$$



उदाहरण 8.6 : 10 kg द्रव्यमान को 5 m लंबे और 1 mm व्यास के ताँबे के तार के सिरे से लटकाया जाता है। लंबाई में वृद्धि एवं पार्श्व विकृति की गणना करें। यदि प्वासों अनुपात 0.25. व यंग गुणांक $Y = 11 \times 10^{10}$ N m^{-2}.

हल : यहाँ $L = 5$ m, $r = 0.05 \times 10^{-3}$ m, $y = 11 \times 10^{10}$ Nm^{-2} $F = 10 \times 9.8$ N, और

$$\sigma = 0.25.$$

तार में उत्पन्न विस्तारण

$$\Delta \ell = \frac{F.\ell}{\pi r^2 Y} = \frac{(10\,\text{kg}) \times (9.8\text{ms}^{-2}) \times (5\text{m})}{3.14\,(0.5 \times 10^{-3}\,\text{m})^2 \times (11 \times 10^{10}\,\text{Nm}^{-2})}$$

$$= \frac{490}{8.63 \times 10^4}\ \text{m}$$

$$= 5.6 \times 10^{-3}\ \text{m}$$

$$\text{अनुदैर्ध्य विकृति} = \alpha = \frac{\Delta \ell}{\ell}$$

$$= \frac{5.6 \times 10^{-3}\,m}{5\,\text{m}}$$

$$= 1.12 \times 10^{-2}$$

$$\text{प्वासों अनुपात } (\sigma) = \frac{\text{पार्श्व विकृति}(\beta)}{\text{अनुदैर्ध्य विकृति}(\alpha)}$$

$$\therefore \quad \text{पार्श्व विकृति } \beta = \sigma \times \alpha$$

$$= 0.125 \times 1.12 \times 10^{-2}$$

$$= 0.14 \times 10^{-3}.$$

अब आप एक विराम लें और अपनी प्रगति की जाँच करें।

पाठगत प्रश्न 8.2

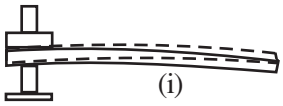
1. क्या अनुदैर्ध्य प्रतिबल और यंग-गुणांक के मात्रक एक ही हैं? अपने उत्तर को कारण सहित स्पष्ट करें।
2. ठोस पदार्थ द्रवों एवं गैसों से अधिक प्रत्यास्थ हैं। इसका औचित्य सिद्ध कीजिए।
3. एक तार की लम्बाई काट कर आधी कर दी जाती है। एक दिए गए भार द्वारा इसकी लंबाई में वृद्धि किस प्रकार प्रभावित होगी?

4. दो तार एक ही धातु के बने हैं। पहले तार की लंबाई दूसरे तार की आधी है और इसका व्यास पहले तार से दो गुना है। यदि दोनों तारों पर समान भार लटकाए जाएं तो उनकी लंबाई में वृद्धियों का अनुपात क्या होगा?

5. एक तार पर $1\times10^{8}\,\mathrm{N\,m^{-2}}$ का प्रतिबल लगाने पर इसकी लंबाई में 10^{-3} गुना वृद्धि होती है। तार के पदार्थ के यंग गुणांक की गणना कीजिए।

6. $100\,\mathrm{N\,m^{-1}}$ स्प्रिंग नियतांक के किसी स्प्रिंग को 10 cm की दूरी तक खींचने पर इसमें भंडारित प्रत्यास्थ स्थितिज ऊर्जा का परिकलन कीजिए।

वस्तुओं के प्रत्यास्थ व्यवहार के उपयोग


(i)

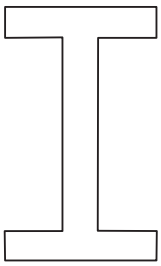
वस्तुओं के प्रत्यास्थ व्यवहार की हमारे दैनिक जीवन में एक महत्वपूर्ण भूमिका है। दंड एवं स्तंभ हमारे वास्तुकला संबंधी ढाँचों के महत्वपूर्ण हिस्से हैं। एक सामांगी छड़ जिसका एक सिरा क्षैतिज रूप में जकड़ा रहता है और जिसके दूसरे सिरे पर भार लटका रहता है कैन्टीलीवर कहलाती है। (चित्र i) ऋषिकेश में लक्ष्मण झूले का निलंबी सेतु और कोलकता का विद्यासागर सेतु कैन्टीलीवर के आधारों पर स्थित हैं।

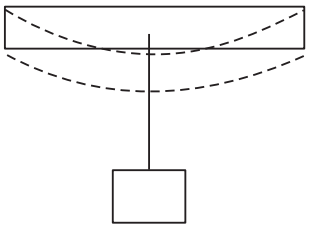
एक कैन्टीलीवर जिसकी लंबाई l चौड़ाई b और मोटाई d हो और इसके मुक्त सिरे पर M द्रव्यमान हो तो कैन्टीलीवर का अवनमन (δ) इस प्रकार व्यक्त किया जा सकता है:

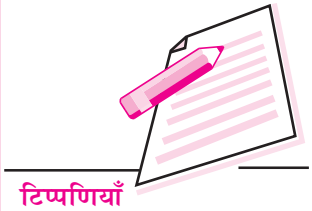
$$\delta = \frac{4M\,g\,\ell^3}{\gamma\,b\,d^3}$$

अब यह सरलता से समझ में आ सकता है कि गर्डर्स तथा रेल पटरियों का अनुप्रस्थ परिच्छेद I-आकृति का क्यों रखा जाता है (चित्र ii)। दूसरे घटक समान रहने पर $\delta \,\alpha\, d^{-3}$। अत: मोटाई बढ़ाने से, हम समान भार के लिए अवनमन अधिक प्रभावशाली ढंग से कम कर सकते हैं। इससे पदार्थ की काफी बचत होती है और बीम की शक्ति में कोई कमी नहीं आती, जबकि बीम दोनों ओर से कसी हो और इसमें बीच में भार लगा हो (चित्र iii), मध्य बिंदु का अवनमन होगा

$$\delta = \frac{M\,g\,\ell^3}{4\,b\,d^3\gamma}$$


(ii)


(iii)



अत: एक दिए गए भार के लिए, हम ऐसे पदार्थ का चयन करेंगे जिसका यंग गुणाँक Y अधिक हो और मोटाई अधिक हो ताकि δ का मान कम रखा जा सके। तथापि, एक गहरी बीम में ऐंठने की प्रवृत्ति हो सकती है (चित्र iv)। इसे टालने के लिए, एक बड़ा भार वहन करने वाली सतह बनाई जाती है। I-आकृति के अनुप्रस्थ परिच्छेद में ये दोनों आवश्यकताएँ पूरी हो जाती हैं।

(iv)

क्रेनों में, हम भारी समानों को एक स्थान से हटाकर दूसरे स्थान पर ले जाने के लिए मोटी धात्विक रज्जु का प्रयोग करते हैं। 300 मेगा पास्कल पराभव क्षमता (yield strength) की स्टील की रज्जु से दस मीट्रिक टन के भार को उठाने के लिए स्टील रज्जु का अनुप्रस्थ परिच्छेद की त्रिज्या कम से कम 10 cm होनी चाहिए। इतनी त्रिज्या का अकेला तार एक दृढ़ छड़ के समान व्यवहार करेगा। इसलिए इन रज्जुओं को बहुत से पतले तारों को गुंफित करके बनाया जाता है। इसे बनाने में आसानी होती है, ऐसी रज्जु अधिक लचीली और शक्तिशाली होती है।

क्या आप जानते हैं कि पृथ्वी पर एक पर्वत की अधिकतम ऊँचाई लगभग 10 km हो सकती है; अन्यथा इसके भार के कारण इसके नीचे की चट्टाने विरूपित हो जाएँगी।

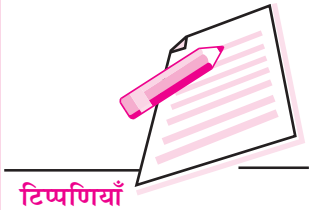
आपने क्या सीखा

- वस्तु में अवरूपण उत्पन्न करने वाला बल विरूपक बल कहलाता है।
- वस्तु में विरूपण होने पर उसमें आतंरिक प्रत्यानयन बल उत्पन्न होता है। विरूपक बल हटा लेने पर वस्तु अपनी मूल आकृति और आमाप (size) में वापस आ जाती है।
- विरूपण बल के हटने पर वस्तु के उस गुण को जिससे उसका मूल स्वरूप तथा आमाप बना रहता है, प्रत्यास्थता कहते हैं।
- विरूपक बल को हटा लेने के बाद जो वस्तु पूर्ण रूप से अपने मूल आमाप और रूप में लौट आती है, उसे पूर्ण प्रत्यास्थ वस्तु कहा जाता है।
- यदि वस्तु पूर्ण रूप से अपना परिवर्तित रुप बनाए रखे तो वह पूर्ण सुघट्य पदार्थ की बनी (प्लास्टिक) कही जाती है।
- प्रतिबल, आंतरिक प्रत्यानयन बल के प्रति इकाई क्षेत्रफल के बराबर होता है। इसका मात्रक Nm^{-2} है।
- विकृति, विमा में प्रति इकाई विमा परिवर्तन (जैसे लंबाई, आयतन या आकृति) के बराबर होती है। विकृति का कोई मात्रक नहीं है।
- सामान्य अवस्था में किसी परमाणु पर सकल अंतरापरमाणु बल शून्य होता है। यदि परमाणुओं के बीच पार्थक्य दूरी समान अवस्था की पार्थक्य दूरी से अधिक होती है तो अंतरापरमाणु बल आकर्षी होते हैं। यदि पार्थक्य कम हो तो बल प्रतिकर्षी होते हैं।
- प्रतिबल का वह अधिकतम मान जहाँ तक वस्तु के प्रत्यास्थ गुण विद्यमान रहते हैं, प्रत्यास्थ सीमा कहलाता है। प्रत्यास्थ सीमा के परे वस्तु का व्यवहार सुघट्य (प्लास्टिक) वस्तु की तरह हो जाता है।

- हुक का नियम बताता है कि प्रत्यास्थता की सीमा में, वस्तु में उत्पन्न प्रतिबल विकृति के समानुपाती होता है।
- यंग गुणांक अनुदैर्ध्य प्रतिबल और अनुदैर्ध्य विकृति का अनुपात होता है।
- आयतन प्रत्यास्थता गुणाँक, अभिलंब प्रतिबल और आयतन विकृति का अनुपात होता है।
- पार्श्व विकृति और अनुदैर्ध्य विकृति के अनुपात को प्वासों अनुपात कहा जाता है।
- किसी स्प्रिंग को खींचने में किया गया कार्य उसमें प्रत्यास्थ स्थितिज ऊर्जा के रूप में भंडारित हो जाता है।

पाठांत प्रश्न

1. प्रत्यास्थता की परिभाषा दीजिए। प्रत्यास्थ एवं सुघट्य वस्तुओं के उदाहरण भी दें।
2. प्रतिबल, विकृति एवं हुक के नियम की व्याख्या करें।
3. अंतरा-आणविक बलों की सहायता से द्रव्य के प्रत्यास्थ गुणों की व्याख्या कीजिए।
4. यंग गुणाँक, आयतन प्रत्यास्थ गुणाँक और दृढ़तांक को परिभाषित करें।
5. प्रतिबल विकृति ग्राफ की सहायता से बढ़ते भार के साथ धात्विक तार के व्यवहार की व्याख्या करें।
6. स्टील, रबड़ से अधिक प्रत्यास्थ क्यों होता है?
7. प्वासों अनुपात का कोई मात्रक क्यों नहीं होता है?
8. द्रव्य की तीन अवस्थाओं अर्थात ठोस, द्रव और गैस में कौन सबसे अधिक प्रत्यास्थ होता है और क्यों?
9. 4 m लंबे और 1mm व्यास वाले धातु का तार 4 kg भार द्वारा खींचा जाता है। उत्पन्न अनुदैर्ध्य वृद्धि (लंबाई में वृद्धि) ज्ञात कीजिए। यदि तार के पदार्थ के लिए Y, 13.78×10^{10} N m^{-2}.हो।
10. एक गोले का आयतन उसे समुद्र में 1 km नीचे, गहराई में ले जाने में 0.02% कम हो जाता है। गोले के पदार्थ का आयतन प्रत्यास्थ गुणाँक ज्ञात करें। आप समुद्र के जल का घनत्व 1000 kg m^{-3} and $g = 9.8$m s^{-2} मान सकते हैं।
11. एक 0.2 mm. त्रिज्या वाले तार की लंबाई में 0.2% की वृद्धि करने के लिए कितने बल की आवश्यकता होगी? यदि $Y = 9 \times 10^{10}$ N m^{-2}.
12. अवरूपण प्रतिबल, अवरूपण विकृति और दृढ़ताँक क्या हैं?
13. 10 cm भुजा वाले घन की ऊपरी सतह पर जब 5×10^5 N स्पर्शीय बल लगाया जाता है, तब उसकी ऊपरी सतह 2 mm समान्तर रूप में हट जाती है, जबकि नीचे की सतह को स्थिर रखा जाता है। विकृति की गणना कीजिए।
14. प्रत्यास्थता के गुण का हमारे जीवन में बहुत महत्व है। सुघट्यता हमारी सहायता कैसी करती है?



15. L लंबाई और r त्रिज्या के तार का एक सिरा क्लैम्स से जुड़ा है। जब इसके मुक्त सिरे पर F बल लगाकर इसे खींचा जाता है, तब इसकी लंबाई में x वृद्धि हो जाती है। उसी पदार्थ के एक दूसरे तार, जिसकी लंबाई $2L$ है, पर $2F$ बल लगाया जाता है। बताइए इस दूसरे तार की लंबाई में कितनी वृद्धि होगी?

पाठगत प्रश्नों के उत्तर

8.1

1. यदि $R > R_0$, बल आकर्षक प्रकृति का और यदि $R < R_0$ तो विकर्षक (प्रतिकर्षी) प्रकृति का होगा।
2. अनुदैर्ध्य प्रतिबल और रेखीय विकृति (अनुदैर्ध्य विकृति)
3. अनुपात कम होगा।
4. विभंजन बिंदु के संगत प्रतिबल को भंजन प्रतिबल कहते हैं।
5. $0.12 \times 10^{10} \text{N m}^{-2}$.

8.2

1. दोनों के मात्रक एक ही हैं, क्योंकि विकृति का कोई मात्रक नहीं है।
2. क्योंकि द्रवों व गैसें की संपीड्यता ठोस पदार्थों की अपेक्षा अधिक है और आयतन प्रत्यास्थ गुणांक संपीड्यता का व्युत्क्रमानुपाती होता है। इसलिए ठोस द्रवों एवं गैसों की अपेक्षा अधिक प्रत्यास्थ है।
3. आधा
4. 1 : 8
5. $1 \times 10^{11} \text{N m}^{-2}$.
6. 1 J

पाठांत प्रश्नों के उत्तर

9. 0.15 m.

10. $4.9 \times 10^{-10} \text{ N m}^{-2}$

11. 22.7 N

13. 2×10^{-2}

15. x.

9

तरल पदार्थों के गुण

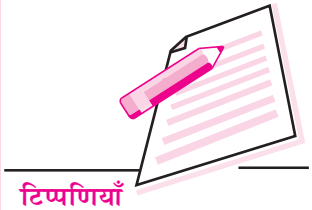
पिछले अध्याय में अपने पढ़ा कि ठोस पदार्थों की प्रत्यास्थता का निर्धारण अंतरा-अणुक बलों द्वारा होता है। क्या द्रव और गैसों के लिए भी ऐसा ही होता है। (द्रवों और गैसों को सम्मिलित रूप से, इनकी उपयुक्त स्थितियों में प्रवाह की प्रवृत्ति के कारण तरल कहा जाता है।) क्या आपने कभी अपने क्षेत्र, मंडल या प्रदेश में नदी पर बने बाँध की बनावट को देखा है? यदि देखा है तो आपने यह अवश्य ध्यान दिया होगा कि जैसे-जैसे हम गहराई की ओर जाते हैं, वैसे-वैसे दीवार की मोटाई बढ़ती है। क्या आपने इस बात के पीछे निहित भौतिकी के सिद्धांत के बारे में सोचा? इसी प्रकार क्या आप विश्वास कर सकते हैं कि आप एक हाइड्रॉलिक लिफ्ट के एक प्लेटफार्म पर खड़े होकर केवल अपने शरीर के भार से ही एक कार, ट्रक या हाथी को उठा सकते है। क्या आपने कभी धुलाई करने के लिए हाइड्रॉलिक जैक के प्लेटफार्म पर किसी कार को उठाया गया देखा है। इसे कितनी आसानी से ऊपर उठा लिया जाता है? आपने यह भी देखा होगा कि मच्छर स्थिर पानी के ऊपर बैठ या चल सकते हैं लेकिन हम ऐसा नहीं कर सकते हैं। आप इन सभी प्रेक्षणों की व्याख्या द्रवों के गुणों जैसे द्रवस्थैतिक दाब, पास्कल के नियम एवं पृष्ठ तनाव के आधार पर कर सकते है। इस अध्याय में आप इनके बारे में पढ़ेंगे।

क्या आपने अनुभव किया है कि आप पानी की अपेक्षा भूमि पर अधिक आसानी से चल सकते हैं। यदि आप किसी एक फनल में जल और दूसरी में शहद उड़ेलें तो आप देखते है कि जल अधिक आसानी से बहकर बाहर जा सकता है। इस अध्याय में हम द्रवों के उन गुणों के बारे में जानेंगे जिनके कारण उनके प्रवाह में अन्तर होता है। आपने देखा होगा कि कोमल प्लास्टिक या रबर की नली के खुले मुँह को दबाने पर उसमें बह रहा जल अधिक दूर जाकर गिरता है। क्या आप जानते हैं कि क्रिकेट के खेल में गेंदबाज गेंद को कैसे घुमाता है? हवाई जहाज कैसे उठ पाता है? इन सभी मनोरंजक प्रेक्षणों की बर्नूली के सिद्धांत के आधार पर व्याख्या की जा सकती है।

उद्देश्य

इस अध्याय के अध्ययन के बाद आप:

- *किसी द्रव की निश्चित गहराई पर द्रवस्थैतिक दाब की गणना कर सकेंगे;*
- *उत्प्लावकता और आर्किमिडिज के नियमों का वर्णन कर सकेंगे;*

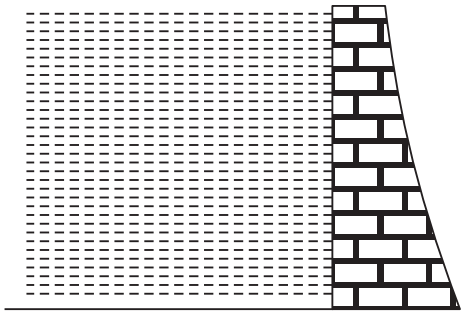


- *पास्कल के नियम का वर्णन कर सकेंगे तथा हाइड्रॉलिक प्रेस, हाइड्रॉलिक लिफ्ट और हाइड्रॉलिक ब्रेक की क्रियाविधि की व्याख्या कर पाएंगे।*
- *पृष्ठ तनाव व पृष्ठ ऊर्जा की व्याख्या कर पाएंगे;*
- *केशिका में जल के चढ़ने के लिए व्यंजक प्राप्त कर सकेंगे;*
- *द्रवों के धारा रेखीय तथा प्रक्षुब्ध प्रवाह में अंतर कर पायेंगे;*
- *किसी द्रव के प्रवाह के क्रांतिक वेग व रेनाल्ड संख्या का परिकलन कर पाएंगे;*
- *श्यानता को परिभाषित कर पाएंगे और दैनिक जीवन की कुछ घटनाओं की व्याख्या द्रवों की श्यानता के आधार पर कर पाएंगे, तथा*
- *बर्नूली के सिद्धांत का वर्णन कर पाएंगे और इसके आधार पर दैनिक जीवन की कुछ घटनाओं की व्याख्या कर पाएंगे।*

9.1 द्रवस्थैतिक दाब

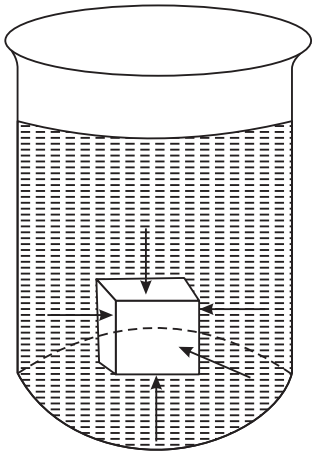
आपने कागजों में पिन लगाते समय अनुभव किया होगा कि एक तीक्ष्ण नोक वाली पिन से कार्य करना एक घिसी नोक वाली पिन से कार्य करने की अपेक्षा आसान है। यदि नोक का क्षेत्रफल अधिक हो तो आपको अधिक बल प्रयोग करना पड़ेगा या हम ऐसे भी कह सकते हैं कि एक समान बल के लिए छोटे क्षेत्रफल पर बल का प्रभाव अधिक होगा। इकाई क्षेत्रफल पर बल का यह प्रभाव दाब कहलाता है।

चित्र 9.1 को देखें। यह एक बाँध के किनारे की दीवार को दर्शाता है। ध्यान दें कि दीवार बाँध के आधार की ओर अधिक मोटी होती चली गयी है। क्या हम ऐसा अपने मकान की दीवारें बनाने के लिए भी करते हैं? नहीं, मकान की दीवारों की मोटाई समान रहती है। क्या आप इसका कारण जानते हैं?



चित्र. 9.1 : बाँध के किनारे की दीवार

पिछले पाठ से आप जानते हैं कि एक विरूपक बल के कारण ठोस पदार्थों में अपरूपक प्रतिबल उत्पन्न होता है क्योंकि अंतराणविक बलों का परिमाण काफी अधिक है। लेकिन तरल पदार्थों में अपरूपक प्रतिबल उत्पन्न नहीं होता और जब किसी वस्तु को द्रव में डुबाया जाता है तो



चित्र. 9.2 : डूबी हुई वस्तु पर तरल पदार्थ द्वारा आरोपित बल

द्रव के कारण बल वस्तु की सतह के लम्बवत कार्य करता है (चित्र 9.2)। साथ ही द्रव धारक की दीवार के प्रत्येक बिंदु पर भी लम्बवत कार्य करता है।

द्रव द्वारा एकांक क्षेत्रफल पर लम्बवत् लगाया जाने वाला बल (प्रणोद) दाब कहलाता है। जिसे P से प्रकट करते हैं।

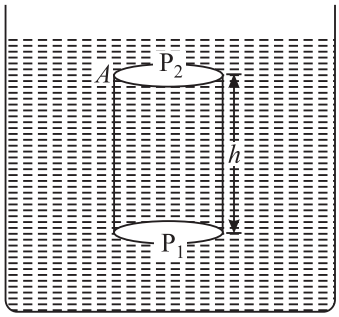
अत: $$\text{दाब } P = \frac{\text{प्रणोद}}{\text{क्षेत्रफल}} \qquad (9.1)$$

द्रव की स्थिर अवस्था में इसके द्वारा लगाया गया दाब द्रवस्थैतिक दाब कहलाता है।

इसका SI मात्रक $N\,m^{-2}$ है। इसे फ्रांसीसी वैज्ञानिक ब्लेज पास्कल (Blaise Pascal) के सम्मान में पास्कल कहा जाता है और (Pa) द्वारा दर्शाया जाता है।

9.1.1 द्रव के अंदर किसी बिन्दु पर द्रवस्थैतिक दाब

मान लीजिए एक बर्तन में जल भरा है। इस जल के अंदर एक बेलनाकार वस्तु की कल्पना करें जिसके अनुप्रस्थ परिच्छेद का क्षेत्रफल A है, और ऊँचाई h है चित्र (9.3)। माना कि बेलन के आधार (नीचे) और ऊपर की सतह पर द्रव द्वारा लगाया जाने वाला दाब क्रमश: P_1 और P_2 है। अत: द्रव द्वारा बेलन के तल पर ऊपर की ओर आरोपित बल P_1A और शीर्ष पर आरोपित बल (नीचे की ओर) P_2A



चित्र. 9.3 : द्रव में h ऊँचाई का एक काल्पनिक बेलन

अत: ऊपर की ओर लगने वाला कुल बल $(P_1A - P_2A)$

बेलन (सिलिंडर) में द्रव का द्रव्यमान

= घनत्व × बेलन का आयतन

$= \rho . A . h$

जहाँ ρ द्रव का घनत्व है

$\therefore$ बेलन में द्रव का भार $= \rho . g . h . A$

क्योंकि बेलन साम्यावस्था में है। इसलिए इस पर लगने वाला परिणामी बल शून्य होना चाहिए। अर्थात्

$$P_1 A - P_2 A - \rho g h A = 0$$

$$\Rightarrow \qquad P_1 - P_2 = \rho g h \qquad (9.2)$$

अत: ऊँचाई h के द्रव के स्तंभ के द्वारा तल पर लगने वाला दाब

$$P = \rho g h$$

अर्थात किसी तरल के कारण द्रवस्थैतिक दाब गहराई के साथ रैखिक रूप से बदलता है। इसी कारण बाँध की दीवार नीचे की ओर चौड़ी होती चली जाती है।

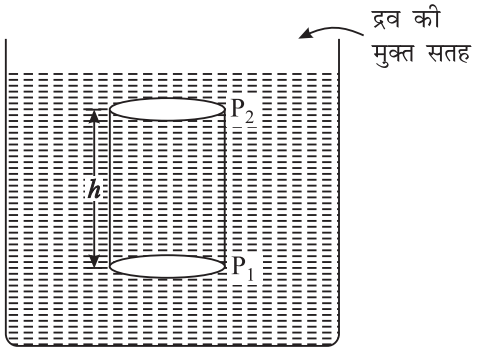
यदि हम बेलन के ऊपरी हिस्से के तल को द्रव की मुक्त सतह पर मान लें जैसा कि चित्र 9.4 में दर्शाया गया है तब P_2 की जगह वायुमण्डल दाब का मान रखा जायेगा।

यदि हम P_1 को P से दर्शायें तो तल से किसी गहराई h पर कुल दाब

$$P - P_{atm} + \rho g h$$

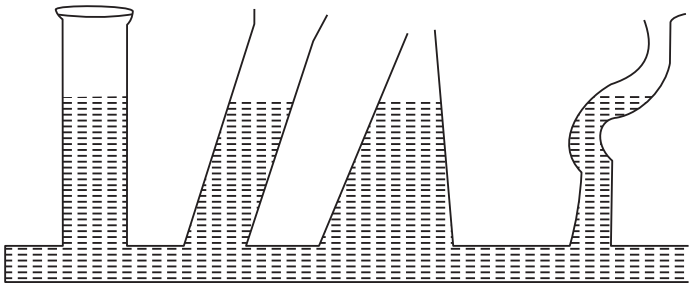
या

$$P = P_{atm} + \rho g h \qquad (9.3)$$



चित्र. 9.4 : द्रव में बेलन जिसका एक पृष्ठ द्रव की मुक्त सतह पर है।

ध्यान दें कि समीकरण (9.3) में क्षेत्रफल A नहीं आता। इसका अर्थ यह हुआ कि एक दी गई गहराई पर दाब का मान बर्तन की आकृति पर निर्भर नहीं करता है (चित्र 9.5)।



चित्र. 9.5 : दाब बर्तन की आकृति पर निर्भर नहीं करता है

अब आप नीचे दिये गए उदाहरण को सावधानी से पढ़ें। इसकी सहायता से आपकी दाब संबंधी अवधारणा दृढ़ बन जायेगी।

उदाहरण 9.1: सीमेन्ट की 1 मीटर मोटी दीवार 10^5 N m^{-2}. दाब सहन कर सकती है। 100 मीटर गहरे जल के बाँध के आधार पर दीवार की मोटाई कितनी होनी चाहिए? जल का घनत्व $= 10^3$ kg m^{-3} और $g = 9.8$ m s^{-2}.

हल: बाँध के तल पर पार्श्व की दीवार पर दाब

$$P = h \rho g$$
$$= 100 \times 10^3 \times 9.8$$
$$= 9.8 \times 10^5 \text{ Nm}^{-2}$$

ऐकिक विधि का प्रयोग करने पर, हम दीवार की मोटाई ज्ञात कर सकते हैं जो कि 9.8×10^5 Nm^{-2}. दाब को सहन कर सके

दीवार की आवश्यक मोटाई (मीटर में)

$$t = \frac{9.8\times10^5}{10^5}\frac{Nm^{-2}}{Nm^{-2}} = 9.8\ m$$

9.1.2 वायुमण्डलीय दाब

हम जानते हैं कि पृथ्वी के चारों ओर लगभग 200 km तक वायुमण्डल है। वायुमण्डल द्वारा लगाया गया दाब वायुमण्डलीय दाब कहलाता है। एक जर्मन वैज्ञानिक ओ.वी. ग्यूरिक ने वायुमण्डलीय दाब के कारण वस्तुओं पर लगे बल को प्रदर्शित करने के लिए एक प्रयोग किया। उन्होंने 20 इंच व्यास के ताँबे के दो खोखले अर्धगोले लिए और उन्हें एक दूसरे के साथ दृढ़ता से जोड़ दिया। अंदर वायु रहने पर इन्हें आसानी से अलग किया जा सकता था। जब उनके बीच की वायु निकाल दी गयी तो उन्हें अलग करने के लिए आठ घोडों की शक्ति की आवश्यकता पड़ी।

टॉरिसिली ने द्रवस्थैतिक दाब के सूत्र का उपयोग वायुमण्डलीय दाब का परिमाण ज्ञान करने के लिए किया।

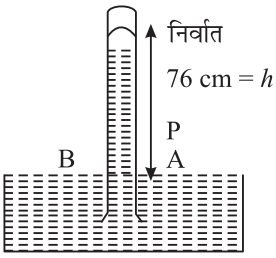


Fig: 9.6 : टौरिसैली दाबमापी

उन्होंने एक मीटर लंबी नली ली जिसमें पारा (घनत्व 13,600 kg m^{-3}) भरा था। इसे पारे के टब में ऊर्ध्वाधर उल्टा कर दिया गया जैसा कि चित्र 9.6 में दिखाया गया है। उन्होनें देखा कि नली में पारा चढ़ जाता है जिसकी ऊँचाई टब में रखे पारे की मुक्त सतह से 76 cm होती है।

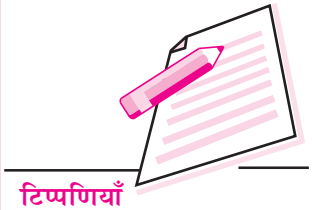
साम्यावस्था में पारे के स्तंभ के द्वारा लगा दाब और वायुमण्डलीय दाब बराबर होने चाहिए। अर्थात् वायुमण्डलीय दाब,

$$P_{atm} = h\rho g = 0.76\times13600\times9.8\ Nm^{-2}$$
$$= 1.01\times10^5\ Nm^{-2}$$
$$= 1.01\times10^5\ Pa$$

9.2 उत्प्लावकता

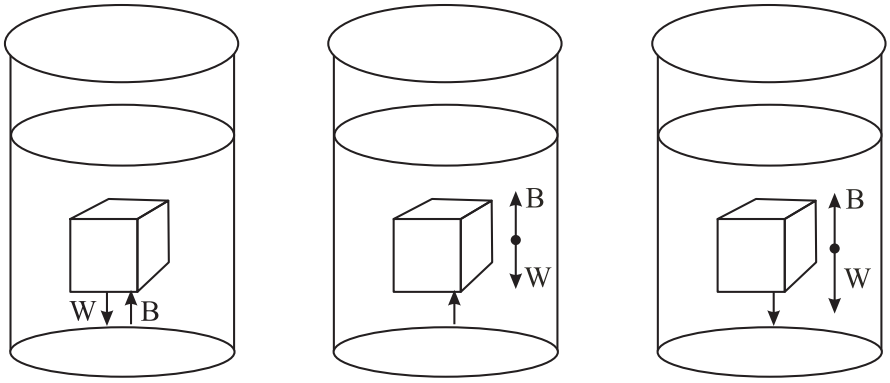
यह एक सामान्य अनुभव है कि किसी वस्तु को जल के अंदर उठाना उसे हवा में उठाने से आसान होता है। यह वस्तु पर द्रव द्वारा ऊपर की ओर लगाए गए बल के कारण होता है। किसी द्रव में डूबी हुई वस्तु पर ऊपर की ओर जो बल कार्य करता है उसे **उत्प्लावक बल** कहते हैं।

तरल पदार्थ में रखी गई वस्तु पर लगने वाले उत्प्लावक बल की प्रकृति की खोज आर्किमिडीज ने की। अपने प्रेक्षणों के आधार पर उन्होंने एक नियम प्रतिपादित किया जिसे आर्किमिडीज के सिद्धांत के नाम से जाना जाता है। इस नियम के अनुसार,



टिप्पणियाँ

जब एक वस्तु को किसी तरल में आँशिक या पूर्ण रूप से डुबोया जाता है तो उत्प्लावक बल का परिमाण वस्तु द्वारा हटाये गये द्रव के भार के बराबर होता है। **चित्र 9.7** में उत्प्लावक बल के अंतर्गत किसी वस्तु की विभिन्न स्थितियाँ दर्शायी गयी है।



चित्र. 9.7:

(a) : वस्तु पर लगने वाला उत्प्लावक बल परिमाण में ठीक वस्तु के भार के बराबर है। वस्तु साम्यावस्था में है।

(b) : एक पूर्ण रूप से डुबोई गई वस्तु जिसका घनत्व द्रव के घनत्व से कम है। इसमें एक नेट बल ऊर्ध्वाधरत: ऊपर की ओर लगता है।

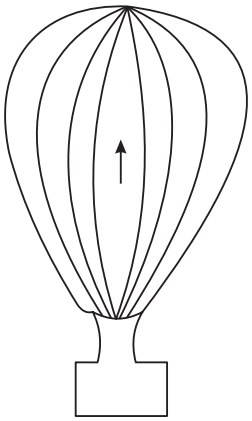
(c) : द्रव से अधिक घनत्व की वस्तु द्रव में डूब जायेगी।

उत्प्लावक बल का दूसरा उदाहरण गरम हवा का गुब्बारा है। चूंकि गर्म हवा का घनत्व ठंडी हवा से कम होता है इसलिए इसमें एक नेट उत्प्लावक बल उर्ध्वाधरत: ऊपर की ओर कार्य करता है। जिसके कारण गुब्बारा हवा में तैरता है।

तैरती हुई वस्तुऐं

आपने जल में तैरते हुए लकड़ी के टुकड़े को देखा होगा। सामावस्था में क्या आप में इस पर लगने वाले बलों की पहचान कर सकेंगे? जैसा कि स्पष्ट है, एक बल गुरुत्वीय बल है जो कि इस पर नीचे की ओर लगता है। विस्थापित जल द्वारा लगाया गया उत्प्लावक बल जो ऊपर की ओर लगता है। अत: जब ये बल एक दूसरे को संतुलित करते हैं तो वस्तु विराम अवस्था में आ जाती है और यह वस्तु की स्थिर साम्यवास्था कहलाती है और तब वस्तु जल में प्लवित कही जाती है।

इसका तात्पर्य यह हुआ कि प्लवन करती वस्तु अपने भार के बराबर तरल को विस्थापित करती है।

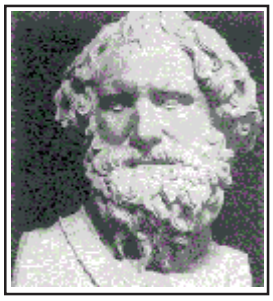


चित्र. 9.8:हवा में तैरता गर्म हवा का गुब्बारा

आर्किमिडीज

(287- 212 B.C ईसा पूर्व)

ग्रीक भौतिक शास्त्री, अभियंता और गणितज्ञ आर्किमिडीज, संभवत: अपने समय के सबसे महान वैज्ञानिक थे। वे वस्तुओं पर लगने वाले उत्प्लावक बलों की प्रकृति की खोज के लिए प्रसिद्ध हैं। आर्किमिडीज पेंच आज भी प्रयोग किया जाता है। यह एक आनत घूर्णन करती हुई कुंडलीकृत नली है जिसका उपयोग पानी के जहाज में पानी ऊपर उठाने के लिए किया जाता है। उन्होंने गोफणा का अविष्कार किया और उत्तोलक एवं घिरनी तंत्र की भी खोज की। एक बार आर्कमीडिज से साइरेक्यूज शहर के राजा हेरों ने यह जांच करने के लिए कहा कि मुकुट शुद्ध सोने का बना है अथवा इसमें अन्य धातुओं का मिश्रण है (बिना मुकुट को क्षति पहुँचाये)। नहाते समय उन्हें इसका हल प्राप्त हो गया। अपनी भुजाओं तथा टांगों को पानी में डुबाने पर उन्हें भार में आँशिक कमी महसूस हुई। वे इस खोज पर इतने उत्तेजित हो गए कि नंगे ही शहर की गलियों में यूरेका, यूरेका कहते हुए दौड़ पड़े। यूरेका का अर्थ 'मैंने पा लिया है' होता है।



9.3 पास्कल का नियम

बस से यात्रा करते समय आपने देखा होगा कि ड्राइवर पैरों द्वारा एक हल्का सा ब्रेक लगाकर गाड़ी रोक देता है। क्या अपने हाइड्रॉलिक जैक या लिफ्ट देखा है जो कार या ट्रक को आवश्यक ऊँचाई तक उठा सकता है? इसके लिए आप एक मोटर कार्यशाला में जाइए। कपास (रुई) की गाठों को भी हाइड्रॉलिक प्रेस की सहायता से बनाया जाता हैं, जो इसी सिद्धांत पर कार्य करते हैं।

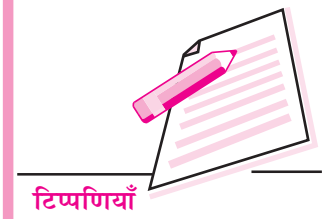
ये युक्तियाँ पास्कल के नियम पर आधारित हैं। जिसके अनुसार *निश्चित मात्रा (परिमाण) के किसी परिबद्ध द्रव की स्थिरावस्था में तल के किसी स्थान पर यदि दाब डाला जाय तो यह दाब समान परिमाण में पूरे द्रव में सभी दिशाओं और धारक की दीवारों पर संचरित हो जाता है।*

इस नियम को द्रव के दाब संचरण का नियम भी कहते है।

9.3.1 पास्कल के नियम के अनुप्रयोग

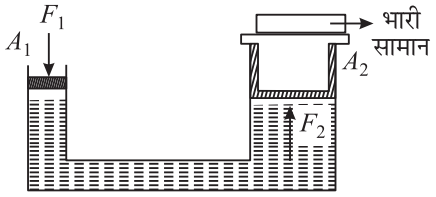
(A) हाइड्रॉलिक प्रेस/बैलेन्स/जैक/लिफ्ट

यह पास्कल के नियम पर आधारित एक सरल युक्ति है जिसका उपयोग थोड़ा सा बल लगाकर भारी सामान को उठाने में किया जाता है। चित्र (9.9) में इसका मूलभूत व्यवस्था आरेख दर्शाया गया है। मान लें एक बल F_1 को छोटे क्षेत्रफल A_1 के पिस्टन पर लगाया जाता है। दूसरी ओर एक बड़े क्षेत्रफल A_2 का पिस्टन, एक प्लेटफार्म से जुड़ा है, जिस पर भारी सामान रखा जा सकता है, छोटे पिस्टन पर लगा दाब दो पिस्टनों के बीच भरे द्रव से संचरित होकर बड़े पिस्टन पर कार्य करता है। क्योंकि दोनों ओर दाब बराबर है। अत:

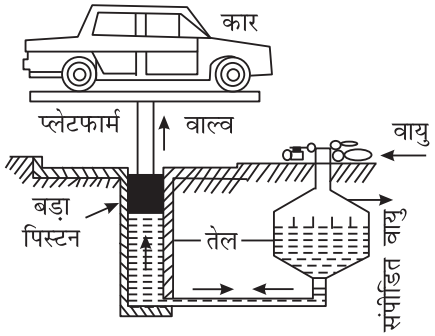


टिप्पणियाँ

छोटे पिस्टन पर दाब , $P = \frac{\text{बल}}{\text{क्षेत्रफल}} = \frac{F_1}{A_1}$



चित्र. 9.9 : हाइड्रॉलिक लिफ्ट



चित्र. 9.10 : हाइड्रॉलिक जैक

पास्कल के नियम के अनुसार यही दाब बड़े क्षेत्रफल A_2 के पिस्टन पर भी कार्य करता है।

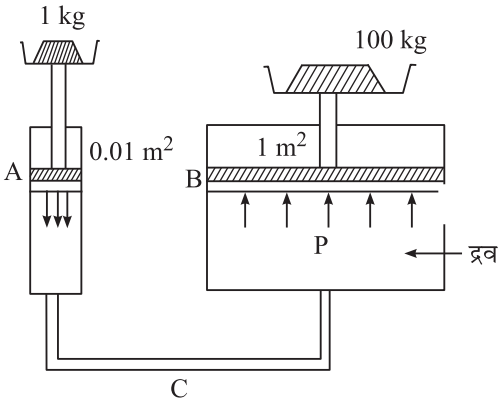
अत: बड़े पिस्टन पर लगने वाला बल = दाब × क्षेत्रफल = $\frac{F_1}{A_1} \times A_2$ (9.4)

जो कि स्पष्टतया F_1 से अधिक है। $\frac{F_2}{F_1} = \frac{A_2}{A_1}$ को हाइड्रॉलिक प्रेस का लाभ कहते है।

थोड़े से रूपान्तरण से इसी व्यवस्था का हाइड्रॉलिक प्रेस, हाइड्रॉलिक तुला, हाइड्रॉलिक जैक के रूप में उपयोग किया जा सकता है।

(B) हाइड्रॉलिक जैक या कार लिफ्ट

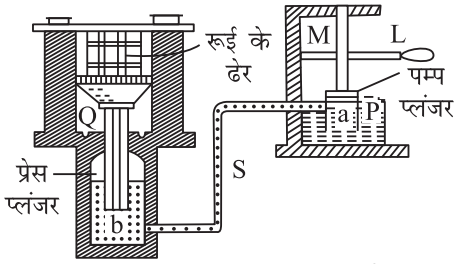
मोटर गाड़ियों के वर्कशॉप या सर्विस-स्टेशन में आपने देखा होगा कि मोटर कार या भारी ट्रक आदि को एक निश्चित ऊँचाई तक उठा दिया जाता है ताकि मिस्त्री सुविधापूर्वक नीचे काम कर सके (चित्र 9.10)। इसमें भी एक क्षेत्रफल पर लगे दाब को संचरित कर बड़े क्षेत्र पर लगाया जाता है ताकि वाहन को ऊपर उठाने के लिए पर्याप्त बल उत्पन किया जा सके।



चित्र. 9.11(a): हाइड्रॉलिक तुला

(C) हाइड्रॉलिक ब्रेक

बस या कार से सफर करते हुए हम देखते हैं कि चालक अपने पैर से एक छोटा सा बल ब्रेक पैडल पर लगाकर वाहन को रोक देता है। इस प्रकार लगाया गया दाब ब्रेक के तेल से होकर संचारित होता है और बड़े-क्षेत्र पर लगे सिलिंडर पर कार्य करता है। पिस्टन की गति से ब्रेक शू खिसकता



चित्र. 9.11(b) : हाइड्रॉलिक प्रेस

है और चारों पहियों के ब्रेक ड्रमों में लगता है। एक ही साथ पहिये घूमना बन्द कर देते हैं और वाहन रूक जाता है।

पाठगत प्रश्न 9.1

1. बर्फ स्कीइंग के लिए प्रयोग किए जाने वाले जूते बड़े क्यों बनाये जाते हैं?
2. 1500 मीटर गहरे समुद्र के तल पर दाब की गणना कीजिए। समुद्र के जल का घनत्व 1.024×10^3 kg m^{-3} है और वायुमण्डलीय दाब $= 1.01\times10^5$ Pa है। g का मान 9.80 m s^{-2}.है।
3. 5000 kg का हाथी एक हाइड्रॉलिक लिफ्ट के 10 m^2 क्षेत्रफल वाले बड़े पिस्टन पर खड़ा है। क्या 25 kg का बच्चा जो 0.05 m^2 क्षेत्रफल वाले छोटे पिस्टन पर खड़ा है, हाथी को संतुलित कर सकता या उठा सकता है?
4. यदि एक सुई को आपकी त्वचा में एक निश्चित बल से दबाया जाता है तो आपको दर्द होता है किन्तु, यदि इतना ही बल एक छड़ द्वारा आपकी त्वचा पर लगाया जाए तो कुछ भी नहीं होता। क्यों?
5. एक बड़े हाइड्रॉलिक लिफ्ट के 0.1 m^2 क्षेत्रफल के छोटे पिस्टन पर 50 kg भार का वजन रखा है। गणना कीजिए इससे 10 m^2 क्षेत्रफल वाले बड़े पिस्टन से अधिकतम कितना वजन उठाया जा सकता है।

9.4 पृष्ठ तनाव

यह एक साधारण अनुभव है कि बाह्य बल की अनुपस्थिति में जल की बूंदे सदैव गोलाकार होती हैं, थोडा सा पारा कुछ ऊँचाई से गिराने पर छोटी गोल बूंदों के रूप में बिखर जाता है।

आपने बचपन में साबुन के बुलबुलों के खेल का आनंद उठाया होगा। क्या आप जानते हैं कि शुद्ध पानी के बुलबुले बनाना इतना आसान क्यों नहीं है। ये सभी घटनाऐं द्रवों के एक गुण के कारण होती हैं जिसे पृष्ठ तनाव कहते हैं। इसे समझने के लिए हम चाहेंगे कि आप निम्नलिखित क्रियाकलाप करें।

क्रियाकलाप 9.1

1. साबुन का घोल बनाएं।
2. इसमें थोड़ी सी ग्लिसरीन मिलाएं।
3. एक पतली काँच या प्लास्टिक की नली लें। इसका एक सिरा घोल में डुबोएं ताकि कुछ द्रव अंदर आ जाय।
4. इसे बाहर निकालें और इसके दूसरे सिरे को मुँह से फूकें।

5. बड़े आकार के साबुन के बुलबुले बनेंगे।
6. नली को थोड़ा झटका देकर बुलबुले को नली से अलग करें, देखिए बुलबुला हवा में तैरता है।

यह समझने के लिए कि पृष्ठ तनाव कैसे उत्पन्न होता है, हम अपने अंतराणविक बल के ज्ञान की चर्चा करते हैं। पिछले अध्याय में आपने अणुओं या परमाणुओं के केन्द्रों के बीच की दूरी के साथ अंतराणविक बलों में परिवर्तन का अध्ययन किया है।

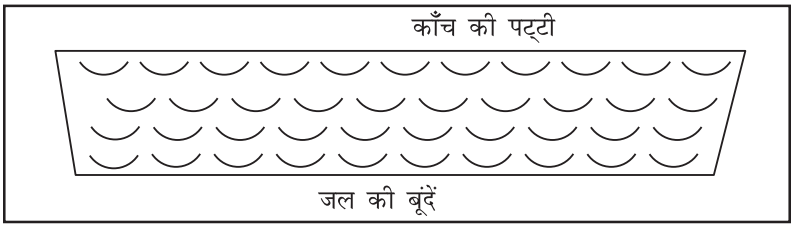
अंतराणविक बल दो प्रकार के होते है: संसजक और आसंजक। एक ही पदार्थ के अणुओं के बीच आकर्षण बल को संसजन बल कहते है, जबकि दो असमान प्रकार के अणुओं के बीच आकर्षण बल को आसंजन बल कहते है। आसंजन बल के कारण ही हम कागज पर लिख सकते हैं। गोंद, फेवीकोल आदि पदार्थों में शक्तिशाली आसंजन होता है।

आशा है अब आप इस बात की व्याख्या कर सकते हैं कि पानी काँच को क्यों गीला करता है और पारा क्यों नहीं करता।

क्रियाकलाप 9.2

काँच व जल के अणुओं के बीच आसंजन बल दर्शाने के लिए

1. काँच की एक स्वच्छ पट्टी लें।
2. इस पर जल की कुछ बूंदे डालें।
3. जल वाली सतह को नीचे की ओर उल्टा करके पकड़ें।
4. जल की बूंदों का अवलोकन करें।



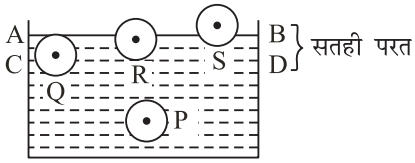
चित्र. 9.12 जल की बूंदें कांच की पट्टी पर चिपकी रहती हैं

काँच और जल के अणुओं के बीच लगने वाले आसंजन बल के कारण जल की बूंदे काँच की पट्टी पर चिपकी रहती है (चित्र 9.12)।

9.4.1 पृष्ठ ऊर्जा

किसी पात्र में रखे हुए द्रव की सतही परत शेष द्रव की अपेक्षा कुछ अलग गुणधर्म दर्शाती है। चित्र 9.13 में द्रव में विभिन्न स्थानों पर अणु दिखाये गए हैं। P अणु को चारों ओर के अणु आकर्षित करते हैं जबकि सतह पर स्थित अणुओं में ऐसा नहीं होता है।

सतह पर स्थित अणुओं और S और R, पर एक नेट परिणामी बल नीचे की ओर लगता है क्योंकि बल प्रभाव के ऊपरी गोलार्ध में इन अणुओं को आकर्षित करने वाले अणुओं की संख्या निचले गोलार्ध की अपेक्षा कम है। यदि हम द्रव या द्रव हवा अंतरापृष्ठ पर द्रव वाष्प के अणु भी मान लें तो भी अणुओं में एक परिणामी अद्योगामी बल कार्य करेगा क्योंकि द्रव वाष्प में अणुओं की संख्या कम है।



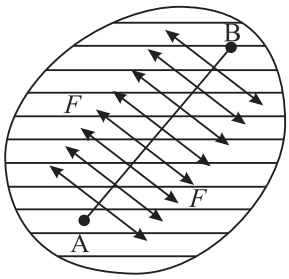
चित्र 9.13 : P पर कार्यकारी परिणामी बल शून्य है लेकिन R और S पर एक परिणामी ऊर्ध्वाधर बल नीचे की ओर लगता है।

अत: यदि किसी द्रव के अणु को द्रव की सतह (पृष्ठ) पर लाया जाता है तो अंदर की ओर लगे परिणामी बलों के विपरीत कार्य करना पड़ता है जो इन अणुओं की स्थितिज ऊर्जा को बढ़ा देता है। इसका आशय यह है कि सतही परत में एक अतिरिक्त ऊर्जा होती है जिसे **पृष्ठ ऊर्जा** कहते हैं।

किसी तंत्र की साम्य अवस्था में स्थितिज ऊर्जा न्यूनतम होनी चाहिए। अत: पृष्ठ का क्षेत्रफल न्यूनतम होना चाहिए। इसलिए किसी द्रव का मुक्त तल न्यूनतम पृष्ठ तल प्राप्त करने की चेष्टा करता हैं। इसके कारण सतह पर एक तनाव उत्पन्न होता है जिसे **पृष्ठ तनाव** कहते हैं।

पृष्ठ तनाव द्रव की सतह (पृष्ठ) का एक गुण है, जिसके कारण इसकी प्रवृति द्रव पृष्ठ को कम करने की होती है। इसके परिणामस्वरूप द्रव की सतह एक तनी हुई झिल्ली की भांति कार्य करती है। आप इसका अस्तित्व आसानी से देख सकते हैं, एक सुई को पानी की सतह पर धीरे से रखें। यह तैरती रहती है।

इसे हम समझने की कोशिश करते हैं, एक रेखा AB की कल्पना कीजिये जो कि स्थिर द्रव की सतह पर खींची है। इस रेखा के दोनों ओर की सतहें एक दूसरे को खींचती हैं (चित्र 9.14)।



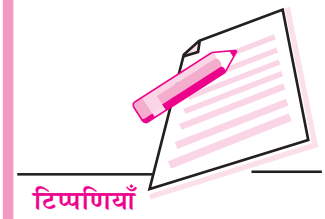
चित्र. 9.14 :एक द्रव सतह पर पृष्ठ तनाव की दिशा

अत: द्रव पृष्ठ की प्रति इकाई लंबाई पर काम करने वाला बल पृष्ठ तनाव कहलाता है।

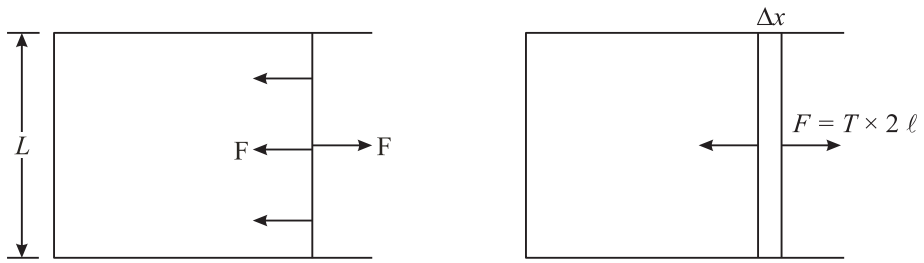
$$T = F/L \qquad (9.5)$$

T पृष्ठ तनाव को दर्शाता है और F किसी L लंबाई की काल्पनिक रेखा के दोनों ओर लगने वाले कुल बल का परिमाण है (चित्र 9.14)। पृष्ठ तनाव का SI मात्रक Nm^{-1} हैं और इसकी विमा $[MT^{-2}]$.है।

हम चित्र 9.15 की भांति एक आयताकार फ्रेम लेते हैं जिसकी एक भुजा एक खिसकने वाला तार है। इस फ्रेम को एक साबुन के घोल में डुबोएं और बाहर निकाल लें। फ्रेम पर साबुन की एक फिल्म (परत) बन जायेगी। इस फिल्म की दो सतहें



हैं। दोनों सतहें खिसकने वाले तार के संपर्क में है। अत: हम यह कह सकते हैं कि तार पर इन दोनों सतहों के कारण पृष्ठतनाव कार्य करता है।



चित्र. 9.15 : साम्यावस्था में एक परत

मान लीजिए T साबुन के घोल का पृष्ठ तनाव है और L, तार की लंबाई हैं। प्रत्येक सतह द्वारा तार पर आरोपित बल $T \times L$ है, अत: तार पर लगा कुल बल $= 2TL$.

मान लीजिए कि सतहें Δx. मान से संकुचित होने की ओर प्रवृत हैं। तार को संतुलन में रखने के लिए हमें एक समान बाह्य बल लगाना पड़ेगा। यदि हम तार की एक स्थिर चाल से दूरी Δx, खींचकर परत का पृष्ठीय क्षेत्रफल बढ़ाते है तो परत पर किया गया कार्य

$$W = F \times \Delta x = T \times 2L \times \Delta x$$

जहाँ $2L \times \Delta x$ परत के दोनों ओर के पृष्ठीय क्षेत्रफल में वृद्धि है। इसे हम A से दर्शाते हैं।

$$W = T \times A$$

यह बाह्य बल द्वारा किया गया कार्य नए पृष्ठ में स्थितिज ऊर्जा के रूप में संचित रहता है, और इसे पृष्ठीय ऊर्जा कहते हैं।

$$T = W/A \qquad (9.6)$$

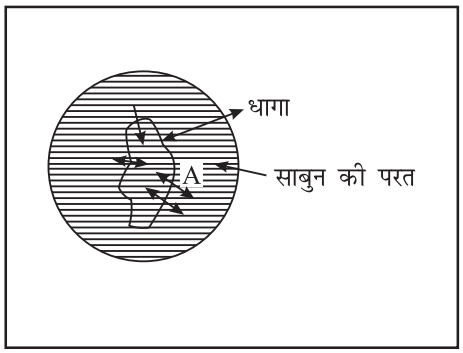
इस प्रकार हम देखते हैं कि किसी द्रव की मुक्त सतह के क्षेत्रफल को एकांक बढ़ाने में जितना कार्य किया जाता है उसे उस द्रव का पृष्ठ तनाव कहते हैं।

हम यह भी कह सकते हैं कि पृष्ठ तनाव प्रति इकाई पृष्ठीय ऊर्जा के बराबर है। अब हम निष्कर्ष निकाल सकते हैं कि, पृष्ठ तनाव

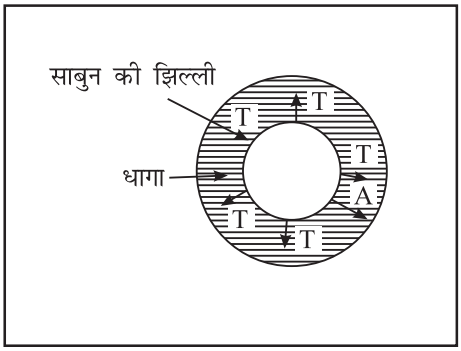
- द्रव पृष्ठ या द्रव और किसी अन्य पदार्थ जैसे हवा के साथ बने अंतरापृष्ठ का गुणधर्म है।
- मुक्त पृष्ठ पर किसी रेखा के लंबवत और परत के स्पर्श रेखीय दिशा में कार्य करता है।
- इसकी प्रवृत्ति द्रव के मुक्त पृष्ठ का क्षेत्रफल कम करने की होती है।
- इसकी उत्पत्ति अंतराणविक बलों के कारण होती है जो कि ताप पर निर्भर करते है। ताप वृद्धि के साथ पृष्ठ तनाव कम होता है।
- नीचे वर्णन किया गया साधारण प्रयोग द्रव पृष्ठों के पृष्ठ तनाव के गुण को दर्शाता है।

क्रियाकलाप 9.3

एक पतले तार का वृत्ताकार फ्रेम लें और इसे साबुन के घोल में डुबोएं। आप देखेंगे कि इसमें एक साबुन की परत बन गयी है। अब आप एक धागे का छोटा वृत्ताकार लूप बनाएं और इसे धीरे से साबुन की परत



चित्र 9.16 (a) :साबून की झिल्ली
(एक बंद लूप के धागे के साथ)



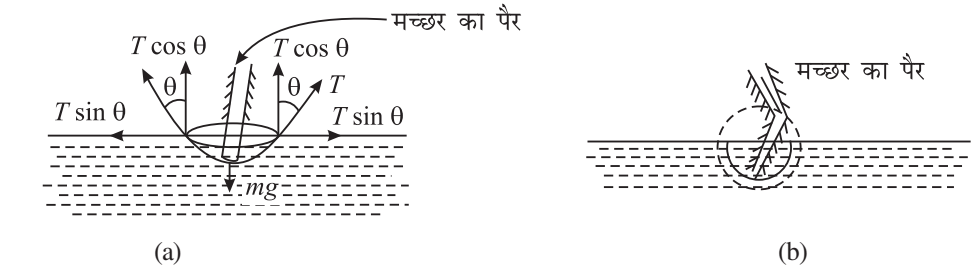
9.16 (b) :धागे का आकार
(अंदरूनी साबुन की झिल्ली के बगैर)

(झिल्ली) पर रख दें। यह एक अनियमित आकार में झिल्ली के ऊपर पड़ा रहता है जैसा चित्र 9.16 में दर्शाया गया है। अब आप एक सुई लेकर इसके सिरे को लूप के अंदर साबुन की झिल्ली से स्पर्श करा दें। आप क्या देखते हैं? आप पाएंगे कि धागा वृत्ताकार आकार ग्रहण कर लेता है, जैसा कि चित्र 9.16 में दर्शाया गया है। प्रारम्भ में धागे के दोनों ओर साबुन की झिल्ली थी। दोनों ओर की झिल्ली इस पर बल लगा रही थी और कुल पृष्ठ तनाव बल शून्य था। अंदर की झिल्ली नष्ट कर दिए जाने पर बल के प्रभाव से धागे का आकार वृत्ताकार हो गया ताकि यह अधिकतम क्षेत्र घेर सके। ऐसा होने का कारण यह है कि बाहरी झिल्ली न्यूनतम क्षेत्रफल प्राप्त करने का प्रयत्न करती है।

9.4.2 पृष्ठ तनाव के उपयोग

(a) मच्छरों का जल के पृष्ठ पर बैठना

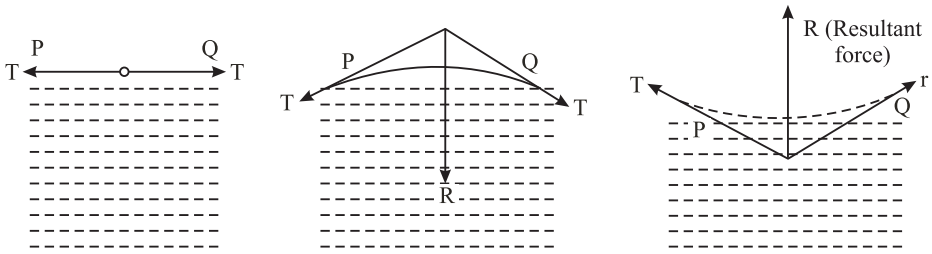
आपने मच्छरों को जल के पृष्ठ पर बैठे देखा है? ये द्रव के पृष्ठ तनाव के कारण नहीं डूबते। उस बिंदु पर जहाँ मच्छर के पैर जल में डूबते हैं, द्रव का तल अवतल हो जाता है। पृष्ठ तनाव का बल तल पर स्पर्श रेखीय दिशा में कार्य करता है। फलस्वरूप यह क्षैतिज के साथ एक कोण बनाता है। इस बल का ऊर्ध्व घटक, मच्छर के भार को, जो कि ऊर्ध्वाधर नीचे की ओर लगता है संतुलित करता है, जैसा कि चित्र 9.17 में दिखाया गया है।



चित्र. 9.17 : मच्छर का भार पृष्ठ तनाव के बल=$2\pi rT\cos\theta$ से संतुलित होता है।
(a) जल की सतह में नमन के कारण अवतल सतह का बनना (b) परिवर्धित आकार

(b) एक गोलीय तल पर अवतल भाग में अतिरिक्त दाब

द्रव पृष्ठ के एक छोटे से भाग पर विचार करें जिस पर एक रेखा PQ है जैसा कि चित्र 9.18 में दर्शाया गया है। यदि तल समतल है तो $\theta = 90^0$। इस रेखा के दोनों ओर पृष्ठ तनाव पृष्ठ के स्पर्श रेखीय है और ये एक दूसरे को संतुलित करते हैं और परिणामी स्पर्शरेखीय बल शून्य है [चित्र. 9.18 (a)]। यदि पृष्ठ उत्तल या अवतल हों [चित्र. (9.18 (b)] व [Fig. 9.18 (c)] तो रेखा QP के किनारों की ओर लगे बलों का



चित्र. 9.18: (a) समतल पृष्ठ (b) उत्तल पृष्ठ (c) अवतल पृष्ठ

परिणामी R होगा और इसकी दिशा वक्रतल की वक्रता केन्द्र की ओर होगी। इस प्रकार जब भी तल वक्र हों तो पृष्ठ तनाव के कारण एक बल पृष्ठ के वक्रता केन्द्र की ओर लगता है। यह दाब पृष्ठ पर एक बराबर और विपरीत दिशा में लगने वाले बल से संतुलित होता है। अत: द्रव पृष्ठ के अवतल होने पर अवतल भाग की ओर सदैव एक अतिरिक्त बल कार्य करता है चित्र (9.18 B)।

(i) गोलाकार बूंद

एक बूंद का केवल एक बाहरी तल होता है (द्रव का वह क्षेत्र जो हवा के संपर्क में रहता है द्रव का पृष्ठ कहलाता है)।

मान लीजिए कि r छोटी सी गोलाकार बूँद की त्रिज्या है और P बूंद के अंदर (जो कि अंदर अवतल और बाहर उत्तल है) अतिरिक्त दाब है तब

$$P = (P_i - P_0)$$

जहाँ P_i और P_0 क्रमश: बूंद के अन्दर व बाहर दाब हैं। (चित्र 9-19a) यदि इस सतत् अतिरिक्त

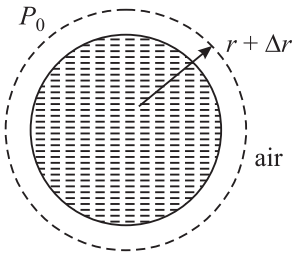
टिप्पणियाँ

दाब P के कारण बूंद की त्रिज्या Δr परिमाण से बढ़ जाती है तो गोलाकार बूंद के पृष्ठीय क्षेत्रफल में वृद्धि

$$\Delta A = 4\pi (r + \Delta r)^2 - 4\pi r^2$$
$$= 8\pi\, r\, \Delta r$$

जहाँ पर हमने Δr^2को नगण्य मान लिया है। द्रव पर इस क्षेत्रफल वृद्धि के लिए किया गया कार्य

W = अतिरिक्त पृष्ठीय ऊर्जा = $T\Delta A = T.\ 8\pi\, r\, \Delta r$ (9.7)



चित्र. 9.19 (a) :एक गोलाकार बूंद

यदि यह बूंद साम्य अवस्था में हो तो यह अतिरिक्त पृष्ठीय ऊर्जा प्रसार में किये गए उस कार्य के बराबर होगी जो प्रसार दाब में अंतर या अतिरिक्त दाब के कारण होता है।

किया गया कार्य = $P\ \Delta V = P.\ 4\pi\, r^2 \Delta r$ (9.8)

समी. (9.7) और (9.8), को संयुक्त करने पर हम निम्न संबंध प्राप्त करते हैं:

$$P.\ 4\pi\, r^2 \Delta r = T.8\ \pi\, r\, \Delta r$$

या $$P = 2\ T/\ r \qquad (9.9)$$

(ii) जल में हवा के बुलबुले

इसमें भी केवल एक पृष्ठ होता है जो अंदर की ओर होता है। अत: T पृष्ठ तनाव वाले द्रव के भीतर अतिरिक्त दाब

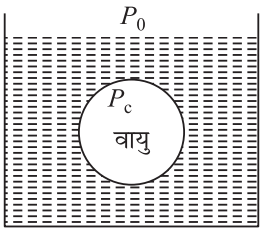
$$P = 2T/\ r \qquad (9.10)$$

(iii) हवा में तैरते साबुन के बुलबुले

साबुन के बुलबुले में दो समान क्षेत्रफल के तल होते हैं (बाहरी और अंदर का) जैसा कि चित्र 9.19(c) में दर्शाया गया है। अत: r त्रिज्या के साबुन के बुलबुले के अंदर अतिरिक्त दाब

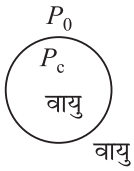
$$P = 4T/\ r \qquad (9.11)$$

यहाँ T साबुन के घोल का पृष्ठ तनाव है।



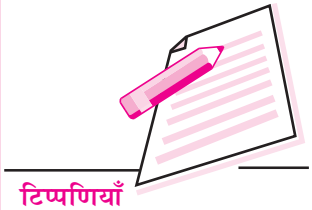
चित्र. 9.19 b : हवा का बुलबुला

यह जल के अंदर बने समान आकार के हवा के बुलबुले के अंदर अतिरिक्त दाब का दो गुना है। अब आप समझ सकते हैं कि साबुन का बुलबुला बनाने के लिए क्यों थोड़ा अधिक दाब की आवश्यकता पड़ती है।



चित्र.9.19 (c)

उदाहरण 9.3: भीतरी और बाहरी दाब के अंतर की गणना करें जब (i) गोलाकार साबुन का बुलबुला हवा में हो (ii) हवा का बुलबुला जल में हो (iii) जल की बूंद हो। दिया है जल का पृष्ठ तनाव = 7.2×10^{-2} Nm^{-1} और



साबुन के घोल का पृष्ठ तनाव = 7.5×10^{-2} Nm^{-1} प्रत्येक बुलबुले की त्रिज्या = 1 mm।

हल:

(i) हवा में r त्रिज्या के साबुन के बुलबुले के भीतर अतिरिक्त दाब

$$P = 4T/r$$

$$= \frac{4 \times 2.5 \times 10^{-2}}{1 \times 10^{-3}\,\text{m}}\ \text{Nm}^{-1}$$

$$= 100\ \text{Nm}^{-2}$$

(ii) जल में हवा के बुलबुले के भीतर अधिक दाब

$$= 2T'/r$$

$$= \frac{2 \times 7.2 \times 10^{-2}\,\text{Nm}^{-1}}{1 \times 10^{-3}\,\text{m}}$$

$$= 144\ \text{Nm}^{-2}$$

(iii) जल गोलाकार की बूंद के अंदर अतिरिक्त दाब $= 2T'/r$

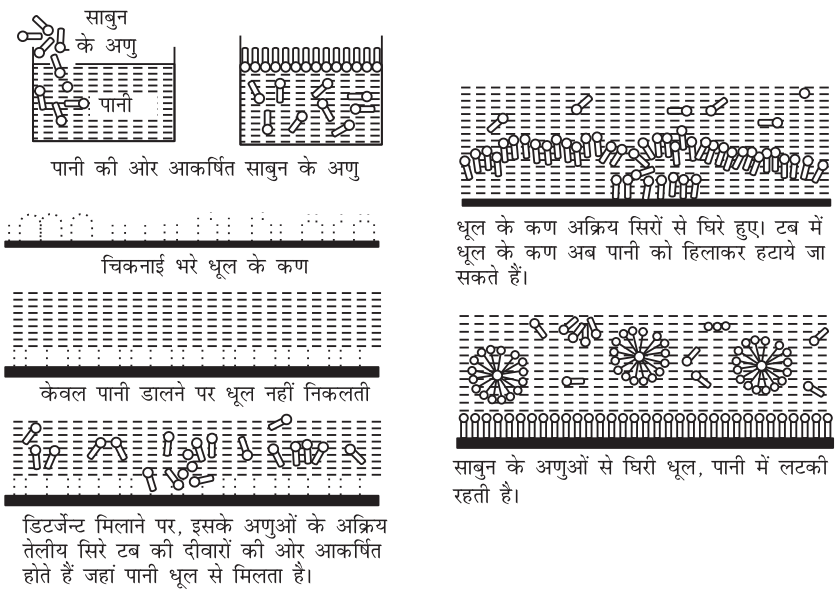
$$= 144\ \text{Nm}^{-2}$$

(c) डिटर्जेंट एवं पृष्ठ तनाव

आपने बहुत से विज्ञापन देखे होंगे जिनमें डिटर्जेंट की विशेषताएं बताई जाती हैं कि ये कपड़ो से तेल के दाग छुड़ा देते है। पानी धोने और सफाई के माध्यम के रूप में प्रयुक्त होता है। साबुन और डिटर्जेंट पानी का पृष्ठ तनाव कम कर देते हैं। यह धोने और सफाई के लिए वाँछित है। क्योंकि शुद्ध पानी के पृष्ठ तनाव का मान अधिक होने के कारण यह कपड़े के रेशों के बीच फंसे धूल गदंगी के कणों या तेल के अणुओं तक आसानी से नहीं पहुंच पाता है।

आप जानते हैं कि साबुन के घोल का पृष्ठ तनाव जल की अपेक्षा कम है और डिटर्जेंट का इससे भी कम होता है इसलिए ये साबुन की अपेक्षा अधिक प्रभावी होते हैं। डिटर्जेंट को जल में घोलकर उपयोग में लाने पर मैल के कणों की कपड़े के रेशे पर पकड़ कम हो जाती है। जिसके फलस्वरूप कपड़े को रगड़ने व निचोड़ने पर मैल आसानी से छूट जाता है।

डिटर्जेंट मिलाने पर इसके अणु एक ओर जल और दूसरी ओर तेल को आकर्षित करते हैं और जल के पृष्ठ तनाव को बहुत कम कर देते है। इससे मैल के कणों के इर्द-गिर्द डिटर्जेंट और फिर जल से घिर कर सूक्ष्म गोलों के रूप में अंतरापृष्ठ बन सकते हैं। डिटर्जेंट के गुण का उपयोग केवल कपड़े धोने में नहीं है अपितु खनिज अयस्क, तेल आदि के निकालने में भी होता है।



चित्र 9.20: डिटर्जेन्ट की क्रिया

(d) मोम की बतख का पानी पर तैरना

आपने सीखा कि द्रवों का पृष्ठ तनाव घुली हुई अशुद्धियों के कारण कम हो जाता है। यदि आप कपूर की एक छोटी सी टिकिया को मोम के बतख (खिलौने) की पेंदी में चिपकाकर स्थिर जल की सतह पर छोड़ दें तो आप देखेंगे कि कुछ समय बाद मोम की बतख जल पर इधर-उधर चलने लगती हैं। कपूर के पानी में घुलने से बतख के ठीक नीचे के जल के पृष्ठ तनाव का मान चारों ओर के जल के पृष्ठ तनाव से कम हो जाता है। पृष्ठ तनाव बलों का कुल अंतर बतख को चलाता है।

अब यह जानने का समय है कि आपने क्या सीखा। अत: निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

पाठगत प्रश्न 9.2

1. ससंजक और आसंजक बलों में क्या अंतर है?
2. द्रव की छोटी बूंदें गोल क्यों होती हैं?
3. क्या ठोस पदार्थ भी पृष्ठ तनाव के गुण दर्शाते हैं? क्यों?
4. पारे को समतल पर गिराने पर उसके छोटे-छोटे गोले क्यों बन जाते हैं?
5. निम्न में से किसके भीतर अतिरिक्त दाब का मान अधिक है?

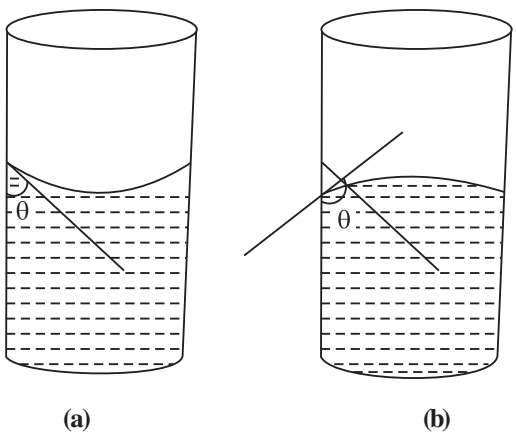
   (i) जल के अंदर 2 cm त्रिज्या के हवा के बुलबुले का जबकि जल का पृष्ठ तनाव $727 \times 10^{-3}\ Nm^{-1}$ है।

   अथवा

   (ii) 4 cm त्रिज्या के साबुन के बुलबुलों का जबकिसाबुन के घोल का पृष्ठ तनाव $25 \times 10^{-3} Nm^{-1}$ है।

9.5 स्पर्श कोण

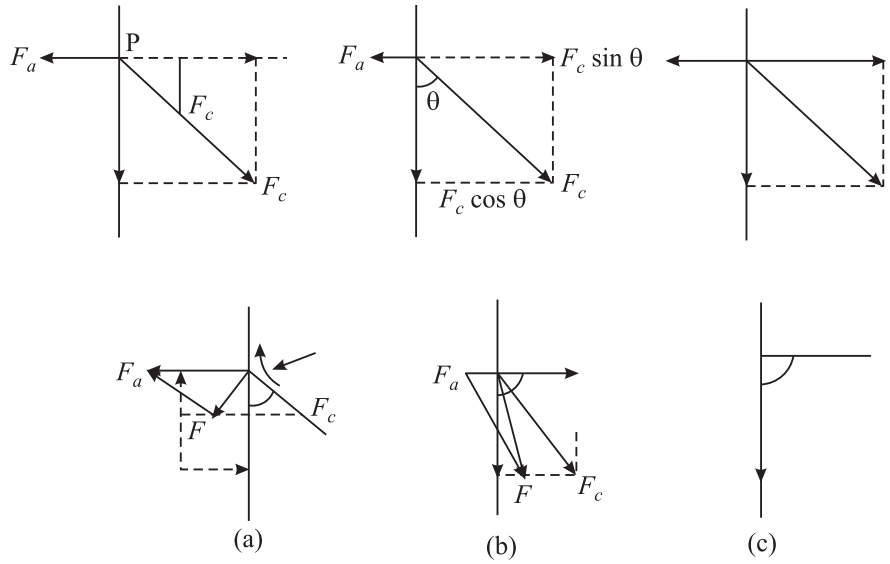
आप देख सकते है कि एक पात्र में रखे हुए द्रव का मुक्त पृष्ठ वक्राकार होता है। उदाहरण के लिए जब एक काँच के जार में पानी भरा जाता है तो यह अवतल हो जाता है, लेकिन यदि पैराफीन मोम के जार में पानी भरा जाता है तो यह उत्तल हो जाता है। इसी प्रकार जब पारे को काँच के गिलास में भरा जाता है तो उसका तल उत्तल होता है। अत: हम यह देखते हैं कि एक पात्र में द्रव का आकार, द्रव की प्रकृति, पात्र के पदार्थ तथा द्रव के मुक्त पृष्ठ के ऊपर के माध्यम पर निर्भर करता है। इसका विवेचन करने के लिए हम स्पर्श कोण की अवधारणा का समावेश करते हैं। यह स्पर्श बिन्दु पर द्रव के भीतर, द्रव-पृष्ठ के स्पर्श रेखीय तल तथा पात्र की दीवारों के स्पर्श रेखीय तल के बीच का कोण है।



चित्र. 9.21 :मुक्त तल की प्रकृति (a) जल को काँच के जार (b) पैराफीन मोम के जार, में भरा गया है।

चित्र 9.21 काँच के जार व पैराफीन मोम के जार में जल के लिए स्पर्शकोण दर्शाता है। काँच के जार में जल को रखें तो इसका तल अवतल होता है, और स्पर्श कोण का मान 90° कम अर्थात् न्यून कोण होता है और पैराफीन के जार में जल का तल उत्तल होता है और स्पर्श कोण का मान 90^0 से अधिक आता है। ठीक यही बात कॉच के जार में पारे के लिए भी लागू होती है। एक बर्तन में रखे हुए द्रव के पृष्ठ पर स्थित एक अणु पर कई बल कार्य करते हैं। चूंकि द्रव केवल निचले चतुर्थांश में उपस्थित है। इसलिए परिणामी ससंजक बल P पर स्थित अणु पर सममित रूप से कार्य करता है। चित्र 9.22 (a)]। इसी प्रकार सममिति के कारण परिणामी आसंजक बल F_a पात्र की दीवारों के लम्बवत् बाहर की ओर लगता है। बल F_c को परस्पर दो लंबवत घटकों में विघटित किया जा सकता है। $F_c \cos\theta$ ऊर्ध्वाधर नीचे की ओर कार्य करता है और $F_c \sin\theta$ पात्र की सीमा के लंबवत् कार्य करता है। स्पर्शकोण θ का मान F_c और F_a के सापेक्ष मानों पर निर्भर करता है।

स्थिति: I: यदि $F_a > F_c \sin\theta$ इस स्थिति में नेट क्षैतिज बल बाहर की ओर लगेगा और $(F_a - F_c \sin\theta)$ होगा तथा $F_c \cos\theta$ और $(F_a - F_c \sin\theta)$ का परिणामी दीवार से बाहर स्थित होगा क्योंकि द्रव लगातार लगते विरूपक बल के विरुद्ध स्थिर नहीं रह सकता है, इसलिए द्रव तल के सभी अणु किनारे पर F_c के लंबवत व्यवस्थित हो जाते हैं। इससे F_c का कोई घटक द्रव पृष्ठ की स्पर्शज्या रेखा की दिशा में कार्य नहीं करता है। निश्चित रूप से ऐसे पृष्ठ किनारे पर गोलीय अवतल होते हैं। (क्योंकि वृत्त की त्रिज्या परिधि के प्रत्येक बिन्दु पर लंबवत होती है)। यह स्थिति कॉच की नली में रखे जल के साथ होती है।



चित्र. 9.22 : द्रव नव चन्द्रक के विभिन्न रूप

स्थिति 2 : यदि $F_a < F_c \sin\theta$ तब F तथा $(F_c \sin\theta - F_a)$ का परिणामी क्षैतिज रूप से कार्य करता है और $F_c \cos\theta$ ऊर्ध्वाधर नीचे की ओर कार्य करता है (दोनों द्रव के निचले गोलाध में ही कार्य करते हैं)। द्रव का पृष्ठ सीमा पर इस प्रकार व्यवस्थित हो जाता है कि यह F के लंबवत हो जाता है। फलस्वरूप द्रव तल उत्तल गोलीय होता है। यह काँच नली में भरे पारे के लिए सही है।

स्थिति 3 : यदि $F_a = F_c \sin\theta$, तब परिणामी $F_a = F_c \sin\theta$, ऊर्ध्वाधर नीचे की ओर कार्य करता है अत: पात्र की सीमा पर द्रव का पृष्ठ क्षैतिज या समतल होता है।

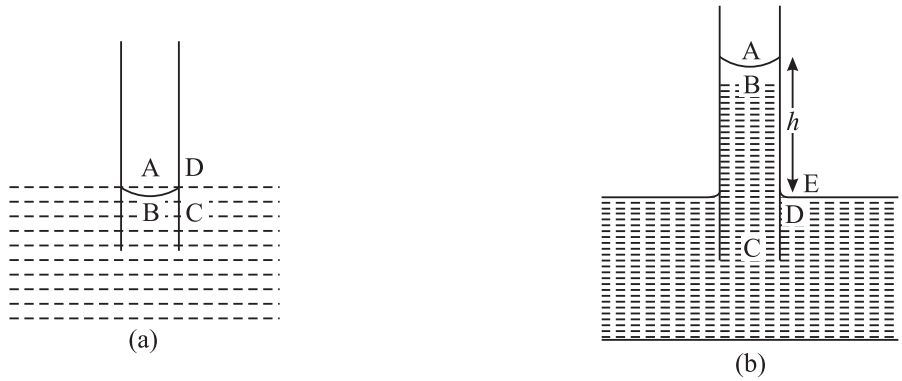
9.6 केशिका क्रिया (Capillary Action)

आपने अपनी पुस्तिकाओं पर गिरी अतिरिक्त स्याही को हटाने के लिए स्याही सोख पत्र अवश्य प्रयोग किया होगा। स्याही सोख पत्र में स्थित सूक्ष्म हवा की नालियों में स्याही शीघ्रता से चढ़ती है। इसी प्रकार खेत का जल पेड़ के तने पर स्थिति असंख्य केशिकाओं की सहायता से शाखाओं और पत्तियों तक पहुँचाता है। क्या आप जानते है कि किसान वर्षा के बाद ही खेत जोतते हैं ताकि मिट्टी की ऊपरी परतों की केशिकाएं टूट जायें और मिट्टी में फंसा जल पेड़ों द्वारा उपयोग किया जा सके। दूसरी ओर हम यह पाते हैं कि यदि किसी केशिका को पारे में डुबाया जाय तो इसके अंदर पारे का तल बाहर पारे के तल से नीचे चला जाता है। किसी छोटी अनुप्रस्थ परिच्छेद वाली नली में किसी द्रव का ऊपर या नीचे जाना पृष्ठ तनाव के कारण होता है।

केशिका नलियों में द्रव का ऊपर उठना या नीचे जाना द्रव की केशिका क्रिया या केशिकात्व कहलाता है।

9.6.1 केशिका नली में द्रव का चढ़ना

हम एक केशिका नली लेते है जो कि किसी द्रव (जैसे जल) में डूबी है। नली के अंदर द्रव का मेनिस्कस अवतल होता है जैसा कि चित्र (9.23) में दिखाया गया है। इसका कारण यह है कि कांच तथा जल के बीच आसंजक बल जल के अणुओं के बीच संसजक बलों से अधिक हैं।



चित्र. 9.23 : केशिका क्रिया

हम द्रव-वायु अंतरापृष्ठ के निकट चार बिंदु A, B, C और D लेते है, हम जानते हैं कि द्रव की ऊपरी सतह के ठीक नीचे का दाब इसके ठीक ऊपर के दाब से $2T/R$, कम है। अर्थात्

$$P_B = P_A - 2T/R \qquad (9.12)$$

जहाँ पर T द्रव-वायु अंतरापृष्ठ का पृष्ठ तनाव है। एवं R अवतल पृष्ठ की त्रिज्या है।

लेकिन A पर दाब = D पर दाब = वायुमण्डलीय दाब P (माना), और D पर दाब C पर दाब के बराबर है। अत: बिंदु पर दाब D बिंदु से कम है। लेकिन हम यह भी जानते है कि द्रव में एक ही ऊँचाई पर स्थित सभी बिंदुओं पर दाब समान होना चाहिए। इसीलिए बाहरी हिस्से से द्रव नली में ऊपर चढ़ जायेगा।

इस प्रकार द्रव केशिका नली में ऊपर उठना प्रारम्भ होता है और एक विशेष ऊंचाई h तक पहुँचता है (चित्र 9.2.3 b) जहां पर द्रव स्तंभ पर दाब का मान $2T/R$..हो जाता है और इसके बाद उठना बंद हो जाता है। इस स्थिति में

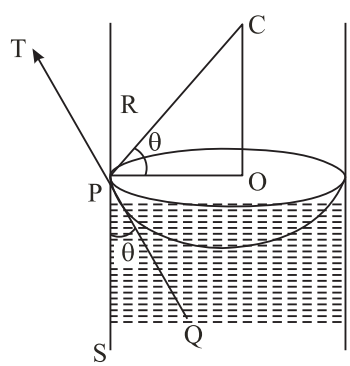
$$h \rho g = 2\, T/R \qquad (9.13)$$

जहां ρ द्रव का घनत्व तथा g गुरुत्वीय त्वरण है। यदि r केशिका नली की त्रिज्या हो और θ स्पर्श कोण हो तो चित्र. (9.24) की ज्यामिति से

$$R = r/\cos\theta$$

R के इस मान को सभी (9.13) में रखने पर

$$h \rho g = 2T/\, r/\cos\theta$$



चित्र 9.24: स्पर्श कोण

or $$h = 2T \cos\theta \;/\; r \rho g \qquad (9.14)$$

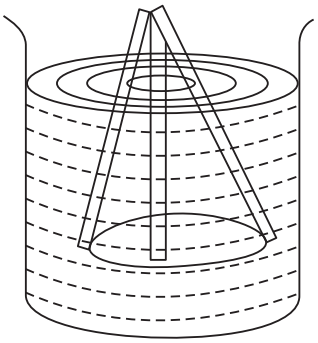
ऊपर प्राप्त सूत्र (9.14) से स्पष्ट होता है कि यदि नली की त्रिज्या कम होगी तो द्रव अधिक ऊँचा उठेगा।

पाठगत प्रश्न 9.3

1. क्या स्पर्शकोण का मान द्रव के पृष्ठ तनाव पर निर्भर करता है?
2. एक ठोस एवं द्रव के बीच स्पर्शकोण 90^0 से कम है। क्या द्रव ठोस को गीला करेगा? यदि एक केशिका इसी ठोस के पदार्थ की बना दी जाए तो इसमें द्रव ऊपर उठेगा या नीचे गिरेगा?
3. थर्मामीटर बनाते समय पारे से भरे नाँद में केशिका नली को सीधे डुबाकर पारा भरना क्यों मुश्किल है?
4. उस कोशिका नली की त्रिज्या की गणना करें जिसे जल से भरे बर्तन में डालने पर जल 3 cm ऊपर उठ जाए। द्रव का पृष्ठ तनाव 7.2×10^{-2} N m^{-1}. जल का घनत्व 1000 kg m^3, स्पर्शकोण का मान शून्य है और g = 10 m s^{-2}.
5. मिट्टी का तेल (केरोसिन) लालटेन की बत्ती में कैसे चढ़ जाता है?

9.7 श्यानता

जब आप एक बीकर में रखे हुए द्रव के बीच में एक काँच की छड़ डाल कर उसे घुमाएं तो आप देखते हैं कि द्रव की दीवार के पास गति और बीच में गति समान नहीं है (चित्र 9.25) अब दो द्रवों (उदाहरण के लिए जल और ग्लिसरीन) के प्रवाह को समान पाइपों में देखें। आप पाएंगे कि जल तेजी से बहता है और ग्लिसरीन धीरे-धीरे बहती है। प्रत्येक द्रव में स्टील की गेंदे डालें। गेंदें ग्लिसरीन में जल की अपेक्षा अधिक धीमी चाल से गति करती हैं। इन प्रेक्षणों से द्रवों के एक लाक्षणिक गुण का पता चलता है। जो उनकी गति का निर्धारण करते हैं। इस गुण को **श्यानता** कहते हैं।

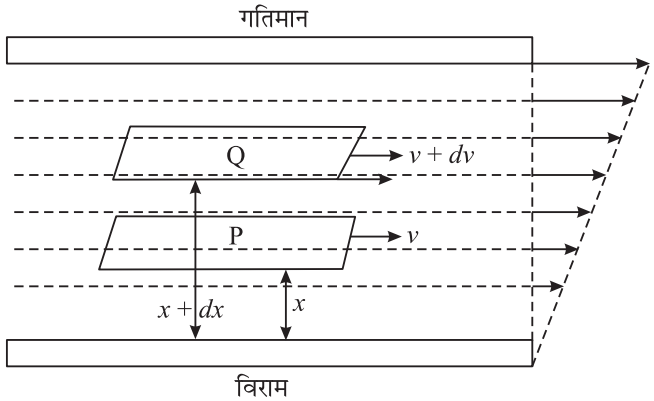


चित्र. 9.25: पानी को काँच की छड़ से घुमाना

9.7.1 श्यानता गुणांक

हम जानते हैं कि जब एक ठोस वस्तु दूसरी ठोस वस्तु के ऊपर फिसलती है तो, उनके बीच एक घर्षण बल कार्य करता है। इसी प्रकार जब एक द्रव प्रवाहित होता है तो आस-पास की दो परतें एक दूसरे पर स्पर्श रेखीय बल आरोपित करती हैं जो इनके सापेक्ष प्रवाह का विरोध करता है। *द्रव का वह गुण जिसके कारण वह समीपवर्ती परतों की सापेक्ष गति का विरोध*

करता है **श्यानता** कहलाता है। चित्र 9.26 एक नली से द्रव के प्रवाह को दर्शाता है। नली की दीवार को स्पर्श करने वाली परतें स्थिर मानी जा सकती हैं। (द्रवों तथा नली की दीवार के बीच उच्च घर्षण बल के कारण) दूसरी परतें भिन्न-भिन्न वेगों से गतिशील हैं। मान लीजिए कि सतह से x दूरी पर परत की गति υ और $x + \Delta x$ दूरी पर $\upsilon + d\upsilon$ है।



चित्र 9.26: किसी नलिका में द्रव का प्रवाह: भिन्न-भिन्न परतें भिन्न-भिन्न वेग से गति करती हैं।

अत: लम्बवत dx दूरी पर वेग में dv परविर्तन होता है। dv/dx को वेग प्रवणता कहते हैं। तरल की दो परतों के बीच कार्यकारी श्यानता बल समानुपाती होता है–

- परत के संपर्क क्षेत्रफल A, अर्थात् $F \alpha A$.
- द्रव की वेग प्रवणता के जो द्रव के प्रवाह की दिशा के लंबवत् होता है। अर्थात्

इनको संयुक्त करने पर $F\alpha\frac{dv}{dv}$

या
$$F = -\eta A (dv/dx) \qquad (9.15)$$

जहाँ n एक आनुपातिकता नियतांक है और इसे **श्यानता गुणाँक** कहते हैं। ऋणात्मक चिह्न दर्शाता है, कि बल गति का विरोध करता है।

श्यानता गुणाँक का SI मात्रक $N\ s\ m^{-2}$ है, cgs प्रणाली में श्यानता का मात्रक पॉइज है।

$$1 \text{ पॉइज} = 0.1\ N\ s\ m^{-2}$$

श्यानता गुणाँक की विमा $[ML^{-1}\ T^{-1}]$ होती है।

9.8 द्रव प्रवाह के प्रकार

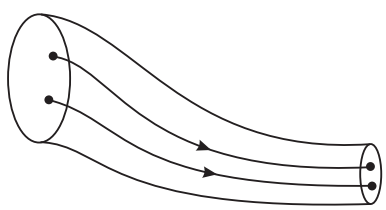
क्या आपने कभी बाढ़ देखी है? क्या यह शहर में जल वितरण प्रणाली में प्रवाह के समान है? इन प्रश्नों का उत्तर प्राप्त करने के लिए हम द्रवों के प्रवाह का अध्ययन करते हैं।

टिप्पणियाँ

9.8.1 धारारेखीय प्रवाह

किसी द्रव के कणों द्वारा अनुसरण किया गया पथ प्रवाह-रेखा कहलाता है। यदि पथ के किसी बिंदु से होकर गुजरने वाला प्रत्येक द्रव कण समान प्रवाह-रेखा का अनुसरण करता है तो इस प्रकार के प्रवाह को **धारा रेखीय प्रवाह** कहते हैं। किसी धारा रेखीय प्रवाह को एक वक्र या पथ द्वारा प्रदर्शित किया जा सकता है जिसके किसी बिंदु पर स्पर्शरेखा उस बिंदु पर द्रव प्रवाह के वेग की दिशा दर्शाती है। एक स्थिर प्रवाह में धारा रेखाएं प्रवाह रेखाओं की संपाती होती हैं।

ध्यान दीजिये कि धारा रेखीय प्रवाह में दो धारा रेखाएं आपस में एक दूसरे को कभी-कभी नहीं काटती हैं। क्योंकि कटान बिंदु से दो स्पर्श रेखाएं खींची जा सकती हैं जो द्रव के वेग की दो दिशाएं दर्शाएंगी जैसा होना संभव नहीं है। जब नली में किसी द्रव के प्रवाह का वेग क्रांतिक वेग υ_c की अपेक्षा कम होता है तो गति धारा रेखीय होती है। ऐसी स्थिति में हम धारा की संपूर्ण मोटाई को एक दूसरे पर फिसलती अनेकों समतल परतों से निर्मित मान सकते हैं। इस तरह के प्रवाह को *पटलीय प्रवाह* कहा जाता है।

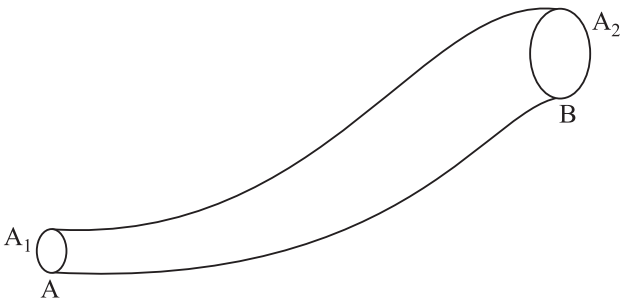


चित्र. 9.27: धारा रेखीय प्रवाह

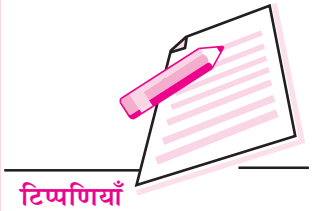
जब बहते हुए द्रव का वेग क्रांतिक वेग υ_c से अधिक हो जाता है तो धारा रेखाएँ/प्रवाह रेखाएं आपस में मिल जाती है और प्रवाह पथ टेढ़ा-मेढ़ा हो जाता है। प्रवाह रेखाएं एक दूसरे को काटती रहती हैं। इस प्रकार की गति को ***प्रक्षुब्ध गति*** कहा जाता है।

9.8.2 सांतत्य समीकरण

यदि एक असंपीड्य, अश्यान द्रव किसी असमान अनुप्रस्थ परिच्छेद वाली नली से गुजरे तो किसी भी धारा रेखीय प्रवाह के लिए किसी बिंदु पर द्रव की चाल और उस बिंदु पर अनुप्रस्थ परिच्छेद के क्षेत्रफल का गुणनफल नियत रहता है। यदि A_1 और A_2 नली के उन अनुप्रस्थ परिच्छेदों के क्षेत्रफल हैं जहां से द्रव नली में क्रमशः प्रवेश कर रहा है और बाहर निकल रहा है, चित्र 9.28 और υ_1 और υ_2 क्रमशः उन बिंदुओं पर द्रव की चालें हैं और ρ द्रव का घनत्व है, तो A बिंदु पर प्रवेश होने वाला द्रव एक सेकण्ड में υ_1 दूरी तय करता है। अतः प्रति सेकण्ड प्रवेश करने वाले द्रव का आयतन $= A_1 \times \upsilon_1$. अतः बिंदु A पर प्रवेश करने वाले द्रव का द्रव्यमान $= A_1\, \upsilon_1\, \rho$। इसी प्रकार बिंदु B पर प्रति सेंकड बाहर निकलने वाले द्रव का द्रव्यमान $= A_2\, \upsilon_2\, \rho$



चित्र. 9.28: किसी नली से प्रवाहित होता द्रव



क्योंकि नली के अंदर कहीं भी तरल एकत्रित नहीं हो रहा है। इसलिए किसी भी अनुप्रस्थ काट से प्रवाहित होने वाले द्रव का द्रव्यमान समान होना चाहिए। अत:

$$A_1 \upsilon_1 \rho = A_2 \upsilon_2 \rho$$

या

$$A_1 \upsilon_1 = A_2 \upsilon_2$$

यह व्यंजक **सांतत्य समीकरण** कहलाता है।

9.8.3 क्राँतिक वेग व रेनॉल्ड संख्या

हम जानते हैं कि जब प्रवाह की गति क्रांतिक वेग से कम होती है तो प्रवाह धारा रेखीय रहता है। लेकिन जब प्रवाह का वेग क्रांतिक वेग से अधिक हो जाता है तो प्रवाह प्रक्षुब्ध हो जाता है।

किसी द्रव के क्रांतिक वेग का मान निम्नलिखित पर निर्भर करता है:

- द्रव की प्रकृति अर्थात द्रव के श्यानता गुणांक (η) पर
- नली का व्यास (d) जिसमें से होकर द्रव प्रवाहित हो रहा है और
- द्रव का घनत्व (ρ).

प्रयोगों द्वारा सिद्ध होता है कि, $\upsilon_c \alpha \eta$; $\upsilon_c \alpha \frac{1}{\rho}$ और $\upsilon_c \alpha \frac{1}{d}$.

अर्थात

$$\upsilon_c = R.\eta/\rho\, d \qquad (9.16)$$

जहाँ पर R आनुपातिकता स्थिरांक है और इसे **रेनॉल्ड संख्या** कहा जाता है। इसकी कोई विमा नहीं होती। प्रयोगों द्वारा सिद्ध होता है कि प्रवाह पटलीय होता है यदि R 1000 से कम हो 1000 और 2000 के बीच R के मान के लिए प्रवाह अस्थिर और R का मान 2000. से अधिक होने पर प्रवाह प्रक्षुब्ध हो जाता है।

उदाहरण 9.1: हृदय चक्र के विश्राम के भाग के समय धमनी रक्त की औसत चाल लगभग 30 cm s^{-1} होती है। यदि रक्त का घनत्व 1.05 g cm^{-3}; और $\eta = 4.0 \times 10^{-2}$ पॉइज हो तो बताइए प्रवाह पटलीय है या प्रक्षुब्ध?

हल:(9.16) रेनॉल्ड संख्या $R = \upsilon_c\ \rho\, d/\eta$.

$$R = \frac{(30\ \text{cm s}^{-1}) \times 2\,\text{cm} \times (1.05\,\text{g cm}^{-3})}{(4.0 \times 10^{-2}\,\text{g cm}^{-1}\text{s}^{-1})}$$

$$= 1575$$

चूंकि 1575 < 2000, अत: प्रवाह अस्थिर है।

टिप्पणियाँ

9.9 स्टोक्स-नियम

सर जार्ज स्टोक्स ने υ. वेग से बहने वाले η श्यानता गुणाँक के अधिक श्यान द्रव में स्वतंत्र रूप से गिरने वाले r त्रिज्या के एक चिकने गोलीय पिंड पर उसकी गति की विपरीत दिशा में लगने वाले स्पर्शरेखीय श्यानबल को मापने के लिए एक नियम बताया। इस नियम को **स्टोक्स नियम** कहते है।

स्टोक्स नियम के अनुसार

$$F \alpha \eta \; r \upsilon$$

या

$$F = K \eta \, r \upsilon$$

जहाँ पर K आनुपातिकता नियंतांक है। इसका मान प्रयोगों द्वारा 6π. प्राप्त किया गया है।

अत: स्टोक्स नियम को इस प्रकार लिखा जा सकता है:

$$F = 6\pi \eta \, r \upsilon \qquad (9.17)$$

इस नियम को विमाओं की विधि से भी प्राप्त किया जा सकता है। स्टोक्स के अनुसार, श्यान बल निम्न बातों पर निर्भर करता है:

- माध्यम के श्यानता गुणाँक (η)
- गोलीय निकाय की त्रिज्या (r)
- निकाय का वेग (υ)

तब

$$F \alpha \eta^a \; r^b \upsilon^c$$

या

$$F = K \eta^a \; r^b \upsilon^c$$

जहाँ K आनुपातिकता नियतांक है।

दोनों ओर की विमाऐं लेने पर

$$[MLT^{-2}] = [ML^{-1}T^{-1}]^a [L]^b [LT^{-1}]^c$$

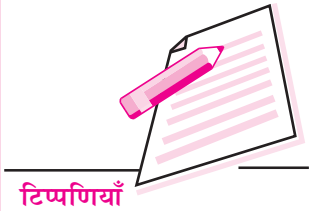
या

$$[MLT^{-2}] = [M^a L^{-a+b+c} T^{-a-c}]$$

दोनों ओर की घातों की तुलना करने पर $a = b = c = 1$.

इसलिए

$$F = K \eta \, r \upsilon$$



9.9.1 अंतिम वेग (Terminal Velocity)

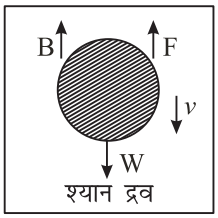
हम एक r त्रिज्या और ρ घनत्व के गोलाकार पिण्ड के σ.घनत्व के द्रव में गिरने पर विचार करते हैं।

निकाय पर लगने वाले बल इस प्रकार हैं:

(i) वस्तु का भार **W** नीचे की ओर

(ii) श्यानबल **F** ऊर्ध्वाधर ऊपर की ओर

(iii) उत्प्लावन बल **B** ऊपर की ओर,



चित्र. 9.29 : एक श्यान द्रव में गिरते हुए गोले पर लगने वाला बल

इन बलों के प्रभाव से किसी विशेष क्षण पर पिंड पर लगने वाला कुल बल शून्य हो जाता है (चूंकि श्यानता वेग वृद्धि के साथ बढ़ती है) और तब पिंड एक स्थिर वेग से नीचे गिरता है जिसे **अंत्य वेग** (Terminal velocity) कहते है। हम जानते हैं कि इन बलों के परिमाण हैं:

$$\text{श्यान बल } F = 6\pi\,\eta\, r\, \upsilon_0$$

जहाँ υ_0 अंतिम वेग है।

$$W = (4/3)\,\pi\, r^3\ \rho g$$

और

$$B = (4/3)\,\pi\, r^3\ \sigma g$$

क्योंकि नेट बल शून्य है इसलिए

$$6\pi\,\eta\, r\, \upsilon_0 = \frac{4}{3}\,\pi\, r^3\ \rho g - \frac{4}{3}\,\pi\, r^3\ \sigma g$$

या अंतिम वेग

$$\upsilon_0 = \frac{2r^2(\rho-\sigma)g}{9\eta} \qquad (9.18)$$

9.9.2 स्टोक्स नियम के उपयोग

(A) पैराशूट

जब एक सैनिक उड़ते हुए जहाज से कूदता है तो वह गुरुत्वीय त्वरण g के कारण नीचे गिरता है। लेकिन स्टोक्स के अनुसार वायु में पश्चश्यान बल के कारण त्वरण कम होता जाता है और वह एक अंतिम वेग प्राप्त कर लेता है। सैनिक तब एक नियत वेग से नीचे गिरता है और जमीन के निकट एक नियत ऊँचाई पर अपना पैराशूट खोल लेता है और अपने लक्ष्य के निकट सुरक्षित उतर जाता है।

B. वर्षा की बूंदों का वेग

जब वर्षा की बूंदे गुरुत्वीय बल के कारण नीचे गिरती है तो वायु का श्यानकर्षण बल उनकी गति का विरोध करता है। जब श्यान बल गुरुत्वीय बल के बराबर हो जाते हैं तो, बूंद एक

अंतिम वेग प्राप्त कर लेती है। इसलिए धरती पर पहुँचने वाली वर्षा की बूंदों की गतिज ऊर्जा बहुत अधिक नहीं होती।

उदाहरण 9.2: हवा से होकर गुजरने वाली वर्षा की बूंद की त्रिज्या ज्ञात कीजिए जिसका अंतिम वेग $0.12\ \text{m s}^{-1}$. Given $\eta = 1.8 \times 10^{-5}\ \text{kg m}^{-1}\text{s}^{-1}$, $\rho = 1.21\ \text{kg m}^{-3}$, $\sigma = 1.0 \times 10^{3}\ \text{kg m}^{-3}$ and $g = 9.8\ \text{m s}^{-2}$.

हल: अंतिम वेग

$$v_0 = \frac{2r^2(\rho - \sigma)g}{9\eta}$$

या

$$r = \sqrt{\frac{9\eta\, v_0}{2(\rho - \sigma)g}}$$

$$= \sqrt{\frac{9 \times 1.8 \times 10^{-5} \times 0.12}{2\,(1000 - 1.21)\,9.8}}\ \text{m}$$

$$= 10^{-5}\ \text{m}$$

पाठगत प्रश्न 9.4

1. धारारेखीय एवं प्रक्षुब्ध प्रवाह में अतर स्पष्ट कीजिए।
2. क्या किसी बहते हुए द्रव में दो धारारेखाएं एक दूसरे को काट सकती हैं?
3. किसी श्यान द्रव के लिए क्रॉतिक वेग किन-किन भौतिक राशियों पर निर्भर करता है?
4. एक 0.01m त्रिज्या की वर्षा की बूंद के लिए अंतिम वेग ज्ञात कीजिए। दिया है वायु का श्यानता गुणांक $1.8 \times 10^{-5}\ \text{N s m}^{-2}$ वायु का घनत्व $1.2\ \text{kg m}^{-3}$. पानी का घनत्व = 1000 kg m^{-3}. Take $g = 10\ \text{m s}^{-2}$.
5. एक गिलास में रखे द्रव को मथने के बाद कुछ देर रख देने पर द्रव स्थिर हो जाता है, क्यों?

9.10 बर्नूली का सिद्धांत

क्या आपने कभी सोचा खरगोश कुत्ते के बिल में हवा कैसे परिसंचालित होती है? चिमनी से धुआँ एकदम कैसे बाहर आ जाता है। कार का परिवर्त्य शीर्ष तेज चाल में ऊपर को क्यों उभर जाता है? आँधी में आपने अपने छातों को ऊपर की ओर पलटता देखा होगा। इन सभी बातों को बर्नूली के सिद्धांत के आधार पर समझा जा सकता है।

9.10.1 एक प्रवाही तरल की ऊर्जा

प्रवाही तरल पदार्थों में तीन प्रकार की ऊर्जा होती है। हम गतिज और स्थितिज ऊर्जा से सुपरिचित है। तरलों की तीसरे प्रकार की ऊर्जा उनकी दाब ऊर्जा हैं। यह तरलों में दाब के कारण होती है।

दाब ऊर्जा, दाब में अंतर और इसके आयतन के गुणनफल के बराबर होती है। यदि m द्रव्यमान के एक द्रव का अल्पांश (अवयव) जिसका घनत्व d है, एक दाबान्तर p, के अंतर्गत गतिमान है, तो

$$\text{दाब ऊर्जा} = p \times (m/d) \text{ joule}$$

$$\text{दाब ऊर्जा प्रति इकाई द्रव्यमान} = (p/d) \text{ J kg}^{-1}$$

डेनियल बर्नूली (1700-1782)

स्विस भौतिक शास्त्री एवं गणितज्ञ डेनियल बर्नूली का जन्म 8 फरवरी 1700 में गणितज्ञों के परिवार में हुआ। उन्होंने द्रवगतिकी में महत्वपूर्ण योगदान दिया। उनका प्रसिद्ध कार्य, ''हाइड्रोडाइनेमिका'' 1738 में प्रकाशित हुआ। उन्होंने दाब व ताप में परिवर्तन के साथ गैसों की प्रकृति में परिवर्तन (व्यवहार में परिवर्तन) की व्याख्या की, जिससे गैसों के गतिज सिद्धांत का विकास हुआ।

उन्हें गणितीय भौतिकी का संस्थापक माना जाता है। बर्नूली का सिद्धांत रसायन प्रयोगशालाओं में निर्वात उत्पन्न करने के लिए किया जाता है। इसके लिए एक बर्तन को एक नली से जोड़ दिया जाता है जिससे होकर पानी तेजी से गुजरता है।

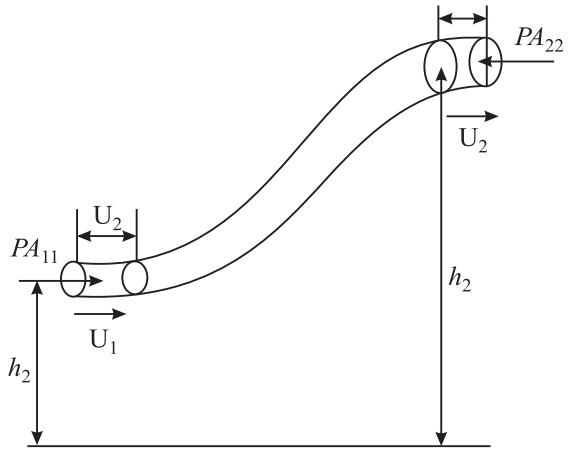
9.10.2 बर्नूली का समीकरण

बर्नूली ने एक समीकरण विकसित किया जो कि इस सिद्धांत को मात्रात्मक रूप से अभिव्यक्त करता है। इस समीकरण को विकसित करने के लिए तीन महत्वपूर्ण अभिधारणायें की गयी हैं।

1.तरल असंपीड्य है अर्थात् जब यह चौड़े मुँह की नली से संकरे मुंह की नली में प्रवेश करता है तो इसका घनत्व अपरिवर्तनीय रहता है।

2.तरल अश्यान है यानि कि इसकी व्युत्पत्ति में श्यानता के प्रभाव को ध्यान में नहीं रखा जाता।

3.तरल की गति धारारेखीय होती है।



चित्र. 9.30

हम एक परिवर्ती अनुप्रस्थ परिच्छेद के क्षेत्रफल वाली प्रवाहनली लेते हैं जैसा चित्र 9.30 में दर्शाया गया है। माना बिंदु A पर दाब P_1, अनुप्रस्थ परिच्छेद का क्षेत्रफल A_1, प्रवाह का वेग v_1, धरातल से ऊचॉई h_1 है तथा B पर दाब P_2 ,अनुप्रस्थ परिच्छेद का क्षेत्रफल A_2 प्रवाह वेग υ_2, तथा धरातल से ऊँचाई h_2 है।

क्योंकि A और B प्रवाहनली पर कोई भी दो बिंदु हो सकते है; अत: बर्नूली का समीकरण इस प्रकार लिखा जा सकता है।

$P + 1/2\, dv^2 + h\, dg =$ स्थिरांक

अर्थात किसी तरल की दाब ऊर्जा, गतिज ऊर्जा और स्थितिज ऊर्जा के योग का मान धारारेखीय प्रवाह के लिए स्थिर होता है।

क्रियाकलाप 9.4

चित्र. 9.31

1. अपने हाथ में कागज की एक शीट लें।
2. कागज के क्षैतिज भाग को चित्र 9.31 की भांति थोड़ा नीचे मोड़ें।
3. कागज की लंबाई पर क्षैतिज फूंक मारें।

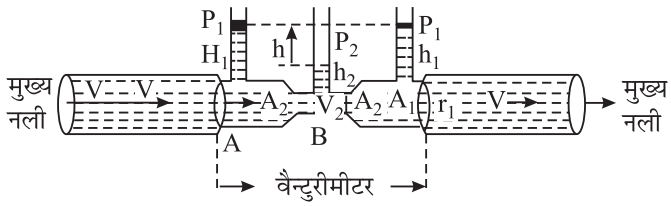
कागज को ध्यान से देखें। यह ऊपर उठ जाता है क्योंकि कागज के ऊपर वायु की चाल बढ़ जाती है और कागज़ के ऊपरी भाग पर दाब कम हो जाता है।

9.10.3 बर्नूली के प्रमेय के अनुप्रयोग

हमारे जीवन में बर्नूली के सिद्धांत के कई अनुप्रयोग हैं। बर्नूली के सिद्धांत के आधार पर कुछ सामान्य रूप से प्रेक्षित घटनाओं की व्याख्या की जा सकती है।

A. प्रवाहमापी या वेंटुरीमीटर

यह एक ऐसा उपकरण है जो नली में बहते हुए द्रव के प्रवाह की दर को मापने के लिए प्रयोग में लाया जाता है। उपकरण को प्रवाह नली में प्रवेश कराया जाता है (चित्र. 9.32) इसमें एक दाबमापी होता है। जिसमें दो नलियां एक ऐसी नली से जुड़ी होती हैं जिसके दो सिरों A और B के अनुप्रस्थकाटों के क्षेत्रफल क्रमशः A_1 और A_2 हैं। मान लीजिए कि मुख्य नली की क्षैतिज ऊँचाई h है। तब बेन्टुरीमीटर से द्रव के स्थिर प्रवाह के लिए बर्नूली के प्रमेय का उपयोग करने पर,



चित्र 9.32: वैन्टुरीमीटर

A पर कुल ऊर्जा = B पर कुल ऊर्जा

$$\frac{1}{2}m\,\upsilon_1^2 + mgh + \frac{mp_1}{d} = \frac{1}{2}m\,\upsilon_2^2 + mgh + \frac{mp_2}{d}$$

अर्थात,

$$(p_1 - p_2) = \frac{d}{2}(\upsilon_2^2 - \upsilon_1^2) = \frac{\upsilon_1^2 d}{2}\left(\frac{\upsilon_2}{\upsilon_1}\right)^2 - 1 \qquad (9.19)$$

यह दर्शाता है कि अधिक वेग वाले बिंदुओं पर दाब का मान कम होता है (क्योंकि दाब ऊर्जा और गतिज ऊर्जा के योग का मान स्थिर रहता है। यह ***वेंचुरी सिद्धांत*** कहलाता है।

बेन्टुरीमीटर में स्थिर प्रवाह के लिए

A बिंदु पर पहुँचने वाले जल का आयतन = A बिंदु से बाहर निकलने वाले जल का आयतन

$$A_1\upsilon_1 = A_2\upsilon_2 \qquad (9.20)$$

द्रव को असंपीड्य माना गया है अर्थात् संकेरे भाग में द्रव का वेग अधिक होता है और चौड़े सिरे पर द्रव का वेग कम होता है।

इस परिणाम को (9.19) में प्रयोग करने पर हम निष्कर्ष निकालते हैं कि संकरे सिरों पर दाब कम होता है।

$$p_1 - p_2 = \frac{\upsilon_1^2 d}{2}\left(\frac{A_1^2}{A_2^2} - 1\right)$$

$$= \frac{1}{2}d\upsilon_1^2\left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2 \quad 1$$

अर्थात
$$\upsilon_1 = \sqrt{\frac{2(p_1 - p_2)}{d\left(\frac{A_1^2}{A_2^2}\right) - 1}} \qquad (9.21)$$

यदि वेन्टुरीमीटर के दो फलकों के बीच स्तर भिन्नता h हो तो

$$p_1 - p_2 = h\,d\,g$$

और
$$\upsilon_1 = \sqrt{2hg/[(A_1^2/A_2^2) - 1]}$$

इससे हम निष्कर्ष निकालते हैं कि $\upsilon_1 \propto \sqrt{h}$ चूंकि एक वेन्टुरीमीटर के लिए अन्य सभी प्राचल नियत होते हैं।

इस प्रकार $\upsilon_1 = K\sqrt{h}$; जहाँ पर एक K स्थिरांक है।

प्रति सेकण्ड प्रवाहित होने वाले द्रव का आयतन

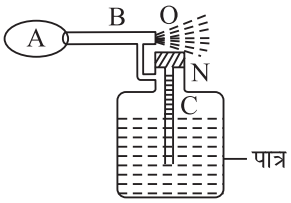
$$V = A_1\,\upsilon_1 = A_1 \times K\sqrt{h}$$

या
$$V = K'h$$

जहाँ पर $K' = K\,A_1$ एक दूसरा स्थिरांक है।

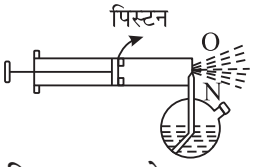
बर्नूली के सिद्धांत का उपयोग अनेक उपकरणों में किया जाता है। जैसे कणित्र (एटोमाइजर), स्प्रेगन, बुनसेन-ज्वालक, कार्बुरेटर, एयरोफॉयल आदि।

(i) कणित्र : कणित्र चित्र 9.33 में दर्शाया गया है। जब रबर बल्ब A को दबाया जाता है तब हवा B नली के संकरे द्वार से उच्च वेग से निकलती है और इस कारण इसके आस-पास कम दाब का क्षेत्र निर्मित हो जाता है। द्रव (इत्र या रंग) बर्तन से नली में ऊपर की ओर प्रवाहित होने लगता है और नोजल N. से बाहर निकलता है। जब द्रव नोजल में पहुँचता है तो हवा की धारा नली B से इसे बारीक फुहार के रूप में बहाती है।

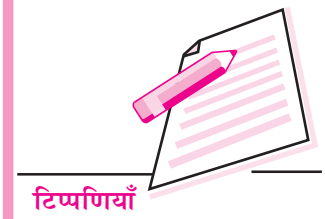


चित्र. 9.33 : कणित्र

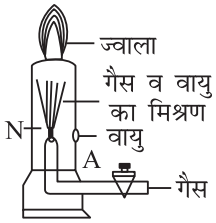
(ii) स्प्रेगन : जब पिस्टन अंदर की तरफ आता है तो यह संकरे रंध्र 'O' से हवा को अधिक वेग से निकालता है जिसके कारण आसपास कम दाब का क्षेत्र बन जाता है, द्रव बर्तन के सिरे (किनारे) से जुड़ी पतली नली से, जो ठीक 'O'. के नीचे खुलती है, खींच लिया जाता है। पिस्टन से निकलने वाली हवा के द्वारा नली के किनारे पहुँचने पर द्रव बारीक फुहार के रूप में छिड़क दिया जाता है।



चित्र. 9.34 : स्प्रेगन

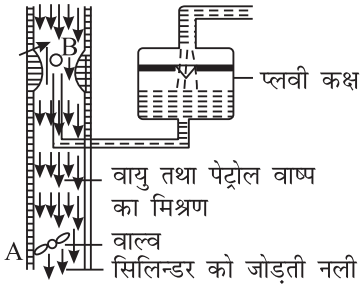


(iii) बुन्सेन ज्वालक : जब गैस नोजल N से बाहर निकलती है तो उसका वेग अधिक होने के कारण इसके आस-पास दाब कम हो जाता है, इसके साथ हवा पार्श्व छिद्र A से अंदर की ओर तेजी से बढ़ती है और गैस में मिल जाती है। यह मिश्रण प्रज्वलित करने पर गरम नीली लौ के साथ जलने लगता है।



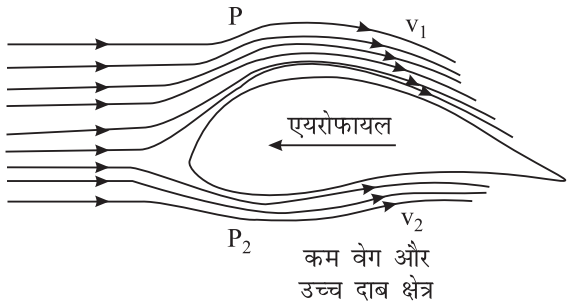
चित्र. 9.35 : बुन्सन ज्वालक

(iv) कार्बुरेटर : कार्बुरेटर चित्र 9.36 में दर्शायी गई एक ऐसी युक्ति है जो मोटर कार के इंजन के सिलिंडर को हवा और पेट्रोल का समुचित (संतुलित) मिश्रण प्रदान करने के लिए उपयोग में लायी जाती है। इंजन के सिलिन्डर के अंदर मिश्रण के जलने से ऊर्जा निकलती है। पेट्रोल को प्लवी कक्ष में रखा जाता है। पिस्टन की गति के कारण किनारे A पर दाब कम हो जाता है। इसी कारण वायु बाहर से अंदर की ओर अधिक वेग से पहुँचती है। यही कारण है कि नोजल B पर दाब कम हो जाता है। (B पर संकरे मार्ग के कारण वहाँ पर खिंची गई वायु का वेग अधिक हो जाता है)। अत: B नोजल से पेट्रोल बाहर आ जाता है जो अंदर आने वाली (बाहर से) वायु से मिल जाता है। तब वाष्पीकृत पेट्रोल और वायु (ईंधन) A नली से होता हुआ सिलिन्डर में पहुँच जाता है।



चित्र. 9.36 : कार्बुरेटर

कभी-कभी जब कार्बन या अपद्रव्य इकठ्ठा हो जाने से नॉजल B बंद है तो इससे पेट्रोल का प्रवाह रुक जाता है और ईंधन न जाने के कारण काम करना बंद कर देता है। अत: नोजल को खोल कर साफ किया जाता है।



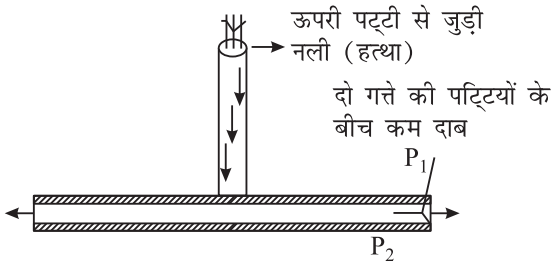
चित्र. 9.37 : प्रवाह रेखाओं का ऊपरी सिरे पर जमा होना

(v) एयरोफायल : जब कोई ठोस वायु में घूमता या गति करता है तो प्रवाह रेखाएं बन जाती हैं। वायुयान का आकार विशेष रूप से बनाया जाता है जैसा कि चित्र 9.37 में दर्शाया गया है जब वायुयान अपने पथ पर दौड़ता है तो उच्च वेग वाली प्रवाह रेखाएं बन जाती हैं। ऊपरी

सिरे पर प्रवाह रेखाओं की अधिकता के कारण वहां वायु का वेग बढ़ जाता है, और यह अपेक्षाकृत कम दाब का क्षेत्र बन जाता है। इस दाब में अंतर के कारण वायुयान पर एक बल ऊपर की ओर लगने लगता है और वह ऊपर उठ जाता है।

''प्रवाह रेखाओं की अधिकता के कारण उस क्षेत्र पर वायु वेग अधिक रहता है और दाब कम हो जाता है'' इस सिद्धांत पर आधारित कुछ मनोरंजक उदाहरण नीचे दिए जा रहे हैं।

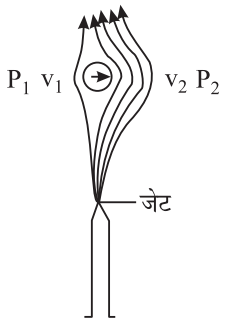
(a) आकृष्ट मंडलक (चक्रिका) विरोधाभास : जब दो गत्ते की पट्टियों के बीच एक संकरी नली नुमा हत्थे द्वारा वायु फूंकी जाती है और ऊपरी पट्टी को इस हत्थे की सहायता से उठाया जाता है तो निचली पट्टी ऊपरी पट्टी के साथ ही उठ जाती है। इसे आकृष्ट मंडलक विरोध ाभास कहते है:



चित्र. 9.38 : आकृष्ट मंडलक (चक्रिका) विरोधाभास

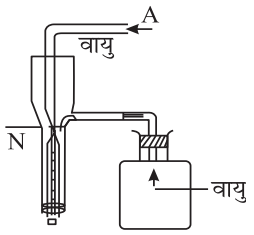
(b) पिंग पांग गेंद का जल के जेट के ऊपर नाचना:

यदि एक हल्की खोखली गेंद (पिंग पॉग या टेबल टेनिस की गेंद) को ऊर्ध्वाधर ऊपर की ओर जेट युक्त नली से निकलने वाली जल की धारा में रखें तो यह पृथ्वी पर न गिरकर इधर-उधर नाचने लग जाती है (चित्र 9.39)। जब गेंद बायीं ओर चली जाती है तब अधिक वेग वाला क्षेत्र बनाती हुई जेट की अधिकतर धारायें इसके दाहिने ओर से गुजरती हैं और इस प्रकार बायीं ओर की अपेक्षा इसके दायीं ओर दाब कम हो जाता है और गेंद पुन: मध्य धार की ओर धकेल दी जाती है।



चित्र. 9. 39: नाचती हुई पिंग पांग गेंद

(c) जल निर्वात पंप या चूषित्र या छन्ना पंप (फिल्टर पम्प): चित्र 9.40 में सामान्य से थोड़ा कम दाब बनाने के लिए फिल्टर पंप दर्शाया गया है। संकरे जेट वाली नली A के माध्यम से बाहर निकलने के लिए टोंटी से जल छोड़ा जाता है। नोजल का द्वारक छोटा होने से वेग अधिक हो जाता है। इस प्रकार नोजल N के चारों ओर कम दाब वाला क्षेत्र बन जाता है। इसलिए नली B के माध्यम से पात्र को रिक्त करने के लिए हवा खींच ली जाती है। यह हवा बाहर चली जाती है। कुछ मिनटों के पश्चात इस प्रकार पंप से बर्तन में हवा का दाब मर्करी के लगभग तक 1 cm कम हो जाता है। .



चित्र. 9.40 : फिल्टर पंप

(d) क्रिकेट की गेंद का लहराना (स्विंग करना)

जब एक क्रिकेट खिलाड़ी एक घूमती हुई गेंद फेंकता है तो यह हवा में एक वक्राकार पथ पर चलती है। इसे गेंद का लहराना (स्विंग करना) कहते हैं। जैसा कि चित्र (9.41) से स्पष्ट है जब एक गेंद आगे बढ़ती है तो गेंद द्वारा रिक्त किए स्थान पर v वेग से वायु आ जाती है। जब गेंद चक्कर खाती है तो इसके चारों ओर की वायु भी इसके साथ चलती है, (माना कि u वेग से) तो गेंद के ऊपर वायु का परिणामी वेग $(v-u)$ और नीचे $(v+u)$ होता है। अत: गेंद के ऊपर और नीचे दाबान्तर के कारण गेंद का पथ वक्राकार हो जाता है।

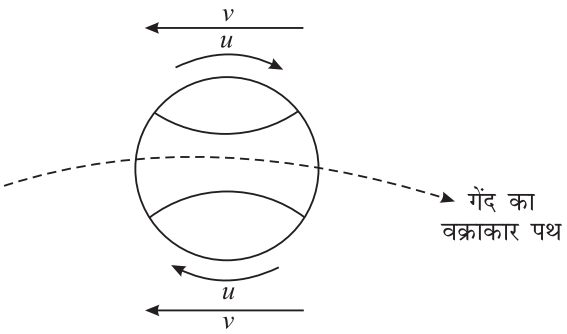
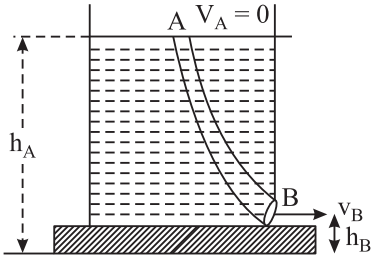


Fig. 9.41 : क्रिकेट गेंद का लहराना

उदाहरण 9.3: किसी बड़े टैंक की दीवार की तली में स्थित छोटे छिद्र से जल बाहर आता है। टैंक में जल स्तर की ऊँचाई यदि 2.5 m हो तो जल के बहाव की चाल क्या होगी?

हल: माना कि तली के पास B छिद्र है, A से B तक जल प्रवाह के लिए प्रवाह नलिका की कल्पना करें। बहुत कम द्रव्यमान m के धारा रेखीय प्रवाह के लिए हम बिंदु A और बिंदु B पर बर्नूली के सिद्धांत को उपयोग में ला सकते हैं।



चित्र. 9.42

B पर कुल ऊर्जा = A पर कुल ऊर्जा

A, बिंदु पर $v_A = 0$, $p_A = p$ = (वायुमण्डलीय दाब), h = भूमि से ऊँचाई

B, बिंदु पर $v_B = v = ?$, $p_B = p$, h_B = भूमि से छिद्र की ऊँचाई

माना $h_A - h_B = H$ = पात्र के द्रव स्तर की ऊँचाई = 2.5 m

d = जल का घनत्व

बर्नूली के प्रमेय का उपयोग करके व मान प्रतिस्थापित करने पर

$$\tfrac{1}{2} m\, v_B^2 = mg\,(h_A - h_B)$$

या

$$v_B = \sqrt{2g(h_A - h_B)}$$

$$= \sqrt{2 \times 9.8 \times 2.5}$$

$$= 7 \text{ m s}^{-1}$$

पाठगत प्रश्न 9.5

1. आँधी में बहुधा टिन की छतें उड़ जाती हैं। बर्नूली समीकरण किस प्रकार इसकी व्याख्या कर सकता है।
2. पौधों को सींचने के लिए जब आप जल के पाइप के मुँह को दबाते हैं तो जल अधिक दूरी तक चला जाता है। क्यों?
3. एक प्रवाही द्रव के विषय में बर्नूली का प्रमेय प्रयोग किये जाने की क्या आवश्यक शर्तें है?
4. असमान अनुप्रस्थ परिच्छेद की एक क्षैतिज नली, में जल बह रहा है। एक बिंदु A पर दाब व वेग 20 mm पारे का दाब और $0.20\ m\ s^{-1}$. हैं, दूसरे बिंदु B पर दाब क्या होगा, जहाँ पर वेग $1.50\ m\ s^{-1}$ है?
5. क्रिकेट के मैच में गेंदबाज क्रिकेट की गेंद को केवल एक ओर से क्यों चमकाते हैं?

आपने क्या सीखा

- द्रव के मुक्त तल से h गहराई नीचे द्रव स्थैतिक दाब $P = hdg$ होता है, जहाँ d द्रव का घनत्व है।
- किसी तरल में डूबी हुई वस्तु पर कार्य करने वाला ऊर्ध्वाधर बल उत्प्लावक बल कहलाता है।
- पास्कल के नियम के अनुसार परिबद्ध द्रव की स्थिर अवस्था में जब किसी स्थान पर दाब डाला जाता है तो यह पूरे द्रव में और पात्र की दीवारों में बिना कम हुए संचरित हो जाता है।
- द्रव पृष्ठ पर स्थित अणुओं में एक स्थितिज ऊर्जा होती है जिसे पृष्ठ ऊर्जा कहते हैं।
- पृष्ठ तनाव की परिभाषा इस प्रकार दी जा सकती है– " किसी द्रव की सतह पर खींची काल्पनिक रेखा की प्रति इकाई लम्बाई पर लगने वाले बल को पृष्ठ तनाव कहते हैं इसे न्यूटन प्रति मीटर में मापा जाता है।
- किसी द्रव का पृष्ठ तनाव वह गुण है जिसके कारण द्रव पृष्ठ किसी तनी झिल्ली की तरह व्यवहार करता है।
- किसी द्रव के तल पर खींची गई स्पर्श रेखा तथा द्रव के भीतर बर्तन की दीवार के बीच के कोण को स्पर्श कोण कहते हैं।
- केशिका नली में द्रव का तल अवतल गोलीय या उत्तल गोलीय होता है। यह वक्रता पृष्ठ तनाव के कारण होती है।

  केशिका में द्रव का चढ़ाव (उन्नयन) $h = \dfrac{2T\cos\theta}{r\,d\,g}$

- द्रव सतह के अवतल भाग (त्रिज्या r) में अतिरिक्त दाब P का मान निम्नलिखित होता है।

  $P = \frac{2T}{R}$, जहाँ पर T द्रव का पृष्ठ तनाव है।

  द्रव के भीतर वायु के बुलबुले के लिए, $P = \frac{2T}{R}$,

  वायु में साबुन के बुलबुले के लिए, $P = \frac{4T'}{r}$, जहाँ पर T' साबुन के घोल का पृष्ठ तनाव।

- डिटर्जेंट कपड़ों को अधिक साफ करते हैं क्योंकि वे जल-तेल का पृष्ठ तनाव कम करते हैं।

- तरल का वह गुण जिसके कारण यह अपनी समीपवर्ती परतों के बीच की सापेक्ष गति का विरोध करता है, श्यानता कहते हैं।

- क्रांतिक वेग (υ_c) से द्रव प्रवाह वेग का मान अधिक हो जाने पर प्रवाह प्रक्षुब्ध हो जाता है। यह द्रव की प्रकृति और नली की त्रिज्या पर निर्भर करता है अर्थात् (η, ρ और d) पर।

- किसी द्रव का श्यानता गुणाँक स्पर्शरेखीय पश्चगामी श्यानबल के रूप में परिभाषित किया जा सकता है जो इकाई वेग प्रवणता के क्षेत्र में परस्पर संपर्क वाली दो समीपवर्ती परतों के बीच इकाई क्षेत्रफल पर कार्य करता है।

- स्टोक्स नियम बताता है कि यदि r त्रिज्या वाला गोलीय पिंड η श्यानता गुणाँक वाले द्रव में 'υ' वेग से गिरता है तो उस पर स्पर्शरेखीय पश्चगामी श्यान बल,

$$F = 6\pi \eta r \upsilon.$$

- बर्नूली का प्रमेय बतलाता है कि स्थायी रूप से बहने वाले असंपीड्य द्रव के द्रव्यमान (m) के किसी कण की कुल ऊर्जा प्रवाह के दौरान सदैव स्थिर रहती है। प्रवाह नली के किन्हीं दो बिन्दुओं A तथा B पर बर्नूली के सिद्धांत का गणितीय रूप निम्नवत है

$$\frac{1}{2} m v_A^2 + m g h_A + \frac{mP_A}{d} = \frac{1}{2} m v_B^2 + m g h_B + \frac{mP_B}{d}$$

पाठांत प्रश्न

1. किसी द्रव स्तंभ के कारण स्थैतिक दाब के लिए व्यंजक प्राप्त कीजिए।
2. पास्कल का नियम लिखिए। हाइड्रॉलिक प्रेस की कार्यप्रणाली समझाइए।
3. पृष्ठ तनाव को परिभाषित कीजिए तथा इसका विमीय सूत्र ज्ञात कीजिए।

4. एक प्रयोग का वर्णन कीजिए जिससे यह दर्शाया जा सके कि द्रवों के पृष्ठ तनी हुई झिल्ली की भाँति व्यवहार करते हैं।

5. किसी बर्तन में रखे द्रव के कारण 0.9 m की गहराई पर द्रवस्थैतिक दाब 3.0 N m^2. है। इस बर्तन में 0.8m गहराई पर पार्श्व की दीवार के एक छिद्र में द्रवस्थैतिक दाब की गणना कीजिए।

6. किसी हाइड्रॉलिक प्रेस में 1000 kg द्रव्यमान के एक भारी पत्थर को उठाने के लिए कितने भार की आवश्यकता होगी? दिया है– दोनों पिस्टनों के अनुप्रस्थ काट के क्षेत्रफल का अनुपात 5 है। क्या मशीन द्वारा किया गया कार्य मशीन पर किए गए कार्य से अधिक है? व्याख्या करें।

7. केशिका नली में भरे द्रव का ऊपरी खुला पृष्ठ उत्तल है। यदि F_a= आसंजन बल F_c= संसंजन बल θ = स्पर्शकोण, तो निम्नलिखित में कौन सा संबंध सही है?
(a) $F_a > F_c \sin\theta$; (b) $F_a < F_c \sin\theta$; (c) $F_a \cos\theta = F_c$; (d) $F_a \sin\theta > F_c$

8. एम समान त्रिज्या की 1000 बूंदे आपस में मिलकर एक बड़ी जलबूंद बनाती है। जल की बूंद के ताप में क्या परिवर्तन होगा? क्यों?

9. केशिकार्षण क्या है? किसी केशिका नली में द्रव के चढ़ने और उतरने को कौन–कौन से कारक प्रभावित करते हैं?

10. 0.05 m लंबी और 0.2×10^{-3} m त्रिज्या वाली एक केशिका नली को 1000 kg m^3 घनत्व वाले द्रव में डुबोया जाता है। केशिका नली में द्रव के उन्नयन (चढ़ाव) की गणना करें। द्रव का पृष्ठ तनाव 7.27×10^{-2} N m^{-1} है।

11. हवा में पानी के बुलबुले बनाना कठिन है जबकि साबुन के बुलबुले बनाना आसान है। क्यों?

12. तेल लगे कपड़ों को धोने के लिए साबुन के स्थान पर डिटर्जेंट का प्रयोग क्यों किया जाता है?

13. दो एक समान गोलाकार गुब्बारों को वायु भरकर विभिन्न साइजों में फुलाया गया है। दोनों को एक पतली नली से जोड़ दिया जाता है। निम्नलिखित प्रेक्षणों में से आपकी राय में कौन सा प्रेक्षण संभावित है?

    (i) छोटे गुब्बारे से वायु बड़े गुब्बारे में प्रवाहित होगी और तब तक होती रहेगी जब पर पूरी वायु उसमें न चली जाए।

    (ii) बड़े गुब्बारे से प्रवाहित होकर वायु छोटे गुब्बारे में जाएगी जब तक कि दोनों में बराबर हवा न हो जाए।

    उपरोक्त प्रश्न में यदि गुब्बारों को विभिन्न साइज के बुलबुलों से प्रतिस्थापित कर दिया जाए तो आपका उत्तर क्या होगा?

14. किसमें अधिक दाब की आवश्यकता होगी, 3 cm त्रिज्या के वायु के बुलबुलों को साबुन के घोल के भीतर बनाने में या 3 cm त्रिज्या के ही साबुन के बुलबुले को वायु में बनाने में?

15. पटलीय और प्रक्षुब्ध प्रवाह में अंतर स्पष्ट करें और तत्पश्चात क्रांतिक वेग को परिभाषित कीजिए।

16. श्यानता और श्यानता गुणाँक को परिभाषित कीजिए। जल और ग्लिसरीन में कौन अधिक श्यान है? क्यों?

17. रेनाल्ड संख्या क्या है? इसका महत्व क्या है? रेनॉल्ड संख्या के आधार पर क्रांतिक वेग को परिभाषित कीजिए।

18. बर्नूली के सिद्धांत का वर्णन करें। वायुयान की बॉडी का डिजाइन तैयार करने में इसके उपयोग की चर्चा कीजिए।

19. व्याख्या कीजिए कि ऐसा क्यों होता है:

    (i) घूमती हई टेनिस की गेंद वक्रीय मार्ग का अनुसरण करती है।

    (ii) पानी के पाइप के द्वारक के खुले मुँह को दबाकर कम किया जाता है तो प्रवाह का वेग बढ़ जाता है।

    (iii) एक पिंग पॉग गेंद पृथ्वी पर गिरे बगैर पानी के जेट पर नाचती रहती है।

    (iv) श्यान तरल में गिरने वाली एक छोटी गोलीय गेंद कुछ समय पश्चात एक स्थिर वेग प्राप्त कर लेती है।

    (v) यदि पारे को कॉच की समतल प्लेट पर ऊपर से उड़ेल दिया जाए तो यह छोटे-छोटे गोलीय बूंदों (कणों) में बिखर जाता है।

20. 0.8 mm व्यास वाले हवा के बुलबुले का अंतिम वेग ज्ञात कीजिए जो $0.15\ kg\ m^{-1}\ s^{-1}$ की श्यानता और $0.9\ g\ m^{-3}$ घनत्व वाले द्रव में ऊपर उठ रहा है। उसी बुलबुले का अंतिम वेग क्या होगा जब वह जल में ऊपर आ रहा हो? जल के लिए $\eta = 10^{-2}\ kg\ m^{-1}\ s^{-1}$।

21. 0.2 m व्यास वाली एक पाइप लाइन में जल प्रवाहित हो रहा है। इसमें 0.1 m व्यास वाला संकीर्णन है। यदि 0.2 m व्यास वाले पाइप में जल का वेग $2\ m\ s^{-1}$ है तो, परिकलित कीजिए

    (i) संकीर्णन में वेग और

    (ii) क्यूबिक मीटर/सेकण्ड में विसर्जन दर।

22. (i) 1 mm त्रिज्या वाली स्टील की गेंद ग्लिसरीन के टैंक में किसी क्षण किस वेग से गिरेगी जब उस समय इसका त्वरण स्वतंत्र रूप से गिरते हुए पिंड का आधा हो।

    (ii) गेंद का अंतिम वेग क्या होगा जब स्टील व ग्लिसरीन के घनत्व क्रमशः $8.5\ g\ cm^{-3}$ और $1.32\ g\ cm^{-3}$ हो, ग्लिसरीन की श्यानता 8.3 पॉइज है।

23. 20ºC पर 3 mm व्यास वाले पाइप में $50\ cm\ s^{-1}$ की चाल से जल प्रवाहित होता है। बताइए

    (i) रेनॉल्ड संख्या क्या है?

    (ii) प्रवाह की प्रकृति क्या है।

    20ºC पर जल की श्यानता = 1.005×10^{-2} पॉइज और

    और जल का घनत्व 20ºC as = $1\ g\ cm^{-3}$.

24. आधुनिक डिजाइन वाले वायुयान की उड़ान के लिए उत्थापन लगभग 1000 N m^{-2} होना चाहिए। कल्पना कीजिए कि वायुयान के पंखों के ऊपर से वायु धारा रेखीय प्रवाह में प्रवाहित होती है। यदि पंख की निचली सतह द्वारा प्रवाहित वायु का वेग 100 m s^{-1} है तो अपेक्षित उत्थापन (लिफ्ट) 1000 N m^{-2} देने के लिए उसकी ऊपरी सतह पर कितने वेग की आवश्यकता होगी?

25. विभिन्न अनुप्रस्थ काट वाले पाइप से जल प्रवाहित होता है। यदि किसी बिंदु पर, जहां कि प्रवाह का वेग 28 cm s^{-1} है, पानी का दाब 5 cm पारे के दाब के बराबर हो तो उस बिन्दु पर दाब कितना होगा जहाँ प्रवाह का वेग 70 cm s^{-1} है? (पानी का घनत्व 1 g cm^{-3})

पाठगत प्रश्नों के उत्तर

9.1

1. क्योंकि जब आदमी का भार अधिक क्षेत्रफल पर लगता है तो बर्फ पर दाब घट जाता है।

2. $P = P_a + \rho gh$

   $P = 1.5 \times 10^7$ Pa

3. लड़के के भार द्वारा आरोपित दाब $= \dfrac{2.5}{0.05} = 500$ N m^{-2}.

   हाथी के भार के कारण आरोपित दाब $= \dfrac{5000}{10} = 500$ N m^{-2}.

$\therefore$ इसलिए लड़का हाथी को संतुलित कर सकता है।

4. छड़ के अधिक क्षेत्रफल के कारण त्वचा पर दाब कम होगा।

5. $\dfrac{50}{0.1} = \dfrac{w}{10}$, $w = 5000$ kg wt.

9.2

1. एक ही पदार्थ के अणुओं के बीच मार्ग कार्य करने वाले आकर्षण बल को संसंजक बल और विभिन्न पदार्थों के अणुओं के बीच कार्य करने वाले बल को आसंजक बल कहते हैं।

2. पृष्ठ तनाव के कारण द्रव एक निश्चित आयतन के लिए न्यूनतम पृष्ठीय तल पाना चाहता है जो कि गोलाकार होता है।

3. नहीं उनके अणु बहुत दृढ़ता से बंधे होते है।

4. पृष्ठ तनाव बलों के कारण।

5. पानी में हवा के बुलबुले के लिए

$$P = \frac{2T}{r} = \frac{2\times 727\times 10^{-3}}{2\times 10^{-2}} = 72.7 \text{ N m}^{-2}.$$

हवा में साबुन के बुलबुले के लिए

$$P' = \frac{4T'}{r'} = \frac{4\times 25\times 10^{-3}}{4\times 10^{-2}} = 2.5 \text{ N m}^{-2}.$$

9.3

1. नहीं

2. हाँ, द्रव ऊपर उठेगा।

3. पारे की सतह उत्तल होती है और स्पर्शकोण 90° से अधिक होता है। केशिका में पारे के तल में गिरावट के कारण यह कठिन होता है।

4. $r = \frac{2T}{h\rho g} = \frac{2\times 7.2\times 10^{-2}}{3\times 1000\times 10}$

$= 4.8 \times 10^{-6}$m

5. केशिकार्षण के कारण

9.4

1. यदि पथ के किसी बिंदु से होकर गुजरने वाले सभी कण अपने पूर्ववर्ती कण की भांति एक ही प्रवाह रेखा का अनुसरण करें तो प्रवाह धारारेखीय कहलाता है, यदि प्रवाह पथ टेढ़ा मेढ़ा हो तो प्रवाह प्रक्षुब्ध कहलाता है।

2. नहीं, अन्यथा एक ही प्रवाह की दो दिशायें होंगी।

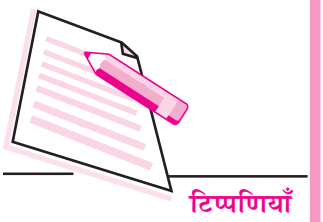
3. क्रांतिक वेग, द्रव की श्यानता, नली की त्रिज्या और द्रव के घनत्व पर निर्भर करता है।

4. .012 ms^{-1}

5. श्यान बलों के कारण

9.5

1. ऊपरी भाग में हवा के अधिक वेग से कम दाब का क्षेत्र विकसित हो जाता है।



टिप्पणियाँ

2. क्षेत्रफल में कमी के कारण उच्च दाब विकसित होता है।

3. तरल असंपीड्य और अश्यान होना चाहिए। प्रवाह गति धारारेखीय होनी चाहिए।

4. $(P_1 - P_2) = \frac{1}{2} d (v_2^2 - v_1^2)$

5. जिससे कि दोनों तलों पर प्रवाह रेखाऐं भिन्न हों। गेंद में अधिक घुमाव उत्पन्न होगा।

पाठांत प्रश्नों के उत्तर

5. 2.67 N m^{-2}.

6. 200 N, No.

20. 2.1 mm s^{-1}, 35 cm s^{-1}.

21. 8 m s^{-1}, 6.3×10^{-2} m^3 s^{-1}.

22. 7.8 mm s^{-1}, 0.19 m s^{-1}.

23. 1500, अस्थिर

24. 2 cm पारे के दाब के बराबर

मॉड्यूल - 3
ऊष्मीय भौतिकी

10 गैसों का अणुगतिक सिद्धांत

11 ऊष्मागतिकी

12 ऊष्मा स्थानान्तरण एवं सौर ऊर्जा

10

गैसों का अणुगतिक सिद्धांत

जैसा कि आपने पिछले अध्यायों में पढ़ा है कि मानक ताप व दाब पर पदार्थ तीन अवस्थाओं में पाये जाते हैं–ठोस, द्रव और गैस। ये अणओं से मिलकर बने होते हैं और आपस में अंतर-आण्विक बलों से बंधे रहते हैं। कमरे के ताप पर, इन परमाणुओं/अणुओं की एक निश्चित तापीय ऊर्जा होती है। जब औसत तापीय ऊर्जा में वृद्धि की जाती है तो ऐसी स्थिति आती है कि अणु अधिक स्वतंत्र रूप से गति करने लगते हैं, पदार्थ की इस अवस्था को गैसीय अवस्था कहते हैं। गैसीय अवस्था में अंतर-आण्विक बल पर्याप्त क्षीण हो जाते हैं और अणुओं की स्थितिज ऊर्जा उनकी गतिज ऊर्जा से काफी कम होती हैं।

ताप, दाब और आयतन की विभिन्न स्थितियों के लिये गैसे भिन्न-भिन्न गुण प्रदर्शित करती हैं। उदाहरण के लिये यदि नियत आयतन पर गैस का ताप बढ़ाया जाता है तो इसके दाब में वृद्धि होती है। इस अध्याय में आप गैसों के अणुगतिक सिद्धान्त के बारे में पढ़ेंगे जो कि कुछ सरलीकरण अवधारणाओं पर आधारित है। आप ताप की गतिक व्याख्या तथा अणुओं की गतिज ऊर्जा और ताप के मध्य संबंध के बारे में भी पढ़ेंगे, इस पाठ में यह व्याख्या भी की जाएगी कि गैसों की दो प्रकार की विशिष्ट ऊष्मा क्यों होती हैं, साथ ही ऊष्मीय प्रसार की संकल्पना की व्याख्या भी की जाएगी।

उद्देश्य

इस पाठ को पढ़ने के बाद आप–

- गैसों के अणुगतिक सिद्धान्त की अभिधारणाओं को बता सकेंगे;
- दाब P के लिये व्यंजक $P = \frac{1}{3}\rho\overline{c^2}$; प्राप्त कर सकेंगे;
- अणुओं के वर्ग माध्य मूल (RMS) और औसत वेग का ताप के साथ संबंध स्थापित कर सकेंगे;
- गैस के अणुगति सिद्धान्त के आधार पर गैस के नियमों की व्युत्पति कर पायेंगे;

- ताप की गतिक व्याख्या कर पायेंगे और माध्य गतिज ऊर्जा की गणना कर सकेंगे;
- ऊष्मा धारिता एवं विशिष्ट ऊष्मा को परिभाषित कर सकेंगे;
- कैलोरीमिति का सिद्धान्त समझा सकेंगे;
- ऊष्मीय प्रसार की व्याख्या कर सकेंगे;
- α, β, एवं γ में संबंध स्थापित कर सकेंगे;
- कणों के किसी निकाय के स्वातन्त्रय कोटिमान की व्याख्या कर सकेंगे;
- ऊर्जा के समविभाजन के नियम की व्याख्या कर सकेंगे;
- गैस की दो विशिष्ट ऊष्माएं होने की व्याख्या कर सकेंगे और
- $c_p - c_V = R/J$ संबंध को स्थापित कर सकेंगे।

10.1 ऊष्मीय ऊर्जा

वर्ष भर में वसन्त ऋतु बड़ी सुहावनी होती है, इसमें तापमान न तो ग्रीष्म की तरह अधिक होता है और न ही शरद की तरह कम होता है। यह तापमान परिवर्तन हमारे दैनिक क्रिया-कलापों को प्रभावित कैसे करता है? तापमान परिवर्तन से वस्तुओं के गुण कैसे परिवर्तित होते हैं? क्या तापमान एवं ऊष्मा में कोई अन्तर है? आगामी अनुभागों में ऐसे सभी प्रश्नों पर विचार किया जाएगा।

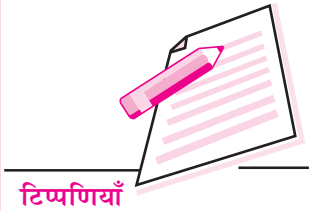
प्राय: आम बोलचाल में तापमान एवं ऊष्मा एक दूसरे के लिए उपयोग किए जाते हैं। हालांकि, भौतिक विज्ञान में इनके अर्थ में बहुत अन्तर होता है। ऊष्मा प्रदान करने से प्राय: तापमान बढ़ता है लेकिन क्या जल के उबलने अथवा जल के जमने की प्रक्रिया में भी ऐसा होता है? समुद्रतटीय क्षेत्रों में सूर्यास्त के बाद पवन के प्रवाह की दिशा उल्टी क्यों हो जाती है? हथेली पर रखी बर्फ पिघल क्यों जाती है और हथेली को ठंडक महसूस क्यों होती है? इस प्रकार के सभी तथ्यों की व्याख्या इस पाठ में की जाएगी।

10.1.1 ऊष्मा धारिता एवं विशिष्ट ऊष्मा

जब किसी ठोस (अथवा द्रव) को ऊष्मा प्रदान की जाती है तो उसके तापमान में वृद्धि होती है। विभिन्न ठोसों के समान द्रव्यमान को समान ऊष्मा प्रदान करने के बावजूद भी यह वृद्धि अलग-अलग होती है। इसका तात्पर्य है कि किसी ठोस को निश्चित ऊष्मा प्रदान करने पर तापमान में वृद्धि पदार्थ की प्रकृति पर निर्भर करती है। ठोस की प्रकृति पदार्थ की विशिष्ट ऊष्मा धारिता अथवा विशिष्ट ऊष्मा से निरुपित होती है। किसी ठोस (अथवा द्रव) के इकाई द्रव्यमान का तापमान 1^oC अथवा 1K बढ़ाने के लिए आवश्यक ऊष्मा विशिष्ट ऊष्मा कहलाती है।

यदि m द्रव्यमान के किसी ठोस (अथवा द्रव) के तापमान को $\Delta\theta$ डिग्री बढ़ाने में अपेक्षित ऊष्मा ΔQ है तो विशिष्ट ऊष्मा निम्नवत् व्यक्त की जा सकती है:

$$C = \frac{\Delta Q}{m\Delta\theta}$$



अत: किसी पदार्थ को तापमान वृद्धि के लिए आवश्यक ऊष्मा को निम्न रूप में प्रकट कर सकते हैं:

$$\Delta Q = mC\Delta\theta$$

विशिष्ट ऊष्मा का SI मात्रक $J\,kg^{-1}\,K^{-1}$ है।

10.1.2 कैलोरीमिति

जब दो असमान तापमान की वस्तुओं को सम्पर्क में रखा जाता है तो अधिक तापमान की वस्तु से कम तापमान की वस्तु में ऊष्मा का स्थानान्तरण होता है। पदार्थ की विशिष्ट ऊष्मा एवं इससे संबधित भौतिक राशियों का मापन एक युक्ति द्वारा किया जाता है जिसे कैलोरी मीटर कहते है एवं यह विधि कैलोरीमिति कहलाती है।

10.1.3 कैलोरीमिति का सिद्धान्त

माना m_1, m_2 द्रव्यमान के दो पदार्थ जिनकी विशिष्ट ऊष्मा क्रमश: C_1 एवं C_2 हैं तथा तापमान θ_1 एवं θ_2 हैं $(\theta_1 > \theta_2)$ परस्पर सम्पर्क में रखे गये हैं। तब अधिक तापमान की वस्तु से कम तापमान की वस्तु में ऊष्मा स्थानातरंण होगा एवं पदार्थ एक उभयनिष्ठ तापमान θ प्राप्त कर लेंगे।

यदि कोई अन्य प्रकार की ऊष्मा हानि नहीं है तो ऊर्जा संरक्षण के नियमानुसार:

ऊष्मा हानि = ऊष्मा वृद्धि

$$\Rightarrow \quad m_1C_1(\theta_1 - \theta) = m_2C_2(\theta - \theta_2)$$

यह कैलोरीमिति का सिद्धान्त है। इस संबन्ध का उपयोग कर परिणामी तापमान θ ज्ञात किया जा सकता है। यदि एक पदार्थ की विशिष्ट ऊष्मा ज्ञात हो तो θ_1, θ_2 एवं θ ज्ञात होने पर पदार्थ की विशिष्ट ऊष्मा भी ज्ञात की जा सकती है।

10.1.4 ऊष्मीय प्रसार

जब किसी पदार्थ को ऊष्मा प्रदान की जाती है तो उसकी लम्बाई, क्षेत्रफल एवं आयतन में वृद्धि होती है जिसे ऊष्मीय प्रसार कहते हैं। लम्बाई, क्षेत्रफल एवं आयतन प्रसार क्रमश: रेखीय प्रसार, पृष्ठ प्रसार एवं घन-प्रसार कहलाते हैं।

रेखीय प्रसार में लम्बाई-वृद्धि, मूल-लम्बाई एवं ताप-वृद्धि के अनुक्रमानुपाती होती है।

$$\Delta l \propto l_0\,\Delta\theta$$

अथवा

$$\Delta l = \alpha\, l_0\,\Delta\theta$$

जहाँ α रेखीय प्रसार गुणांक अथवा रेखीय प्रसार का ताप गुणांक है। अत:

$$\alpha = \frac{\Delta l}{l_0\Delta\theta}$$

यदि $\Delta\theta = 1°C$ एवं $l_0 = 1\text{m}$

तब $\alpha = \Delta l$

अतः एकांक लम्बाई का तापमान 1°C बढ़ाने पर लम्बाई में वृद्धि (परिवर्तन) α होती है।

पृष्ठीय प्रसार में, क्षैत्रफल - वृद्धि, मूल-क्षेत्रफल एवं तापमान-वृद्धि के अनुक्रमानुपाती होती है।

$$\Delta A \propto A_0 \Delta\theta$$

अथवा $$\Delta A = \beta A_0 \Delta\theta$$

जहां β पृष्ठीय ताप-प्रसार गुणांक है।

आयतन प्रसार में, आयतन - वृद्धि, मूल-आयतन एवं तापमान-वृद्धि के अनुक्रमानुपाती होती है।

$$\Delta V \propto V_0 \Delta\theta$$

अथवा $$\Delta V = \gamma V_0 \Delta\theta$$

जहां γ आयतन ताप-प्रसार गुणांक है।

यदि $V_0 = 1\text{m}^3$ एवं $\Delta\theta = 1°\text{C}$, तब $\gamma = \Delta V$

अतः आयतन प्रसार में, एकांक आयतन का तापमान 1°C बढ़ाने पर आयतन में वृद्धि γ होती है।

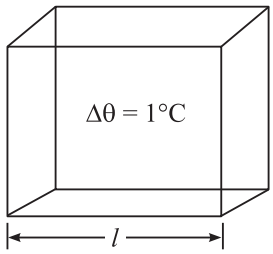
α, β एवं γ में संबन्ध

माना एक घन की भुजा l है जिसका तापमान 1ºC बढ़ाया गया है।
लम्बाई में परिवर्तन,

$$\Delta l = \alpha l \Delta\theta$$

$$= \alpha l \qquad (\because \Delta\theta = 1°C)$$

अथवा नवीन लम्बाई, $l' = l + \Delta l = l + \alpha l = l(1+\alpha)$



चित्र 10.1

अत: $$\alpha = \frac{\Delta l}{l}$$

एवं $$\beta = \frac{\Delta A}{A} = \frac{l^2(1+\alpha)^2 - l^2}{l^2}$$

$$= 1 + \alpha^2 + 2\alpha - 1$$

$\therefore$ α बहुत छोटा है अत: α^2 नगण्य होगा। इसीलिए

$$\beta = 2\alpha$$

इसी प्रकार, $$\gamma = \frac{\Delta V}{V} = \frac{l^3(1+\alpha)^3 - l^3}{l^3}$$

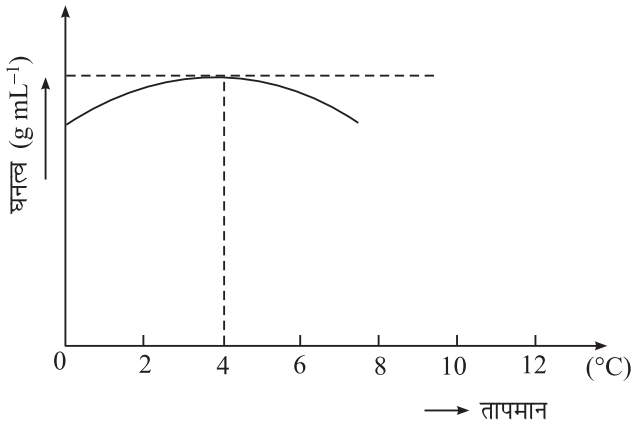
अथवा $$\gamma = l^3 + \alpha^3 + 3\alpha^2 + 3\alpha - l^3$$

$\because$ α बहुत छोटा है अत: α^2 एवं α^3 नगण्य होंगे।

अत: $$\gamma = 3\alpha.$$

10.1.5 जल में विसंगतीपूर्ण प्रसार एवं इसका प्रभाव

सामान्यत: किसी द्रव का तापमान बढ़ने पर उनका आयतन बढ़ता है। द्रवों का ताप-प्रसार गुणांक ठोसों से लगभग 10 गुना अधिक होता है। तथापि 0 से 4°C तापमान के लिए जल के आयतन में वृद्धि नहीं होती। उल्टा जब तापमान 0°c से 4°C तक बढ़ता है तो जल का आयतन कम होता है एवं यह 4°C पर घनत्व का महत्तम मान 1 g mL^{-1} अथवा 1000 kg m^{-3} प्राप्त कर लेता है। इसके बाद आयतन बढ़ना प्रारम्भ हो जाता है। (जबकि घनत्व कम होता है) जैसा कि चित्र 10.2 में दर्शाया गया है।



चित्र 10.2

अब, यह समझा जा सकता है कि तालाब एवं झील सतह पर क्यों जम जाती है जबकि इसके नीचे जल द्रव अवस्था में रहता है। जैसे-जैसे तालाब ठंडा होता है, भारी एवं ठंडा जल प्रारम्भ में सतह से तली की ओर डूबता है। जब समस्त जल का तापमान 4°C हो जाता है तब यह प्रवाह रुक जाता है। जल की सतह का तापमान घटता रहता है एवं 0° पर जम जाता है। जैसे ही सतह का जल जमता है यह वहीं रहता है क्योंकि बर्फ ऊष्मा का कुचालक है। चूंकि बर्फ जल से हल्का होता है अत: सतह पर बर्फ की परत मोटी होती जाती है जबकि तली में 4°C का जल बना रहता है। यदि ऐसा नहीं होता तो मत्स्य एवं अन्य जल जीव जीवित नहीं बने रह सकते थे।

10.1.6 गैसों में ऊष्मीय प्रसार

जब गैसों को ऊष्मा प्रदान की जाती है तो वे भी फैलती हैं और यह फैलाव ठोस एवं द्रवों की अपेक्षा बहुत अधिक होता है। लेकिन गैस के प्रकरण में तापमान वृद्धि से आयतन एवं दाब एक साथ परिवर्तित हो सकते है। अत: तापमान वृद्धि के साथ हमें आयतन में वृद्धि नियत दाब अथवा दाब में वृद्धि नियत आयतन पर विचार करनी होगी। अत: नियत दाब पर आयतन प्रसार गुणांक निम्नवत् दिया जा सकता है।

$$\gamma_v = \left(\frac{V_2 - V_1}{V_1 \Delta\theta}\right)_{\Delta p=0}$$

इसी प्रकार

$$\gamma_p = \left(\frac{p_2 - p_1}{p_1 \Delta\theta}\right)_{\Delta v=0}$$

10.2 गैसों का अणुगति सिद्धान्त

आप जानते हैं कि पदार्थ बहुत से परमाणुओं और अणुओं से मिलकर बना होता है। इन अणुओं में से प्रत्येक अणु उस पदार्थ के गुणधर्म दर्शाता है जिसका वह अंग है।

गैसों का अणुगति सिद्धान्त आदर्श गैसों के स्थूल गुणधर्म जैसे कि उसके दाब,आयतन और ताप का इसके सूक्ष्म गुणधर्मों, जैसे अणुओं की चाल तथा द्रव्यमान के बीच संबंध स्थापित करने का प्रयास करता है।

अणुगति सिद्धान्त कुछ अवधारणाओं पर आधारित है। यह केवल आदर्श गैसों के लिये उपयुक्त है। (यदि किसी गैस के अणु बिन्दु द्रव्यमान की तरह व्यवहार करें और उनके बीच कोई अन्तर-आण्विक बल न लगता हो तो इस गैस को आदर्श गैस कहा जा सकता है। कमरे के ताप एवं वायुमण्डलीय दाब (कम दाब) पर कोई गैस आदर्श गैस की भांति व्यवहार करती है।

10.2.1 गैस के अणुगति सिद्धान्त की अभिधारणा

क्लार्क मैक्सवैल ने 1860 में प्रतिपादित किया कि गैसों के प्रेक्षित गुणधर्मों की व्याख्या गैसों के अणुओं की प्रकृति उनकी गति और अन्योन्य क्रियाओं के विषय में की गई कुछ अभिध ारणाओं के आधार पर की जा सकती हैं। अणुगति सिद्धान्त की अभिधारणायें निम्नलिखित हैं–

(i) गैस बहुत से समान अणुओं से मिलकर बनी होती है, जो दृढ़ होते हैं और सभी संभव वेगों से सभी दिशाओं में गति करते हैं। उनके बीच अंतराण्विक बल नगण्य होता है।

(ii) ये अणु आपस में और गैस–धारक की दीवार से संघट्ट करते रहते हैं। ये संघट्ट पूर्णत: प्रत्यास्थ होते हैं।

(iii) अणुओं का आकार उनके आपस की दूरी की तुलना में नगण्य होता है।

(iv) संघट्टों के बीच अणु एक समान वेग से सीधी रेखा में गति करते हैं।

(v) संघट्ट में लगा समय दो क्रमश: संघट्टों के बीच के समय की तुलना में नगण्य होता है।

(vi) सम्पूर्ण पात्र में अणुओं का वितरण एक समान होता है।

किसी पात्र में विद्यमान गैस के कारण उत्पन्न दाब का व्यंजक प्राप्त करने के लिये हम केवल एक अणु की गति के बारे में विचार करते हैं। क्योंकि सभी अणु समान हैं (अवधारणा (z) इस गति करने वाले अणु के x, y, z दिशाओं में वेग घटक होते हैं, अवधारणा (vi) के अनुसार केवल एक आयाम जैसे x- अक्ष अनुदिश गति पर विचार करना पर्याप्त होगा। (चित्र 10.3) ध्यान दीजिये कि यदि गैस के N (6×10^{26}) अणु प्रति घनमीटर होते हैं तो 3N पथों पर विचार करना होता है किन्तु इस अभिधारणा से अब समस्या केवल एक अणु की एकायामी गति की रह गई है। आइये पृष्ठ LMNO पर C वेग से गति करते हुए किसी कण पर विचार करें। इसके x, y तथा z घटक क्रमश: u, v तथा w हैं, यदि अणु का द्रव्यमान m हो और यह u चाल से x दिशा में गति कर रहा हो तो ox दिशा के लम्बवत् तल पर इसका संवेग mu होगा, दीवार से टकराकर यह अणु समान चाल से विपरीत दिशा में लौटेगा, दीवार से संघट्ट के बाद अणु का संवेग $= -mu$

अत: अणु के संवेग में परिवर्तन $= mu - (-mu) = 2mu$

यदि अणु पृष्ठ ABCD से पृष्ठ LMNO की ओर से u वेग से गति करता है और संघट्ट के पश्चात बिना किसी अणु से टकराये वापस आता है तो यह 2l दूरी $\frac{2l}{u}$ समय में तय करता है।

अत: अणुओं के दीवार से दो क्रमबद्ध संघट्टों के बीच का समय $\frac{2l}{u}$ है।

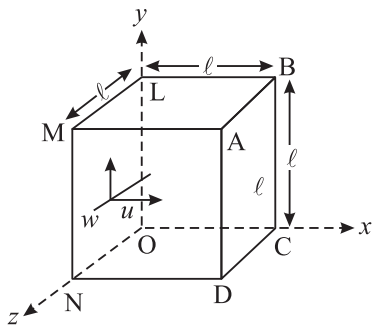
न्यूटन के द्वितीय गति नियम के अनुसार संवेग परिवर्तन की दर लगाये गये बल के बराबर होती है। अत:

ABCD पर संवेग परिवर्तन की दर

$$= \frac{\text{संवेग परिवर्तन}}{\text{समय}}$$

$$= \frac{2mu}{2l/u} = \frac{mu^2}{l}$$

यह एक अणु के संवेग परिवर्तन की दर है।



चित्र 10.3 अणु की x- अक्ष के अनुदिश गति

चूंकि गैस में N अणु हैं, ABCD पर x – अक्ष के अनुदिश $u_1, u_2, \ldots, u_N$ वेग से गति करते हुए N अणुओं के कारण कुल संवेग परिवर्तन की दर या ABCD पर कुल आरोपित बल

$$= \frac{m}{l}\left(u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 + \ldots + u_N^2\right)$$

∴ ABCD दीवार पर लगा दाब (क्योंकि दाब एकांक क्षेत्रफल पर लगने वाला बल है)

$$P = \frac{\frac{m}{l}\left(u_1^2 + u_2^2 + \ldots + u_N^2\right)}{l^2}$$

$$= \frac{m}{l^3}\left(u_1^2 + u_2^2 + \ldots + u_N^2\right) \qquad (10.1)$$

यदि $\overline{u^2}$ Ox दिशा में सभी वेगों के घटकों के वर्ग का माध्य हो तो

$$\overline{u^2} = \frac{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 + \ldots + u_N^2}{N}$$

अथवा $$N\overline{u^2} = u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 + \ldots + u_N^2$$

$(u_1^2 + u_2^2 + \ldots\ldots + u_N^2)$ के मान को समी. (10.1) में रखने पर

$$P = \frac{Nm\overline{u^2}}{\ell^3} \qquad (10.2)$$

ज्यामिति द्वारा यह दर्शाया जा सकता है कि

$$c^2 = u^2 + v^2 + w^2$$

जहाँ पर u, v और w, c के तीन एक दूसरे पर लंबवत दिशाओं में घटक हैं,

वर्ग माध्य मानों के लिये भी यह संबंध सत्य है अर्थात्

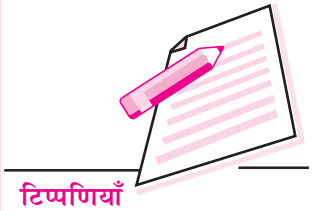
$$\overline{c^2} = \overline{u^2} + \overline{v^2} + \overline{w^2}$$

चूंकि घन के किसी एक किनारे के समान्तर गति करने के लिये अणु कोई वरीयता नहीं दिखलाते हैं, इससे यह निष्कर्ष निकलता है कि u^2, v^2, w^2 के माध्यमान बराबर हैं।

अर्थात् $$\overline{u^2} = \overline{v^2} = \overline{w^2}$$

या $$\overline{u^2} = \frac{\overline{c^2}}{3}$$

समीकरण (10.2) में इसका मान प्रतिस्थापित करने पर



$$P = \frac{1}{3}\frac{Nm}{\ell^3}\overline{c^2}$$

चूंकि l^3 गैस धारक का आयतन है,

$$PV = \frac{1}{3}Nm\overline{c^2} = \frac{1}{3}M\overline{c^2} \qquad (10.3)$$

इस संबंध का महत्त्व यह है कि यह स्थूल दर्शीय गुणधर्मों अर्थात् दाब और आयतन को सूक्ष्मदर्शी गुणधर्मों, अर्थात् अणुओं के द्रव्यमान तथा वर्गमाध्य चाल से जोड़ता है।

समीकरण (10.3) को इस प्रकार भी लिखा जा सकता है।

$$P = \frac{1}{3}\frac{Nm}{V}\overline{c^2}$$

यदि $\rho = \frac{mN}{V}$, गैस का घनत्व हो तो

$$P = \frac{1}{3}\rho\overline{c^2}$$

या

$$\overline{c^2} = \frac{3P}{\rho} \qquad (10.4)$$

वैकल्पिक रूप से यदि हम N/V अनुपात को संख्या घनत्व n से दर्शायें तो समी. (10.3) को लिख सकते हैं;

$$P = \frac{1}{3}mn\overline{c^2} \qquad (10.3a)$$

उपरोक्त व्युत्पत्ति में निम्नांकित बिंदु ध्यान देने योग्य हैं:

(i) समीकरण (10.4) से यह स्पष्ट है कि अणुगति सिद्धान्त में पात्र के आकार की कोई भूमिका नहीं है। केवल आयतन ही महत्वपूर्ण है। हम घन के अलावा कोई अन्य पात्र भी ले सकते हैं। घन केवल हमारे परिकलन को सरल कर देता है।

(ii) हमने अंतरा-अणुक संघट्टों की उपेक्षा की है। लेकिन ये परिणाम पर प्रभाव नहीं डालते हैं क्योंकि उनके एक दूसरे से टकराने से या दीवारों से टकराने पर अणुओं का औसत संवेग नहीं बदलता है।

(iii) चाल के वर्ग का माध्य अर्थात्, $\overline{c^2}$ और चाल के माध्य का वर्ग $(\overline{c})^2$ समान नहीं हैं। यह निम्नलिखित उदाहरण से स्पष्ट हो जायेगा।

मान लीजिए हमारे पास 5 अणु हैं और उनकी चाल क्रमशः 1, 2, 3, 4, 5 इकाई है, तब उनकी माध्य चाल

$$\frac{1+2+3+4+5}{5} = 3 \text{ यूनिट}$$

इसका वर्ग 9 है

दूसरी ओर चाल के वर्गों का माध्य

$$\frac{1^2+2^2+3^2+4^2+5^2}{5} = \frac{55}{5} = 11$$

अत: हम देखते हैं कि चाल के वर्ग का माध्य और चाल के माध्य का वर्ग समान नहीं है।

उदाहरण 10.1: 10 cm भुजा के खोखले घन में 10^{22} आक्सीजन अणुओं द्वारा उत्पन्न दाब का परिकलन कीजिए जहां अणुओं की औसत स्थानान्तरीय चाल 500 m s^{-1} है और प्रत्येक अणु का द्रव्यमान 5×10^{-26} kg, है।

हल: संवेग में परिवर्तन $2mu = 2 \times (5 \times 10^{-26}\ \text{kg}) \times (500\ \text{m s}^{-1})$

$$= 5 \times 10^{-23}\ \text{kg m s}^{-1}.$$

एक ही पार्श्व में उत्तरोत्तर संघट्ट करने में लगा समय $= 2 \times 10$ cm या 2×10^{-1} m. दूरी तय करने में लगा समय

$$t = \frac{2 \times 10^{-2}\ \text{m}}{500\ \text{m s}^{-1}} = 4 \times 10^{-4}\ \text{s}$$

$$\therefore \quad \text{संवेग परिवर्तन की दर} = \frac{5\times10^{-23}\ \text{kg m s}^{-1}}{4\times10^{-4}\ \text{s}} = 1.25 \times 10^{-19}\ \text{N}$$

एक धारक की दीवार पर कुल अणुओं की एक तिहाई संख्या के कारण बल

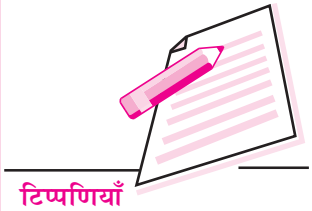
$$f = \frac{1}{3} \times 1.25 \times 10^{-19} \times 10^{22} = 416.7\ \text{N}$$

$$\text{और दाब} = \frac{\text{बल}}{\text{क्षेत्रफल}} = \frac{417\ \text{N}}{100 \times 10^{-4}\ \text{m}^2}$$

$$= 4.2 \times 10^{-4}\ \text{N m}^{-2}$$

पाठगत प्रश्न 10.1

1. (i) एक गैस किसी भी पात्र को पूरा भर देती है लेकिन द्रव नहीं। क्यों?
   (ii) गैसों की तुलना में ठोसों की रचना अधिक क्रमबद्ध होती है। क्यों?
2. आदर्श गैस से क्या तात्पर्य है?



3. गैस का दाब अणुओं के घनत्व से कैसे संबंधित है?
4. किसी पदार्थ की विशिष्ट ऊष्मा से आप क्या समझते हैं?
5. आयतन प्रसार गुणांक की परिभाषा कीजिए।
6. 20°C पर किसी स्टील के तार की लम्बाई 2 m है। 120°C ताप पर इसकी लम्बाई 2.01 m हो जाती है। तार के पदार्थ के रैखिक प्रसार गुणांक α की गणना कीजिए।

10.3 ताप की गतिक व्याख्या

समीकरण (10.3) से हम जानते हैं कि

$$P\,V = \frac{1}{3} m\,N\overline{c^2}$$

हम यह भी जानते हैं कि गैसों के n मोलों (moles) के लिए अवस्था-समीकरण

$PV = n\,RT$, जहां पर R एक नियतांक है जिसका मान 8.3 J mol^{-1} K^{-1} है। अत: इस परिणाम को दाब व्यंजक के साथ संयोजित करने पर

$$n\,R\,T = \frac{1}{3} m\,N\overline{c^2}$$

दोनों ओर $\frac{3}{2n}$ से गुणा करने पर

$$\frac{3}{2} R\,T = \frac{1}{2}\frac{Nm\overline{c^2}}{n} = \frac{1}{2} m\,N_A\,\overline{c^2}$$

जहां पर $\frac{N}{n} = N_A$ एवोगेड्रो संख्या

यह एक मोल पदार्थ में परमाणुओं या अणुओं की संख्या दर्शाता है। इसका मान 6.023×10^{23} प्रति ग्राम मोल है। N_A, का उपयोग करने पर हम इसे निम्न प्रकार लिख सकते हैं:

$$\frac{3}{2}\frac{R}{N_A}\,T = \frac{1}{2} m\,\overline{c^2}$$

लेकिन $\frac{1}{2} m\,\overline{c^2}$ एक अणु की माध्य गतिज ऊर्जा है। अत: हम लिख सकते हैं।

$$\frac{1}{2} m\,\overline{c^2} = \frac{3}{2}\frac{R}{N_A}\,T = \frac{3}{2}\,k\,T \qquad (10.5)$$

जहां पर $k = \frac{R}{N_A}$ बोल्ट्जमान नियतांक (k) है

अर्थात्

$$k = \frac{R}{N_A} \qquad (10.6)$$

k का मान 1.38×10^{-23} J K^{-1} है।

k के पदों में, गैस के एक अणु की माध्य गतिज ऊर्जा निम्न प्रकार दर्शायी जाती है

$$\bar{\varepsilon} = \frac{1}{2} m \bar{c}^2 = \frac{3}{2} k T \qquad (10.7)$$

अतः गैस के 1 ग्राम मोल की गतिज ऊर्जा $= \frac{3}{2} R T$

यह संबंध हमें बतलाता है कि अणु की माध्य गतिज ऊर्जा गैस के निरपेक्ष ताप T पर निर्भर करती है और अपने द्रव्यमान पर निर्भर नहीं करती है। यह तथ्य **ताप की अणुगतिक व्याख्या** के रूप में जाना जाता है।

स्पष्टतया, $T = 0$, पर 1 अणु की गतिज ऊर्जा शून्य हो जाती है अथवा दूसरे शब्दों में इस ताप पर कुल अणुगति समाप्त हो जाती है और अणु ऐसे व्यवहार करते हैं जैसे कि वे जम गये हों। नवीन संकल्पनाओं के आधार पर परम शून्य तापमान पर, किसी भी निकाय की ऊर्जा पूर्णतया शून्य नहीं होती, एक निकाय में इस तापमान पर भी कुछ ऊर्जा पाई जाती है जिसे शून्य बिंदु ऊर्जा कहते हैं।

समीकरण (10.5) की सहायता से हम $\bar{c}^2$, वर्ग माध्य मूल वेग का मान लिख सकते हैं

$$c_{rms} = \sqrt{\bar{c}^2} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} \qquad (10.8)$$

यह संबंध दर्शाता है कि किसी ताप T पर c_{rms} आणविक द्रव्यमान M के वर्गमूल का व्युत्क्रमानुपाती होता है। अर्थात् हल्के अणुओं का औसत वेग भारी अणुओं के वेग से अधिक होता है। उदाहरण के लिए ऑक्सीजन का आणविक द्रव्यमान हाइड्रोजन के आणविक द्रव्यमान का 16 गुना है। हाइड्रोजन के अणु आक्सीजन के अणुओं की अपेक्षा 4 गुना तेज गति करते हैं, इसीलिये हल्की गैसें हमारे वायुमण्डल के ऊपरी भाग में पाई जाती हैं। यह प्रेक्षित तथ्य अणुगतिक सिद्धान्त की मान्यता के लिए पहले महत्त्वपूर्ण प्रमाणों में से एक था।

10.4 अणुगति सिद्धान्त से गैस के नियमों का निगमन

(i) बॉयल का नियम

हम जानते हैं कि एक गैस के लिये समीकरण (10.3) के अनुसार

$$PV = \frac{1}{3} M \bar{c}^2$$

जब किसी गैस के दिये गये किसी द्रव्यमान का ताप नियत होता है तो, उसका वर्ग माध्य मूल वेग नियत रहता है।

अतः समी. (10.6) में M और $\bar{c}^2$ दोनों स्थिर है

अतः हम लिख सकते हैं कि

$$PV = \text{स्थिर} \qquad (10.9)$$

यह बॉयल का नियम है जो बतलाता है कि **नियत ताप पर किसी गैस के दिये गये द्रव्यमान का दाब उस गैस के आयतन का व्युत्क्रमानुपाती होता है।**

(ii) चार्ल्स का नियम

समी. (10.3) से हम जानते हैं कि

$$PV = \frac{1}{3} M \overline{c^2}$$

अथवा
$$V = \frac{1}{3} \frac{M}{P} \overline{c^2}$$

यदि M एवं P अपरिवर्तित रहें अर्थात् अचर हों तो

$V \propto \overline{c^2}$ लेकिन $\overline{c^2} \propto T$ (यह चार्ल्स का नियम है।)

$$\therefore \quad V \propto T \qquad (10.10)$$

अत: चार्ल्स के नियम का कथन यह है कि **एक नियत दाब पर किसी गैस के निश्चित द्रव्यमान का आयतन ताप के समानुपाती होता है।**

राबर्ट बॉयल
(1627-1691)

ब्रिटिश प्रयोगकर्त्ता रॉबर्ट बॉयल गैस के आयतन व दाब के बीच संबंध दर्शाने वाले नियम के लिये प्रसिद्ध है (PV = नियतांक)। राबर्ट हुक द्वारा बनाये गये निर्वात पम्प का प्रयोग करके उन्होंने दर्शाया कि ध्वनि निर्वात में नहीं चलती। उन्होंने सिद्ध किया कि जलने के लिये हवा की आवश्यकता होती है और हवा के प्रत्यास्थ गुणों का अध्ययन किया।

वे रॉयल सोसाइटी ऑफ लन्दन के संस्थापक सदस्य थे और अपनी वैज्ञानिक कार्यों में रुचि के कारण आजन्म अविवाहित रहे। चन्द्रमा पर क्रेटर बॉयल का नामकरण उनके सम्मान में किया गया है।

(iii) गे लुसक का नियम

गैसों के अणुगति सिद्धान्त के अनुसार एक आदर्श गैस के लिये

$$P = \frac{1}{3} \frac{M}{V} \overline{c^2}$$

एक निश्चित द्रव्यमान (M) और निश्चित आयतन (V) के लिये,

$$P \propto \overline{c^2}$$

लेकिन
$$\overline{c^2} \propto T$$

$$\therefore \quad P \propto T \qquad (10:11)$$

यह गे लुसक नियम है, जो इस प्रकार है।

यदि किसी गैस का आयतन स्थिर रखा जाय तो उसका दाब परम ताप का अनुक्रमानुपाती होता है।

(iv) एवोगेड्रो नियम

दो अलग-अलग गैसों, गैस 1 तथा 2 पर विचार करें। अणुगतिकी के सिद्धान्त के अनुसार

$$P_1 V_1 = \frac{1}{3} m_1 N_1 \overline{c_1^2}$$

और
$$P_2 V_2 = \frac{1}{3} m_2 N_2 \overline{c_2^2}$$

यदि उनके दाब तथा आयतन समान हों तो–

$$P_1 V_2 = P_2 V_2$$

$$\therefore \quad \frac{1}{3} m_1 N_1 \overline{c_1^2} = \frac{1}{3} m_2 N_2 \overline{c_2^2}$$

चूंकि ताप नियत है इसलिये उनकी गतिज ऊर्जायें समान होंगी

अर्थात
$$\frac{1}{2} m_1 \overline{c_1^2} = \frac{1}{2} m_2 \overline{c_2^2}$$

इस परिणाम को पूर्ववर्ती समीकरण में प्रयोग करने पर $N_1 = N_2$. (10.12)

अर्थात् ताप और दाब की समान अवस्थाओं में आदर्श गैसों के समान आयतन में अणुओं की संख्या भी समान होती है।

(v) डाल्टन के आंशिक दाब का नियम

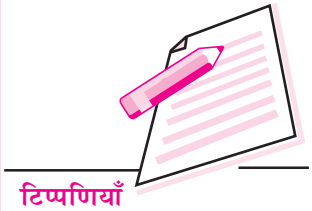
मान लीजिये हमारे पास अनेक गैसें या वाष्प हैं जो एक दूसरे के साथ रासायनिक प्रतिक्रिया नहीं करती हैं। माना उनके घनत्व क्रमशः $\rho_1, \rho_2, \rho_3 \ldots$ और वर्ग माध्य वेग क्रमशः $\overline{c_1^2}$, $\overline{c_2^2}$, $\overline{c_3^2} \ldots$ हैं। यदि हम इन गैसों के एक समान आयतन मिला देते हैं तो परिणामी P स्पष्ट रूप से निम्न प्रकार व्यक्त होगा।

$$P = \frac{1}{3}\rho_1 \overline{c_1^2} + \frac{1}{3}\rho_2 \overline{c_2^2} + \frac{1}{3}\rho_3 \overline{c_3^2} + \ldots$$

यहां पर $\frac{1}{3}\rho_1 \overline{c_1^2}, \frac{1}{3}\rho_2 \overline{c_2^2}, \frac{1}{3}\rho_3 \overline{c_3^2} \ldots$ यदि भिन्न-भिन्न गैसों या वाष्पों के क्रमशः अपने-अपने आंशिक दाब हैं, यदि हम उन्हें P_1, P_2, P_3, से व्यक्त करें तो हमें प्राप्त होता है

$$P = P_1 + P_2 + P_3 + \ldots \quad (10.13)$$

दूसरे शब्दों में गैसों के एक मिश्रण का कुल दाब पृथक-पृथक गैसों द्वारा लगाये गये आंशिक दाबों के जोड़ के बराबर होता है। **इस कथन में व्यक्तिगत गैस द्वारा लगाया गया** वह दाब



उसका आंशिक दाब कहलाता है जो वह गैस मिश्रण के आयतन के बराबर आयतन प्राप्त करने पर लगाती है। यह डाल्टन का आंशिक दाब का नियम है।

(vi) ग्राहम का गैस विसरण नियम

ग्राहम ने सरंध्र पदार्थों में से गैसों के विसरण का अध्ययन किया। विभिन्न गैसों के विसरण वेगों की तुलना करने पर ग्राहम ने पाया कि–**ताप और दाब की समान अवस्थाओं में किसी गैस के विसरण का वेग उसके घनत्व के वर्गमूल का व्युत्क्रमानुपाती होता है।** इसे ग्राहम का गैस विसरण का नियम कहते हैं?

गैसों के अणुगति सिद्धान्त के अनुसार एक रंध्र से विसरण की दर वर्ग वेग माध्य c_{rms} के समानुपाती होगी। समीकरण (10.4) से हम जानते हैं कि

$$\overline{c^2} = \frac{3P}{r}$$

या
$$\sqrt{\overline{c^2}} = c_{rms} = \sqrt{\frac{3P}{\rho}}$$

इसलिये दो गैसों के लिये जिनके घनत्व क्रमशः ρ_1 और ρ_2 हैं। एक नियत दाब P पर इनकी वर्गमाध्य मूल चाल क्रमशः

$$(c_{rms})_1 = \sqrt{\frac{3P}{r_1}} \quad \text{and} \quad (c_{rms})_2 = \sqrt{\frac{3P}{r_2}}$$

अतः
$$\frac{\text{एक गैस के विसरण की दर}}{\text{दूसरे गैस के विसरण की दर}} = \frac{(c_{rms})_1}{(c_{rms})_2} = \sqrt{\frac{\rho_2}{\rho_1}} \qquad (10.14)$$

अतः गैसों के विसरण की दर उनके घनत्वों के व्युत्क्रमानुपाती होती है जबकि दाब स्थिर हो।

उदाहरण 10.2: 300 K पर हाइड्रोजन अणु का वर्ग माध्य वेग का वर्गमूल (Root mean square speed) कितना होता है?

हाइड्रोजन अणु का द्रव्यमान 3.347×10^{-27} kg और $k = 1.38 \times 10^{-23}$ J mol^{-1} K^{-1}

हलः हम जानते हैं कि

$$c_{rms} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} = \sqrt{\frac{3 \times (1.38 \times 10^{-23}\ \text{J K}^{-1}) \times (300\ \text{K})}{3.347 \times 10^{-27}\ \text{kg}}}$$

$$= 1927\ \text{m s}^{-1}$$

उदाहरण 10.3: किस ताप पर हाइड्रोजन का वर्ग माध्य मूल वेग मानक ताप और दाब (STP) पर इसके मान का दुगुना होगा जबकि दाब नियत है।

हलः हम जानते हैं कि

$$c_{rms}\ \alpha\ \sqrt{T}$$

यदि STP पर वेग c_0 है

और T अपेक्षित ताप है तथा उस ताप पर वेग $c = 2\,c_0$ है जैसा कि प्रश्न में दिया गया है।

तब
$$\frac{c}{c_0} = \frac{2c_0}{c_0} = \sqrt{\frac{T}{T_0}}$$

दोनों ओर वर्ग करने पर

$$4 = \frac{T}{T_0}$$

या
$$T = 4T_0$$

चूंकि $T_0 = 273K$,

$$\therefore \quad T = 4\times273\ K = 1092\ K = 819\ ^0C$$

उदाहरण 10.4: 300 K पर गैस की औसत ऊर्जा ज्ञात कीजिए, दिया है $k = 1.38 \times 10^{-23}\ JK^{-1}$.

हल: हम जानते हैं कि

$$\frac{1}{2} M\,\overline{c^2} = \frac{3}{2} k\,T$$

क्योंकि $k = 1.38 \times 10^{-23}\ J\ K^{-1}$ और $T = 300\ K$

$$\therefore \quad E = \frac{3}{2}\,(1.38 \times 10^{-23}\ J\ K^{-1})\ (300\ K)$$

$$= 6.21 \times 10^{-21}\ J$$

10.4.1 स्वातन्त्र्य कोटिमान

किसी निकाय का स्वातन्त्र्य कोटिमान उस निकाय के कणों द्वारा की जा सकने वाली स्वतंत्र गतियों की संख्या होती है।

मान लीजिए आप एक सड़क पर चल रहे है जिसमें से बायीं एवं दाहिनी और को कई अन्य सड़कें निकलती है। आप सड़क पर चलने एवं बांई ओर अथवा दाहिनी ओर मुड़ने के लिए स्वतंन्त्र है अत: आपका स्वातन्त्र्य कोटिमान दो हुआ। यदि सड़क पर कोई ऊपर-सेतु है और आपको उसी मार्ग से जाना है आपको बायीं एवं दायीं ओर मुड़ने की स्वतन्त्रता नहीं है इसका अर्थ है कि अब आपकी स्वतंन्त्रता बाधित हो गई आप केवल ऊपर-सेतु मार्ग से ही आ जा सकते है अत: आपका स्वातन्त्र्य कोटिमान एक है।

चित्र 10.4 के सन्दर्भ में एक रस्सी कमरे की दो विपरीत दीवारों पर बिन्दु A एवं B के मध्य टांगी गई है। इसके ऊपर एक चींटी चलती है तो उसका स्वातंन्त्रय कोटिमान एक है।

चित्र 10.4

अब यदि यह कमरे के फर्श पर गिर जाती है तो यह x एवं y दिशा में स्वतंन्त्र रूप से चल सकती है अत: इसका स्वातन्त्रय कोटिमान दो है। यदि चीटीं के पंख है एवं वह उड़ सकती है तो वह x, y एवं z दिशा में चलने के लिए स्वतन्त्र है एवं इसका स्वातन्त्र्य कोटिमान तीन हुआ।

एकपरमाणुक अणु उपरोक्त उदाहरण की उड़ने वाली चीटीं की तरह तीन स्वातंन्त्रय कोटिमान वाला अकेला बिन्दु है। यह सभी कोटिमान स्थानान्तरीय हैं। एक द्वि-परमाणुक अणु दो परमाणुओं का बना होना है यह स्थानान्तरीय गति के अतिरिक्त दो परस्पर लम्बवत् अक्षों के इर्द गिर्द घूर्णन कर सकता है। अत: द्विपरमाणुक अणु का स्वांतन्त्र्य कोटिमान $(3 + 2 = 5)$ पांच हुआ, तीन कोटिमान स्थानान्तरण के संगत एवं दो घूर्णन के संगत।

पाठगत प्रश्न 10.2

1. यादृच्छिक रूप से चुने गये पांच अणुओं की चाल 500 m s^{-1}, 600 m s^{-1}, 700 m s^{-1}, 800 m s^{-1}, और 900 m s^{-1}, पाई गई। उनका वर्ग माध्य मूल वेग ज्ञात कीजिए।
2. यदि बिना किसी रासायनिक प्रतिक्रिया के दो गैसों 1 और 2 का समान आयतन मिलाया जाता है तो मिश्रण का परिणामी दाब क्या होगा?
3. जब हम एक गुब्बारे में हवा भरते हैं तो इसका आयतन और बिना हवा भरी स्थिति की तुलना में दाब भी बढ़ता है, क्या यह स्थिति बॉयल के नियम का पालन नहीं करती?

10.5 ऊर्जा समविभाजन का नियम

हम जानते हैं कि एक गैस की गतिज ऊर्जा = $\frac{1}{2}m\overline{c^2} = \frac{3}{2}kT$.

क्योंकि किसी अणु की x, y तथा z दिशाओं में गति समान रूप से संभाव्य होती है अत: वेग c के घटकों (अर्थात् u, v और w) के औसत मान तीनों दिशाओं में समान होने चाहिये या यह कहें कि अणु के लिये तीनों दिशायें समान होती है।

अर्थात् $$\overline{u} = \overline{v} = \overline{w}$$

और $$\overline{u^2} = \overline{v^2} = \overline{w^2} = \frac{1}{3}\overline{c^2}$$

चूंकि $$c^2 = u^2 + v^2 + w^2$$

$$\therefore \qquad \overline{c}^2 = \overline{u}^2 + \overline{v}^2 + \overline{w}^2$$

$\frac{1}{2}m$, द्वारा गुणा करने पर,

$$\frac{1}{2}m\,\overline{u}^2 = \frac{1}{2}m\,\overline{v}^2 = \frac{1}{2}m\,\overline{w}^2$$

लेकिन $\frac{1}{2}m\,\overline{u}^2 = E =$ (x–अक्ष में अणु की कुल माध्य गतिज ऊर्जा है।)

अत: $E_x = E_y = E_z$. किन्तु, अणु की कुल माध्य गतिज ऊर्जा होती है– $\frac{3}{2}k\,T$. अत: हमें एक महत्वपूर्ण परिणाम प्राप्त होता है

$$E_x = E_y = E_z = \frac{1}{2}k\,T$$

क्योंकि तीनों वेग घटक u, v और w अणु की तीन स्वातंत्र्य कोटियों के अनुरूप होते हैं। अत: हम कह सकते हैं; **एक गतिकीय निकाय की कुल गतिज ऊर्जा उसकी सभी स्वातंत्र्य कोटियों में समान रूप से विभक्त होती है और प्रति स्वातंत्र्य कोटि यह $\frac{1}{2}$ k T के बराबर होती है।**

यह ऊर्जा समविभाजन का नियम है, और इसका निगमन लुडविग बोल्ट्समान ने किया, अब हम विभिन्न प्रकार की गैसों पर इस नियम को लगाकर देखते हैं

अब तक हम केवल स्थानान्तरीय गति पर ही विचार करते आये हैं। वास्तव में एकल परमाणविक अणु के लिये केवल स्थानान्तरीय गति ही होती है क्योंकि वे घूर्णन नहीं कर सकते हैं (यद्यपि तीनों परस्पर लम्बवत् अक्षों में से किसी के भी चारों ओर चक्रण (Spin) कर सकते हैं, यदि ये परिमित गोले की तरह हों।

अत: एक परमाणवीय अणु के लिये कुल ऊर्जा

$$E = \frac{3}{2}k\,T \qquad (10.15)$$

द्विपरमाणुक अणु के लिये हम मान सकते हैं कि यह दृढ़ दंड द्वारा जुड़े हुये दो गोलकों की तरह होता है। इस तरह का अणु तीनों पारस्परिक लंबवत् अक्षों में से किसी के चारों ओर घूर्णन कर सकता है। दृढ़ दण्ड के साथ अक्ष के चारो ओर का जड़त्व आघूर्ण की तुलना में नगण्य होता है, जिससे कि आघूर्ण ऊर्जा दो पदों की बनी होती है,

जैसे $$\frac{1}{2}I\,\omega_y^2 \text{ and } \frac{1}{2}I\,\omega_z^2.$$

अब द्विपरमाणुक अणु गैस के द्रव्यमान (संहति) केन्द्र के विशेष वर्णन के लिये तीन निर्देशांकों (कोटियों) की आवश्यकता होगी। अत: द्विपरमाणु के अणु में स्थानांतरीय एवं घूर्णन दोनों ही गतियां है;

$$E = 3\ \frac{1}{2}kT + 2\ \frac{1}{2}kT$$

$$= \frac{5}{2}kT \qquad (10.16)$$

ल्युडविग बोल्ट्समान
(1844–1906)

वियना (आस्ट्रिया) में जन्में और युवा हुए, बोल्ट्समान ने जोसेफ स्टीफन के दिशानिर्देश में डाक्टरेट पूरी की। उन्होंने लुन्सन किरखाफ और हेल्मोल्ज के साथ भी काम किया। वे काफी भावुक व्यक्ति थे उन्होंने दो बार आत्महत्या का प्रयास किया और दूसरे प्रयास में सफल हुये। लोगों के अनुसार इन प्रयासों के पीछे कारण मैक और ओस्टवाल्ड से मतभेद थे।

वह गैस के आणविक सिद्धान्त, सांख्यिकी-यांत्रिकी और ऊष्मागतिकी में योगदान के लिये प्रसिद्ध हैं। चन्द्रमा में क्रेटर बोल्ट्समान का नाम उनकी स्मृति और सम्मान में रखा गया है।

10.6 गैसों की ऊष्मा धारितायें

हम जानते हैं कि किसी गैस के ताप को आयतन व दाब की विभिन्न अवस्थाओं के अन्तर्गत बढ़ाया जा सकता है उदाहरण के लिए आयतन या दाब को नियत रखा जा सकता है। या दोनों को यादृच्छिक तरीके से बदलने दिया जा सकता है। प्रत्येक मामले में एकांक द्रव्यमान में ताप की एकांक वृद्धि करने के लिये वांछित ऊष्मा की मात्रा पृथक-पृथक होती है। अत: किसी भी गैस की दो भिन्न-भिन्न ऊष्मा धारितायें होती हैं।

यदि किसी गैस का ताप ΔT बढ़ाने के लिये ΔQ परिमाण की ऊष्मा की आवश्यकता हो तो ऊष्मा धारिता को इस प्रकार परिभाषित किया जा सकता है–

$$\text{ऊष्मा धारिता} = \frac{\Delta Q}{\Delta T}$$

किसी वस्तु की प्रति इकाई संहति की ऊष्मा धारिता को उस पदार्थ की विशिष्ट ऊष्मा कहते हैं और सामान्यत: संकेत c से दर्शाते हैं, इस प्रकार

$$\text{विशिष्ट ऊष्मा } c = \frac{\text{ऊष्मा धारिता}}{m} \qquad (10.17)$$

समी. (10.16) और समी. (10.17) को संयुक्त करने पर

$$c = \frac{\Delta Q}{m\,\Delta T} \qquad (10.18)$$

अत: किसी पदार्थ की विशिष्ट ऊष्मा, ऊष्मा का वह मात्रा होती है जो उस पदार्थ की एकांक संहति के ताप में एकांक वृद्धि करने के लिये आवश्यक होती है।

विशिष्ट ऊष्मा का SI मात्रक जूल प्रति किलोग्राम प्रति कैल्विन है। उदाहरण के तौर पर जल की विशिष्ट ऊष्मा है।

$$4.2 \times 10^3 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$$

विशिष्ट ऊष्मा की उपरोक्त परिभाषा ठोस और द्रव के लिये तो ठीक है पर गैस के संबंध में नहीं क्योंकि यह आयतन या दाब के साथ परिवर्तित हो सकती है।

किसी गैस की विशिष्ट ऊष्मा का अध्ययन करने के लिये गैस के दाब या आयतन में से किसी एक को स्थिर रखना पड़ता है। परिणामस्वरूप हम गैस की दो विशिष्ट ऊष्मायें परिभाषित करते हैं।

(i) स्थिर आयतन पर विशिष्ट ऊष्मा (c_V)

(ii) स्थिर दाब पर विशिष्ट ऊष्मा (c_P)

(a) स्थिर आयतन पर विशिष्ट ऊष्मा (c_v)

स्थिर आयतन पर गैस की विशिष्ट ऊष्मा (c_v) को गैस की एंकांक संहति के ताप में 1 K वृद्धि करने के लिये आवश्यक ऊष्मा के परिमाण के रूप में परिभाषित किया जाता है जबकि उसका आयतन अपरिवर्तित रहे।

$$c_v = \left.\frac{\Delta Q}{\Delta T}\right)_V \qquad (10.19)$$

(b) स्थिर दाब पर विशिष्ट ऊष्मा (c_P)

स्थिर दाब पर गैस की विशिष्ट ऊष्मा (c_P) का गैस की एकांक संहति के ताप में 1 K वृद्धि करने के लिये आवश्यक ऊष्मा परिमाण के रूप में परिभाषित किया जाता है जबकि उस का दाब अपरिवर्तित रहे।

अर्थात्

$$c_p = \left(\frac{\Delta Q}{\Delta T}\right)_P \qquad (10.20)$$

जब गैस का 1 मोल लिया जाता है तो उसके ताप में 1 डिग्री की वृद्धि के लिये आवश्यक ऊष्मा को मोलर विशिष्ट ऊष्मा (molar specific heat) कहते हैं,

हम जानते हैं कि जब दाब को स्थिर रखा जाता है तब गैस का आयतन बढ़ जाता है। ध्यान दीजिए कि इस प्रकार की स्थिति में स्थिर दाब पर एकांक संहति के ताप को 1 डिग्री तक बढ़ाने के लिये आवश्क ऊष्मा दो भागों से बनी होतीहै।

(i) गैस के आयतन में परिवर्तन हेतु बाह्य कार्य करने के लिये वांछित ऊष्मा, तथा

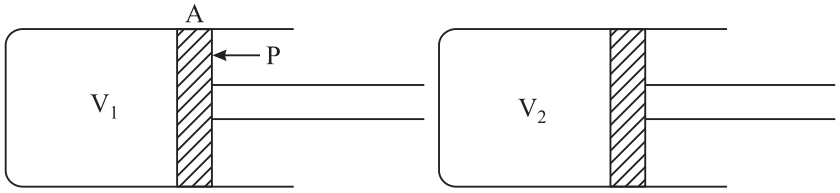
(ii) 1 डिग्री तक गैस के ताप को बढ़ाने के लिये वांछित ऊष्मा (c_v).

इसका तात्पर्य यह है कि स्थिर दाब पर गैस की विशिष्ट ऊष्मा, स्थिर आयतन पर विशिष्ट ऊष्मा की तुलना में कहीं अधिक होती है। और यह आधिक्य बाह्य दाब के विपरीत गैस को विस्तारित करने में किये गये कार्य के बराबर होता है।

$$c_p = W + c_v \qquad (10.21)$$

10.7 c_p और c_v के बीच संबंध

हम एक घर्षण रहित चल पिस्टन युक्त सिलैण्डर में परिबद्ध आदर्श गैस के एक मोल (Mole) पर विचार करते हैं (चित्र 10.5)। गैस को आदर्श माना गया है अत: इसके अणुओं के बीच कोई अन्तर-आणुक बल नहीं है और जब इस तरह की गैस विस्तारित होती है तब अणुओं को अलग-अलग करने में आंतरिक दाब के विपरीत कार्य किया जाता है।



चित्र 10.5 एक स्थिर ताप पर गर्म गैस

मान लीजिये P बाह्य दाब है और A पिस्टन के अनुप्रस्थ काट का क्षेत्रफल है, तब पिस्टन पर कार्यरत बल $= P \times A$

माना कि अब स्थिर दाब पर गैस को 1 K गर्म किया जाता है, जिसके परिणामस्वरूप पिस्टन बाहर की ओर x दूरी तक चला जाता है जैसा चित्र 10.5 में दर्शाया गया है। माना, V_1 गैस का प्रारंभिक आयतन है और V_2 गरम करने के बाद आयतन है। तब,

गैस द्वारा बाह्य दाब P के विपरीत x दूरी तक पिस्टन को धकेलने में किया गया कार्य

$$W = P \times A \times x$$

$$= P \times (\text{आयतन में वृद्धि})$$

$$= P(V_2 - V_1)$$

समीकरण 10.51 से हम जानते हैं कि $c_p - c_v = W$ बाह्य बलों के विरुद्ध 1 मोल गैस का ताप 1 K बढ़ाने में किया गया कार्य

अर्थात् $$c_p - c_v = P(V_2 - V_1) \quad (10.22)$$

अब इन दो स्थितियों (गैस को गर्म करने से पूर्व और पश्चात्)–पूर्ण गैस (आदर्श गैस) समीकरण का प्रयोग करने पर

$$PV_1 = RT \quad (10.23)$$

$$PV_2 = R(T+1) \quad (10.24)$$

समी. (10.23) को समी. (10.24) में से हटाने पर,

$$P(V_2 - V_1) = R \quad (10.25)$$

∴ समीकरण (10.19) तथा समीकरण (10.22) से हम पाते हैं,

$$c_p - c_v = R \quad (10.26)$$

जहां पर R का मान J mol^{-1} K^{-1} में है।

जूल को कैलोरी में बदलने में

$$c_p - c_v = \frac{R}{J} \quad (10.27)$$

जहां J = 4.18 ऊष्मा का यांत्रिक तुल्यांक है।

उदाहरण 10.5: एक परमाणुक द्विपरमाणुक और त्रिपरमाणुक गैस अणुओं के लिये c_p और c_v के मान ज्ञात कीजिये।

हल: हम जानते हैं कि गैस के 1 माले के लिये औसत गतिज ऊर्जा (KE)

$$E = \frac{3}{2} RT$$

c_v को स्थिर आयतन पर गैस के 1 मोल का ताप 1 डिग्री तक बढ़ाने के लिये वांछित ऊष्मा के रूप में परिभाषित किया जाता है, अर्थात् यदि E_T = T K पर गैस की कुल ऊर्जा और E_{T+1} (T + 1केल्विन पर गैस की कुल ऊर्जा हो तो $c_v = E_{T+1} - E_T$.

(i) हम जानते हैं कि एक परमाणुक गैस के लिये कुल ऊर्जा $= \frac{3}{2}$ R T एक परमाणुक गैस के लिये

$$c_V = \frac{3}{2}R(T+1) - \frac{3}{2}RT = \frac{3}{2}R.$$

$$\therefore \quad c_p = c_V + R = \frac{3}{2}R + R = \frac{5}{2}R.$$

(ii) द्विपरमाणुक गैस के लिये कुल ऊर्जा $= \frac{5}{2}$ R T

$$\therefore \quad c_V = \frac{5}{2}R(T+1) - R\,\frac{5}{2}RT = \frac{5}{2}R$$

$$c_p = c_V + R = \frac{5}{2}R + R = \frac{7}{2}R.$$

(iii) अब आप इसी प्रकार त्रिपरमाणुक गैस के लिये c_V और c_p का मान प्राप्त कर सकते हैं।

पाठगत प्रश्न 10.3

1. नाइट्रोजन अणु की कुल ऊर्जा कितनी होती है?
2. नाइट्रोजन के लिये c_p और c_v की गणना कीजिए।
3. गैस की दो विशिष्ट ऊष्मायें क्यों होती है?

ब्राउनियन गति और माध्य मुक्त पथ

स्कॉटलैंड के वनस्पतिशास्त्री राबर्ट ब्राउन जब पानी में निलम्बित पराग कणों को देख रहे थे तो उन्होंने पाया कि परागकण यादृच्छिक रूप से गति कर रहे हैं परागकणों की गति को प्रारम्भ में जीवित वस्तु की गति समझा गया लेकिन अभ्रक, पत्थर या मृत वृक्षों के परागकणों ने भी यही व्यवहार दिखाया। इस गति को **ब्राउनियन गति** कहते हैं। यह गति पानी के कणों के आघात से असंतुलित बलों के कारण थी। ब्राउनियन गति पदार्थ के अणुगतिक सिद्धान्त का एक सीधा प्रमाण है। ब्राउनियन विस्थापन निम्न बातों पर निर्भर करता पाया गया

(i) निलंबित कणों का आकार छोटे कणों के लिये असंतुलित आघातों की अधिक संभावनाऐं होती हैं और ब्राउनियन गति अधिक सुस्पष्ट होती हैं

(ii) ब्राउनियन गति ताप के साथ बढ़ती है और माध्यम की श्यानता के साथ घटती है।

पारस्परिक संघट्टों के फलस्वरूप द्रव के अणु भी टेढ़ी-मेढ़ी रेखा में गति करते हैं। अणुओं के दो उत्तरोत्तर संघट्टों के बीच चली गयी दूरी को माध्यमुक्त पथ (mean free path) कहते हैं। इसका सूत्र निम्नवत् है

$$\sigma = \frac{1}{\sqrt{2}\, n \pi d^2}$$

जहां पर n संख्या घनत्व व d अणुओं का व्यास है।

आपने क्या सीखा

- किसी पदार्थ की विशिष्ट ऊष्मा पदार्थ के इकाई द्रव्यमान का तापमान 1°C (अथवा 1 K) बढ़ाने हेतु आवश्यक ऊष्मा की मात्रा है।
- कैलोरीमिति के सिद्धान्तानुसार : ऊष्मा हानि = ऊष्मा वृद्धि

- अणु गति सिद्धान्त गैस के परमाणुओंऔर अणुओं के अस्तित्व को मानता है और यांत्रिकी के नियमों और माध्य परिकलन विधि द्वारा इन नियमों का निगमन किया जाता है।
- अणुगति सिद्धांत गैस के स्थूल गुणधर्मों को उनके सूक्ष्म गुणधर्मों से संबद्ध करता है।
- गैस का दाब, पात्र की दीवारों पर अणुओं द्वारा प्रति इकाई क्षेत्रफल में प्रति सेकण्ड डाला गया औसत संघट्ट-प्रभाव है।
- ताप के परम शून्य पर अणु की गतिज ऊर्जा शून्य हो जाती है और आणविक गति का अस्तित्व नहीं रहता।
- अणुगति सिद्धान्त के आधार पर गैस के नियमों का निगमन किया जा सकता है।
- किसी गैस की एकांक संहति का ताप एकांक डिग्री बढ़ाने के लिये आवश्यक ऊष्मा की मात्रा भिन्न-भिन्न होती है जो इस बात पर निर्भर करती है कि उसे स्थिर दाब पर गर्म किया जाता है या स्थिर आयतन पर। अत: गैस की दो विशिष्ट ऊष्माएं होती हैं,

  i) स्थिर आयतन पर विशिष्ट ऊष्मा (c_V)

  ii) स्थिर दाब पर विशिष्ट ऊष्मा (c_p)

  इनमें यह संबंध है–

$$c_p = W + c_V$$

$$c_p - c_V = \frac{R}{J}$$

- किसी निकाय का स्वातन्त्रय कोटिमान उस निकाय के कणों द्वारा की जा सकने वाली स्वतंत्र गतियों की संख्या होती है।
- ऊर्जा सम विभाजन नियम बताता है कि किसी ताप गतिकीय निकाय की कुल गतिज ऊर्जा समान रूप से इसकी स्वातंत्र्य कोटियों में बंट जाती है। और प्रति स्वतंत्र कोटि के लिए इसका परिमाण $\frac{1}{2}$ k T होता है,
- (i) एक परमाणुक गैस के अणु की कुल ऊर्जा $\frac{3}{2}$ k T,

  (ii) द्विपरमाणुक गैस के अणु की कुल ऊर्जा $\frac{5}{2}$ k T.

  (iii) त्रिपरमाणुक गैस के अणु की ऊर्जा 3 k T.

पाठान्त प्रश्न

1. दो भिन्न-भिन्न आदर्श गैसों की तुलना के लिये क्या हम बॉयल के नियम का उपयोग कर सकते हैं?

2. परम शून्य ताप पर किसी पदार्थ के अणुओं का वेग और गतिज ऊर्जा क्या होगी?
3. यदि किसी गैस के निरपेक्ष ताप को 4 गुना कर दिया जाय तो इसकी गतिज ऊर्जा, वर्ग माध्य मूल वेग व दाब में क्या अंतर आयेगा?
4. हाइड्रोजन (आणविक संहति-2) अणुओं के वेग और आक्सीजन (आणविक संहति-32) के अणुओं के वेग का अनुपात ज्ञात कीजिए जबकि ये गैसे मिश्रण बनाती है और इन दोनों प्रकार के अणुओं की गतिज ऊर्जा समान रहती है।
5. यदि तीन अणुओं का वेग 0.5, 1 और 2 km s^{-1} हों तो उनके औसत वेग और माध्य वर्ग वेग (root mean square speed) के अनुपात लिखिये।
6. गैस के अणुओं के वर्ग माध्य मूल वेग (root mean square velocity) का क्या तात्पर्य है? वर्ग माध्य मूल वेग के लिये गैस के दाब और घनत्व को संबंधित करते हुए तथा अणुगति सिद्धान्त की अवधारणाओं का उपयोग करते हुये एक व्यंजक ज्ञात कीजिए।
7. i) नियोन परमाणु की 25 ^{0}C पर औसत स्थानान्तरीय गतिज ऊर्जा का परिकलन कीजिए।

   ii) किस ताप पर औसत ऊर्जा इस मान की आधी होती है?
8. 50 cm^3 आयतन के पात्र में 1.0 P_a दाब और 27° C पर हाइड्रोजन भरी हई है। गणना कीजिए

   (a) पात्र में गैस के अणुओं की संख्या की।

   (b) उनकी माध्य वर्ग मूल चाल (root mean square speed) की।

   ($R = 8.3$ J mol^{-1} K^{-1} , $N = 6 \times 10^{23}$ mol^{-1}. हाइड्रोजन अणु के 1 मोल का द्रव्यमान $= 20 \times 10^{-3}$ kg mol^{-1}).
9. एक बंद पात्र में हाइड्रोजन भरी है जो 50.0 K ताप पर 20 mm Hg की ऊँचाई के बराबर दाब डालती है।

   a) वह किस ताप पर 180 mm Hg दाब डालेगी।

   b) यदि हाइड्रोजन अणुओं का माध्य वर्ग मूल वेग 10.0 K पर 800 m s^{-1} है तो इस नये ताप पर उनका माध्य वर्ग मूल वेग क्या होगा।
10. गैस के अणुगति सिद्धान्त की अवधारणाओं का वर्णन कीजिये।
11. गैस के दाब के लिये व्यंजक प्राप्त कीजिए।
12. गैस के अणुगति सिद्धांत के आधार पर बॉयल तथा चार्ल्स के नियम की व्युत्पति कीजिए।
13. गैस के अणुगति सिद्धान्त के आधार पर ताप की व्याख्या कीजिए।
14. आवोगाद्रो नियम क्या है? गैस के अणुगति सिद्धान्त से इसे कैसे व्युत्पन्न किया जा सकता है?

15. 0° C और 100° C पर हाइड्रोजन के अणुओं के माध्य वर्ग मूल वेग की गणना कीजिए। (0^0C और 760 mm Hg पर हाइड्रोजन का घनत्व = 0.09 kg m^{-3}) है।

16. यदि प्रति घनमीटर अणुओं की संख्या 8.10×10^{24} और अणुओं की माध्य वर्ग चाल 1.90×10 m s^{-1} है तो हाइड्रोजन गैस द्वारा उत्पन्न दाब की (आवोगाद्रो संख्या 6.02×10^{23} प्रति ग्राम मोल और हाइड्रोजन का आणविक भार 2.02 है) गणना कीजिए।

17. नियम दाब पर गैस की विशिष्ट ऊष्मा की परिभाषा कीजिए c_p और c_V ये संबंध भी स्थापित कीजिए।

18. नियत आयतन पर गैस की विशिष्ट ऊष्मा की परिभाषा कीजिए। सिद्ध कीजिए कि त्रिपरमाणुक गैस के लिये $c_V = 3R$ होता है।

19. आर्गन के लिये c_P और c_V की गणना कीजिए $R = 8.3$ J mol^{-1} K^{-1}.

पाठगत प्रश्नों के उत्तर

10.1

1. (i) क्योंकि गैस के अणुओं के बीच ससंजन बल, द्रव के अणुओं के बीच के ससंजन बल की तुलना में बहुत कम होता है।

   (ii) क्योंकि ठोस के अणु अत्यंत पास-पास होते हैं, अणुओं के बीच में अधिक मजबूत बंध-क्रमबद्ध रचना प्रदान करते हैं।

2. जो गैस अणुगति सिद्धान्त का अनुगमन करती है आदर्श गैस कहलाती है।

3. $P = \frac{1}{3}\rho\bar{c}^2$

4. किसी पदार्थ की विशिष्ट ऊष्मा, उस पदार्थ के इकाई द्रव्यमान का ताप 1°C (अथवा 1 K) बढ़ाने हेतु आवश्यक ऊष्मा की मात्रा है।

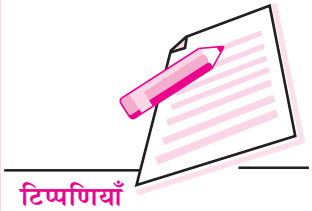
5. किसी पदार्थ का आयतन प्रसार गुणांक, उस पदार्थ के एकांक आयतन का तापमान 1°C (अथवा 1 K) बढ़ाने पर आयतन में वृद्धि होती है।

6. $0.00005°C^{-1}$

10.2

1. औसत चाल $\bar{c}$

$$= \frac{500+600+700+800+900}{5} = 700 \text{ m s}^{-1}$$



$\overline{c^2}$ का औसत मान

$$= \frac{500^2 + 600^2 + 700^2 + 800^2 + 900^2}{5}$$

$= 510{,}000 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$

$c_{rms} = \sqrt{\overline{c^2}} = \sqrt{510{,}000} = 714 \text{ m s}^{-1}$

c_{rms} और $\overline{c}$ समान नहीं है।

2. मिश्रण का कुल दाब प्रथम व द्वितीय गैस के आंशिक दाबों के योग के बराबर होता है। अर्थात् $P = P_1 + P_2$
3. बॉयल का नियम प्रयोग नहीं किया जा सकता है।

10.3

1. प्रत्येक स्वातंत्र्य कोटि के लिये ऊर्जा $= \frac{1}{2} k T$

   $\therefore$ नाइट्रोजन के अणु की 5 स्वातंत्र्य कोटि के लिये कुल ऊर्जा $= \frac{5}{2} k T$.

2. c_V द्विपरमाणुक अणु के लिये $= \frac{5}{2} R$

   $c_V = \frac{5}{2} \times 8.3 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1} = 20.75 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$.

   $c_p = c_V + R = 29.05 \text{ J mol}^{-1} \text{ C}^{-1}$.

पाठान्त प्रश्नों के उत्तर

2. शून्य
3. चार गुना हो जाता हे, दो गुना हो जाता है, चार गुना हो जाता है।
4. 4 : 1
5. 2
7. $6.18 \times 10^{-21} \text{ m s}^{-1}$, – 124 ºC
8. 12×10^{20}, $7.9 \times 10^{11} \text{ m s}^{-1}$
9. 2634ºC, 2560 m s^{-1}
15. 1800 m s^{-1}, 2088 m s^{-1}
16. $3.97 \times 10^3 \text{ N m}^{-2}$
17. 12.45 J mol^{-1} K^{-1}, 20.75 J mol^{-1} K^{-1}.

11

ऊष्मागतिकी

आप अपने दैनिक जीवन में गर्मी व ठंडक के संवेदनों से परिचित हैं। जब आप अपने हाथों को आपस में रगड़ते हैं तो गरमाहट अनुभव करते हैं। आप इस बात को मानेंगे कि इस घटना में गरमाहट का कारण यांत्रिक कार्य है। यह दर्शाता है कि यांत्रिक कार्य व तापीय प्रभाव में कुछ संबंध है। विभिन्न तापमानों पर वस्तुओं के बीच ऊष्मीय (तापीय) ऊर्जा का स्थानान्तरण ऊष्मागतिकी की विषय वस्तु है जो कि अनुभवों पर आधारित घटनाओं का विज्ञान है। तापीय घटना के मात्रात्मक वर्णन के लिये ताप, ऊष्मा और आंतरिक ऊर्जा को परिभाषित करना आवश्यक है। ऊष्मागतिकी के नियम किसी निकाय में ऊष्मा प्रवाह, किए गए कार्य और आंतरिक ऊर्जा के बीच संबंध बताते हैं।

इस पाठ में आप ऊष्मागतिकी के तीन नियमों-शून्य कोटि नियम, ऊष्मागतिकी के प्रथम व द्वितीय नियमों के बारे में ज्ञान प्राप्त करेंगे। ये नियम अनुभव पर आधारित हैं ओर इन्हें किसी प्रमाण की आवश्यकता नहीं है। ऊष्मा गतिकी के शून्य कोटि नियम, प्रथम एवं द्वितीय नियम क्रमशः ताप, आंतरिक ऊर्जा व एन्ट्रॉपी की संकल्पनाओं को प्रस्तुत करते हैं। प्रथम नियम वस्तुतः एक ऊष्मागतिक निकाय के लिए ऊर्जा संरक्षण का सिद्धान्त है। दूसरा नियम कार्य व ऊष्मा के पारस्परिक रूपान्तरण से संबंधित है। आप यह भी जानेंगे कि ऊष्मा ऊर्जा को कार्य में परिणित करने में कार्नो इंजन की दक्षता सर्वाधिक होती है।

उद्देश्य

इस पाठ का अध्ययन करने के बाद आप

- विभिन्न ऊष्मागतिक प्रक्रियाओं के लिये सूचक आरेख खींच सकेंगे और यह दर्शा पाएंगे कि सूचक आरेख के अन्तर्गत क्षेत्रफल कार्य को दर्शाता है;
- ऊष्मागतिक साम्य की व्याख्या कर पायेंगे और ऊष्मागतिकी के शून्य कोटि के नियम का कथन कर पाएंगें;
- किसी तंत्र की आंतरिक ऊर्जा की व्याख्या कर पाएंगे और ऊष्मागतिकी के प्रथम नियम का कथन कर पाएंगे;

- सरल निकायों (तंत्रों) में ऊष्मागतिकी के प्रथम नियम का उपयोग कर पाएँगे और इसके सीमाबंधनों का कथन कर पाएंगे;
- त्रिक बिंदु को परिभाषित कर सकेंगे; तथा
- कार्नो चक्र का वर्णन कर सकेंगे तथा इसकी दक्षता के लिये व्यंजक प्राप्त कर पाएंगे।

11.1 ऊष्मा तथा ताप की संकल्पना

11.1.1 ऊष्मा

गुफा मानव के समय से लेकर आज तक सभी मानवीय गतिविधियों में ऊर्जा व्याप्त रही है। ऊर्जा का ऊष्मा के रूप में आविर्भाव हमारे अस्तित्व के लिये अति आवश्यक है। खाने-पकाने में प्रयुक्त ऊर्जा, घरों को रोशन करने वाली प्रकाश ऊर्जा, रेलगाड़ियों व वायुयानों को चलानी वाली ऊर्जा का उद्गम लकड़ी, कोयला, गैस या तेल जलाने पर मुक्त हुई ऊष्मा ऊर्जा है। आप यह पूछेंगे कि ऊष्मा क्या है? इस प्रश्न का उत्तर पाने के लिये हम इस बात पर विचार करते हैं कि जब हम एक साइकिल के पहिये में हवा भरते हैं तो क्या होता है? यदि आप नोजल को छुवें तो आप पायेंगे कि पम्प गरम हो गया है, इसी प्रकार जब आप हाथों को आपस में रगड़ते हैं तो आपको गरमाहट महसूस होती है। आप इस बात से सहमत होंगे कि यह गर्मी पम्प या हाथ के नीचे लौ या किसी और गरम वस्तु के रखने से नहीं हुयी है। यह गर्मी किये गये यांत्रिक कार्य से उत्पन्न हुई है। एक पंप में गैस को संपीडित करने के लिये तथा हाथ को घर्षण के विरुद्ध गति करने में कार्य करना पड़ता है। ये उदाहरण वास्तव में, यांत्रिक कार्य व तापीय प्रभावों के बीच एक संबंध की ओर संकेत करते है।

अनुभव के आधार पर हम जानते हैं कि बर्फ के बराबर ठंडे पानी को गर्मी में खुला छोड़ने पर वह अन्ततः गरम हो जाता है लेकिन गर्म कॉफी का प्याला ठंडा हो जाता है। इसका आशय यह है कि पानी या कॉफी व इसके वातावरण के बीच ऊर्जा का आदान-प्रदान हुआ है। यह ऊर्जा स्थानान्तरण तब तक होता है जब तक कि तापीय साम्य स्थापित नहीं हो जाता अर्थात् निकाय व इसके चारों ओर का वातावरण समान ताप पर नहीं आ जाते। यह इस बात को भी दर्शाता है कि ऊर्जा सदैव उच्च तापमान की वस्तु से निम्न तापमान की वस्तु की ओर संचरित होती है। अब आप पूछ सकते हैं कि ऊर्जा किस रूप में स्थानान्तरित हो रही है। ऊपर दिये गये उदाहरणों में ऊर्जा ऊष्मा के रूप में स्थानान्तरित हो रही है, अतः हम यह कह सकते हैं कि–*ऊष्मा वह ऊर्जा है जो दो या अधिक निकायों या एक निकाय और इसके वातावरण के बीच तापान्तर के कारण स्थानांतरित होती है।*

अब आप पूछ सकते हैं कि इस प्रकार की ऊर्जा की प्रकृति क्या है? इसका उत्तर जूल ने यांत्रिक कार्य और ऊष्मा की तुल्यता पर अपने कार्य द्वारा किया। किसी निकाय अणुओं की यांत्रिक ऊर्जा ऊष्मा से संबंधित होती है।

ऊष्मा का मात्रक कैलॉरी है। एक कैलॉरी को इस प्रकार परिभाषित किया जाता है। एक ग्राम जल का ताप $14.5^{o}C$ से $15.5^{o}C$ तक बढ़ाने के लिये आवश्यक ऊष्मा-ऊर्जा की मात्रा को कैलोरी कहते हैं।

किलो कैलॉरी (k cal) ऊष्मा ऊर्जा का अपेक्षाकृत बड़ा मात्रक है।

$$1\,\text{kcal} = 10^3\,\text{cal.}$$

और $$1\,\text{cal} = 4.18\,\text{J}$$

11.1.2 ताप की संकल्पना

ऊष्मा की प्रकृति का अध्ययन करने में आपने सीखा कि एक ठंडे पानी के गिलास व इसके वातावरण के बीच ऊर्जा का आदान-प्रदान तब तक चलता रहता है जब तक कि तापीय साम्य स्थापित नहीं हो जाता है। एक तापीय साम्य में सभी वस्तुओं का एक सर्वनिष्ठ गुण होता है जिसे **ताप** कहते हैं, जिसका मान उन सभी वस्तुओं के लिये समान होता है। अत: हम यह कह सकते हैं कि *ताप किसी वस्तु का वह गुण है जो कि इस बात का निर्धारण करता है कि यह दूसरी वस्तुओं के साथ तापीय साम्य में है अथवा नहीं।*

11.1.3. ऊष्मागतिक शब्दावली

(i) **ऊष्मागतिकी निकाय :** ऊष्मा गतिक निकाय का तात्पर्य एक निश्चित मात्रा में द्रव्य से है जो कि अद्वितीय (unique) है और उन सभी चीजों से विलगित है जो कि इसे प्रभावित कर सकते हैं। प्रत्येक निकाय एक स्वच्छंद पृष्ठ से परिबद्ध है जो कि इसकी परिसीमा कहलाती है। यह परिसीमा किसी ठोस, द्रव या गैस को परिबद्ध कर सकती है। यह वास्तविक या काल्पनिक हो सकती है, विराम या गति की अवस्था में हो सकती है और अपना आकार व साइज बदल सकती है। किसी निकाय की परिसीमा से बाहर का क्षेत्र उसके वातावरण का निर्माण करता है।

(a) **विवृत्त निकाय (Open System) :** यह निकाय अपने वातावरण के साथ द्रव्यमान एवं ऊर्जा का आदान-प्रदान कर सकता है। पानी गर्म करने का हीटर एक विवृत्त निकाय है।

(b) **संवृत्त निकाय (Closed system) :** यह अपने वातावरण के साथ ऊर्जा का विनिमय कर सकता है, लेकिन द्रव्यमान का नहीं। एक पिस्टन लगे सिलिण्डर में परिबद्ध गैस एक संवृत्त निकाय है।

(c) **विलगित निकाय (Isolated system) :** यह अपने वातावरण से ऊर्जा या द्रव्यमान का किसी भी प्रकार का विनियम नहीं कर सकता, एक भरा हुआ थर्मस फ्लास्क इसका एक अच्छा उदाहरण है।

(ii) **ऊष्मागतिक-चर या निर्देशांक :** माड्यूल 1 में हमने एक वस्तु या निकाय की गति का उसके द्रव्यमान, स्थिति व वेग के पदों में अध्ययन किया। ऊष्मागतिक निकाय का वर्णन करने के लिये हम इसके भौतिक गुणों जैसे तापमान (T), दाब (P) व आयतन (V) को लेते हैं। इन्हें ऊष्मागतिक चर कहा जाता है।

(iii) **सूचक आरेख :** आप पाठ-2 में विस्थापन-समय और वेग-समय ग्राफों के बारे में पढ़ चुके हैं। एक ऊष्मागतिक निकाय का अध्ययन करने के लिये हम एक दाब-आयतन

ग्राफ का उपयोग करते हैं। यह ग्राफ यह दर्शाता है कि ऊष्मागतिक प्रक्रम के दौरान किसी निकाय का दाब (P) अपने आयतन (V) के साथ किस प्रकार परिवर्तित होता है। इसे सूचक आरेख कहते हैं।

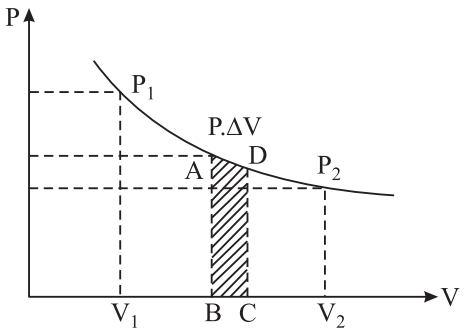
सूचक आरेख का उपयोग किये गये कार्य के लिये एक व्यंजक प्राप्त करने में किया जा सकता है। यह PV ग्राफ (चित्र 11.1) के अंतर्गत क्षेत्र के बराबर है। मान लीजिये कि एक अत्यंत लघु प्रसार ΔV के लिये दाब का प्रारंभिक मान P है। अत: निकाय द्वारा किया गया कार्य

$$\Delta W = P\,\Delta V \qquad (11.1)$$

$$= \text{छायामय पट्टी का क्षेत्रफल } ABCD$$

अब निकाय द्वारा V_1 से V_2 तक प्रसार में किया गया कार्य $= P_1P_2V_2V_1P_1$ का क्षेत्रफल। ध्यान दीजिए कि यह क्षेत्रफल सूचक आरेख की आकृति पर निर्भर करता है।

सूचक आरेख का प्रसार या संपीडन की प्रक्रियाओं में किये गये कार्य की गणना करने के लिए व्यापक रूप से उपयोग किया जाता है। यह उन प्रक्रियाओं में अधिक उपयोगी पाया जाता है जहां P व V के बीच संबंध अज्ञात है। किसी निकाय पर किया गया कार्य उसकी ऊर्जा को बढ़ाता है और निकाय द्वारा किया गया कार्य इसकी ऊर्जा को घटाता है। इसका कारण वस्तु पर किया गया कार्य ऋणात्मक लिया जाता है। आपको यह ध्यान रखना चाहिये कि एक समताप-वक्र (समान ताप पर P-V ग्राफ) के अंतर्गत क्षेत्रफल इसकी आकृति पर निर्भर करता है। हम यह निष्कर्ष निकाल सकते हैं कि एक निकाय द्वारा या उस पर किया गया कार्य उसके पथ पर निर्भर करता है। अर्थात् किया गया कार्य प्रारंभिक व अंतिम अवस्था पर निर्भर नहीं करता है।



चित्र 11.1: सूचक आरेख

11.2 ऊष्मागतिक साम्य

कल्पना कीजिए कि एक पात्र में 60° C पर एक द्रव (पानी, चाय, दूध, कॉफी) भरा है। इसे खुला छोड़ दिया जाता है। यह सामान्य अनुभव की बात है कि कुछ समय पश्चात् पात्र में रखे द्रव का ताप कमरे के ताप के बराबर हो जाता है। हम कह सकते हैं कि पानी ने अपने वातावरण के साथ तापीय साम्य स्थापित कर लिया है।

यदि किसी निकाय के अन्दर दाब या प्रत्यास्थ प्रतिबल में कुछ परिवर्तन उत्पन्न होते हैं तो इससे उसके भागों में कुछ बदलाव हो सकते हैं, तथापि ये परिवर्तन अंततोगत्वा रूक जाते हैं और तंत्र पर कोई असंतुलित बल कार्य नहीं करता है, तब हम कहते हैं कि यह यांत्रिक साम्य की स्थिति में है। क्या आप जानते हैं कि एक पिघली अवस्था से ठोस अवस्था में आने की प्रक्रिया में यांत्रिक संतुलन प्राप्त करने के लिये पृथ्वी भूमध्य रेखा के पास उभर गई। यदि किसी निकाय के अवयव रासायनिक क्रिया करने वाले हों तो कुछ समय पश्चात् सभी

रासायनिक प्रतिक्रियायें रूक जायेंगी। तब यह निकाय रासायनिक साम्यावस्था में कहलायेगा। एक निकाय जो तापीय, यांत्रिक व रासायनिक साम्य को दर्शाता है उसे ऊष्मागतिक साम्यावस्था में कहा जाता है। इस अवस्था में निकाय के स्थूल गुण समय के साथ परिवर्तित नहीं होते हैं।

11.2.1 ऊष्मागतिक प्रक्रम

एक साम्य अवस्था से दूसरी साम्यवस्था में जाने पर यदि ऊष्मागतिक निकाय का कोई भी चर बदलता है तो निकाय को ऊष्मागतिक प्रक्रिया में कहा जाता है। उदाहरण के लिये स्थिर दाब पर एक सिलिण्डर की गैस को गरम किये जाने पर प्रसार होना एक ऊष्मागतिक प्रक्रम है। किसी ऊष्मागतिक प्रक्रम का ग्राफीय निरूपण एक **पथ** कहलाता हैं।

अब हम विभिन्न प्रकार के ऊष्मागतिक प्रक्रमों के बारे में विचार करेंगे।

(i) **उत्क्रमणीय प्रक्रम :** यदि कोई प्रक्रम ऐसे है जिसमें प्रारंभिक व अंतिम अवस्था के बीच की सभी अवस्थायें साम्यावस्था में हों तथा प्रक्रम का विपरीत दिशा में वापस प्रारंभिक अवस्था में जा पाना संभव हो तो इसे उत्क्रमणीय प्रक्रम कहते हैं। एक उत्क्रमणीय प्रक्रम की गति बहुत धीमी व नियंत्रित होती है। निम्नलिखित उदाहरण देखें–

- एक बीकर में एक बर्फ का टुकड़ा लें और इसे गरम करें। आप देखेंगे कि यह पानी में परिवर्तित हो जाता है। यदि आप इसे रेफ्रीजिरेटर में रखकर समान मात्रा में ऊष्मा बाहर निकाल लें तो यह बर्फ में परिवर्तित हो जाता है अर्थात् प्रारंभिक अवस्था में वापस आ जाता है, अत: यह एक उत्क्रमणीय प्रक्रम है।
- मान लो कोई स्प्रिंग है जिसका एक सिरा स्थिर किया गया है। इसके मुक्त सिरे पर एक के बाद एक द्रव्यमान लटकायें। आप पायेंगे कि स्प्रिंग की लंबाई बढ़ जाती है। अब एक-एक करके द्रव्यमानों को हटाइये। आप देखेंगे कि स्प्रिंग अपनी पूर्वावस्था में आ जाता है। अत: यह एक उत्क्रमणीय प्रक्रम है। उत्क्रमणीय प्रक्रम एक आदर्श स्थिति है जो कभी भी वास्तविकता नहीं बन सकती।

(ii) **अनुत्क्रमणीय प्रक्रम :** वह प्रक्रम जो अपनी अंतिम अवस्था से प्रारंभिक अवस्था में उसी साम्य अवस्था के साथ-साथ वापिस नहीं लौट सकता अनुत्क्रमणीय प्रक्रम कहलाता है। सभी प्राकृतिक प्रक्रम अनुत्क्रमणीय है। उदाहरण के लिये घर्षण में उत्पन्न ऊष्मा, पानी में घुली चीनी, हवा से लोहे में जंग लगना। अर्थात् अनुत्क्रमणीय प्रक्रम के लिये, बीच की स्थितियां साम्य स्थितियां नहीं हैं, अत: इस प्रकार के प्रक्रम को एक पथ द्वारा निरूपित नहीं किया जा सकता है। क्या इसका यह अर्थ हुआ कि हम एक अनुत्क्रमणीय प्रक्रम विश्लेषण नहीं कर सकते हैं? ऐसा करने के लिए हम स्थिर प्राय: प्रक्रम (quasistatic process) का प्रयोग करते हैं जो कि साम्यावस्था के अत्यंत समीप है।

(iii) **समतापी प्रक्रम :** एक ऊष्मागतिक प्रक्रम जो एक नियत ताप पर होता है समतापी प्रक्रम कहलाता है।, एक पूर्णरूप से चालक दीवारों वाले सिलिण्डर में आदर्श गैस का प्रसार या संपीडन समतापी प्रक्रम प्रक्रियायें है। दाब व आयतन में परिवर्तन बहुत धीरे होता है ताकि कोई भी ऊष्मा उत्पन्न होने पर वातावरण में स्थानान्तरित हो जाती है और निकाय

का ताप नियत रहता है। तापीय साम्य हमेशा बना रहता है। इस प्रक्रम में ΔQ, ΔU और ΔW नियत रहते हैं।

(iv) **रूद्धोष्म प्रक्रम :** एक प्रक्रम जिसमें ऊष्मीय ऊर्जा का कोई आदान-प्रदान नहीं होता, रूद्धोष्म प्रक्रम कहलाता है, उदाहरण के तौर पर एक पूर्णत: ऊष्मारोधी सिलिन्डर में आदर्श गैस का प्रसार या संपीडन। यह निकाय अपने वातावरण से पृथक्कृत है अत: कोई ऊष्मा न तो इसमें प्रवेश करती है और न ही इससे बाहर जाती है। अत: इस प्रक्रम में $\Delta Q = 0$ और $\Delta U = -\Delta W$.

निकाय की आंतरिक ऊर्जा में परिवर्तन उस पर किये गये कार्य के बराबर होती है। अत: जब गैस को संपीडित किया जाता है तो निकाय पर कार्य किया जाता है, अत: ΔU धनात्मक हो जाता है और निकाय की आंतरिक ऊर्जा बढ़ जाती है। जब गैस का प्रसार होता है तो निकाय द्वारा कार्य किया जाता है। इसे धनात्मक लिया जाता है और ΔU ऋणात्मक होता है। अत: निकाय की आंतरिक ऊर्जा घटती है।

(v) **समदाबी प्रक्रम :** स्थिर दाब पर होने वाला ऊष्मागतिक प्रक्रम समदाबी प्रक्रम कहलाता है। वायुमण्डलीय दाब पर पानी का गरम होना एक समदाबी प्रक्रम है।

(vi) **समआयतनी प्रक्रम :** एक ऊष्मागतिक प्रक्रम जिसमें निकाय का आयतन स्थिर रखा जाता है, समआयतनी प्रक्रम कहलाता है। उदाहरण के तौर पर एक स्थिर आयतन के सिलिन्डर के अन्दर गैस का गरम किया जाना एक समआयतनी प्रक्रम है, इस प्रक्रम में गैस का आयतन स्थिर रखा जाता है अत: कोई कार्य नहीं किया जाता है। अत: $\Delta W = 0$. और हम पाते हैं $\Delta Q = \Delta U$.

एक **चक्रीय प्रक्रम** में निकाय अपनी प्रारंभिक स्थिति में वापस आता है। अर्थात् आंतरिक ऊर्जा में कोई परिवर्तन नहीं होता $\Delta U = 0$.

अर्थात् $$\Delta Q = \Delta W.$$

11.2.2 ऊष्मागतिकी का शून्यकोटि का नियम

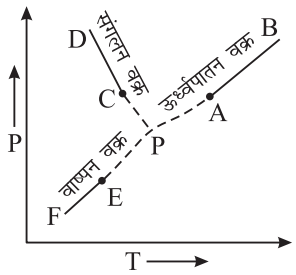
माना धातु के तीन गुटके A, B, C हैं। गुटका A गुटके B के साथ तापीय साम्य में है और गुटका A गुटके C के साथ भी साम्य में है। इसका आशय यह है कि गुटके A का ताप गुटकों B एवं C के ताप के समान है। इससे यह निष्कर्ष निकलता है कि गुटकों B एवं C के ताप समान है। हम इस परिमाण को शून्य कोटि के नियम के रूप में संक्षेप में इस प्रकार व्यक्त करते हैं।

यदि दो पिंड या निकाय A एवं B एक तीसरे पिंड या निकाय C के साथ अलग-अलग तापीय साम्यावस्था में हों तो वे परस्पर भी तापीय साम्य अवस्था में होंगे।

अवस्था परिवर्तन एवं प्रावस्था ग्राफ

आप पढ़ चुके हैं कि मानव ताप व दाब पर किसी वस्तु की तीन अवस्थायें होती हैं, ठोस, द्रव और गैस। एक द्रव्य की विभिन्न अवस्थायें उसकी प्रावस्था कहलाती है–उदाहरण के तौर पर बर्फ (ठोस), पानी (द्रव) व भाप (गैस) पानी की तीन अवस्थायें हैं। हम इन तीन अवस्थाओं का दाब (P), ताप (T) व आयतन (V) दर्शाने वाले ग्राफ की सहायता से विवेचन कर सकते हैं। त्रिविमीय ग्राफ खींचना कठिन है। अत: हम पदार्थ की तीन अवस्थाओं का एक दाब-ताप ग्राफ खींचकर विवेचन कर सकते हैं। इस ग्राफ को प्रावस्था ग्राफ कहते हैं।

चित्र 11.2 को देखिये जो पानी के प्रावस्था ग्राफ को दर्शाता है। आप तीन वक्रों CD, AB, और EF को देख सकते हैं। CD दाब के साथ बर्फ के गलनांक में परिवर्तन को दर्शाता है। इसे **संगलन वक्र** कहते हैं। वक्र ।ठ पानी के क्वथनांक में दाब के साथ परिवर्तन को दर्शाता है इसे **वाष्पन वक्र** कहते हैं। वक्र EF बर्फ का सीधे वाष्प में परिवर्तन दर्शाता है। इसे **ऊर्ध्वापातन वक्र** कहते हैं। यह **वाष्प-हिम वक्र** भी कहलाता है।



चित्र 11.2: जल का प्रावस्था आरेख

यदि आप AB, CD तथा EF रेखाओं को बढ़ाते हैं जैसा कि चित्र में किन्दुकित रेखाओं द्वारा दर्शाया गया है वे एक बिंदु P पर मिलते हैं। इस बिंदु को **त्रिक बिंदु** (triple point) कहते हैं। इस बिंदु पर तीनों अवस्थाओं का सह अस्तित्व होता है।

जब हम किसी ठोस को गरम करते हैं तो इसका ताप बढ़ता है और एक विशिष्ट ताप पर यह गलने लगता है। इस ताप को ठोस का **गलनांक** कहते हैं। अवस्था परिवर्तन की अवधि में हम लगातार ऊष्मा देते हैं लेकिन ताप में वृद्धि नहीं होती है। एकांक द्रव्यमान के ठोस को पूर्णतया इसकी संगत द्रव अवस्था में परिवर्तित करने वे लिये आवश्यक ऊष्मा को **गलन की गुप्त ऊष्मा** कहते हैं।

एक द्रव को गरम करने पर इसके क्वथनांक तक ताप बढ़ता है। क्वथनांक पर दी गयी ऊष्मा इसे गैसीय अवस्था में परिवर्तन करने में प्रयुक्त होती है। किसी द्रव के एकांक द्रव्यमान को एक नियत ताप पर गैसीय अवस्था में परिवर्तित करने के लिए आवश्यक ऊष्मा उस द्रव के **वाष्पीकरण की गुप्त ऊष्मा कहलाती** है।

11.2.3 पानी का त्रिक बिन्दु

किसी शुद्ध पदार्थ का त्रिक बिन्दु एक बहुत स्थायी अवस्था होती है जिसे सटीक रूप से नियत ताप व दाब की मात्राओं से अभिव्यक्त किया जाता है। इसी कारण कैल्विन के थर्मामीटर के पैमाने में पानी का त्रिक बिन्दु उच्च नियत बिंदु के रूप में लिया जाता है।

दाब बढ़ाने पर, ठोस का गलनांक कम होता है और द्रव का क्वथनांक बढ़ता है। अत: यह संभव है कि ताप व दाब की मात्राओं को समायोजित करके हम ऐसे बिंदु पर पहुंच सकते हैं जहां पर पदार्थ की तीनों अवस्थाओं का सहअस्तित्व हो, ताप व दाब के ये मान त्रिक बिंदु को दर्शाते हैं।

पाठगत प्रश्न 11.1

1. रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिये–

   (i) ऊष्मागतिकी के शून्य कोटि नियम जिस मूल संकल्पना का आधार है वह है.....

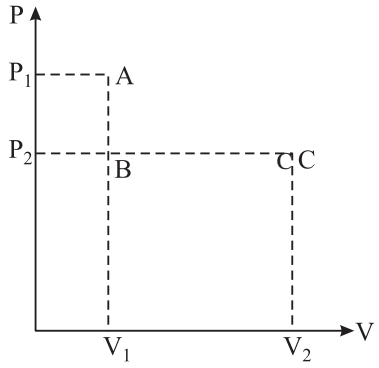
   (ii) यदि एक निकाय A एक निकाय B के साथ तापीय साम्य में है एवं निकाय B एक दूसरे निकाय C के साथ तापीय साम्य में है, तब निकाय A .....के साथ भी तापीय साम्य में होगा।

   (iii) ऊष्मा का सामान्य प्रचलित मात्रक है .....

2. चित्र 11.3 में एक ऊष्मागतिक प्रक्रम का सूचक आरेख दर्शाया गया है। प्रक्रम में तंत्र द्वारा किये गये कार्य की गणना कीजिये।

   (a) A से C तक ABC पथ द्वारा

   (b) यदि C से A तक उसी पथ से वापस आता है तो, उसके द्वारा कुल कितना कार्य किया जाता है?



चित्र. 11.3

3. रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिये–

   (i) एक उत्क्रमणीय क्रिया वह है जिसमें ..... अंतिम अवस्था से प्रारंभिक अवस्था में वापस आया जा सकता है।

   (ii) एक ..... प्रक्रम वह है जिसमें अंतिम स्थिति से प्रारंभिक स्थिति में उन्हीं साम्य अवस्थाओं से वापस नहीं आया जा सकता है।

4. समतापी व रूद्धोष्म प्रक्रम में मूलभूत अंतर लिखिये।

5. त्रिक बिंदु का अभिलक्षण लिखिये।

11.3 किसी निकाय की आंतरिक ऊर्जा

क्या आपने कभी पानी के जमकर बर्फ बनने की प्रक्रिया में युक्त हुई ऊर्जा के बारे में विचार किया है? क्या आप ऐसा नहीं सोचते कि पानी में भी किसी प्रकार की ऊर्जा संग्रहित है। यह ऊष्मा पानी के बर्फ बनने में मुक्त होती है। इस संग्रहीत ऊर्जा को **आंतरिक ऊर्जा** कहते हैं। द्रव्य के अणुगति सिद्धान्त के आधार पर हम आंतरिक ऊर्जा की संकल्पना का विवेचन सभी एकल अवयवों की ऊर्जाओं के योग के रूप में कर सकते हैं। इसमें उनकी यादृच्छिक गति के कारण गतिज ऊर्जा व उनके बीच अन्योन्य क्रियाओं के फलस्वरूप स्थितिज ऊर्जाएं शामिल हैं। अब हम इसका विवेचन करते हैं।

(a) **आंतरिक गतिज ऊर्जा :** जैसा कि आप जानते हैं, अणुगति सिद्धान्त के अनुसार द्रव्य असंख्य अणुओं से मिलकर बनता है। ये अणु निरन्तर तीव्र गति में होते हैं। जिसके फलस्वरूप इनमें गतिज ऊर्जा होती है। अणुओं की कुल गतिज ऊर्जा वस्तु की आंतरिक गतिज ऊर्जा होती है।

(b) **आंतरिक स्थितिज ऊर्जा :** अंतरा-अणुक बलों के कारण उत्पन्न ऊर्जा को आंतरिक स्थितिज ऊर्जा कहते हैं।

किसी धातु की छड़ की आंतरिक ऊर्जा चालन इलैक्ट्रॉनों की गतिज ऊर्जाओं, परमाणुओं की स्थितिज ऊर्जाओं और अपनी साम्य स्थिति के इधर-उधर उनकी कंपन ऊर्जाओं से निर्मित होती है। किसी निकाय की ऊर्जा अणुओं की गति में वृद्धि कर (गतिज ऊर्जा में तापीय ऊर्जा के कारण वृद्धि) बढ़ायी जा सकती है। यह अंतराणुक बलों के विरुद्ध अणुओं को खिसकाकर (यानि इस पर कार्य करके) भी बढ़ाई जा सकती है। आंतरिक ऊर्जा को U से दर्शाया जाता है।

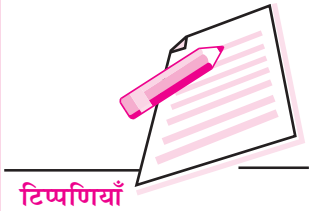
किसी निकाय की आंतरिक ऊर्जा = अणुओं की गतिज ऊर्जा + अणुओं की स्थितिज ऊर्जा हम एक पृथक्कृत ऊष्मागतिक निकाय के बारे में विचार करते हैं, जिस पर एक बाह्य बल लगा है। मान लिया जाय कि प्रारंभिक अवस्था i से अंतिम अवस्था f तक रूद्धोष्म प्रक्रम से जाने में किया गया कार्य W है। मान लीजिए कि U_i और U_f निकाय की क्रमशः प्रारंभिक व अंतिम स्थिति में आंतरिक ऊर्जायें हैं। क्योंकि निकाय पर कार्य किया जाता है अतः अंतिम अवस्था की आंतरिक ऊर्जा प्रारंभिक अवस्था की आंतरिक ऊर्जा से अधिक होती है।

ऊर्जा संरक्षण के सिद्धान्त के अनुसार

$$U_i - U_f = -W$$

ऋणात्मक चिह्न दर्शाता है कि निकाय पर कार्य किया जाता है।

हम यह इंगित करना चाहते हैं कि कार्य के विपरीत, आंतरिक ऊर्जा प्रारंभिक व अंतिम अवस्थाओं पर निर्भर करती हे, जो कि पथ पर निर्भर नहीं करती है। इसे हम इस प्रकार व्यक्त करते हैं कि U स्थिति का फलन है और अवस्था चरों (state variables) P.V. T. पर निर्भर करता है। ध्यान दीजिए कि निकाय द्वारा कुछ कार्य किया जाता है तो इसकी आंतरिक ऊर्जा कम होती है।



11.4 ऊष्मागतिकी का प्रथम नियम

अब आप जानते हैं कि ऊष्मागतिकी का शून्य कोटि का नियम हमें विभिन्न निकायों के बीच तापीय साम्य के बारे में जानकारी देता है जिसका अभिलक्षण उनका ताप समान होना है। तथापि यह नियम *असाम्य अवस्था* के विषय में कोई जानकारी नहीं देता है। हम दो उदाहरणों के बारे में विचार करते हैं (i) दो विभिन्न तापों वाले निकाय तापीय संपर्क में रखे जाते हैं और (ii) दो निकायों के बीच यांत्रिक घर्षण। इन दोनों स्थितियों में उनके तापमानों में परिवर्तन आता है लेकिन शून्यकोटि के नियम द्वारा इसकी व्याख्या नहीं की जा सकती, इन प्रक्रमों की व्याख्या करने के लिये ऊष्मागतिकी के प्रथम नियम की पूर्वधारणा की गयी।

ऊष्मागतिकी का प्रथम नियम वस्तुत: एक ऊष्मागतिक निकाय के लिये ऊर्जा संरक्षण का सिद्धान्त है। इसके अनुसार किसी ऊष्मागतिक प्रक्रम में आंतरिक ऊर्जा परिवर्तन उसको दी गयी ऊष्मा व इस पर किये गये कार्य के योग के बराबर होती है।

मान लीजिए कि किसी निकाय को ΔQ मात्रा प्रदान की जाती है। $-\Delta W$ वस्तु पर किया गया कार्य है, तब ऊष्मागतिकी के प्रथम नियम के अनुसार आंतरिक ऊर्जा में वृद्धि

$$\Delta U = \Delta Q - \Delta W \qquad (11.3\,a)$$

यह ऊष्मागतिकी के प्रथम नियम का गणितीय रूप है। यहाँ ΔQ, ΔU और ΔW SI मात्रकों में हैं। ऊष्मागतिकी के प्रथम नियम को निम्न प्रकार भी लिख सकते हैं।

$$\Delta Q = \Delta U + \Delta W \qquad (11.3\,b)$$

ΔQ, ΔU और ΔW के चिह्न निम्न परिपाटी के अनुसार हैं–

1. किसी निकाय द्वारा किया गया कार्य (ΔW) धनात्मक और किसी निकाय पर किया गया कार्य ऋणात्मक लिया जाता है। निकाय के प्रसार में कार्य धनात्मक व संपीडन में ऋणात्मक लिया जाता है। किया गया कार्य प्रारंभिक व अंतिम ऊष्मागतिक अवस्थाओं पर निर्भर नहीं करता यह परिवर्तन के लिये अपनाये गये पथ पर निर्भर करता है।
2. निकाय द्वारा प्राप्त की गयी ऊष्मा धनात्मक तथा उसके द्वारा खोई गयी ऊष्मा ऋणात्मक ली जाती है।
3. आंतरिक ऊर्जा में वृद्धि धनात्मक व ह्रास ऋणात्मक लिया जाता है।

यदि एक निकाय को स्थिति 1 से स्थिति 2 में ले जाया जाता है तो यह पाया जाता है कि ΔQ और ΔW अवस्था परिवर्तन के पथ पर निर्भर करते हैं। तथापि ($\Delta Q - \Delta W$) का मान सभी अवस्था परिवर्तन के पथों के लिये समान रहता है। अत: हम कह सकते हैं कि आंतरिक ऊर्जा ΔU किसी निकाय के ऊष्मागतिकीय परिवर्तन के पथ पर निर्भर नहीं करती।

11.4.1 ऊष्मागतिकी के प्रथम नियम की सीमाएं

ऊष्मागतिकी का प्रथम नियम ऊष्मा एवं अन्य प्रकार की ऊर्जा की तुल्यता पर जोर देता है। इस तुल्यता के आधार पर ही हमारी आपकी गतिविधियां संभव है। विद्युत ऊर्जा जिससे हमारे

घरों में प्रकाश होता है, मशीनें काम करती हैं, रेलगाड़ियां चलती है उस ऊष्मा से प्राप्त होती है जो कि जैवाश्म ईंधन या नाभिकीय ईंधन को जलाने से प्राप्त होती है। एक दृष्टि से यह नियम सार्वभौमिक है। यह ऊंचाई बढ़ने के साथ तापमान की गिरावट (रूद्धोष्म ह्रास दर) को समझाता है। प्रवाह प्रक्रमों और रासायनिक क्रियाओं में भी इनके अनुप्रयोग काफी मनोरंजक है। तथापि निम्न प्रक्रमों पर विचार करें।

- आप जानते हैं कि ऊष्मा सदैव गर्म पदार्थ से ठंडे पदार्थ की ओर प्रवाहित होती है लेकिन ऊष्मागतिकी का प्रथम नियम यह स्पष्टीकरण देने में असमर्थ है कि ऊष्मा अपेक्षाकृत ठंडी वस्तु से गर्म वस्तु की ओर प्रवाहित क्यों नहीं हो सकती है। इसका अर्थ यह हुआ कि इस नियम से ऊष्मा प्रवाह की दिशा के बारे में कोई संकेत नहीं मिलता है।
- आप जानते हैं जब एक गोली लक्ष्य को बेधती है तो गोली की गतिज ऊर्जा ऊष्मा में रूपान्तरित हो जाती है। इस नियम से इस बात का स्पष्टीकरण नहीं होता कि निशाने पर गोली लगने से उत्पन्न ऊष्मा गोली की गतिज ऊर्जा में क्यों रूपान्तरित नहीं हो जाती है ताकि गोली उड़ कर दूर चली जाती। इसका अर्थ यह हुआ कि यह नियम उस परिस्थिति का ज्ञान देनें में असमर्थ है जिसमें ऊष्मा कार्य में रूपान्तरित हो सकती है।

इसके अलावा इसकी एक और स्पष्ट सीमा यह है कि इस नियम से यह ज्ञान नहीं होता कि ऊष्मा किस सीमा तक कार्य में रूपान्तरित हो सकती है, साथ ही इस नियम से यह भी इंगित नहीं होता कि किस सीमा तक ऊष्मा कार्य में रूपान्तरित हो सकती है।

अब आप विराम लें और निम्न प्रश्नों के उत्तर देने का प्रयास करें।

पाठगत प्रश्न 11.2

1. रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए

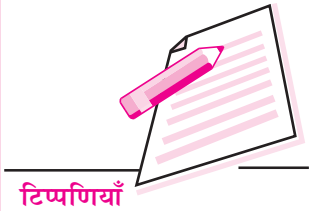
(i) किसी निकाय के कणों की गतिज व स्थितिज ऊर्जाओं का योग इसकी ....है।

(ii) किया गया कार्य = – W यह दर्शाता है निकाय..... कार्य किया जाता है।

2. ऊष्मागतिकी के प्रथम नियम का कथन यह है कि

11.5 ऊष्मागतिकी का दूसरा नियम

आप जानते हैं कि ऊष्मागतिकी के प्रथम नियम में ऊष्मा प्रवाह, व रूपान्तरण की क्षमता (अर्थात् ऊष्मा को कार्य में परिवर्तित करने की क्षमता) के संदर्भ में स्वाभाविक सीमायें हैं। इस प्रकार आपके मस्तिष्क में एक विचार उठ सकता है कि क्या ऊष्मा को कार्य में बदला जा सकता है। रूपान्तरण की क्या शर्तें है? इन सभी प्रश्नों के उत्तर ऊष्मागतिकी के दूसरे नियम की संकल्पना में शामिल है। ऊष्मागतिकी के द्वितीय नियम के अनेक प्रक्कथन (Statements) हैं। तथापि आप ऊष्मागतिकी के दूसरे नियम के केल्विन प्लाँक (Kelvin Plank) तथा कलॉसियस (Classius) के प्रक्कथन के बारे में अध्ययन करेंगे।



केल्विन-प्लाँक प्रक्कथन : यह ऊष्मा इंजनों की क्षमताओं के बारे में अनुभव पर आधारित है। ऊष्मा इंजन के बारे में अगले परिच्छेद में विवेचना की गयी है। एक ऊष्मा इंजन में, कार्यकारी पदार्थ स्रोत (गर्म पदार्थ) से ऊष्मा लेता है और इसके कुछ अंश को कार्य में रूपान्तरित करने के पश्चात ऊष्मा के शेष भाग को सिंक (ठंडी वस्तु या वातावरण) को दे देता है। ऐसा कोई इंजन नहीं है जो सम्पूर्ण ऊष्मा को, बिना सिंक को कुछ ऊष्मा प्रदान किये, कार्य में बदल सकता है। इन प्रेक्षणों के आधार पर केल्विन व प्लाँक ने ऊष्मागतिकी के दूसरे नियम के बारे में यह कथन दिया।

किसी निकाय के लिये नियत ताप पर किसी स्रोत से ऊष्मा अवशोषित करके उसकी संपूर्ण मात्रा को कार्य में रूपान्तरित करना असंभव है।

क्लॉसियस द्वारा दिया गया ऊष्मागतिकी का दूसरा नियम: यह रेफ्रीजरेटर के कार्य पर आधारित है। रेफ्रीजरेटर विपरीत दिशा में कार्य करने वाला ऊष्मा इंजन है। जब इस पर कार्य किया जाता है तो यह अपेक्षाकृत ठंडी वस्तु से अपेक्षाकृत गर्म वस्तु को ऊष्मा हस्तान्तरित कर देता है। यहाँ निकाय पर किये गये बाह्य कार्य की संकल्पना महत्वपूर्ण है। इस बाह्य कार्य को करने के लिये किसी बाह्य स्रोत द्वारा ऊर्जा आपूर्ति आवश्यक हैं इन तथ्यों के आधार पर क्लासियस ने ऊष्मागतिकी के दूसरे नियम के बारे में यह प्रक्कथन दिया।

किसी प्रक्रम में बाह्य कार्य किये बिना अपेक्षाकृत ठंडी वस्तु से ऊष्मा गर्म वस्तु में रूपांतरित करना असंभव है।

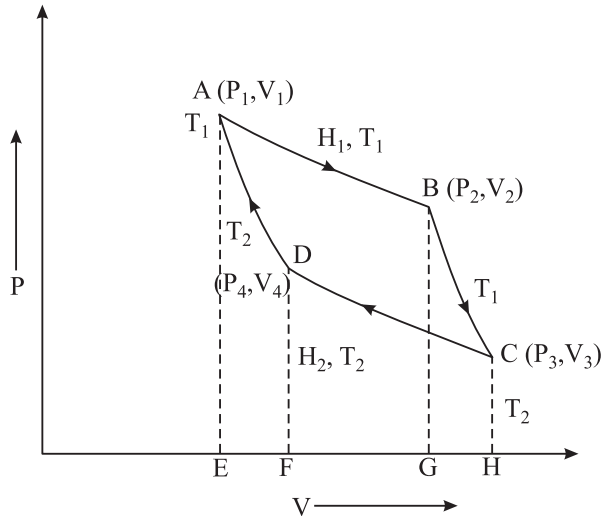
अत: ऊष्मागतिकी के दूसरे नियम की भूमिका प्रायोगिक रूप से उपयोगी जैसे ऊष्मा इंजन और रेफ्रीजरेटर में बेजोड़ है।

11.5.1 कार्नो चक्र

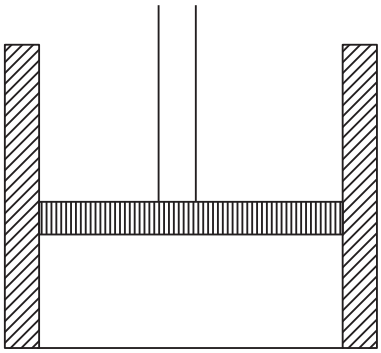
आपने यह अवलोकन किया होगा कि जब एक ढक्कन वाले बर्तन में पानी उबाला जाता है तो अन्दर पैदा हुई भाप ढक्कन को उछाल देती है। इससे यह संकेत मिलता है कि उच्च दाब की भाप से उपयोगी कार्य किया जा सकता है। **ऐसी युक्ति जो ऊष्मा को अविराम रूप से कार्य में रूपान्तरित करती है ऊष्मा इंजन कहलाती है।** दैनिक जीवन में काम आने वाले आधुनिक इंजन, ऊष्मा इंजन के सिद्धान्त पर आधारित है। इनको तीन श्रेणियों में बांटा जाता है–भाप इंजन, अंतर्दहन इंजन और गैस टरबाइन इंजन।

कार्नो चक्रमें कार्यकारी पदार्थ को चार प्रचालनों के चक्र से गुजारा जाता है–(a) समतापी प्रसार (b) रूद्धोष्म प्रसार (c) समतापी संपीडन व (d) रूद्धोष्म संपीडन।

ऐसा चक्र चित्र 11.4 में P-V ग्राफ से निरूपति किया गया है। कार्नो चक्र के चार प्रचालनों को समझाने के लिये मान लीजिये कि कार्यकारी पदार्थ के एक ग्राम मोल (1 g mol) को सिलिंडर में भरा गया है। चित्र 11.5 देखिये। सूचक ग्राफ में पदार्थ की मूल अवस्थाओं को बिन्दु द्वारा दर्शाया गया है। बिन्दु A पर पदार्थ का तापमान T_1, दाब P_1 और आयतन V_1 हैं।



चित्र 11.4: कार्नो चक्र का सूचक आरेख



चित्र 11.5: कार्यकारी पदार्थ के साथ सिलिन्डर

(a) **समतापी प्रसार :** सिलिण्डर को स्रोत के साथ तापीय संपर्क में रख दिया जाता है और कार्यकारी पदार्थ का प्रसार होने दिया जाता है। कार्यकारी पदार्थ का आयतन V_2 हो जाता है। इस प्रकार कार्यकारी पदार्थ पिस्टन को उठाने में कार्य करता है। जिससे, कार्यकारी पदार्थ का ताप गिरने लगता है, लेकिन यह स्रोत के साथ ऊष्मीय संपर्क में है इसलिये यह T_1 ताप पर स्रोत से ऊष्मा की H_1 मात्रा अवशोषित करेगा। इसे बिंदु B से दर्शाया गया है। बिंदु B पर दाब व आयतन के मान P_2 और V_2 है। सूचक आरेख (चित्र 11. 4) में आप देखते हैं कि A से B में जाने पर तंत्र का ताप समान रहता है और कार्यकारी पदार्थ का प्रसार होता है। हम इसे **समतापी प्रसार प्रक्रम** कहते हैं, H_1 समतापी प्रसार में अवशोषित हुई ऊष्मा है। तब ऊष्मागतिकी के प्रथम नियम के अनुसार H_1 ताप T पर A से B तक समतापी प्रसार में गैस द्वारा किये गये कार्य के बराबर है। माना W_1 समतापी प्रसार AB में गैस द्वारा किया गया बाह्य कार्य है। तब यह क्षेत्रफल AB, EA के बराबर होगा,

$$W_1 = \text{क्षेत्रफल ABGEA}$$

(b) रूद्धोष्म प्रसार : फिर सिलिन्डर को स्रोत से हटाकर एक पूर्ण ऊष्मारोधी स्टेण्ड पर रखा जाता है। पिस्टन पर भार को P_3 तक कम किया जाता है। यह प्रसार पूर्णतया रूद्धोष्म है क्योंकि कोई ऊष्मा न तो कार्यकारी पदार्थ तक पहुंच सकती है और न ही इससे अलग हो सकती है। अत: पिस्टन उठाने में कार्यकारी पदार्थ अपनी आंतरिक ऊर्जा खर्च करके बाह्य कार्य करता है। अत: इसका ताप गिर जाता है। गैस का ताप T_2 (सिंक का ताप) तक गिरने तक रूद्धोष्म रूप से प्रसार करने दिया जाता है इसे सूचक ग्राफ में रूद्धोष्म वक्र BC से दर्शाया गया हैं। हम इसे **रूद्धोष्म प्रसार** कहते हैं। C पर कार्यकारी पदार्थ का दाब व आयतन क्रमश: P_3 व V_3 हैं। B से C तक जाने में कार्यकारी पदार्थ द्वारा किया गया कार्य

$$W_2 = \text{BCHGB क्षेत्रफल}$$

(c) समतापी संपीडन : सिलिन्डर को ऊष्मारोधी स्टैण्ड से हटाकर इसे T_2 ताप के सिंक पर रखें। गैस को धीरे से संपीडित करने के लिये पिस्टन के ऊपर भार रखकर (दाब लगाकर) दाब व आयतन के मान क्रमश: P_4 व V_4 होने तक जारी रखें। इसे सूचक आरेख में D बिंदु से निरूपित किया गया है (चित्र 11.4)। संपीडन से बढ़ी ऊष्मा H_2 सिंक को दे दी जायेगी। इस प्रकार तंत्र के ताप में कोई अन्तर नहीं आता। अत: इसे **समतापी संपीडन प्रक्रम** कहते हैं। इसे (चित्र 11.4) में CD वक्र द्वारा दर्शाया गया है।

$$W_3 = \text{CHFDC क्षेत्रफल}$$

(d) रूद्धोष्म संपीडन : एक बार फिर से निकाय को (सिलिन्डर को) ऊष्मारोधी स्टैंड पर रखिए और पिस्टन पर धीरे-धीरे भार बढ़ाइए। पदार्थ का रूद्धोष्म संपीडन होता है। यह संपीडन ताप T_1 होने तक बढ़ने दिया जाता हैं और पदार्थ अपने प्रारंभिक दाब व आयतन के मान P_1 व V_1 प्राप्त कर लेता है। यह एक रूद्धोष्म संपीडन प्रक्रम है– जिसे वक्र DA द्वारा सूचक ग्राफ (चित्र 11.4) में दर्शाया गया है। माना D से A तक रूद्धोष्म प्रक्रम में W_4 कार्य किया जाता है। तब

$$W_4 = \text{Area DFEAD}$$

प्रचालन चक्र के दौरान कार्यकारी पदार्थ स्रोत से H_1 मात्रा में ऊष्मा लेता है–और सिंक को H_2 मात्रा देता है। अत: कार्यकारी पदार्थ द्वारा अवशोषित नेट ऊष्मा का मान

$$\Delta H = H_1 - H_2$$

और इंजन द्वारा एक चक्र में किया गया नेट कार्य (मान W) है।

जहां

$$W = \text{क्षेत्र ABCHEA} - \text{क्षेत्र CHEADC}$$

$$= \text{क्षेत्र ABCD}$$

या ABCD का क्षेत्रफल

अत: एक चक्र में किया गया कार्य P-v आरेख के क्षेत्रफल के बराबर होता है।

आप यह पढ़ चुके हैं कि चक्रीय प्रक्रम में पदार्थ की प्रारंभिक व अंतिम स्थितियां समान हैं। अर्थात् इसकी आंतरिक ऊर्जा अपरिवर्तित रहती है। अत: ऊष्मागतिकी के प्रथम नियम के अनुसार

$$W = H_1 - H_2$$

अत: ऊष्मा कार्य में परिवर्तित हो गयी है और चक्र की पुनरावृत्ति करके कितनी ही मात्रा में कार्य किया जा सकता है।

11.7.2 कार्नो इंजन की दक्षता

कार्नो इंजन की दक्षता की परिभाषा, ''यह एक चक्र में कार्य में रूपान्तरित ऊष्मा तथा कार्यकारी पदार्थ द्वारा स्रोत से ली गयी ऊष्मा का अनुपात है,

$$\eta = \frac{\text{ऊष्मा का कार्य में रूपान्तरण}}{\text{स्रोत से ली गयी ऊष्मा}}$$

अथवा

$$\eta = \frac{H_1 - H_2}{H_1} = 1 - \frac{H_2}{H_1}$$

कार्नो इंजन के लिए यह दिखाया जा सकता है कि,

$$\frac{H_2}{H_1} = \frac{T_2}{T_1}$$

अत:

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

लेकिन $H_2 = 0$ के लिये $T_2 = 0$ होना चाहिये। इसका आशय यह हुआ कि η 100% तभी होगी जब $T_2 = 0$ होगा। ऐसी स्थिति में गर्म स्रोत से ली गयी पूरी ऊष्मा कार्य में बदल जाती है। यह ऊष्मागतिकी के दूसरे नियम की अवहेलना होगी। अत: एक भाप इंजन निश्चित ताप सीमाओं के बीच ही कार्य कर सकता है और इसकी क्षमता 1 से कम होगी।

यह तर्क भी दिया जा सकता है कि कार्नो चक्र क्योंकि एक उत्क्रमणीय चक्र है। अत: कोई भी इंजन समान तापान्तर के बीच कार्य करने वाले कार्नो इंजन से अधिक क्षमता का नहीं हो सकता है।

11.7.3 कार्नो चक्र की सीमाएं

आपने कार्नोचक्र का अध्ययन समतापी व रूद्धोष्म प्रक्रमों के संदर्भ में किया है। यहां इस बात पर ध्यान देना आवश्यक है कि समतापी प्रक्रम केवल तभी होता है जब पिस्टन अत्यधिक धीरे-धीरे चले। तात्पर्य यह है कि कार्यकारी पदार्थ से स्रोत तक ऊष्मा के स्थानान्तरण के लिए पर्याप्त समय हो तथा दूसरी ओर रूद्धोष्म प्रक्रम में ऊष्मा स्थानान्तरण से बचने के लिए पिस्टन अत्यधिक तीव्र गति से चलता है। व्यवहार में इन दोनों ही महत्वपूर्ण शर्तों को पूरा करना असंभव है। इन्हीं कारणों से सभी व्यावहारिक इंजनों की दक्षता कार्नो इंजन से कम होती है।

पाठगत प्रश्न 11.3

1. निम्न कथन सत्य हैं या असत्य

   (i) एक कार्नो इंजन में जब एक आदर्श गैस द्वारा गर्म ऊष्मा ली जाती है तब स्रोत का ताप गिर जाता है।

   (ii) कार्नो इंजन में यदि सिंक का ताप कम हो जाता है तो इंजन की दक्षता भी कम हो जाती है।

2. एक कार्नो इंजन की 100 K और 500 K के बीच तथा T और 100 K के बीच दक्षता समान है। बतलाइये T का मान क्या होगा?

3. कार्नो इंजन के लिये एक प्रारूपी (typical) आरेख बनाइये और इस आरेख में वह क्षेत्र दर्शाइए जो

   (i) स्रोत से ली गयी ऊष्मा को दर्शाता है (ii) सिंक को दी गई ऊष्मा को दिखाता है। (iii) कार्य में रूपान्तरित ऊष्मा को दर्शाता है।

आपने क्या सीखा

- ऊष्मा ऊर्जा का एक रूप है जो हमें गर्मी की अनुभूति कराता है।
- उच्चतर ताप पर वस्तु से निम्नतर ताप पर वस्तु के बीच तापान्तर के कारण जो ऊर्जा प्रवाहित होती है उसे ऊष्मा कहते हैं।
- ऊष्मा ऊर्जा का सामान्य प्रचलित मात्रक कैलॉरी है। 1 cal = 4.18 J और 1k cal = 10^3 cal
- ऊष्मागतिक प्रक्रम का ऐसा ग्राफ जो यह दर्शाता है कि किसी निकाय का दाब अपने आयतन के साथ किस प्रकार परिवर्तित होता है, सूचक ग्राफ कहलाता है।
- एक गैस के प्रसार या संपीडन में किया गया कार्य $P\Delta V = P(V_f - V_i)$।
- ऊष्मागतिकी के शून्य कोटि के नियम के अनुसार, ''यदि दो निकाय किसी तीसरे निकाय के साथ अलग-अलग तापीय साम्य में हों तो उन दोनों निकायों के बीच भी तापीय साम्य होना चाहिए।
- किसी वस्तु के अणुओं की गतिज ऊर्जा व स्थितिज ऊर्जा का योग उसकी आंतरिक ऊर्जा बतलाता है। आंतरिक ऊर्जा व कार्य में $U_i - U_f = -W$ संबंध होता है।
- ऊष्मागतिकी के प्रथम नियम के अनुसार किसी निकाय को दी गयी ऊष्मा ऊर्जा की मात्रा निकाय की आंतरिक ऊर्जा में परिवर्तन व किये गये बाह्य कार्य के योग के बराबर होती है।

- ऊष्मागतिकी का प्रथम नियम प्रक्रम की दिशा के बारे में कोई जानकारी नहीं देता है।
- वह प्रक्रम जो अंतिम अवस्था में पहुंचने पर विपरीत दिशा में लौट कर प्रारंभिक अवस्था में पहुंच जाता है उत्क्रमणीय प्रक्रम कहलाता है।
- वह प्रक्रम जो अपनी अंतिम अवस्था में से प्रारंभिक अवस्था में उसी साम्य अवस्था के साथ-साथ वापिस नहीं लौट सकता अनुत्क्रमणीय प्रक्रम कहलाता है। किन्तु स्थिर ताप पर होने वाला प्रक्रम समतापी प्रक्रम होता है।
- एक समान ऊष्मा पर होने वाला कोई भी ऊष्मागतिक प्रक्रम रूद्धोष्म प्रक्रम होता है।
- द्रव की तीन अवस्थाएं इसकी प्रावस्थायें कहलाती हैं तथा द्रव की तीन प्रवस्थाओं को दर्शाने वाला दाब-ताप आरेख प्रावस्था आरेख कहलाता है।
- प्रावस्था आरेख में त्रिक बिंदु द्रव्य के विशेष ताप एवं दाब को दर्शाता है। इस बिंदु पर द्रव्य की तीनों अवस्थाएं–ठोस, द्रव एवं वाष्प एक साथ पाई जा सकती हैं।
- ऊष्मागतिकी के दूसरे नियम के बारे में केल्विन-प्लांक प्रक्कथन के अनुसार–ऊष्मा के एक स्रोत से अविराम कार्य प्राप्त करते रहना संभव है।
- क्लासियस के दूसरे नियम के कथन के अनुसार–कार्यकारी पदार्थ पर बाह्य कार्य किये बिना अपेक्षाकृत ठंडी वस्तु से ऊष्मा अपेक्षाकृत गरम वस्तु में स्थानान्तरित नहीं हो सकती है।
- किसी ऊष्मा इंजन के तीन अनिवार्य अवयव हैं

  (i) सिंक–जिसमें से ऊष्मा ली जा सकती है।

  (ii) सिंक–जिसमें ऊष्मा दी जा सकती हैं।

  (iii) कार्यकारी पदार्थ–जो ऊष्मा प्राप्त करने पर यांत्रिक कार्य करता है।
- कार्नो इंजन एक आदर्श इंजन होता है जिसमें कार्यकारी पदार्थ को चार प्रचालनों के चक्र से गुजारा जाता है: (i) समतापी प्रसार (ii) रूद्धोष्म प्रसार (iii) समतापी संपीडन (iv) रूद्धोष्म संपीडन। इस प्रकार के चक्र को कार्नो चक्र कहते हैं।
- एक कार्नो इंजन की दक्षता इस प्रकार दी जाती है।

$$\eta = 1 - \frac{H_2}{H_1}, \; H_1 = \text{अवशोषित ऊष्मा} \; H_2 = \text{निराकृत ऊष्मा}$$

$$= 1 - \frac{T_2}{T_1}, \; T_1 = \text{स्रोत का ताप} \; T_2 = \text{सिंक का ताप}$$

- दक्षता पदार्थ की प्रकृति पर निर्भर नहीं करती है।

पाठांत प्रश्न

1. आंतरिक ऊर्जा और ऊष्मा ऊर्जा में भेद लिखिए।
2. सूचक ग्राफ किसे कहते है? आदर्श गैस प्रसार के दौरान किए गए कार्य के लिए व्यंजक प्राप्त कीजिए।
3. ऊष्मागतिकी के शून्य कोटि नियम का उपयोग करके ताप की परिभाषा लिखिए।
4. ऊष्मागतिकी का प्रथम नियम और उसकी सीमायें लिखिए।
5. समतापी, रूद्धोष्म, समदाबी तथा समआयतनी प्रक्रमों में क्या अन्तर है?
6. ऊष्मागतिकी का दूसरा नियम लिखिए।
7. उदाहरणों सहित उत्क्रमणीय व अनुत्क्रमणीय प्रक्रमों की विवेचना कीजिए।
8. कार्नो चक्र की व्याख्या कीजिए। सूचक ग्राफ की सहायता से कार्नो इंजन की दक्षता की गणना कीजिए।
9. उस निकाय की आंतरिक ऊर्जा में होने वाले परिवर्तन का मान ज्ञात कीजिए जो (a) 200 J ऊष्मा अवशोषित करता है और 500 J कार्य करता है (b) 110 J ऊष्मा अवशोषित करता है तथा इस पर 400 J का कार्य किया जाता है।
10. एक कार्नो इंजन जिसके स्रोत का ताप 400 K है, इस ताप पर ऊष्मा की 200 कैलोरी लेता है और सिंक को ऊष्मा की 150 कैलोरी निराकृत कर देता है। (i) बतलाइए सिंक का ताप क्या है? (ii) इंजन की दक्षता का मान ज्ञात कीजिए।
11. 250 K व 300 K के बीच रेफ्रिजरेटर के स्रोत रूप में कार्य कर रहा है कार्नो इंजन निम्न ताप पर सिंक से 500 कैलोरी ग्रहण करता है। बताइए (i) उच्च ताप पर सिंक में निराकृत ऊष्मा की मात्रा क्या होगी? (ii) रेफ्रिजरेटर को चलाने के लिये प्रतिचक्र किये कार्य की मात्रा बताइए।
12. एक कार्नो इंजन 400 K पर किसी स्रोत से 200 कैलोरी ऊष्मा लेता है और 150 कैलोरी सिंक को निराकृत करता है, तो (i) सिंक का ताप कितना है। (ii) इंजन की दक्षता ज्ञात कीजिए।

पाठान्त प्रश्नों के उत्तर

11.1

1. (i) ताप (ii) C (iii) जूल या कैलोरी
2. (a) $P_2 (V_2 - V_1)$ (b) $-P_2 (V_2 - V_1)$

3. (i) उत्क्रमणीय (ii) अनुत्क्रमणीय

4. समतापी प्रक्रम स्थिर ताप पर होता है जबकि रूद्धोष्म प्रक्रम स्थिर ऊष्मा पर।

5. त्रिक बिंदु पर द्रव्य की तीनों अवस्थाओं–ठोस, द्रव व वाष्प, का सहअस्तित्व हो सकता है।

11.2

1. (i) आंतरिक ऊर्जा (ii) पर

2. यह बतलाता है कि किसी निकाय को दी गई ऊष्मा उसकी आंतरिक ऊर्जा में परिवर्तन एवं बाह्य कार्य के योग के बराबर होती है।

11.3

1. (i) गलत (ii) सही

2. (i) 2000 K (ii) 8583.1K

पाठान्त प्रश्नों के उत्तर

9. (a) 1500 J (b) 1500 J.

10. 300K, 25%

11. 577 कैलोरी, 3225

12

ऊष्मा स्थानान्तरण एवं सौर ऊर्जा

पिछले अध्याय में आपने ऊष्मागतिकी के नियमों का अध्ययन किया जो एक ऊष्मागतिकी निकाय में ऊष्मा के प्रवाह और उसकी दिशा को निर्धारित करते हैं। इस पाठ में आप ऊष्मा स्थानांतरण की प्रक्रियाओं के बारे में अध्ययन करेंगे। हमारे सुन्दर ग्रह पर जीवन का अस्तित्व सूर्य से प्राप्त होने वाली ऊर्जा के कारण है। पृथ्वी पर पहुंचने से पूर्व यह पृथ्वी और सूर्य के बीच अंतरिक्ष से होकर गुजरती है। क्या आप जानते हैं कि हम सब लगभग 70 वाट की दर से ऊर्जा उत्सर्जित करते हैं? यहां हम **विकिरण** के बारे में विस्तारपूर्वक पढ़ेंगे। यह अध्ययन हमें बहुत दूर स्थित तारों का ताप ज्ञात करने में सहायक होगा।

ऊष्मा स्थानांतरण की एक अन्य विधि **चालन** है जिसमें एक पदार्थ माध्यम की आवश्यकता होती है। जब किसी छड़ के एक सिरे को गर्म किया जाता है तो कुछ समय बाद इसका दूसरा सिरा भी गरम हो जाता है। इसी कारण से विभिन्न साधित्रों में लकड़ी अथवा ऊष्मा के किसी अन्य कुचालक के दस्ते लगाए जाते हैं। हमारे घर की दीवारों पर पड़ने वाली ऊष्मीय ऊर्जा हमारे घर के अन्दर चालन विधि से पहुंचती है। लेकिन जब आप एक बर्तन में पानी गरम करते हैं तो पहले बर्तन के तल के अणु ऊष्मा प्राप्त करते हैं। वे तल से ऊपर की ओर ऊष्मीय ऊर्जा को लेकर चलते हैं। ऊष्मा स्थानांतरण की इस विधि को **संवहन** कहते हैं। ये प्रक्रम अनेक प्राकृतिक परिघटनाओं जैसे मानसून आदि के लिए, जो पृथ्वी पर हमारे जीवन के अस्तित्व के लिए महत्वपूर्ण हैं, उत्तरदायी हैं। आप इस अध्याय में ऊष्मा स्थानान्तरण के अन्य प्रक्रमों के विषय में पढ़ेंगे।

उद्देश्य

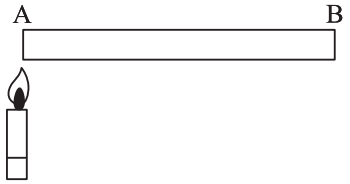
इस पाठ के अध्ययन के बाद आप:

- चालन, संवहन और विकिरण में भेद कर सकेंगे;
- ऊष्मा चालकता गुणांक को परिभाषित कर सकेंगे;
- किसी पिंड की उत्सर्जन क्षमता एवं अवशोषण क्षमता की परिभाषा कर सकेंगे;
- ग्रीन हाउस प्रभाव और इसके पृथ्वी पर जीवन पर परिणामों का वर्णन कर सकेंगे; और
- कृष्णिका विकिरण को निर्धारित करने वाले नियमों को लागू कर पाएंगे।

12.1 ऊष्मा संचरण की प्रक्रियाएं

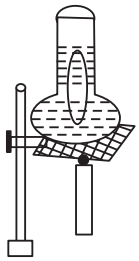
पिछले अध्याय में आपने ऊष्मागतिकी के नियमों का अध्ययन किया। इसके दूसरे नियम के अनुसार ऊष्मा स्वत: उच्चतर ताप वाली वस्तु से निम्न ताप वाली वस्तु में प्रवाहित हो सकती है। ऊष्मा का स्थानान्तरण तब तक होता रहता है जब तक कि दोनों का ताप समान नहीं हो जाता है। गैस के अणुगति सिद्धान्त के अनुसार गैस का ताप उसकी औसत गतिज ऊर्जा से संबंधित है। इसका अर्थ यह हुआ कि विभिन्न तापों पर गैस के अणुओं की औसत गतिज ऊर्जाएं भिन्न-भिन्न होती हैं।

ऊष्मा स्थानांतरण तीन प्रक्रमों द्वारा हो सकता है। ये हैं; चालन, संवहन ओर विकिरण। चालन और संवहन में ऊष्मा का स्थानांतरण अणुओं की गति द्वारा होता है। अब हम यह समझने का प्रयास करते हैं कि यह कैसे होता है,



चित्र 12.1: धातु की छड़ में ऊष्मा चालन

चालन द्वारा ऊष्मा स्थानांतरण सामान्यतया ठोस पदार्थों में होता है। इसमें परमाणु आपस में कसकर बंधे होते हैं। गर्म किए जाने पर ये अपनी स्थान नहीं छोड़ सकते। वे अपनी साम्य स्थितियों के इर्द-गिर्द ही कम्पन कर सकते हैं। आइए हम समझने का प्रयत्न करें कि यदि एक ध ातु की छड़ को एक सिरे पर गर्म किया जाए तो परमाणुओं की गति किस प्रकार प्रभावित होती है (चित्र 12.1)। A सिरे के पास के परमाणु गर्म हो जाते हैं और उनकी गतिज ऊर्जा बढ़ जाती है। वे अपनी साम्य स्थिति के इर्द-गिर्द बढ़ी हुई गतिज ऊर्जा से कंपन करने लगते हैं और अपने समीपवर्ती अणुओं से सम्पर्क में होने से अपनी कुछ गतिज ऊर्जा उन तक पहुंचाते हैं, और ये परमाणु फिर अपने पड़ोसी परमाणुओं से टकराते हैं और कुछ गतिज ऊर्जा उन तक भेजते हैं। यह क्रम तब तक चलता रहता है जब तक कि गतिज ऊर्जा छड़ के दूसरे सिरे B तक स्थित परमाणुओं तक संचरित नहीं हो जातीं क्योंकि औसत गतिज ऊर्जा ताप के समानुपाती है। अत: B सिरा गर्म हो जाता है। इस प्रकार चालन द्वारा ऊष्मा परमाणु से परमाणु में होकर संचरित होती है। इस प्रक्रिया में परमाणुओं का स्थान परिवर्तन नहीं होता। ये केवल अपनी माध्य अवस्था के इर्द-गिर्द कंपन करते हैं तथा ऊर्जा को एक से दूसरे की ओर स्थानांतरित करते हैं।



चित्र 12.2: जल को गर्म करने पर उसमें संवहन धाराएं बनती हैं।

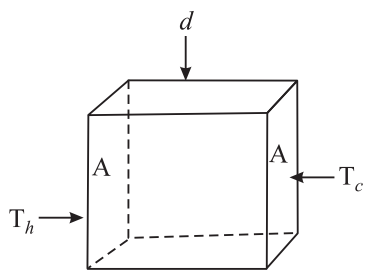
संवहन में तरल के अणु ऊष्मीय ऊर्जा ग्रहण करते हैं तथा ऊपर की ओर उठते हैं। इसे देखने के लिए, फ्लास्क में कुछ जल लें और इसकी तली पर पोटैशियम परमैंगनेट ($KMnO_4$) के कुछ कण डाल कर जल को गर्म करें। जैसे ही तली के पास का जल गर्म होता है यह फैलता है। इसका घनत्व कम हो जाता है, और उत्पलावन बल के कारण यह ऊपर सतह की ओर जाने लगता है (चित्र 12.2)। इसके स्थान पर ठंडा और अधिक घनत्व का जल आ जाता है। इस प्रकार

अधिक गर्म तरल की संवहन धारा ऊपर की ओर जाती है और ठंडा तरल द्रव नीचे जाता है। जल धीरे-धीरे गरम होने लगता है। ये संवहन धाराएं देखी जा सकती हैं क्योंकि ($KMnO_4$) के कारण ये लाल रंग की हो जाती है।

विकिरण में ऊष्मीय ऊर्जा तरंगों के रूप में प्रवाहित होती है। इन तरंगों के अभिलक्षणों के बारे में आप बाद में सीखेंगे। ये तरंगें निर्वात (Vaccum) से होकर गुजर सकती हैं और इनके संचरण के लिए किसी द्रव्य माध्यम की आवश्यकता नहीं होती है। सूर्य से प्राप्त होने वाली ऊष्मा अधिकांशत: विकिरण द्वारा ही हमें प्राप्त होती है। अब हम इन प्रक्रमों का विस्तृत अध्ययन करेंगे।

12.1.1 चालन

एक आयताकार गुटका जिसके अनुप्रस्थ काट का क्षेत्रफल A और मोटाई d है, पर विचार करें। इसके दो फलकों पर ताप T_h और T_c ($< T_h$) हैं, जैसा कि चित्र 12.3 में दर्शाया गया है। अब उन सभी कारकों पर विचार करते हैं जिन पर एक फलक से दूसरे फलक पर स्थानान्तरित ऊष्मा की मात्रा निर्भर करती है। हम सहजरूप से अनुभव कर सकते हैं कि क्षेत्रफल A जितना बड़ा दिया होगा उतनी ही अधिक ऊष्मा का स्थानान्तरण होगा ($Q \alpha A$) और मोटाई d जितनी अधिक होगी उतनी ही कम ऊष्मा स्थनान्तरित होगी ($Q \alpha l/d$)। ऊष्मा स्थानांतरण अधिक होगा यदि ($T_h - T_c$) फलकों के मध्य तापान्तर अधिक होगा। अंत में ऊष्मा स्थानान्तरित के लिए समय t जितना ही अधिक होगा उतना ही Q अधिक होगा।



चित्र 12.3 एक *d* मोटाई और *A* क्षेत्रफल वाले फलक के एक खंड में ऊष्मा चालन जबकि दो सिरों का ताप T_h और T_c है।

इस प्रकार $$Q \ \alpha \ \frac{A(T_h - T_c).t}{d}$$

$$Q = \frac{KA(T_h - T_c)t}{d} \qquad (12.1)$$

जहां पर K एक स्थिरांक है जो कि पदार्थ, जिससे गुटका बना है, की प्रकृति पर निर्भर करता है यह ऊष्मा चालकता गुणांक या सामान्यत: पदार्थ की ऊष्मा चालकता कहलाता है। किसी पदार्थ की ऊष्मा चालकता 1 सेकंड में स्थानांतरित हुई ऊष्मा की मात्रा है जबकि पदार्थ के अनुप्रस्थ काट का क्षेत्रफल 1 m^2 हो और मोटाई (लंबाई) 1 m हो और इसके दो फलकों के बीच का तापान्तर 1 K हो। ऊष्मा चालकता का SI मात्रक $Wm^{-1} K^{-1}$ है। कुछ पदार्थों के लिये K का मान सारणी (12.1) में दिया गया है।

उदाहरण 12.1 : बर्फ से भरा एक घनाकृति थर्मोकोल बॉक्स का पार्श्व 30 cm और मोटाई 5.0 cm है, यदि बाहरी ताप 45° C हो तो 6 घंटे में पिघलने वाली बर्फ की मात्रा ज्ञात कीजिए। (थर्मोकोल के लिए K = 0.01 J s^{-1} m^{-1} °C^{-1}, बर्फ की गलन की गुप्त ऊष्मा 335 J g^{-1} है।)

हल: समीकरण 12.1 की सहायता से बॉक्स में स्थानांतरित ऊष्मा, जो कि इसके एक फलक से गुजरती है, ज्ञात की जा सकती है,

$$Q = \frac{KA(T_h - T_c)t}{d}$$

$$= (0.01\ J\ s^{-1}\ m^{-1}\ \ ^\circ C^{-1}) \times (900 \times 10^{-4}\ m^2) \times (45\ ^\circ C) \times (6 \times 60 \times 60\ s) / (5 \times 10^{-2} m)$$

$$= 10496\ J$$

बॉक्स में से होकर गुजरने वाली कुल ऊर्जा

$$Q = 10496 \times 6\ J$$ (क्योंकि बॉक्स के 6 फलक होते हैं)

पिघली हुई बर्फ का द्रव्यमान m, Q को L से विभाजित करके ज्ञात किया जा सकता है।:

$$m = Q/L$$

$$= \frac{10496J}{335\ Jg^{-1}} \times 6$$

$$= 313 \times 6\ g = 1878\ g$$

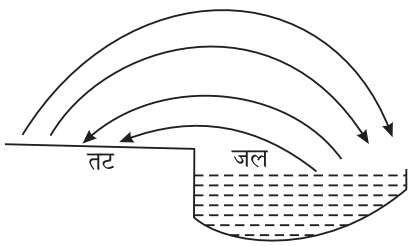
हम सारणी 12.1 से देख सकते हैं कि धातुएं ताँबा एवं एलुमीनियम की ऊष्मा चालकता अधिक होती है। इसका अर्थ यह हुआ कि ऊष्मा का प्रवाह ताँबे में अधिक सुगमता से होता है। यही कारण है कि खाना बनाने के बर्तन और गर्म करने के लिए बर्तन ताँबे के बनाए जाते हैं। दूसरी ओर वायु और थर्मोकोल की ऊष्मा चालकता बहुत कम होती है। जिन पदार्थों का K कम होता है उन्हे कभी-कभी ऊष्मारोधी भी कहा जाता है। शीत ऋतु में हम ऊनी वस्त्र पहनते हैं क्योंकि ऊन के तंतुओं में फंसी वायु हमारे शरीर से निकलने वाली ऊष्मा की हानि को रोकती है। रूकी हुई ऊष्मा के कारण हम गर्माहट महसूस करते हैं यदि सूती कपड़े एक के ऊपर एक पहने जाएं तो परतों के बीच फंसी वायु की परत हमारे शरीर की गर्मी को बनाए रखती हैं। गर्मी के दिनों में, बर्फ की एक शिला को गलने से बचाने के लिये हम थर्मोकोल से बने बॉक्स में रखते हैं। कभी-कभी हम बर्फ की शिला को जूट (पटसन) की थैली में रखते हैं जिसकी ऊष्मा चालकता भी कम होती है।

सारणी 12.1: कुछ पदार्थों की ऊष्मा चालकता

पदार्थ	ऊष्मा चालकता ($Wm^{-1} K^{-1}$)
तांबा	400
एलुमीनियम	240
कंक्रीट	1.2
काँच	0.8
पानी	0.60
बॉडी टेल्क	0.20
वायु	0.025
थर्मोकोल	0.01

12.1.2 संवहन

यह एक साधारण अनुभव है कि गर्मियों में दिन के समय में झील या समुद्र के किनारे घूमते हुए हमें शीतल हवा का अनुभव होता है। क्या आप इसका कारण बता सकते हैं? आइए इसके विषय में ज्ञात करें:



चित्र 12.4 संवहन धारायें, समुद्र तट से गर्म हवा ठंडे जल की ओर प्रवाहित होती है। समुद्र से तट की ओर प्रवाहित होने वाली संवहन धारायें ठंडी हवा के रूप में महसूस की जाती हैं।

झील या समुद्र के पानी की सतह से लगातार वाष्पीकरण के कारण इसका (जल का) ताप कम हो जाताहै। समुद्र के किनारे से गर्म वायु ऊपर उठती है। (चित्र 12.4)। इससे समुद्र तट पर निम्न दाब का क्षेत्र बन जाता है, और जल सतह से ठंडी वायु किनारे की ओर बहने लगती है। इन संवहन धाराओं का कुल प्रभाव यह है कि गर्म तट से ऊष्मा का स्थानांतरण ठंडे जल की ओर हो जाता है। ऊष्मा स्थानांतरण की दर अनेक कारकों पर निर्भर करती है। चालन की तरह संवहन के लिये कोई सरल समीकरण नहीं है। फिर भी संवहन द्वारा ऊष्मा के स्थानान्तरण की दर दोनों पृष्ठों के बीच तापों के अंतर और इन पृष्ठों के क्षेत्रफल पर भी निर्भर करती है

आइए अब इस बात की जांच करें कि ऊष्मा संचरण की विधियों के बारे में आपने कितना ज्ञान प्राप्त किया।

12.1.3 विकिरण

किसी पिंड की सतह से ऊर्जा के सतत उत्सर्जन को विकिरण कहा जाता है। इस ऊर्जा को विकिरण ऊर्जा कहा जाता है और यह विद्युत चुम्बकीय तरंगों के रूप में होती है। ये तरंगे प्रकाश वेग (3×10^8 m s^{-1}) से गमन करती है और ये निर्वात और वायु में से होकर संचरित हो सकती हैं। पॉलिश की गई सतहों से ये आसानी से परावर्तित होती हैं तथा लेन्स के प्रयोग से संकेन्द्रित होती हैं।

सभी पिंडों से उत्सर्जित होने वाले विकिरण उनके ताप के अभिलक्षण होते हैं। सूर्य 6000 K पर मुख्य रूप से दृश्य स्पेक्ट्रम में ऊर्जा का उत्सर्जन करता है। पृथ्वी से 295 K के आदर्श विकिरण ताप पर ऊर्जा का उत्सर्जन होता है। यह मुख्यत: विद्युत चुम्बकीय स्पेक्ट्रम के अवरक्त (Infrared) (ऊष्मीय) क्षेत्र में उत्सर्जित होती है। मानव शरीर से भी अवरक्त क्षेत्र में ऊर्जा का उत्सर्जन होता है।

अब हम एक साधारण प्रयोग करते हैं। एक अंधेरे कमरे में काले रंग का प्लेटिनम तार लें। इससे होकर विद्युतधारा प्रवाहित करें। आप पाएंगे कि तार गरम हो जाता है। धीरे-धीरे विद्युतधारा का परिमाण बढ़ाइए। कुछ समय बाद तार से विकिरण का उत्सर्जन प्रारम्भ हो जाता है। इसमें

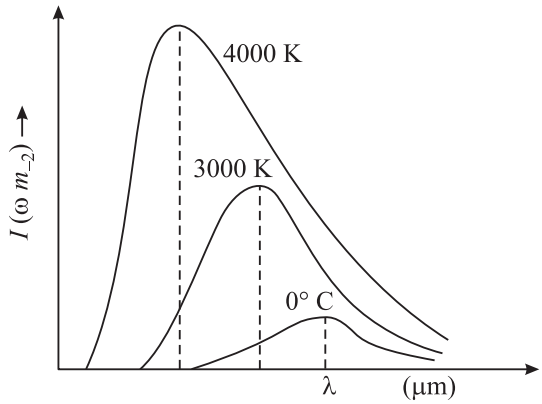
यदि आप थोड़ी और अधिक विद्युतधारा प्रवाहित करें तो तार फीके लाल रंग से दीप्त (glow) हो जाता है। यह दर्शाता है कि तार से लाल रंग का विकिरण हो रहा है जिसकी तीव्रता इतनी है कि हमारे नेत्रों पर इसका प्रभाव पड़ता है। यह लगभग 525° C पर होता है। ताप को और अधिक बढ़ाने पर तार का रंग फीके लाल से बदलकर चेरी लाल (लगभग 900°C) हो जाता है और लगभग 1100° C पर नारंगी, 1250° C के लगभग पीला और 1600° C के लगभग सफेद हो जाता है। इससे आप क्या निष्कर्ष निकालते हैं? यह दर्शाता है कि किसी दीप्त पिंड का ताप इसके रंग से आंका जा सकता है। और ताप बढ़ाने से लघुत्तर तरंगदैर्ध्य की अधिक तरंगे, तप्त पिण्ड से पर्याप्त मात्रा में उत्सर्जित होती हैं। इसके विपरीत आप तर्क कर सकते हैं कि जब तार का ताप 525°C के नीचे होता है तो यह लाल की अपेक्षा अधिक लम्बी तरंगों को उत्सर्जित करता है लेकिन इन तरंगों का ताप संसूचन उनके तापन प्रभाव (heating effect) से ही किया जा सकता है।

पाठगत प्रश्न 12.1

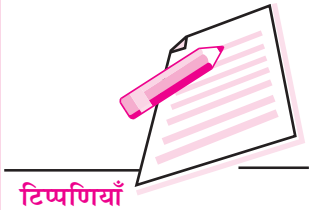
1. चालन और संवहन में अन्तर स्पष्ट करें।
2. जाँच करें कि K का मात्रक $Js^{-1}\ m^{-1}\ °C^{-1}$ है।
3. मनुष्य सर्दी में अपने को ऊनी वस्त्र से क्यों ढके रहता है?
4. एक घनाकार टुकड़ा जिसकी सतह का क्षेत्रफल $1\ m^2$ और मोटाई 1 m है, एक ऐसे पदार्थ का बना है जिसका ऊष्मा चालकता गुणांक K है। इस टुकड़े के विपरीत फलकों के ताप में 1° C का अंतर रखा गया है। एक सेकन्ड में सतह से होकर स्थानांतरित ऊर्जा परिकलित कीजिए और K की आंकिक परिभाषा दीजिए।
5. गर्मी की ऋतु में दिन के समय भूमि काफी गर्म हो जाती है लेकिन समुद्र के ऊपर की वायु इतनी गर्म नहीं होती। इस कारण समुद्र-समीर चलना प्रारम्भ हो जाती हैं। व्याख्या करें।

12.2 विकिरण के नियम

किसी ताप पर, पिंड द्वारा उत्सर्जित ऊर्जा विभिन्न तरंगदैर्ध्य की तरंगों का मिश्रण होती है। इन तरंगों की सबसे तीव्र एक विशिष्ट तरंगदैर्ध्य (मान लीजिए λ_m) होती है। 400 °C, पर ताँबे के ब्लॉक के लिये λ_m लगभग 5×10^{-4} cm या 5 μm होता है (1 μ = 10^{-6}m)। इस मान से अधिक या कम तरंगदैर्ध्य पर तीव्रता घट जाती है (चित्र 12.5)।



चित्र 12.5: विभिन्न तापों पर कृष्णिका से उत्सर्जित विकिरणों की तीव्रता का तरंगदैर्ध्य के साथ विचरण



स्पष्ट रूप से प्रत्येक वक्र और क्षैतिज अक्ष के बीच के क्षेत्रफल से किसी नियत ताप पर कुल विकिरण दर की जानकारी मिलती है। आप चित्र 12.5 में दर्शाए वक्रों को देख सकते हैं और निम्न दो तथ्यों की जांच कर सकते हैं;

1) किसी एक निश्चित ताप (प्रत्येक वक्र और क्षैतिज अक्ष के बीच के क्षेत्रफल द्वारा दर्शाए गए) पर विकिरण की दर ताप के साथ तेजी से बढ़ती है।

2) प्रत्येक वक्र के लिए ऊर्जा की एक अधिकतम सीमा है और उसके अनुरूप तरंगदैर्ध्य λ_m (अर्थात सबसे तीव्र तरंग का तरंगदैर्ध्य) है। λ_m ताप में वृद्धि के साथ छोटे तरंगदैर्ध्य की ओर विस्थापित होती है।

इस दूसरे तथ्य को मात्रात्मक रूप से **वीन के विस्थापन का नियम** कहते हैं।

इस नियम का कथन है कि वस्तु का ताप बढ़ने से λ_m लघुत्तर तरंगदैर्ध्य की ओर विस्थापित होती है। यह नियम सही अर्थ में केवल आदर्श कृष्णिकाओं के लिए मान्य है। गणितीय रूप में

$$\lambda_m T = \text{नियतांक} \qquad (12.2)$$

समीकरण 12.2 में नियतांक का मान 2.884×10^{-3} mK पाया गया है। इस नियम से हमें सभी विकिरणकारी पिंडो (खगोलीय पिंडों सहित) के ताप के निर्धारण की सरल विधि का पता चलता है। $\lambda_m = 14$ micron (माइक्रॉन) पर चन्द्रमा के विकिरण स्पेक्ट्रम का शीर्ष है। समीकरण (12.2) प्रयोग करने पर

$$T = \frac{2884 \text{ माइक्रॉन K}}{14 \text{ माइक्रॉन}} = 206 \text{ K}$$

अर्थात् चन्द्र तल का ताप 206 K है।

विल्हेल्म वीन

(1864 – 1928)

1911 में नोबेल पुरस्कार से अलंकृत, विल्हेल्म वीन पूर्वी प्रसिया के एक जमींदार के पुत्र थे। प्रसिया में स्कूली शिक्षा के बाद वे कॉलेज की पढ़ाई के लिये जर्मनी गए। बर्लिन विश्वविद्यालय में उन्होंने महान भौतिक शास्त्री हेल्महोल्ज के मार्गदर्शन में अध्ययन किया और प्रकाश के धात्वीय सतहों से विवर्तन के लिए उन्हें 1886 में डाक्टरेट की उपाधि मिली। उनकी व्यावसायिक जीवनवृत्ति बड़ी शानदार थी। 1896 में वे फिलिप लेनार्ड के बाद ऐकस-ला-चेपेल में प्रोफेसर बने। 1899 में वे गीसेन (Giessen) विश्वविद्यालय में भौतिक शास्त्र के प्रोफेसर बने। 1900में वे वुजवर्ग में डब्ल्यू. सी. रून्टगेन (W.C. Roentgen) के उत्तराधिकारी बने। 1902 में उन्हें लीपजिग (Leipzig) विश्वविद्यालय में ल्युडविग बोल्टजमान और 1906 में बर्लिन विश्वविद्यालय में ड्रड (Drude) का स्थान सौंपा गया जिन्हें इन्होंने अस्वीकार कर दिया। 1920 में उन्हें मुनीच में भौतिकी का प्रोफेसर नियुक्त किया गया और ये अपने जीवन के अंतिम समय तक वहीं रहें।

12.2.1 किरखोफ का नियम

जैसा कि पहले बताया जा चुका है कि जब किसी द्रव्य पर विकिरण पड़ता है तो इसका कुछ अंश परावर्तित, कुछ अंश अवशोषित और कुछ अंश पारगत होता है। यदि किसी सतह पर एक विशेष तरंगदैर्ध्य के लिए मान लें कि r_λ , a_λ और t_λ क्रमशः परावर्तित ऊर्जा, अवशोषित ऊर्जा और पारगत अंश हों तो

$$1 = r_\lambda + a_\lambda + t_\lambda \qquad (12.3)$$

कोई पिंड आदर्श कृष्णिका कहलाती है यदि $r_\lambda = t_\lambda = 0$ और $a_\lambda = 1$। अतः आदर्श कृष्णिका पर आपतित विकिरण पूर्णतया अवशोषित हो जाते हैं। काजल को किसी हद तक आदर्श कृष्णिका माना जा सकता हे। प्रकृति में आदर्श कृष्णिका का अस्तित्व नहीं है। काजल दीर्घ तरंगदैर्ध्य का प्रकाश पारगत करती है। काजल दृश्य प्रकाश के 96% को और प्लैटिनम ब्लैक 98% को अवशोषित करता है।

इसके विपरीत **आदर्श श्वेत पिंड** की परिभाषा इस प्रकार की जाती है कि यह वह पिंड है जिसके लिए $a_\lambda = 0, t_\lambda = 0$ और $r_\lambda = 1$ होता है। श्वेत खड़िया के टुकड़े को किसी हद तक आदर्श श्वेत पिंड कह सकते हैं।

इसका आशय यह हुआ कि अच्छे उत्सर्जक अच्छे अवशोषक भी होते हैं। लेकिन क्योंकि कोई भी वस्तु अपने पर आपतित उत्सर्जित ऊर्जा को या तो अवशोषित करती है या परावर्तित, एक अच्छा अवशोषक एक अल्प परावर्तक (अथवा अच्छा उत्सर्जक) होता है।

कृष्णिका की अभिकल्पना (डिजाइनिंग)

किरखोफ के नियम के प्रयोग से हम एक पूर्ण कृष्णिका का निर्माण प्रायोगिक प्रयोजनों के लिए करने में सक्षम होते हैं। हम एक स्थिर ताप पर अंतः क्षेत्र लेते हैं जिसमें एक स्थिर ताप में λ से $\lambda + d\lambda$ के बीच की तरंगदैर्ध्य हैं। अब हम इस अंतः क्षेत्र (enclosure) में एक छेद करते है और इससे बाहर निकलने वाले विकिरण की जांच करते हैं। यह विकिरण अंतःक्षेत्र की दीवारों से अनेकों बार परावर्तित होता है। अतः यदि सतह की परावर्तक क्षमता r_λ और उत्सर्जक क्षमता e_λ हो तो, इसमें से निकलने वाला कुल विकिरण निम्न भांति दर्शाया जाता है।

$$E_\lambda = e_\lambda + e_\lambda r_\lambda + e_\lambda r_\lambda^2 + e_\lambda r_\lambda^3 + ... = e_\lambda (1 + r_\lambda + r_\lambda^2 + r_\lambda^3 + ...)$$

$$= \frac{e_\lambda}{1 - r_\lambda} \qquad (12.4)$$

लेकिन किरखोफ के नियम के अनुसार $\frac{e_\lambda}{a_\lambda} = E_\lambda$

$$e_\lambda = E_\lambda a_\lambda \qquad (12.5)$$

जहां E_λ कृष्णिका से उत्सर्जन है। अब यदि दीवारों को अपारदर्शक (opaque) मान लें तो समीकण (12.3) को हम इस प्रकार लिख सकते हैं।

$$a_\lambda = 1 - r_\lambda \qquad (12.6)$$

समीकरण (12.5) में मान रखने पर, हमें प्राप्त होता है

$$e_\lambda = E_\lambda (1 - r_\lambda)$$

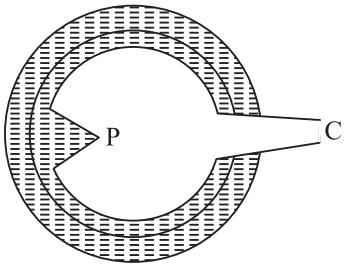
या

$$E_\lambda = \frac{e_\lambda}{1 - r_\lambda} \qquad (12.7)$$

समीकरण (12.4) और (12.7) की तुलना करने पर हम पाते हैं कि किसी छिद्र से निकलने वाला विकिरण पूर्णतया कृष्ण उत्सर्जक सतह के लगभग समरूप होगा। छिद्र जितना ही छोटा होता है उतना ही निर्गत विकिरण आदर्श कृष्णिका के विकिरण के निकट होता है।

अत: हम पाते हैं कि–एकसमान रूप से गर्म अंत:क्षेत्र जिसमें कि एक छोटी सी गुहा (Cavity) हो तो वह उत्सर्जन के लिये एक कृष्णिका की भांति व्यवहार करता है।

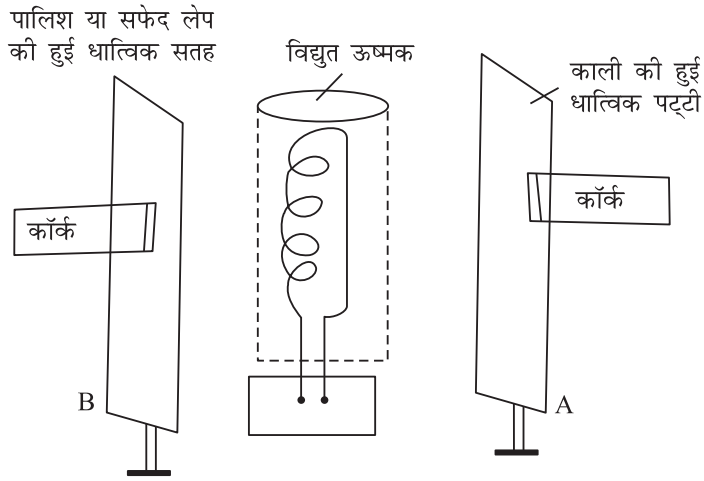
ऐसा अत:क्षेत्र आपतित विकिरण के लिए भी एक पूर्ण कृष्णिका की भांति व्यवहार करता हैं। छिद्र में से होकर अन्दर प्रवेश करने वाली किरण अंत: क्षेत्र के भीतर परावर्तित होती रहेगी तथा बाहर नहीं निकल पाएगी। इस अंत:क्षेत्र के तल को काला करके और सुधारा जा सकता है। अत: एक अंत:क्षेत्र एक पूर्ण अवशोषक है और एक पूर्ण कृषिका की भांति व्यवहार करता है। चित्र 12.6 फेरी की कृष्णिका को दर्शाता है। इसमें एक खोखले गोले के रूप में एक गुहा है जिसके अन्दर के भाग को काले पदार्थ से लेपित किया गया है। इसमें एक छोटा शंक्वाकार द्वार O है। छिद्र O के सामने एक शंकु प्रक्षेप P है। यह छिद्र के सामने की सतह से विकिरणों को वापस आने से रोकता है, अन्यथा यह पूर्ण कृष्णिका की भांति व्यवहार नहीं करेगी।



चित्र 12.6: फेरी की कृष्णिका

क्रियाकलाप 12.1

आप पढ़ चुके हैं कि काली सतह एक चमकदार सफेद सतह की अपेक्षा शीघ्रतापूर्वक ऊष्मा विकिरणों का अवशोषण कर लेती है। इस प्रभाव को देखने के लिए आप निम्नलिखित प्रयोग कर सकते हैं। दो धात्विक प्लेटें A और B लीजिए। A की एक सतह को काला करें और B की एक सतह को चमकदार बनाएं। एक इलैक्ट्रिक हीटर (विद्युत ऊष्मक) लें। इन्हें ऐसे व्यवस्थित करें कि काली सतह और चमकदार सफेद सतह हीटर के सामने हों और हीटर से समान दूरी पर हों। एक-एक कॉर्क को मोम के सहारे से बिना लेप लगाए पृष्ठ पर चिपकाएं।



चित्र 12.7 एक काली व एक चमकदार सतह द्वारा ऊष्मा अवशोषण में अंतर दिखाने के लिए प्रयोग

विद्युत हीटर को ऑन कीजिए। क्योंकि दोनों प्लेटें समरूप और समान दूरी पर रखी हैं, अत: वे समान मात्रा में हीटर से विकिरण प्राप्त करती हैं। आप पाएंगे कि काली पट्टी पर लगी कार्क पहले गिरती है। ऐसा इसलिये होता है क्योंकि काली सतह सफेद सतह से अधिक ऊष्मा अवशोषित करती है। यह सिद्ध करता है कि काली सतह विकिरण की अच्छी अवशोषक हैं।

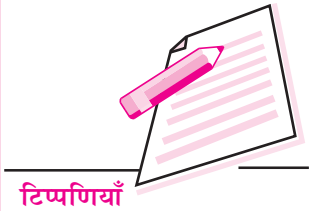
12.2.2 उत्सर्जन एवं अवशोषण क्षमता

समान तापमान पर भिन्न-भिन्न वस्तुएं भिन्न-भिन्न परिमाण में तापीय ऊर्जा का उत्सर्जन करती हैं। किसी गर्म वस्तु की विकरणों का उत्सर्जन करने की क्षमता को उसकी उत्सर्जन क्षमता कहते हैं। किसी विशेष तापमान पर विकरणों का उत्सर्जन करने वाली वस्तु द्वारा ईकाई पृष्ठ क्षेत्रफल से एक सेकन्ड में उत्सर्जित कुल ऊर्जा उसकी कुल उत्सर्जन-क्षमता कहलाती है। यह इस बात पर भी निर्भर करती है कि पिंड का तापमान आस पास के तापमान की अपेक्षा कितना अधिक है। इसका मात्रक है $Jm^{-2}s^{-1}$। समान तापमान पर कृष्णिका की कुल उत्सर्जन-क्षमता का मान अधिकतम (E_b) होता है। समान ताप पर किसी वास्तविक वस्तु की उत्सर्जन-क्षमता (E) एवं कृष्णिका की उत्सर्जन-क्षमता का अनुपात उत्सर्जकता (ε) कहलाती है। अत: उत्सर्जकता,

$$\varepsilon = \frac{E}{E_b}$$

अथवा

$$E = \varepsilon E_b$$



E एवं E_b के मान तापमान पर निर्भर करते हैं। किसी पिंड की उत्सर्जकता नियत नहीं होती, तापमान के साथ इसमें अल्प परिवर्तन होता है।

जब किसी वस्तु पर विकरित ऊर्जा पड़ती है तो इसका कुछ भाग अवशोषित हो जाता है। विकरित ऊर्जा को अवशोषित करने की वस्तु की क्षमता को अवशोषण क्षमता कहते हैं। कुल अवशोषण क्षमता अवशोषित एवं आपतित ऊर्जा का अनुपात होती है। अवशोषण क्षमता (a) आपतित ऊर्जा का अवशोषित भिन्नात्मक अंश है। कृष्णिका के लिए $a = 1$.

कभी-कभी एक दिए गए तरंगदैर्ध्य की ऊर्जा के अवशोषण के बारे में जानना बड़ा रोचक होता है। ऐसी स्थिति में स्पेक्ट्रमी अवशोषण क्षमता a_λ का उपयोग किया जाता है। अत: कृष्णिका के लिए स्पेक्ट्रमी अवशोषण क्षमता $a_{b\lambda} = 1$

प्रायोगिक तौर पर यह ज्ञात है कि ऊष्मीय विकरणों का अच्छा उत्सर्जक अच्छा अवशोषक भी होता है। इसका अर्थ है कि उत्सर्जन-क्षमता एवं अवशोषण-क्षमता में एक निकट संबंध है।

12.2.3 स्टीफन बोल्ट्समान नियम

प्रायोगिक मापनों के आधार पर स्टीफन और बोल्ट्समान ने यह निष्कर्ष निकाला कि किसी सतह से प्रति सेकण्ड विकिरित ऊर्जा ताप की चतुर्थ धातु के समानुपाती होती है।

$$E = Ae\sigma T^4 \qquad (12.8)$$

जहाँ पर σ स्टीफन बोल्ट्समान नियतांक है और इसका मान 5.672×10^{-8} J m^{-2} s^{-1} K^{-4} है। T केल्विन में व्यक्त ताप, e = उत्सर्जकता या आपेक्षिक उत्सर्जकता कहलाती है और पृष्ठ की प्रकृति और ताप पर निर्भर करती है। e का मान 0 और 1 के मध्य है; पॉलिश की हुई सतह के लिए अल्प और आदर्श कृष्ण पदार्थों के लिये इसका मान 1 है।

समीकरण (12.8) से आप यह सोच सकते हैं कि यदि सभी पिंडों की सतहें लगातार विकिरण ऊर्जा उत्सर्जन करती हों तो अंततोगत्वा सभी पिंड अपनी सम्पूर्ण आन्तरिक ऊर्जा को विकरित करके परम शून्य ताप तक ठंडी क्यों नहीं हो जाती। यदि किसी ओर विधि से ऊर्जा की आपूर्ति न हो तो पिंड परम शून्य ताप तक ठंडी हो जाएंगी। वास्तव में सभी पिंड विकिरण ऊर्जा का विकिरण और अवशोषण दोनों क्रियाएं एक ही समय करते हैं। यदि किसी पिंड का ताप अपने आस पास के ताप के बराबर होता है तो उत्सर्जन दर एवं अवशोषण दर समान होती हैं। इस प्रकार ऊर्जा का कुल मान अपरिवर्तित रहता है और ताप में परिवर्तन नहीं होता है। अगर पिंड का ताप अपने आस-पास के वातावरण के ताप से कम हो तो अवशोषण की दर उत्सर्जन की दर की अपेक्षा अधिक होगी। पिंड के ताप में तब तक वृद्धि होती रहेगी जब तक कि पिंड का ताप कक्ष के ताप के तुल्य है। यदि पिंड का ताप अधिक है तो उत्सर्जन दर अवशोषण दर से अधिक होगी। एक नेट ऊर्जा की हानि होती है। अत: यदि पिंड का ताप T_1 और वातावरण का ताप T_2 हो तो प्रति सेकेंड नेट ऊर्जा हानि

$$E_{net} = Ae\sigma\,(T_1^4 - T_2^4), \quad \text{जहाँ } T_1 > T_2 \qquad (12.5)$$

उदाहरण 12.2 : 3000 K ताप पर 100W के तापदीप्त लैंप (incandescent lamp) के तंतु का पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए ($\sigma = 5.7 \times 10^{-8}$ W m^{-2} K^{-4} तथा तंतु की उत्सर्जकता $e = 0.3$)

हल: स्टीफन बोल्ट्समान नियम के अनुसार

$$E = eA\sigma T^4$$

जहां E उत्सर्जित ऊर्जा दर = 100W, A, पृष्ठीय क्षेत्रफल तथा T, पृष्ठ का ताप = 3000 K

अत:

$$A = \frac{E}{e\sigma T^4}$$

$$A = \frac{100\ \text{W}}{0.3 \times 5.7 \times 10^{-8}\ \text{Wm}^{-2}\ \text{K}^{-4} \times (3000\text{K})^4}$$

$$= 7.25 \times 10^{-5}\ \text{m}^2$$

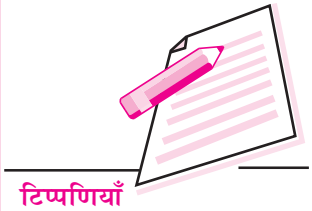
अब आपके द्वारा अर्जित ज्ञान की जांच का समय है।

पाठगत प्रश्न 12.2

1. 300K ताप पर गुहिका विकिरक (Cavity radiator) किस तरंगदैर्ध्य के लिये अधिकतम विकिरण उत्सर्जित करता है?
2. ग्रीष्म ऋतु में हल्के रंग के कपड़े क्यों पहनते हैं?
3. कृष्णिका विकिरण के स्पेक्ट्रम के प्रायोगिक अध्ययन से कौन से महत्वपूर्ण तथ्य प्राप्त होते हैं?
4. किसी व्यक्ति की त्वचा का ताप 28 ºC है और वह 22 ºC ताप वाले कमरे में विद्यमान है। मान लीजिए इस व्यक्ति की त्वचा की उत्सर्जकता एक हो और शरीर का पृष्ठीय क्षेत्रफल 1.9 m^2 हो तो व्यक्ति की विकिरण क्षमता ज्ञात कीजिए।
5. किसी पिंड की उत्सर्जन क्षमता एवं अवशोषण क्षमता की परिभाषा कीजिए। आदर्श कृष्णिका क्या होती है?

12.3 सौर ऊर्जा

आपने अपनी पूर्ववर्ती कक्षाओं में सीखा कि सूर्य पृथ्वी को उपलब्ध होने वाली समस्त ऊर्जा का परम स्रोत है। सूर्य बहुत अधिक मात्रा में प्रकाश एवं ऊष्मा ऊर्जा के रूप में ऊर्जा का उत्सर्जन कर रहा है और पृथ्वी द्वारा प्राप्त किया अल्पांश विकिरण भी पृथ्वी की सतह पर पाए जाने वाले सभी प्राणियों की आवश्यकता पूर्ति के लिये पर्याप्त है।अत: सौर ऊर्जा का प्रभावशाली उपयोग, किसी दिन हमारे ऊर्जा संकट का हल प्रदान करेगा।



सौर विकिरण से जुड़े कुछ विषयों पर नीचे विवेचन किया जा रहा है।

1. सौर नियतांक

पृथ्वी पर पहुंचने वाली कुल सौर ऊर्जा की गणना के लिए हम सर्वप्रथम इकाई क्षेत्रफल में प्रति सेकन्ड प्राप्त की गई ऊर्जा का निर्धारण करते हैं। इस ऊर्जा को सौर नियतांक कहते हैं। पृथ्वी के लिए सौर नियतांक का मान 1.36×10^3 W m^{-2} है।

सौर नियतांक को पृथ्वी के पृष्ठ क्षेत्र से गुणा करने पर हमें पृथ्वी द्वारा प्रति सेकन्ड प्राप्त की गई ऊर्जा की मात्रा प्राप्त हो जाएगी। गणितीय रूप से

$$Q = 2\pi R_e^2 C$$

जहाँ पर R_e पृथ्वी की त्रिज्या और C सौर नियतांक है,

यहाँ ध्यान दें कि पृथ्वी की सतह का आधा भाग ही लिया गया है क्योंकि एक समय में केवल इतना ही भाग प्रकाशित होता है।

$$Q = 2 \times 3.14 \times (6.4 \times 10^6 \text{ m})^2 \times (1.36 \times 10^3 \text{ W m}^{-2})$$

$$\simeq 3.5 \times 10^{17} \text{ W}$$

$$\simeq 3.5 \times 10^{11} \text{ MW}$$

सौर परिवार के अन्य ग्रहों के लिए सौर नियतांक का मान ज्ञात करने के लिए हम स्टीफन बोल्ट्समान नियम का प्रयोग कर सकते हैं जो कि सूर्य द्वारा 1 सेकन्ड में उत्सर्जित कुल ऊर्जा का मान देता है।

$$\in = (4\pi r^2)\, \sigma T^4$$

जहां पर r सूर्य की त्रिज्या और T इसका ताप है।

यदि R ग्रह के कक्ष की त्रिज्या हो तो

$$E = \frac{\in}{4\pi R^2} = \left(\frac{r}{R}\right)^2 \sigma T^4 \qquad (12.6)$$

और सूर्य से R′ दूरी पर परिक्रमा करते हुए किसी अन्य ग्रह का सौर नियतांक

$$E' = \left(\frac{r}{R'}\right)^2 \sigma T^4 \qquad (12.7)$$

अतः

$$\frac{E'}{E} = \left(\frac{R}{R'}\right)^2 \qquad (12.8)$$

मंगल ग्रह की सूर्य से दूरी पृथ्वी से सूर्य की दूरी की 1.52 गुना है। इसलिये मंगल के लिए सौर नियतांक

$$E' = E \times \frac{1}{1.52}^{2}$$

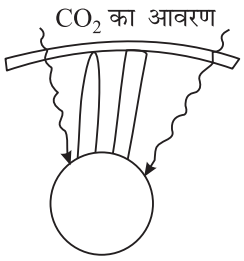
$$= 6 \times 10^{2}\ \text{W m}^{-2}$$

2. ग्रीन हाउस प्रभाव

पृथ्वी पर जीवन को फलने-फूलने के लिये उचित मात्रा में सौर विकिरण उपलब्ध होना आवश्यक है। पृथ्वी का वायुमण्डल प्राणियों को एक आरामदेह तापमान प्रदान करने में एक महत्वपूर्ण भूमिका निभाता है। इनमें से एक प्रक्रिया जिसके कारण यह होता है ग्रीन हाउस प्रभाव कहलाती है।

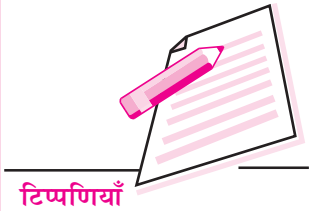
एक ग्रीन हाउस में पौधे, फूल, घास आदि कांच के बने हुए एक ढांचे में परिबद्ध किए जाते हैं। कांच में से होकर लघु तरंगदैर्ध्य विकिरण अन्दर जा सकते है। यह विकिरण पौधों द्वारा अवशोषित कर लिये जाते हैं। तत्पश्चात् यह विकिरण अपेक्षाकृत दीर्घ तरंदैर्ध्य विकिरण ग्रीन हाउस के काँच से बाहर नहीं जा सकते हैं। दीर्घ तरंगदैर्ध्य विकिरण ग्रीन हाउस के कांच से बाहर नहीं जा सकते क्योंकि कांच ऊष्मा के लिए प्रभावी रूप से अपारदर्शी (opaque) है। ये ऊष्मा विकिरण इस प्रकार ग्रीन हाउस में कैद हो जाते हैं और उसे कोष्ण (Warm) बनाए रखते हैं।

इसी प्रकार का एक प्रभाव हमारे वायुमण्डल में होता है। वायुमण्डल में थोड़े से अंश में कार्बन डाई ऑक्साइड होती है जो कि दृश्य प्रकाश के लिये पारदर्शी होती है। सूर्य का प्रकाश वायुमण्डल से गुजरता हुआ पृथ्वी की सतह पर पहुंचता है। पृथ्वी इस प्रकाश का अवशोषण करती है और तत्पश्चात् इसे अवरक्त विकिरण के रूप में उत्सर्जित करती है। लेकिन वायु में विद्यमान कार्बन डाईऑक्साइड अवरक्त विकिरण के लिए अपारदर्शी होती है। CO_2 इन विकिरणों को वायुमण्डल के बाहर नहीं निकलने देती वरन उन्हें वायुमण्डल में ही वापस परावर्तित कर देती है। जिसके फलस्वरूप पृथ्वी के ताप में वृद्धि हो जाती है। इस प्रभाव को ग्रीनहाउस (हरित कक्ष) प्रभाव कहते हैं।



चित्र. 12.8 :ग्रीन हाउस प्रभाव

विकसित एवं विकासशील देशों द्वारा वायुमण्डल में बहुत अधिकमात्रा में कार्बन डाईऑक्साइड का उत्सर्जन किए जाने से ग्रीन हाउस प्रभाव के कारण भूमण्डलीय ताप बढ़ता जा रहा है तथा मानव अस्तित्व के लिए गम्भीर समस्या उपस्थित हो गयी है। हाल ही में संयुक्त राष्ट्र संघ की एक रिपोर्ट में सभी राष्ट्रों से अपने कार्बन डाईऑक्साइड उत्सर्जन को कम करने की मांग की है क्योंकि ग्लेशियर्स (हिमनद) तेजी से सिकुड़ने लगे हैं। निकट भविष्य में इनके कारण कल्पना से परे विनाश हो सकता है जैसे मुख्य नदियों में बाढ़ का आ जाना, समुद्र तल का ऊंचा उठ जाना। हिमनदों के पिघल जाने से पानी का अभाव और भूमि का क्षरण बढ़ जाएगा जिसके कारण अन्न संकट भी उत्पन्न हो जाएगा। इसके अतिरिक्त मौसम का बदलता प्रतिरूप



(पैटर्न) कुछ क्षेत्रों में अकाल तथा सूखा तथा कुछ क्षेत्रों में बाढ़ की स्थिति उत्पन्न कर सकता है।

भारतीय संदर्भ में यह अनुमान लगाया गया है कि इस दिशा में समुचित कदम न उठाए जाने से सन् 2030 तक गंगा के मैदानी भाग में गम्भीर समस्याएं उत्पन्न हो जाएंगी और समुद्री तट के समीपवर्ती भाग जलमग्न हो जाएंगे। आप इस संभाव्य घटना को रोकने के लिए क्या योगदान दे सकते हैं?

12.4 न्यूटन का शीतलन नियम

न्यूटन के शीतलन के नियम के अनुसार ''किसी गरम वस्तु की शीतलन की दर वातावरण की अपेक्षा उसके ताप की अधिकता के अनुक्रमानुपाती होती है बशर्ते कि यह तापान्तर बहुत कम हो। इस नियम का नियमन स्टीफन बोल्ट्समान नियम के अनुसार किया जा सकता है।

माना एक निकाय T ताप पर है और इसके आसपास का ताप T_0 है, किसी गर्म वस्तु द्वारा प्रति इकाई क्षेत्रफल प्रति सेकन्ड ऊर्जा ह्रास

$$E = e\sigma(T^4 - T_0^4)A \qquad (12.9)$$

$$T^4 - T_0^4 = (T^2 - T_0^2)(T^2 + T_0^2) = (T - T_0)(T - T_0)(T^2 + T_0^2). \qquad (12.10)$$

अत:
$$E = e\sigma(T - T_0)(T^3 + T^2 T_0 + T T_0^2 + T_0^3)A$$

यदि $(T-T_0)$ अत्यल्प है तो T^3, T^2T_0, $T T_0^2$ और T_0^3 को T_0^3 माना जा सकता है,

अत:
$$E = e\sigma(T - T_0)\,4T_0^3 A$$
$$= k(T - T_0)$$

जहां पर $k = 4e\sigma T_0^3 A$ है, अत:

$$E \alpha (T - T_0) \qquad (12.11)$$

यह न्यूटन का शीतलन का नियम है।

पाठगत प्रश्न 12.3

1. पृथ्वी के 40 मीटर चौड़े और 50 मीटर लंबे क्षेत्र द्वारा सूर्य से प्राप्त की जाने वाली शक्ति का परिकलन कीजिए।
2. मानव द्वारा जीवाश्म ईंधनों की तेज खपत से पृथ्वी पर जीवन को क्या खतरे पैदा हो गये है?
3. एक द्रव के शीतलन वक्र का क्या आकार होगा?

आपने क्या सीखा है

- ऊष्मा उच्च ताप वाली वस्तु से निम्न ताप वाली वस्तु की ओर प्रवाहित होती है। ऊष्मा का स्थानान्तरण तीन प्रक्रमों द्वारा होता है चालन, संवहन और विकिरण।
- चालन में एक परमाणु/अणु से दूसरे परमाणु/अणु में ऊष्मा का स्थानांतरण होता है और ये परमाणु/अणु अपनी नियत स्थितियों में कंपन करते रहते हैं।
- संवहन में ऊष्मा का स्थानांतरण अणुओं के स्वयं के स्थानांतरण से होता है। विकिरण में ऊष्मा विद्युत चुम्बकीय तरंगों द्वारा संचरित होती है।
- चालन में स्थानांतरित हुई ऊष्मा की राशि का मान निम्न होता है:

$$Q = \frac{K(T_h - T_c)\ At}{d}$$

- **वीन का नियम :** ताप T (K) पर किसी वस्तु की विकिरण ऊर्जा के स्पेक्ट्रम का उच्चिष्ठ (maxima) तरंगदैर्ध्य λ_m इस प्रकार होता है कि $\lambda_m T$ = नियतांक (= 2880 μK)
- **स्टीफन वोल्ट्समान नियम :** T (K) पर विकिरण की दर निम्न समीकरण द्वारा दी जाती है।

$$E = e\sigma AT^4$$

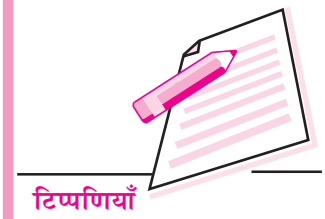
अवशोषक शक्ति निम्न प्रकार से परिभाषित की जाती है

$$\mathbf{a} = \frac{\text{तरंगदैर्ध्य } \lambda \text{ और } \lambda + d\lambda \text{ के बीच कुल अवशोषित ऊर्जा}}{\text{तरंगदैर्ध्य } \lambda \text{ और } \lambda + d\lambda \text{ के बीच कुल आपतित ऊर्जा}}$$

- किसी पृष्ठ की उत्सर्जक क्षमता e_λ किसी विशिष्ट ताप पर प्रति एकांक तरंगदैर्ध्य परास प्रति सेकन्ड प्रति वर्गमीटर क्षेत्रफल से उत्सर्जित होने वाली कुल ऊर्जा के बराबर होती है।
- पृथ्वी के लिए सौर नियतांक का मान $1.36 \times 10^3\ Jm^{-2}\ s^{-1}$ होता है।
- **न्यूटन का शीतलन नियम :** किसी वस्तु के शीतलन की दर वस्तु के और इसके वातावरण के तापमानों के अंतर के समानुपाती होती है अर्थात् $E \propto (T-T_0)$

पाठान्त प्रश्न

1. किसी थर्मस फ्लास्क में (चित्र 12.9) कांच की दोहरी दीवार वाली बोतल को एक धातु के धारक में बंद किया जाता है। बोतल में द्रव रखा जाता है जिसे हम एक निश्चित ताप पर बनाए रखना चाहते हैं। चित्र को ध्यानपूर्वक देखकर बताएं कि किस प्रकार थर्मस फ्लास्क की संरचना चालन, संवहन और विकिरण द्वारा ऊष्मा की हानि को रोकती है।



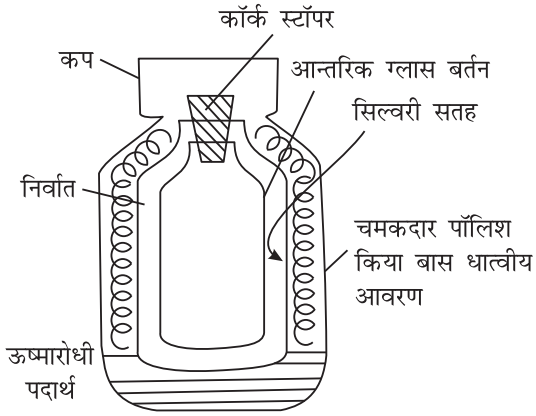


Fig. 12.9: थर्मस फ्लास्क

2. तारे से अधिकतम ऊर्जा उत्सर्जन को प्रदर्शित करने वाली तरंगदैर्ध्य 4000 A° है, तारे के ताप का परिकलन कीजिए ($1A° = 10^{-8}$ cm).

3. 2 cm त्रिज्या के काले रंग किए गए ठोस तांबे के गोले को निर्वातित अंत:क्षेत्र (enclosure) में रखा गया है जिसकी दीवारों का ताप 1000 °C पर रखा जाता है गोले को 127 °C ताप पर बनाए रखने के लिए इसे किस दर से ऊर्जा प्रदान की जानी चाहिए?

4. ''एक अच्छा अवशोषक एक अच्छा उत्सर्जक भी होता है,'' टिप्पणी करें।

5. 50 cm व्यास और 0.5 cm मोटाई की तली का एक तांबे का बर्तन एक बर्नर के ऊपर रखा है जो बर्तन की तली के पृष्ठ को 110 °C पर बनाए रखता है। तली द्वारा बर्तन के भीतर ऊष्मा का नियमित प्रवाह होता है जहाँ पानी वायुमण्डलीय दाब (Atmosphere pressure) पर उबलने लगता है। बर्तन की तली के अंदर के पृष्ठ का ताप 105° C रहता हैं। बताइए एक घंटे में कितने किलोग्राम पानी उबलेगा?

6. 'ऊष्मा चालकता गुणांक' की परिभाषा बताइए। यह गुणांक कौन-कौन से घटकों पर निर्भर करता है?

7. चालन और संवहन द्वारा ऊष्मा स्थानांतरण में क्या अन्तर है?

8. एक समान अनुप्रस्थ परिच्छेद क्षेत्रफल वाली दो या अधिक छड़ों को यदि श्रेणीबद्ध जोड़ दिया जाय तो सिद्ध कीजिए की इनका तुल्य तापीय प्रतिरोध प्रत्येक छड़ के तापीय प्रतिरोध के योग के बराबर होता है। (टिप्पणी–तापीय प्रतिरोध, ऊष्मा चालकता का व्युत्क्रम होता है)

9. विभिन्न पदार्थों की ऊष्मा चालकता गुणांक का अनुपात 4 : 3 है। एक समान मोटाई की इन पदार्थों की दो छड़ों का एक समान तापीय प्रतिरोध रखने के लिए इन छड़ों की लंबाइयों का अनुपात क्या होगा?

10. सर्दियों में स्वच्छ आकाश की अपेक्षा बादलों से आच्छादित आकाश वाली रात्रि में हम क्यों अपेक्षाकृत गरम अनुभव करते हैं?

11. यदि ताँबे या लोहे के और लकड़ी के टुकड़े एक ही ताप पर हों तो धातु का टुकड़ा छूने पर अपेक्षाकृत गरम क्यों लगता है?

12. चीनी मिट्टी के प्याले की अपेक्षा धातु के बने प्याले से गर्म चाय की चुस्की लेना क्यों अधिक कठिन है?

13. सूती कपड़ों की अपेक्षा ऊनी कपड़े अपेक्षाकृत क्यों अधिक गर्म होते हैं?

14. एक समान मोटाई वाले कपड़े की दो परत वाला कपड़ा इन परतों की दो गुना मोटाई वाले कपड़े की अपेक्षा अधिक गर्मी क्यों देता है?

15. क्या भू-उपग्रह के अंदर पानी संवहन विधि से उबाला जा सकता है?

16. 500 W के जलते विद्युत बल्ब से हम अपना एक हाथ 5 cm ऊपर रखते हैं और दूसरा हाथ बल्ब से 5 cm नीचे रखते हैं, ऊपर वाले हाथ में हमें अपेक्षाकृत अधिक गर्मी क्यों महसूस होती है?

17. एक समान विमाओं और साइज के दो बर्तन विभिन्न पदार्थों के बने हैं। 0ºC ताप की समान मात्रा की बर्फ इनमें भर दी जाती है। यदि बर्फ एक बर्तन में 25 मिनट में और दूसरे बर्तन में 20 मिनट में पूरी तरह पिघल जाती है तो दोनों बर्तनों की धातुओं की ऊष्मा चालकताओं की तुलना कीजिए।

18. 4.0 cm व्यास और 20.0 cm लंबी छड़ की ऊष्मीय प्रतिरोधकता ज्ञात कीजिए। ताँबे की ऊष्मा चालकता $= 4.2 \times 10^2\ \mathrm{Wm^{-1}\,K^{-1}}$ है; यदि छड़ के सिरों का तापान्तर = 50 ºC हो तो ऊष्मा प्रवाह की दर ज्ञात कीजिए।

पाठगत प्रश्नों के उत्तर

12.1

1. ठोस पदार्थों में चालन ऊष्मा का प्रमुख प्रकार है। जिसमें ठोस के कण अपने समीप के अणुओं को ऊर्जा स्थानांतरित करते हैं;

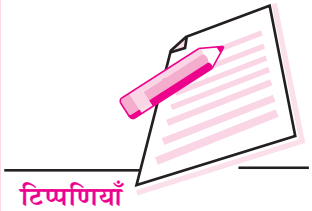
   संवहन में तरल के कण स्वयं उच्च ताप से निम्न ताप की ओर चलते हैं।

2. $$K = \frac{Qd}{t\,A\,(Q_2 - Q_1)}$$

   $$= \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{s}}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{m^2\,{}^\circ C}}$$

   $$= \mathrm{J\,s^{-1}\,m^{-1}\,{}^\circ C^{-1}}$$

3. ऊन के रेशों में फंसी वायु शरीर की गर्मी को बाहर निकलने से रोकती है और इस प्रकार पहनने वाले को गर्म रखती है।



4. ऊष्मा चालकता गुणांक आंकिक रूप से प्रति सेकन्ड एक घन के फलक के पृष्ठीय क्षेत्रफल $1\ m^2$ और मोटाई 1m से स्थानांतरित होने वाली ऊष्मीय ऊर्जा है जबकि उन दो फलकों के बीच 1^oC का तापान्तर है।
5. दिन के समय में जमीन जल की अपेक्षा अधिक गर्म हो जाती है। और समुद्र के ऊपर की हवा तट के ऊपर की हवा से अधिक ठंडी होती है। जमीन से गर्म हवा ऊपर की ओर उठती है और एक निम्न दाब का क्षेत्र विकसित हो जाता है। इसके कारण समुद्री नम हवा जमीन की ओर चलने लगती है। क्योंकि जल की विशिष्ट ऊष्मा धारिता रेत की विशिष्ट ऊष्मा धारिता से अधिक है। इसलिये रेत रात्रि में जल्दी ठंडी हो जाती है और जमीन से समुद्र की ओर हवा चलने लगती है।

12.2

1. $\lambda_m = \dfrac{\text{वीन नियतांक}}{\text{तापमान}} = \dfrac{2880\mu K}{300K}$

   $= 9.6\mu$
2. संकेत क्योंकि हल्के रंग ऊष्मा का अवशोषण कम करते हैं।
3. संकेत (a) $\lambda_m T = S$ (b) $t = \sigma T^4$
4. 66.4 W.

12.3

1. सौर नियतांक x क्षेत्रफल

   $= 2.7 \times 10^5$ W
2. हवा में लगातार कार्बन डाईऑक्साइड की मात्रा बढ़ने से ग्रीन हाउस प्रभाव बढ़ेगा जिसके कारण भूमण्डलीय ऊष्मण (global warming) और परिणाम स्वरूप हिमनदों के पिघलने की संभावना है, जिससे कि भूखण्ड में बाढ़ आ जाएगी।
3. चरघातांकी क्षय

पाठान्त प्रश्नों के उत्तर

2. 7210 K
3. 71.6×10^{-11} W
5. 4.7×10^5 kg
9. 3 : 4

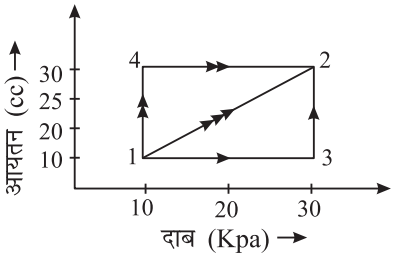
17. 4 : 5

18. 2.4×10^{-3} mKW^{-1}; 2.64 W

12. दो छड़ें X एवं Y समान लम्बाई की हैं। प्रत्येक छड़ के सिरों का ताप क्रमशः T_1 और T_2 $(T_1 > T_2)$ है। छड़ों X एवं Y में समान ऊष्मा प्रवाह की दर सुनिश्चित करने वाली शर्तें क्या हैं? (2)

$$\left[\text{संकेत}: \frac{dQ_1}{dt} = \frac{dQ_2}{dt} \Rightarrow \frac{K_1 A_1 \Delta T}{\Delta x} = \frac{K_2 A_2 \Delta T}{\Delta x} \Rightarrow \frac{A_1}{A_2} = \frac{K_2}{K_1}\right]$$ (2)

13. ऊष्मा गतिकी का प्रथम नियम लिखिए। चित्र में किसी गैस को अवस्था-1 से अवस्था-2 तक ले जाने वाले तीन पथ दर्शाए गए हैं। इन तीनों पथों से गुजरने में गैस द्वारा किए गए कार्य की गणना कीजिए।

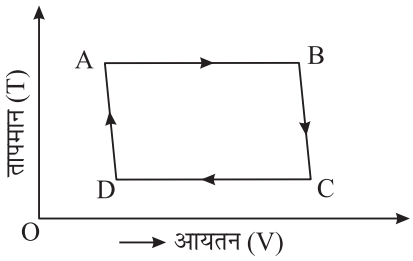


[संकेत : पथ1 $\rightarrow 3 \Rightarrow w_{13} + w_{32} = 0 + p\Delta v = 0.6$ J

पथ1 $\rightarrow 2 \Rightarrow w_{12} = \frac{1}{2}(30-10)\times 10^3 \times 10 \times 10^{-6} = 0.1$ J

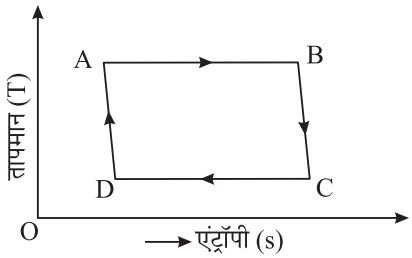
पथ 1$\rightarrow$ 4 $\Rightarrow w_{14} + w_{42} = p\Delta v + 0 = 0.2$ J

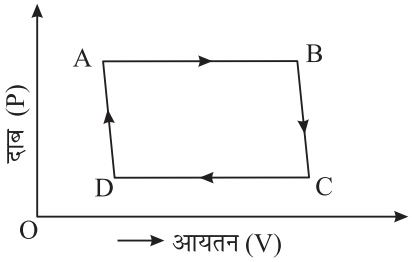
14. किसी प्रक्रम (कार्नो चक्र) का P - V आरेख चित्र में दर्शाया गया है। इसको T-V एवं T-S आरेखों में दशाईए। (4)



(a)

संकेत :





15. समतापी, रूद्धोष्मी, समदाबी, समआयतनिक प्रक्रमों में विभेद कीजिए। (4)

16. ऊष्मा गतिकी के प्रथम कोटि नियम का कथन कीजिए। ऊष्मा गति के प्रथम नियम की सीमाओं की विवेचना कीजिए। (4)

17. ऊष्मा गतिकी के द्वितीय नियम का कथन कीजिए और उसको समझाइए। (4)

18. निम्नलिखित पदों से आप क्या समझते हैं?

(*i*) किसी ठोस की ऊष्मा चालकता (*ii*) किसी धात्विक छड़ की ताप परिवर्तन अवस्था (*iii*) किसी धात्विक छड की स्थायी ताप अवस्था (*iv*) ऊष्मा चालकता गुणांक (4)

19. कार्नो चक्र का संक्षेप में वर्णन कीजिए। इस चक्र की दक्षता के लिए व्यंजक व्युत्पन्न कीजिए। (5)

20. ऊष्मा इंजन क्या होता है। इसकी दक्षता के लिए व्यंजक व्युत्पन्न कीजिए। रेफ्रिजेरेटर का कार्य सिद्धांत समझाइए। इसके निष्पादन गुणांक के लिए व्यंजक लिखिए। किसी रेफ्रिजेरेटर के निष्पादन गुणांक एवं ऊष्मा इंजन की दक्षता में संबंध ज्ञात कीजिए। 2 + 2 + 1 = (5)

मॉड्यूल - 4
दोलन एवं तरंगे

13 सरल आवर्त गति

14 तरंग परिघटनाएं

13

सरल आवर्त गति

आप सरल रेखीय, प्रक्षेप्य व वृत्तीय गतियों के बारे में पढ़ चुके हैं। ये गतियाँ गतिशील वस्तु की गति में अपनाए गए पथ से परिभाषित होती हैं। लेकिन कुछ वस्तुएं इस तरह की गति करती हैं जिनकी विशेष समय अंतराल में पुनरावृत्ति होती है। उदाहरण के लिए, हृदय की धड़कन, घड़ी की सुइयों की गति, एक झूले और एक लोलक की गति, दिक्काल में स्थित एवं आवर्ती पकृति की हैं। इस प्रकार की गति **आवर्ती गति** कहलाती है। यह एक सार्वभौमिक परिघटना है।

इस पाठ में आप आवर्ती गतियों और विशेषत: दोलन गतियों के बारे में अध्ययन करेंगे जिनका हमें दैनिक जीवन में सामना करना पड़ता है। आप सरल आवर्त गति और तत्संबंधी संकल्पनाओं के विषय में अध्ययन करेंगे। अगले अध्याय में हम तरंग परिघटना–तरंगों के प्रकार और उनकी विशेषताओं का अध्ययन करेंगे।

उद्देश्य

इस पाठ को पढ़ने के बाद आप:

- यह दर्शा पाएंगे कि एक दोलनी गति आवश्यक रूप से आवर्ती होती है किन्तु आवर्ती गति निश्चित रूप से दोलनी नहीं होती है;
- सरल आवर्त गति को परिभाषित कर पाएंगे और दिखा सकेंगे कि सरल आवर्त गति एक समान वृत्ताकार गति के वृत्त के किसी व्यास पर प्रक्षेप से प्रदर्शित की जा सकती है;
- आवर्त दोलित्रों के लिये आवर्तकालों के व्यंजकों का निगमन कर सकेगे;
- एक सरल आवर्त्त दोलित्र की स्थितिज ऊर्जा और गतिज ऊर्जा के लिये व्यंजकों का निगमन कर सकेंगे;
- मुक्त, अवमंदित और प्रणोदित दोलनों में भेद कर सकेंगे।

13.1 आवर्ती गति

आपने एक दोलक घड़ी को देखा होगा और यह ध्यान दिया होगा कि इसकी सेकन्ड और मिनट वाली सुईयों की नोंकें एक वृत्त में नियत गति से चलती हैं। सेकन्ड वाली सुई घड़ी के डायल पर एक मिनट में अपनी यात्रा पूरी करती है, जबकि मिनट वाली सुई पूरे भ्रमण में एक घंटा लेती है। तथापि, एक पेन्डुलम अपनी माध्य स्थिति के इधर-उधर घूमता है और एक निश्चित समय में अपनी प्रारंभिक अवस्था में आ जाता है। ऐसी गति जो एक निश्चित अंतराल के बाद अपने को दोहराती है **आवर्ती गति** कहलाती है। आवर्त गतियाँ दो प्रकार की होती हैं–(1) **अदोलनी** और (2) **दोलनी**। घड़ी की सूइयों की गति अदोलनी और एक लोलक की गति दोलनी होती है। अत: ये दोनों गतियां आवर्ती हैं। यहाँ पर ध्यान देना आवश्यक है कि एक दोलनी गति निश्चित रूप से आवर्ती होती है लेकिन एक आवर्ती गति अनिवार्य रूप से दोलनी नहीं होती। याद रखें कि गति जो समान समय अंतरालों में अपने को दोहराती है वह **आवर्ती** होती है और यदि किसी माध्य स्थिति के इर्द-गिर्द होती है तो यह **दोलनी** होती है।

हम जानते हैं कि पृथ्वी अपने अक्ष पर लगभग 24 घंटे में अपना घूर्णन पूरा करती है। इसी से दिन रात होते हैं। पृथ्वी सूर्य की परिक्रमा भी करती है तथा 365 दिन में अपनी परिक्रमा पूरी करती है। इस गति के कारण मौसमों का अनुक्रम होता है। उसी प्रकार सभी ग्रह सूर्य के परित: दीर्घवृत्ताकार कक्षाओं में घूमते हैं और प्रत्येक एक नियत कालान्तर में अपना चक्कर पूरा करता हैं ये अदोलनी आवर्ती गति के उदाहरण है।

जीन बेपटिस्ट जोसेफ फोरियर
(1768 – 1830)

फ्राँसीसी गणितज्ञ, एक जटिल दोलन के विश्लेषण को ज्या और कोज्या फलनों की श्रेणी के रूप में अभिव्यक्ति के लिये दी गई फोरियर श्रेणी के लिए विख्यात हैं।

फोरियर ने ऊष्मा चालन की गणितीय विधि का अध्ययन किया। उन्होंने ऊष्मा विसरण के आंशिक अवकल समीकरण को स्थापित किया और त्रिकोणमित्तीय फलनों की अनंत श्रेणी का प्रयोग करते हुए इन्हें हल किया।

फोरियर के पिता पेशे से एक दर्जी थे। ये उनकी दूसरी पत्नी की नंवी संतान थे। ये 10 वर्ष की आयु में ही अनाथ हो गए थे। एक पादरी के रूप में, फिर अध्यापक, एक क्रांतिकारी, एक गणितज्ञ और नेपोलियन बोनापार्ट के सलाहकार के रूप में फोरियर का जीवन बहुआयामी (बहुरंगी) था।

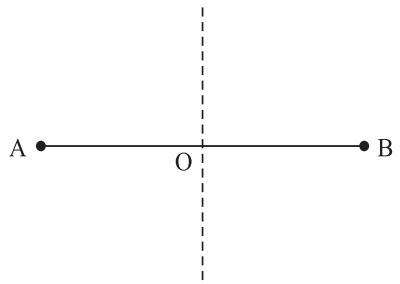
वे लाप्लास, लेगरेन्ज, बायो, पॉयसन, मालुस, डी लेम्बर, अरेगो और कोरनोट के समकालीन थे। चन्द्रमा में फोरियर क्रेटर और इफिल टावर में उनका नाम उनके योगदानों के लिए श्रद्धांजलि है।

13.1.1 विस्थापन, समय के फलन के रूप में

आवर्ती गति

जब कोई वस्तु अपनी गति को किसी निश्चित समय के पश्चात् दोहराती है तो उसकी गति को आवर्त गति कहा जाता है।

मान लीजिये कि किसी निश्चित समय अन्तराल T के पश्चात् किसी वस्तु की स्थिति में O से B, B से O, फिर O से A और अन्ततः A से O तक परिवर्तन होता है।



चित्र 13.1

तब, वस्तु की स्थिति में परिवर्तन अथवा वस्तु के विस्थापन को समय के फलन के रूप में व्यक्त किया जा सकता है:

$$x = af(t + T)$$

जहाँ, a एक नियतांक है तथा T वह समय है जिसके पश्चात् x का मान उसके पूर्व मान के बराबर हो जाता है।

प्रत्येक समय अन्तराल T के लिये:

$$x = af(T) = 0,\ t = 0 \text{ के लिये}$$

$$x = af(T + T/4) = a,\ t = T/4 \text{ होने पर}$$

$$x = af\left(T + \frac{T}{2}\right) = 0,\ t = \frac{T}{2} \text{ होने पर}$$

$$x = af\left(T + \frac{3T}{4}\right) = -a,\ t = \frac{3T}{4} \text{ होने पर}$$

$$x = af(T + T) = 0,\ t = T \text{ होने पर}$$

.....

.....

इस प्रकार x, t का फलन है और इसकी गति, समय अन्तराल T के पश्चात् दोहराई जाती है। अतः यह गति, आवर्त गति है।

क्रियाकलाप 13.1

मान लीजिए कि एक सरल आवर्तगति करते हुए एक कण की माध्य स्थिति से विस्थापन y को निम्न समीकरण द्वारा निरूपित कर सकते हैं

$$y = a \sin \theta \qquad (13.1)$$

या

$$y = a \cos \theta \qquad (13.2)$$

अपनी गणित की पुस्तक से $\sin\theta$ और $\cos\theta$ के मान $\theta = 0, 30^0, 60^0, 90^0, 120^0, 150^0, 180^0, 240^0, 300^0, 330^0$ तथा 360^0 के लिये ज्ञात कीजिये, $a = 2.5$ cm लेकर और संबंध $y = a\sin\theta$ का उपयोग करके प्रत्येक कोण के लिये y का मान निकालिये। उपयुक्त पैमाना चुनकर y और θ में आरेख खींचिए। इसी प्रकार संबंध $y = a\cos\theta$ का उपयोग करके y और θ में दूसरा आरेख खींचिए। आप यह पाएंगे कि प्रत्येक आरेख $+a$ और $-a$ के बीच दोलन निरूपित करता है। यह दर्शाता है कि एक निश्चित प्रकार की दोलन गति किसी कोण के ज्या अथवा कोज्या युक्त व्यंजक या ऐसे व्यंजकों के संयोग द्वारा निरूपित की जा सकती है।

अब आप निम्न प्रश्नों का उत्तर देते हुए अपनी प्रगति का आकलन करें।

पाठगत प्रश्न 13.1

1. एक आवर्ती गति और दोलनी गति में क्या अंतर है?
2. निम्न में से कौन-सा उदाहरण आवर्ती गति को दर्शाता है?

   (i) बन्दूक से दागी गई गोली, (ii) परमाणु में नाभिक के चारों ओर इलेक्ट्रॉन का घूर्णन, (iii) सड़क पर एकसमान वेग से गतिमान वाहन, (iv) सूर्य के परितः घूमता धूमकेतु, (v) U नली में दोलन करते पारे के स्तंभ की गति।
3. (i) एक दोलनी आवर्ती गति और (ii) एक अदोलनी आवर्ती गति के उदाहरण दें।

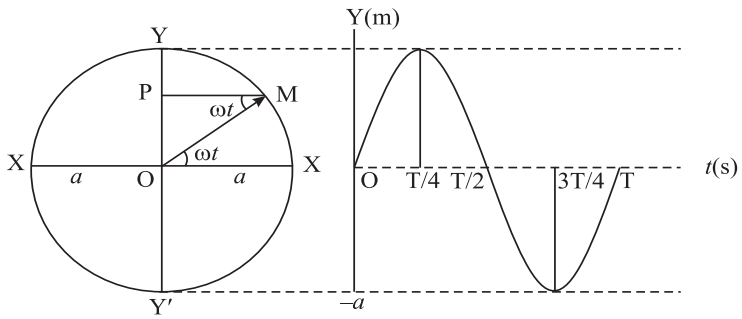
13.2 सरल आवर्त गतिः संदर्भ-वृत्त

एक आवर्ती दोलित्र के दोलनों को किसी कोण की ज्याओं और कोज्याओं से युक्त पदों द्वारा निरूपित किया जा सकता है। यदि एक दोलन करते हुए कण का अपनी माध्य स्थिति से विस्थापन समीकरण $y = A\sin\theta$ या $y = B\cos\theta$ या $y = A\sin\theta + B\cos\theta$ द्वारा निरूपित किया जा सकता है, जहाँ पर A और B नियतांक है, तो कण की गति सरल आवर्ती होती है। सरल आवर्ती गति को इस प्रकार परिभाषित किया जाता है:

यदि कोई कण किसी ऐसे बल के प्रभाव में किसी नियत बिन्दु के दोनों ओर गति करता है, जो नियत बिन्दु से कण के विस्थापन x का अनुक्रमानुपाती होता है और बल की दिशा विस्थापन की दिशा के विपरीत होती है उस कण की गति सरल आवर्त गति होती है। हम अपनी चर्चा रेखीय दोलनों तक ही सीमित रखेंगें गणितीय रूप में इसे हम इस प्रकार व्यक्त करते हैं:

$$F = -kx$$

जहाँ k आनुपातिकता गुणांक है।



चित्र 13.2: P की YOY′ के अनुदिश आवर्त गति

एक सरल आवर्तगति का समीकरण निकालने के लिए, हम एक बिंदु M को एक a त्रिज्या के वृत्त की परिधि में अचर चाल v से चलता हुआ लेते हैं (चित्र 13.1)। वृत्त का केन्द्र O है। मान लीजिए कि $t = 0$ पर कण बिंदु X पर है और $t = t$ पर M पर है स्थिति सदिश OM जिसे कलादर्शक कहते हैं एक नियत कोणीय वेग $\omega = \frac{v}{a}$ से घूर्णन करता है। (यह निरूपण प्रत्यावर्ती धाराओं के परिपथों के विश्लेषण में भी उपयोग किया जाता है) बिंदु M पर त्वरण $v^2/a = a\omega^2$ बिंदु O की ओर होता है। समय t पर इस त्वरण का OY दिशा में घटक = $a\omega^2 sin\omega t$ है। हम YOY′ के लंबवत् रेखा MP खींचते हैं; तब P को एक m द्रव्यमान व $a\omega^2 sin\omega t$ त्वरण के कण के तुल्य लिया जा सकता है। कण P पर O की दिशा में लगने वाला बल

$$F = ma\omega^2 \sin \omega t$$

लेकिन $\sin \omega t = y/a$

इसलिए
$$F = m\omega^2 y \qquad (13.3)$$

विस्थापन O से P की ओर तथा बल P से O की ओर नापा जाता है।

अत:
$$F = -m\omega^2 y$$

(ऋणात्मक चिह्न पर ध्यान दें)

चूंकि यह बल O की ओर निर्देशित है और P के O से विस्थापन 'y' के अनुक्रमानुपाती है। अत: कण सरल आवर्तगति करता है।

माना $m\omega^2 = k$, एक नियतांक है। अत: समीकरण (13.3) से

$$F = -k\,y \qquad (13.4)$$

जहाँ पर k एक नियतांक है, जो कि प्रति इकाई विस्थापन के लिए बल है, इसे बल नियतांक कहते हैं।

$$\omega^2 = k / m \qquad (13.5)$$

एक पूरे चक्कर में OM, 2π का कोण T समय में बनाता है अतः

$$\omega = 2\pi/T \qquad (13.6)$$

समी.(13.5) और समी. (13.6) को संयोजित करने पर हमें आवर्तकाल के लिये निम्न समीकरण प्राप्त होता है।

$$T = 2\pi\sqrt{k/m} \qquad (13.7)$$

यह बिन्दु P को O से Y फिर O से होते हुए Y′ और वापस O में आने में लगा समय है। इस समय में यह कण वृत्त का एक पूरा चक्कर लगा लेता है ओर बिंदु (कण) की स्थिति से लम्ब का पाद O के इधर-उधर एक दोलन पूरा कर लेता है जैसा कि चित्र (13.1) में दर्शाया गया है।

13.2.1 सरल आवर्त गति संबंधी मूल पदावली

विस्थापन : आवर्त दोलित्र की वह दूरी होती है, जो दिए गए क्षण पर उसकी माध्य (साम्यावस्था) से होती है।

आवर्तकाल : एक दोलन को पूरा करने में लिया गया समय दोलित्र का आवर्तकाल कहलाता है। इसे T से दर्शाया जाता है।

आयामः किसी दोलित्र का अपनी माध्य स्थिति के किसी ओर अधिकतम विस्थापन आयाम कहलाता है।

आवृत्ति : यह एक सेकन्ड में दोलित्र द्वारा पूर्ण किए गये कंपनों की संख्या है, इसे ν द्वारा दर्शाया जाता है। आवृत्ति का SI मात्रक हट्र्ज है जिसका संकेत Hz है। चूंकि यह एक सेकन्ड में पूरे किए गए कंपन हैं, अतः एक कंपन में लिया गया समय $1/\nu$

इसलिए $T = 1/\nu$ या $\nu = \left(\frac{1}{T}\right)s^{-1}$

चूंकि आवर्ती दोलन $\sin\theta$ या $\cos\theta$ युक्त व्यजकों द्वारा दर्शाए जा सकते हैं, हमें दो और महत्वपूर्ण संकल्पनाओं की आवश्यकता होती है। ये हैं:

कलाकोण ϕ: यह एक कोण है जिसकी किसी क्षण पर ज्या या कोज्या दोलित्र की स्थिति तथा गति की दिशा बतलाता है। इसे रेडियन में व्यक्त करते हैं।

कोणीय आवृत्ति ω: यह कला कोण (phase) परिवर्तन की दर है। इसे रेडियन/सेकन्ड में अभिव्यक्त किया जाता है। चूंकि कलाकोण एक पूरी परिक्रमा में 0 से 2π रेडियन तक बदलता है। अतः कलाकोण परिवर्तन की दर $\omega = 2\pi/T = 2\pi\nu$

उदाहरण 13.1 : 9 किलोग्राम द्रव्यमान की एक ट्रे k बल नियतांक की एक स्प्रिंग पर अवलम्बित है, जैसा कि चित्र 13.3 में दिखाया गया है। ट्रे को धीरे से नीचे की ओर दबाकर छोड़ दिया जाता है तो यह सरल आवर्तगति करने लगती है, जिसका आवर्तकाल 1.0 सेकन्ड होता है।

जब ट्रे पर M द्रव्यमान का एक पिण्ड रख दिया जाता है, तो इसका आवर्तकाल 2.0 सेकन्ड तक बढ़ जाता है। पिण्ड का द्रव्यमान ज्ञात कीजिए।

हल : निकाय की कोणीय आवृत्ति $\omega = \sqrt{k/m}$, जहाँ m दोलित्र का द्रव्यमान है,

$$4\pi^2/T^2 = \frac{k}{m}$$

या
$$m = \frac{kT^2}{4\pi^2}$$

जब ट्रे खाली है तो, $m = 9$ kg और T = 1 सेकन्ड

इसलिए
$$9 = \frac{k(1)^2}{4\pi^2}$$

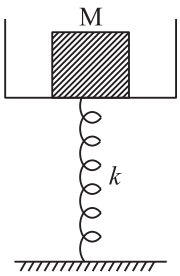


Fig. 13.3

ट्रे पर M द्रव्यमान का पिण्ड रखने पर m = 9 + M और T = 2 सेकन्ड, इसलिए $9 + M = k \times (2)^2/4\pi^2$

इन दो समीकरणों से

$$\frac{(9+M)}{9} = 4$$

अत: M = 27 kg.

उदाहरण 13.2: 1600 न्यूटन/मीटर बल नियतांक वाली स्प्रिंग को क्षैतिज मेज पर आरूढ़ कर दिया जाता है जैसा कि चित्र 13.4 में दर्शाया गया है, एक द्रव्यमान m = 4 kg को स्प्रिंग के मुक्त सिरे से बांधकर क्षैतिज रूप में दांयी ओर 4.0 cm दूरी तक खींचा और फिर छोड़ दिया जाता है। गणना कीजिए (i) आवृत्ति (ii) अधिकतम त्वरण और (iii) द्रव्यमान की अधिकतम चाल।

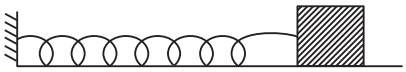


Fig. 13.4

हल:
$$\omega = \sqrt{k/m} = \sqrt{1600/4}$$
$$= 20 \text{ रेडियन/सेकन्ड}$$

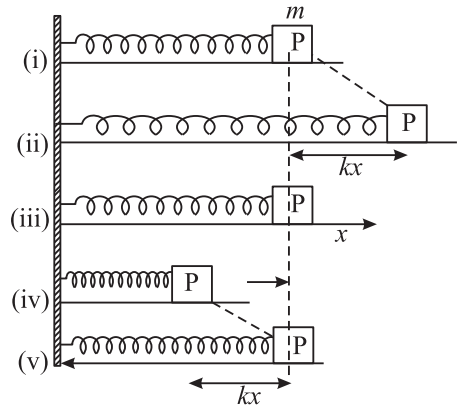
अत: $\nu = 20/2\pi = 3.18$ Hz. अधिकतम त्वरण $= a\,\omega^2 = 0.04 \times 400 = 16$ m s^{-2}, अधिकतम चाल $v_{max} = a\,\omega = 0.04 \times 20 = 0.8$ m s^{-1}

13.3 सरल आवर्तगति के उदाहरण

सरल आवर्तगति की अवधारणा के स्पष्टीकरण हेतु बहुत सामान्य उदाहरण नीचे दिए गए हैं।

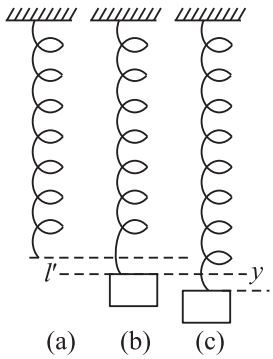
13.3.1 स्प्रिंग-द्रव्यमान निकाय के क्षैतिज दोलन

मान लीजिए एक क्षैतिज प्रत्यास्थ स्प्रिंग जिसका बल नियतांक k है तथा जिसके एक सिरे में m द्रव्यमान का छोटा सा पिण्ड जुड़ा है। स्प्रिंग का दूसरा सिरा दृढ़तापूर्वक दीवार से जुड़ा है (चित्र 13.5)। पिंड के द्रव्यमान की तुलना में स्प्रिंग का द्रव्यमान नगण्य मान लिया गया है।



चित्र 13.5 एक स्प्रिंग से जुड़े हुए द्रव्यमान के दोलन

हम मान लेते हैं कि वायु प्रतिरोध एवं घर्षण से ऊर्जा क्षय नहीं होती। हम क्षैतिज रूप से $+x$ दिशा लेते हैं, प्रारंभ में अर्थात् $t = 0$ पर गुटका स्थिर है, और स्प्रिंग विश्रोत (relaxed) अवस्था में हैं चित्र 13.5 (i)। तब इसे क्षैतिज रूप से एक छोटी दूरी तक खींचा जाता है। यह गुटके पर kx बल आरोपित करता है, बल विस्थापन की विपरीत दिशा में कार्य करता है और गुटके को उसकी साम्य स्थिति की ओर लाना चाहता है। चित्र 13.5 (ii) जब यह गुटका अपनी प्रारंभिक स्थिति में वापस आता है तो चित्र 13.5 (iii) यह v वेग प्राप्त कर लेता है। अतः इसकी गतिज ऊर्जा $K = (1/2)mv^2$ हो जाती है। गति के जड़त्व के कारण गुटका बांयीं ओर अपनी गति बनाए रखता हैं जब तक कि यह चित्र 13.5 (iv) की स्थिति में नहीं पहुंच जाता है। इस स्थिति में गुटका पुनः kx बल का अनुभव करता है, जिसके कारण वह प्रारंभिक स्थिति में आ जाता है [चित्र 13.5 (v)] और तदुपरांत गुटका इधर-उधर दोलन करता रहता है।



चित्र 13.6: स्प्रिंग के मुक्त सिरे से लटके द्रव्यमान (गुटके) के ऊर्ध्वाधर दोलन

दोलन का आवर्तकाल $2\pi\sqrt{m/k}$ है जहाँ k स्प्रिंग की प्रति इकाई लंबाई परिवर्तन के लिये बल का मान है।

13.3.2 स्प्रिंग-द्रव्यमान निकाय के ऊर्ध्वाधर दोलन

हम k बल नियतांक वाले एक स्प्रिंग को एक दृढ़ आधार से लटकाते हैं (चित्र 13.6 *a*)। अब हम इसमें एक m द्रव्यमान का गुटका जोड़ते हैं जिसके कारण स्प्रिंग में l लम्बाई वृद्धि होती है (चित्र 13.6 *b*)। स्पष्ट है कि स्प्रिंग का बल नियतांक $k = mg/l$ है। अब हम गुटके को

एक छोटी दूरी y के बराबर खींचते हैं (चित्र 13.6c)। बल ky ऊर्ध्वाधर ऊपर की ओर कार्य करता है। अत: गुटके को छोड़ने पर बल ky इसे ऊपर खींचता है। जब गुटका अपनी आरंभिक स्थिति में लौटता है, तो यह प्राप्त किए गए वेग के कारण ऊपर चलता रहता है और यह साम्य स्थिति से y दूरी ऊपर चला जाता है। इन ऊर्ध्वाधर दोलनों की कोणीय आवृत्ति

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

अत:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \qquad (13.8)$$

संपीडित स्प्रिंग अब गुटके पर प्रत्यानयन बल नीचे की ओर लगाता है। गुटका नीचे की ओर गति करता है और पुन: इसी भांति ऊर्ध्वाधर दोलन करता रहता है।

गैलीलियो गैलीली
(1564-1642)

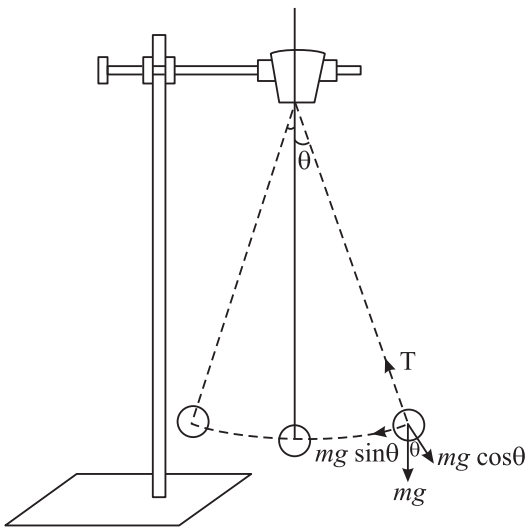
गैलीलियो के पिता विंसेनजिओं गैलीली पीसा (इटली) में एक ऊन के व्यापारी थे। गैलीलियो उन लोगो में से थे जिन्हांने आधुनिक विज्ञान में तर्क और प्रयोगों का समावेश किया। बचपन में उन्हें संगीत, कला और खिलौने बनाने में रूचि थी। किशोर गैलीलियो एक डॉक्टर बनना चाहते थे। दवाओं के बारे में अध्ययन के लिए उन्होंने पीसा के विश्वविद्यालय में प्रवेश लिया। यहाँ पर उन्होंने अपनी प्रथम खोज लोलक की समकालिकता (isochronicity) की। जिसके आधार पर क्रिश्चियन हाइगेन ने पहली पेन्डुलम घड़ी बनाई।

धन के अभाव में गैलीलियो अपनी पढ़ाई पूरी नहीं कर पाए। लेकिन अपने स्वयं के प्रयासों से उन्होंने यांत्रिकी विषय से इतना सीखा और विकसित किया कि ग्रेंड ड्यूक ऑफ टस्कनी ने उन्हें पीसा विश्वविद्यालय में गणित का प्रोफेसर नियुक्त कर दिया।

गैलीलियो ने आकाशीय पिंडों के अध्ययन के लिये दूरदर्शी यंत्र का निर्माण और उपयोग किया। अपने प्रेक्षणों के आधार पर वे संतुष्ट हो गये कि कोपरनिकस का सूर्यकेन्द्रीय ब्रह्माण्ड का सिद्धान्त ठीक था। उन्होंने अपने तर्कों को एक पुस्तक 'ए डायलॉग ऑन दि टू प्रिंसिपल ए सिस्टम आफ दि वर्ल्ड' के रूप में 1632 में प्रकाशित किया। यह तर्क वाक्य मान्यता प्राप्त अरस्तू की भूकेन्द्रीय ब्रह्माण्ड की अवधारणा के विपरीत था। जिसके लिए गैलीलियो को दंडित किया गया और उन्हें इसके लिये क्षमा मांगनी पड़ी। लेकिन 1636 में उन्होंने नयी पुस्तक ''डायलॉग ऑन द न्यू साइंसेज'' प्रकाशित की जिसमें उन्होंने पुन: अरस्तू के गति के नियमों की भ्रामकता दर्शाई।

चूंकि गैलीलियो के समय में परिष्कृत मापन यंत्र उपलब्ध नहीं थे, इसलिए उन्हें अपनी कल्पनाशक्ति (कौशल) का प्रयोग करना पड़ा। उन्होंने विचार प्रयोगों (thought experiments) की भावना को बढ़ावा दिया, जिसे कि वर्तमान में समस्त परिष्कृत युक्तियों के बावजूद भी वैज्ञानिक प्रयोग करते हैं।

13.3.3 सरल लोलक



चित्र 13.7: सरल लोलक

एक सरल लोलक दो कार्क के टुकड़ों के बीच से गुजरते हुए कसे गए सूती धागे से लटकाया गया एक गोलक है (चित्र 13. 7)। गोलक को बिंदु द्रव्यमान माना गया है एवं धागा अवितान्य है। लोलक निलंबन बिन्दु के परित: मुक्त दोलन करता है।

जब गोलक को इसकी साम्य स्थिति से थोड़ा सा विस्थापित करके छोड़ दिया जाता है, तो लोलक ऊध्वार्धर तल में अपनी साम्य स्थिति के इधर-उधर कोणीय दोलन करने लगता है। निलंबन बिंदु और गोलक के गुरूत्व केन्द्र के बीच की दूरी को लोलक की लंबाई (l) कहते हैं। लोलक के गोलक की साम्य अवस्था से विस्थापित अवस्था में गोलक पर लगने वाले बल चित्र 13.7 में दर्शाए गए हैं।

(i) गोलक का भार mg ऊर्ध्वाधरत: नीचे की ओर कार्य करता है।

(ii) डोरी का तनाव T डोरी के अनुदिश ऊपर की ओर लगता है।

भार mg को घटकों में वियोजित करते हैं: (a) mg cosθ डोरी के अनुदिश परन्तु T की दिशा के विपरीत तथा (b) mg sinθ डोरी के लम्बवत् mg cosθ घटक तनाव T को संतुलित करता है और घटक mg sinθ गोलक में माध्य स्थिति की ओर त्वरण उत्पन्न करता है।

अत: प्रत्यानयन बल mg sin θ है। x के छोटे विस्थापनों के लिये, प्रत्यानयन बल F = mgθ

$= \frac{mg\,x'}{l}$ इकाई विस्थापन के लिए बल k = mg/l

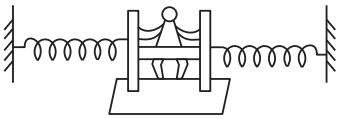
अत:
$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{mg/l}{m}} = \sqrt{\frac{g}{l}}$$

अथवा
$$\frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{g}{l}}$$

अत:
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \qquad (13.9)$$

कमानी (स्प्रिंग) की सहायता से भार मापना

हम किसी निकाय का भार मापने के लिये एक स्प्रिंग तुला का प्रयोग करते हैं। इसका कार्यकारी सिद्धान्त यह है कि भार की एक निश्चित सीमा के अन्तर्गत स्प्रिंग की लंबाई में बराबर भार के लिए बराबर खिंचाव (तनन) होता है अर्थात् भार/तनन = नियत (बल नियतांक)



चित्र 13.8 एक अंतरिक्ष यात्री का द्रव्यमान मापने के लिए कमानीदार तुला

अत: स्प्रिंग की लंबाई भार के साथ रैखिक रूप से बढ़ती है। अत: आप स्प्रिंग के साथ-साथ एक रेखीय पैमाना लगाकर इसे ज्ञात भारों के लिए अशांकित कर सकते हैं। इस प्रकार बनी तुला अज्ञात भारों के मापन में प्रयुक्त होती है।

क्या ऐसी तुला गुरुत्व मुक्त अंतरिक्ष में कार्य करेगी जैसे कि अंतरिक्ष रॉकेट या उपग्रह में? स्पष्टतया नहीं शून्य गुरुत्व विहीन स्थिति में स्प्रिंग में कोई तनाव उत्पन्न नहीं होगा, तब नियमित स्वास्थ्य जांच के लिए अंतरिक्ष यात्रियों का भार मापन कैसे किया जाता है? यह एक कमानीदार तुला के द्वारा किया जाता है जो कि एक भिन्न सिद्धान्त पर आधारित है। अंतरिक्ष यात्री एक विशेष कुर्सी पर बैठता है जिसके दोनों ओर स्प्रिंग जुड़े होते हैं (चित्र 13.8)। कुर्सी के दोलनों का आवर्तकाल अंतरिक्ष यात्री के बिना और अंतरिक्ष यात्री सहित ज्ञात किया जाता है। (समय मापन के लिए इलैक्ट्रॉनिक घड़ी का प्रयोग किया जाता है)

$$T_1^2 = \frac{4\pi^2 m}{k}$$

जहाँ m कुर्सी सहित अन्तरिक्ष यात्री का द्रव्यमान है।
यदि m_0 कुर्सी का द्रव्यमान है इसे हम इस तरह भी लिख सकते हैं–

$$T_0^2 = \frac{4\pi^2 m_0}{k}$$

T_1 अंतरिक्ष यात्री सहित कुर्सी का दोलन काल व T_0 अंतरिक्ष यात्री के बिना दोलनों का आवर्तकाल है।

एक को दूसरे से घटाने पर, हम पाते हैं कि–

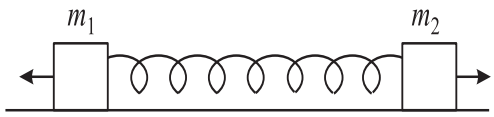
$$T_1^2 - T_0^2 = \frac{4\pi^2}{k}(m - m_o)$$

अत: अंतरिक्ष यात्री का द्रव्यमान

$$(m - m_0) = \frac{k}{4\pi^2}(T_1^2 - T_0^2)$$

चूंकि T_0 और k नियत हैं और ज्ञात हैं, अत: T_1 की माप द्रव्यमान में परिवर्तन को दर्शाती है।

उदाहरण 13.3: चित्र 13.9 में एक दोलन तंत्र दर्शाया गया है जिसमें m_1 तथा m_2 द्रव्यमान के दो पिण्ड k बल नियतांक के द्रव्यमानहीन स्प्रिंग से जुड़े हैं। प्रत्येक पिण्ड पर बल F लगाकर पिण्डों को एक दूसरे से दूर की ओर खींचकर छोड़ दिया जाता है। प्रत्येक द्रव्यमान की कोणीय आवृत्ति क्या होगी? पिण्ड एक क्षैतिज घर्षणरहित तल पर है।



चित्र 13.9: स्प्रिंग से संबंधित द्रव्यमानों का दोलनी निकाय

हल: मान लीजिए दूर की ओर खींचने पर पिण्डों के विस्थापन x_1 व x_2 है। स्प्रिंग में उत्पन्न तनन $(x_1 + x_2)$ होगा। इस प्रकार m_1 द्रव्यमान में त्वरण $k(x_1 + x_2)/m_1$ व m_2 में त्वरण $k(x_1 + x_2)/m_2$ है। चूंकि एक ही स्प्रिंग प्रत्येक द्रव्यमान को प्रत्यानयन बल प्रदान कर रही है। अत: निकाय जिसमें दोनों द्रव्यमान और स्प्रिंग हैं, का नेट त्वरण दोनों द्रव्यमानों के त्वरणों के योग के बराबर होगा। अत: निकाय का त्वरण है

$$a = \frac{k(x_1 + x_2)}{\left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2}\right)} = \frac{kx}{\mu}$$

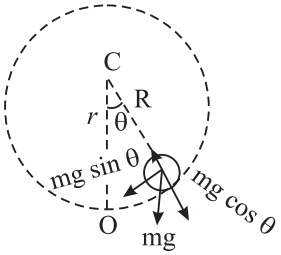
जहाँ $x = x_1 + x_2$ कमानी की लम्बाई में वृद्धि है और μ निकाय का समानीत द्रव्यमान (reduced mass) है,

$$\omega = \sqrt{k/\mu} \qquad (13.10)$$

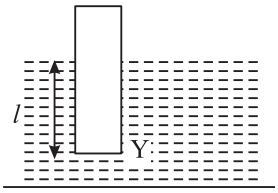
इसी तरह H_2, Cl_2, HCl, आदि द्विपरमाणुक अणुओं के कंपनों का भी विश्लेषण करके समझा जा सकता है।

पाठगत प्रश्न 13.2

1. किसी r त्रिज्या के छोटे गोलाकार चिकने कटोरे में उसकी तली से कुछ हटकर m द्रव्यमान की एक छोटी गोलाकार गेंद रखी जाती है। गेंद के दोलनों का आवर्तकाल ज्ञात कीजिए (चित्र 13.10)।



चित्र 13.10



चित्र 13.11

चित्र 13.12

2. m द्रव्यमान का एक बेलन ρ घनत्व के द्रव में ऊर्ध्वाधर तैर रहा है। द्रव के अन्दर बेलन की लंबाई l है। इसके दोलनों का आवर्तकाल ज्ञात कीजिए (चित्र 13.11)।
3. एक द्रव्यमान m जो दो रबर की पट्टियों से बंधा है (चित्र 31.12) की आवृत्ति ज्ञात करें। प्रत्येक रबर की पट्टी का बल नियतांक k है।

13.4 सरल आवर्त दोलित्र की ऊर्जा

जैसा कि आप जानते हैं कि सरल आवर्त गति का एक रूप निम्न है।

$$y = a \sin \omega t \qquad (13.11)$$

जब t बदलकर $t + \Delta t$, हो जाता है तो y बदलकर $y + \Delta y$ हो जाता है। अत: हम लिख सकते हैं:

$$y + \Delta y = a \sin\omega (t + \Delta t) = a \sin (\omega t + \omega\Delta t)$$

$$= a [\sin\omega t \cos \omega\Delta t + \cos\omega t \sin \omega\Delta t]$$

जब $\Delta t \to 0$, $\cos \omega\Delta t \to 1$ and $\sin \omega \Delta t \to \omega \Delta t$. Then

$$y + \Delta y = a \sin \omega t + a\, \omega\Delta t \cos \omega t. \qquad (13.12)$$

(समीकरण 13.11) को समीकरण (13.12) से घटाने पर हम पाते हैं कि

$$\Delta y = \Delta t\, \omega a \cos \omega t$$

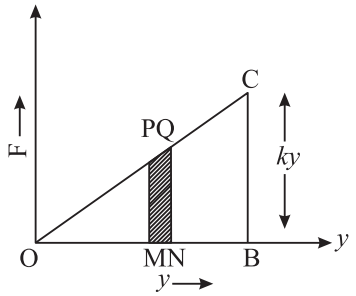
जोड़ने पर $\qquad \Delta y/\Delta t = \omega a \cos \omega t$

या $\qquad v = \omega a \cos t\, \omega t \qquad (13.13)$

जहाँ पर $v = \Delta y/\Delta t$, यहाँ t समय पर दोलक का वेग है।

अत: दोलक की t समय पर गतिज ऊर्जा $K = (1/2)\, mv^2 = (1/2)\, \omega^2 a^2 \cos^2 \omega t \qquad (13.14)$

अब हम समय t पर दोलन की स्थितिज ऊर्जा की गणना करते हैं। जब विस्थापन y है, तो प्रत्यानयन बल ky है, जहाँ k बल नियतांक हैं इस उद्देश्य के लिए हम प्रत्यानयन बल और विस्थापन के बीच एक आरेख खींचते हैं। हम चित्र (13.13) की भांति एक सीधी रेखा पाते हैं। सरल रेखा आरेख पर हम दो बिंदुओं P और Q का चयन करते हैं और OY पर PM और QN लंब डालते हैं। चूंकि P और Q बिंदु सन्निकट हैं, अत: समलम्ब चतुर्भुज PQNM को एक आयत माना जा सकता है। आयताकार पट्टी का क्षेत्रफल (ky Δy)है। यह क्षेत्रफल प्रत्यानयन बल ky के विरुद्ध किए गए कार्य के तुल्य है, जब विस्थापन एक छोटी मात्रा



चित्र 13.13: विस्थापन y और प्रत्यानयन बल के बीच आरेख

Δy से बदलता है। ΔOBC का क्षेत्रफल विस्थापन परिवर्तन OB $(= y)$ के तुल्य किया गया कार्य $W = \frac{1}{2}ky^2$ है। यह दोलन की स्थितिज ऊर्जा है। अत: विस्थापन y के संगत दोलन की स्थितिज ऊर्जा

$$U = \frac{1}{2}ky^2$$

लेकिन $\omega^2 = k/m$. अत: $k = m\omega^2$ का मान उपरोक्त व्यंजक में प्रतिस्थापित करने पर

$$U = \frac{1}{2}m\omega^2 y^2$$

पुन: $y = a \sin \omega t$, को इस तरह लिख सकते हैं:

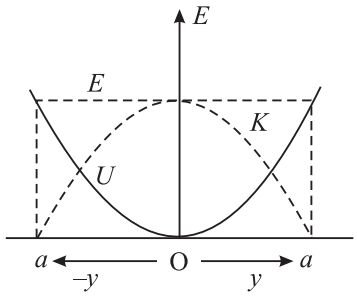
$$U = \frac{1}{2}m\omega^2 a^2 \sin^2 \omega t \qquad (13.15)$$

अत: इसे समीकरण (13.14) के साथ जोड़ने पर

$$E = U + K$$

$$= \frac{1}{2}m\omega^2 a^2 (\sin^2\omega t + \cos^2\omega t)$$

$$= \frac{1}{2}ma^2\omega^2 \qquad (13.16)$$



चित्र 13.14 :स्थितिज ऊर्जा U और गतिज ऊर्जा E तथा कुल ऊर्जा व साम्य स्थिति से विस्थापन का ग्राफ।

गतिज ऊर्जा K, स्थितिज ऊर्जा U व कुल ऊर्जा E का विस्थापन के साथ आलेख चित्र 13.14 में दर्शाया गया है। ग्राफ से यह स्पष्ट है कि $y = 0$ के लिये $K = E$ और $U = 0$ साम्य स्थिति से विस्थापन की स्थिति में जब y की दूरी बढ़ती है तो गतिज ऊर्जा कम होती है और माध्य स्थिति में स्थितिज ऊर्जा बढ़ती है। माध्य स्थिति में स्थितिज ऊर्जा शून्य और गतिज ऊर्जा अधिकतम होती है। चरम बिन्दुओं पर कुल ऊर्जा स्थितिज ऊर्जा होती है। लेकिन $K + U = E$ का मान स्थिर है।

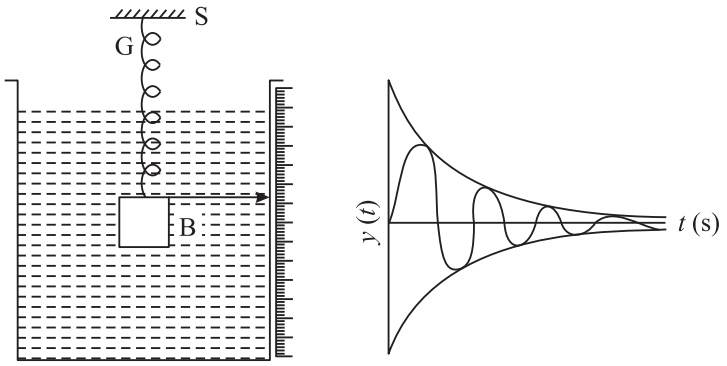
पाठगत प्रश्न 13.3

1. आवर्ती दोलित्र की गतिज ऊर्जा कब अधिकतम होगी उसकी साम्य स्थिति में या अधिकतम विस्थापन की स्थिति में? त्वरण कब अधिकतम होता है?

2. सरल लोलक का आयाम समय के साथ क्यों घटता जाता है? जब उसका आयाम घटता है तो लोलक की ऊर्जा का क्या होता है?

13.5 अवमंदित आवर्त दोलन

प्रत्येक दोलायमान निकाय के चारों ओर का माध्यम सामान्यतया श्यान होता है। जिसके फलस्वरूप प्रत्येक दोलन में इसकी कुछ ऊर्जा ऊष्मा के रूप में क्षय होती है। जैसे-जैसे दोलन की ऊर्जा का ह्रास होता है, वैसे ही दोलनों के आयाम भी कम होते हैं। लोलक के दोलनों का हवा में आयाम क्रमशः कम होता चला जाता है। ऐसे दोलनों को अवमंदित आवर्त दोलन कहते हैं। अवमंदित दोलनों को समझने के लिये हम क्रियाकलाप (13.2) करते हैं।



चित्र 13.15: (a) अवमंदित दोलन (प्रायोगिक विन्यास) (b) ग्राफीय प्रस्तुति

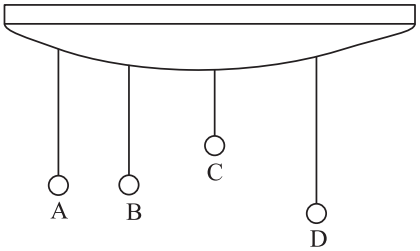
क्रियाकलाप 13.2

किसी सरल आवर्ती दोलित्र में एक स्प्रिंग C द्वारा धातु का गुटका (B) एक दृढ़ आधार (S) से लटका है (चित्र 13.15)। पिण्ड के नीचे एक लम्बा काँच का बेलन रखें और उसे दो-तिहाई पानी से भरें, ताकि गुटका पानी की सतह से लगभग 6 cm नीचे रहे, ओर लगभग उतना ही बेलन के तल से भी ऊपर रहे। बेलन के किनारे पर ऊर्ध्वाधर एक मिलीमीटर पैमाना चिपकाएं (गुटके में लगे संकेतक के ठीक सामने)। गुटके को कुछ सेन्टीमीटर नीचे खींचकर छोड़ दें। प्रत्येक दोलन के बाद मिलीमीटर स्केल पर संकेतक की उच्चतम स्थिति तथा समय नोट कर लें। तब समय और दोलन के आयाम के बीच ग्राफ खींचें। चित्र 13.15 (b) प्रदर्शित करता है कि आयाम समय के साथ कम होता जाता है। ऐसे दोलन अवमंदित दोलन कहलाते हैं।

13.6 मुक्त और प्रणोदित दोलनः अनुनाद

इन परिघटनाओं के बीच अंतर समझने के लिए हम निम्न क्रियाकलाप करते हैं,

क्रियाकलाप 13.3



चित्र 13.16: दोलन और अनुनाद

दोनों ओर से जुड़ी हुई एक दृढ़ क्षैतिज छड़ लें। इसके सिरों को जोड़ते हुए एक ढीला किन्तु मजबूत धागा बांधें और इससे चार लोलक A, B, C, D लटकाएं जैसा कि चित्र (13.16) में दर्शाया गया है। लोलक A और B की लंबाइयाँ बराबर हैं। C की लंबाई कम और D की लंबाई A व Bसे अधिक है। लोलक B का गोलक भारी है। लोलक B को दोलन कराऐं आप यह पाएंगे कि कुछ समय के पश्चात शेष तीनों लोलक भी दोलन करने लग जाते हैं। इसका अर्थ यह हुआ कि यदि कई लोलक युग्मित हों तो वे अपनी ऊर्जा आगे और पीछे हस्तानांतरित करते रहते हैं। इसका तरंग संचरण के लिये बहुत महत्वपूर्ण उपयोग है। आप देखते हैं कि A का आयाम सर्वाधिक होता है। क्यों? प्रत्येक लोलक एक दोलित्र है जिसकी अपनी एक स्वाभाविक आवृत्ति होती है। लोलक B जिसका द्रव्यमान सर्वाधिक है, सभी लोलकों A, C, D को अपने दोलन संचरित कर देता है। जिसके परिणामस्वरूप लोलक C और D अपनी स्वाभाविक आवृत्ति में दोलन न करके B की आवृत्ति से दोलन करने को बाध्य हो जाते हैं, इस घटना को **प्रणोदित दोलन** कहते हैं। इन लोलकों में से किसी भी गोलक को रोककर अपनी इच्छानुसार आवृत्ति से दोलन करने के लिए बाध्य किया जा सकता है। दोनों C तथा D को B की आवृत्ति से दोलन करने के लिए बाध्य किया गया है। लेकन पेन्डुलम A जिस पर B के दोलन आरोपित हैं अपेक्षाकृत अधिक आयाम के दोलन अपनी **स्वाभाविक आवृत्ति** में करता है। इस घटना को अनुनाद कहते हैं।

जब किसी दोलक को उसकी साम्य स्थिति से विस्थापित करके छोड़ दिया जाता है, तो यह अपनी साम्य स्थिति के इधर-उधर दोलन करने लग जाता है जिसकी आवृत्ति कुछ प्राचलों पर निर्भर करती है। आवृत्ति जिससे एक दोलित्र दोलन करता है उसकी **स्वाभाविक आवृत्ति** कहलाती है। जब वस्तु बाह्य आवर्ती गति के प्रभाव में दोलन करता है तो इसके दोलन **प्रणोदित दोलन** कहलाते हैं। **प्रणोदित दोलन** में निकाय अंततोगत्वा बाह्य बल की आवृत्ति से दोलन करने लग जाता है। दोलनकारी निकाय जिस पर दोलन आरोपित किए जाते हैं, **चालित** या **प्रणोदित** और जो दोलनकर्त्ता बल लगाता है, वह **चालक** या **प्रणोदक** कहलाता है। प्रणोदित दोलनों का एक विशेष उदाहरण यह है जबकि चालित और चालक दोनों की स्वाभाविक आवृत्तियाँ समान हों। इसे अनुनाद कहते हैं। अनुनादित दोलनों में चालक व चालित एक दूसरे के आयामों को प्रबल करते हैं और इसलिए उनके आयाम अधिकतम होते हैं।

पाठगत प्रश्न 13.4

1. जब कम्पन (दोलन) करते हुए स्वरित्र की भुजा को मेज पर दबाया जाताहै तो तेज ध्वनि सुनी जाती है, क्या यह घटना अनुनाद प्रदर्शित करती है या प्रणोदित दोलन? अपना उत्तर कारण सहित दीजिए। तेज ध्वनि उत्पन्न होने के क्या कारण है?

2. विशिष्ट संगीत उपकरणों के साथ ध्वनि बाक्स क्यों लगे रहते हैं?

रहस्यमय घटनाएँ और अनुनाद

1940में वांशिगटन, (अमेरिका) टेकोमा नैरोज सस्पेन्शन ब्रिज उद्घाटन के बाद एक आंधी के दौरान छह महीनों में ही ध्वस्त हो गया। झोंके में बहने वाली हवा की आवृत्ति पुल की स्वाभाविक आवृत्ति के बराबर थी। जिसके कारण इस पुल का आयाम बढ़ता चला गया। आयाम बढ़ते-बढ़ते पुल के ढांचे पर इसकी सह्यता-सीमा से अधिक आघात पहुंचने के कारण पुल ध्वस्त हो गया।

झूलने वाले पूल (suspension bridge) के ध्वस्त होने की घटनाएं सैनिकों के कदम से कदम मिलाकर पुल को पार करने (परेड करने) पर भी हैं। इसलिए सैनिकों को पुल पर परेड करते हुए चलनेका आदेश नहीं दिया जाता है।

कारखानों की चिमनियाँ और प्रशीतक मीनारें (cooling towers) भी कभी-कभी हवा के कारण दोलन करती हुई ध्वस्त हो जाती हैं।

2.आपने कुछ गायकों की रहस्यमयी शक्तियों के बारे में सुना होगा। जब वे गाते हैं तो सभागृह की खिड़कियों के शीशे टूट जाते हैं। ये ठीक संगती के उस स्वर में गाते हैं जिसकी आवृत्ति खिड़की के शीशों की स्वाभाविक आवृत्ति से मिलती है।

3.आपको जिज्ञासा होगी कि रेडियो या टेलीविजन में एक ट्यूनर की सहायता से आप एक विशेष स्टेशन कैसे पकड़ लेते हैं? ट्यूनर वास्तव में एक इलैक्ट्रॉनिक दोलित्र है जिसमें आवृत्ति परिवर्तन की व्यवस्था होती है। जब ट्यूनर की आवृत्ति एक विशेष स्टेशन द्वारा उत्सर्जित आवृत्ति से मेल खाती है, तो अनुनाद होता है और एण्टीना उस स्टेशन द्वारा प्रसारित होने वाला कार्यक्रम पकड़ लेता है।

आपने क्या सीखा

- आवर्त गति ऐसी गति है, जिसकी कुछ निश्चित समय अंतरालों के पश्चात पुनरावृत्ति होती है।
- दोलनी गति एक माध्य स्थिति के इर्द-गिर्द होने वाली गति है। सभी दोलनी गतियाँ आवर्ती होती हैं। लेकिन सभी आवर्ती गतियाँ आवश्यक रूप से दोलनी नहीं होती हैं।
- सरल आवर्ती गति एक साम्य स्थिति के इर्द-गिर्द होने वाली गति है जो एक प्रत्यानयन बल के प्रभाव के अन्तर्गत होती है एवं जिसका मान साम्य स्थिति के कण के विस्थापन के अनुक्रमानुपाती होता है। इसकी दिशा सदैव माध्यस्थिति की ओर होती है।
- किसी कण को एक दोलन पूरा करने में लगे समय को उसका आवर्तकाल कहते हैं।
- आवृत्ति किसी दोलक द्वारा एक सेकन्ड में पूरे किए गये दोलनों की संख्या होती है।

- कलाकोण वह कोण होता है जिसकी ज्या और कोज्या किसी क्षण पर कण की स्थिति व गति की दिशा प्रदर्शित करती है।
- कोणीय आवृत्ति कलाकोण के परिवर्तन की दर होती है। याद रखें $\omega = 2\pi/T = 2\pi\nu$ जहाँ ω रेडियन प्रति सेकंड में कोणीय आवृत्ति, ν हट्र्ज (Hz) में आवृत्ति और T सेकन्ड में आवर्तकाल है।
- सरल आवर्त गति का समीकरण है:

$$y = a \sin(\omega t + \phi_0)$$

अथवा

$$y = a \cos(\omega t + \phi_0)$$

जहाँ पर y किसी समय t में माध्य स्थिति से विस्थापन है, ϕ_0 (t = 0) पर प्रारंभिक कला कोण।

- जब एक दोलन करने वाला पिण्ड बिना किसी बाह्य दोलनी पिण्ड के प्रभाव के स्वयं के दोलन करता है तो उसके दोलन मुक्त दोलन कहलाते हैं। यदि कोई दोलनी पिण्ड A एक बाह्य पिण्ड B जिसे चालक कहते हैं, के द्वारा चालित है और A को यदि B की आवृत्ति से दोलन करने को बाध्य किया जाता है, तब A के दोलनों को प्रणोदित दोलन कहा जाता है। यदि चालक की आवृत्ति चालित की स्वाभाविक आवृत्ति के बराबर हो, तो इस घटना को अनुनाद कहते हैं।

पाठांत प्रश्न

1. आवर्ती और दोलनी गति में भेद कीजिए।
2. सरल आवर्त गति क्या है?
3. निम्न में से कौन-सा फलन प्रदर्शित करता है: (i) एक सरल आवर्त गति (ii) आवर्ती किन्तु सरल आवर्ती नहीं (iii) अनावर्ती गति। प्रत्येक आवर्ती गति का आवर्तकाल बताइए।

   (1) $\sin \omega t + \cos \omega t$ (2) $1 + \omega^2 + \omega t$

   (3) $3 \cos(\omega t - \frac{\pi}{4})$
4. हुक के नियम का पालन करने वाले एक स्प्रिंग से लटके 0.1 kg द्रव्यमान के दोलनों का आवर्तकाल 1 सेकन्ड है तो उस स्प्रिंग से लटके 0.9 kg द्रव्यमान के दोलनों का आवर्तकाल क्या होगा?
5. कलाकोण क्या है? इसका कोणीय आवृत्ति से क्या संबंध है?
6. जब एक सरल आवर्ती दोलित्र का आवर्तकाल $T = 2\pi\sqrt{m/k}$ है तो सरल लोलक का आवर्तकाल गोलक के द्रव्यमान पर निर्भर क्यों नहीं करता है?

7. सरल आवर्त गति करते कण के त्वरण का मान कब अधिकतम होता है? कब प्रत्यानयन बल अधिकतम होता है?

8. दिखाइए कि सरल आवर्त गति एकसमान वृत्ताकार गति के वृत्त के किसी व्यास पर प्रक्षेप होती है। सरल आवर्त गति करने वाले दोलित्र के आवर्तकाल के लिए व्यंजक को उसके द्रव्यमान तथा बल नियतांक के पदों में ज्ञात कीजिए।

9. एक सरल आवर्त दोलित्र की तात्कालिक गतिज ऊर्जा, स्थितिज ऊर्जा तथा सम्पूर्ण ऊर्जा के लिए व्यंजक प्राप्त कीजिए।

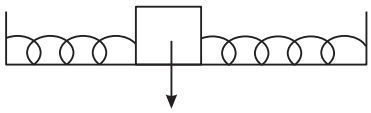
10. आलेख द्वारा दर्शाइए कि किसी सरल आवर्त दोलित्र की स्थितिज ऊर्जा U, गतिज ऊर्जा K व सम्पूर्ण ऊर्जा E उसकी माध्य स्थिति से विस्थापन के साथ किस प्रकार बदलती है?

11. किसी कण के लिए किसी क्षण किसी स्थिर बिन्दु से विस्थापन समीकरण $x = a \cos \omega t + b \sin \omega t$ से दिया जाता है। क्या कण की गति सरल आवर्त गति है? यदि उत्तर नहीं में हैं, तो समझाइए कि ऐसा क्यों है? यदि उत्तर हाँ में है तो दोलन के आयाम और कलाकोण की गणना कीजिए।

12. एक सरल लोलक के दोलनों का आयाम 0.04 मीटर तथा आवर्तकाल 10 सेकन्ड है। इसके अधिकतम वेग की गणना कीजिए।

13. कल्पना कीजिए कि एक गेंद को पृथ्वी के केन्द्र से उसके आर-पार बनाए गए घर्षण रहित सुरंग में डाल दिया जाता है। पृथ्वी की त्रिज्या और गुरुत्वजनित त्वरण के पदों में गेंद के दोलनों के आवर्तकाल की गणना कीजिए।

14. चित्र 13.17 में एक $m = 2$ kg द्रव्यमान का पिण्ड दो कमानियों से जुड़ा हुआ दिखाया गया है जिनमें से प्रत्येक स्प्रिंग का बल नियतांक $k = 400$ न्यूटन/मीटर है। पिण्ड को साम्य स्थिति से 0.05 मीटर विस्थापित करके छोड़ दिया जाता है। गणना कीजिए (a) पिण्ड की कोणीय आवृत्ति (b) इसकी अधिकतम चाल, (c) इसका अधिकतम त्वरण और विरामावस्था में इसके विरूद्ध क्षय हुई कुल ऊर्जा कितनी होगी?



चित्र13.17

पाठगत प्रश्नों के उत्तर

13.1

1. एक गति जो एक निश्चित समय के अन्तराल के बाद दोहराई जाती है, एक आवर्ती गति कहलाती है। इसी प्रकार की गति यदि किसी निश्चित बिंदु के इर्द-गिर्द होती है तो वह दोलनी गति कहलाती है। एक आवर्तगति दोलनी गति हो भी सकती है और नहीं भी हो सकती है, लेकिन दोलनी गति आवर्ती होती है।

2. (ii), (iv), (v);

3. (i) किसी लोलक का किसी साम्य बिंदु के इर्द-गिर्द की गति।

   (ii) अपने कक्ष में किसी ग्रह की गति।

13.2

1. जब गेद को साम्य स्थिति से x विस्थापित किया जाता है, तो उस पर प्रत्यानयन बल = $mg \sin\theta = mg\,\theta = mg\,x/r$. $\therefore \omega = \sqrt{g/r}$.

2. y दूरी नीचे दबाने पर बेलन पर ऊपर की ओर उत्प्लावक बल $y\alpha\sigma g$ लगता है। अत: $\omega^2 = \frac{\alpha\sigma g}{m}$ α बेलन की अनुप्रस्थ काट का क्षेत्रफल और $m = \alpha L\rho$। उत्पलावन के नियम के अनुसार $\alpha h\rho g = \alpha l r g$

   $\Rightarrow$ $h\rho = \sigma\, l$

   m गुटके का द्रव्यमान अत: $\omega^2 = g/l$ or $T = 2\pi\sqrt{l/g}$.

3. $\omega^2 = k/m$ अत: $v = 1/2\pi\sqrt{k/m}$ स्मरण रहे कि जब द्रव्यमान विस्थापित होता है, तो केवल एक ही बिंदु पर प्रत्यानयन बल लगता है।

13.3

1. गतिज ऊर्जा माध्य स्थिति या साम्य स्थिति में अधिकतम होती है। त्वरण अधिकतम होताहै, जब विस्थापन अधिकतम होता है।

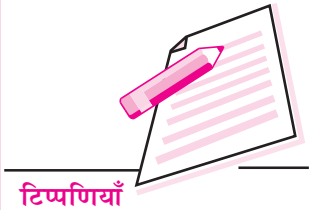
2. जब लोलक दोलन करता है तो यह वायु के श्यान प्रतिरोध एवं अवलंबन के घर्षण की, जिस पर यह लटकाया जाता है, के विरुद्ध कार्य करता है। यह कार्य ऊष्मा के रूप में क्षय होता है इसके परिणामस्वरूप लोलक का आयाम घटता है।

13.4

1. जब एक दोलित्र जिसको चालक कहते हैं, अपने दोलन का बल दूसरे दोलनी निकाय पर लगाता है,तो द्वितीय निकाय प्रथम निकाय की आवृत्ति से दोलन करने के लिये बाध्य होता है, इस परिघटना को प्रणोदित दोलन कहते हैं। प्रणोदित दोलनों की विशिष्ट दशा में जिसमें चालक की आवृत्ति चालित निकाय की आवृत्ति के बराबर हो, उस परिघटना को अनुनाद कहते हैं।

2. मेज की ऊपरी सतह अपनी स्वाभाविक आवृत्ति की अपेक्षा स्वरित्र की आवृत्ति से दोलन करने को बाध्य होती है। इसलिये यह प्रेक्षण प्रणोदित दोलन दर्शाता है। चूंकि एक बड़ा तल दोलन करता है,अत: ध्वनि की तीव्रता बढ़ जाती है।

3. ध्वनि बोर्ड या बॉक्स किसी यंत्र द्वारा उत्पन्न स्वर की आवृत्ति से दोलन करने के लिए बाध्य होता है, चूंकि एक बड़ा क्षेत्र दोलन करता है, इसलिए उत्पन्न स्वर की तीव्रता बढ़ जाती है। और इसकी अवधि घट जाती है।



पाठान्त प्रश्नों के उत्तर

4. 3 s

11. $A = \sqrt{a^2 + b^2}, \theta = \tan^{-1} \frac{a}{b}$

12. $\frac{2}{\pi} \times 10^{-3} \text{ m s}^{-1}$

14. (a) 14.14 s^{-1} (b) 0.6 m s^{-1} (c) 0.3 m s^{-2} (d) 0.5 J

14

तरंग परिघटनाएं

आपने ध्यान दिया होगा कि जब किसी तालाब के शान्त पानी में एक पत्थर गिराया जाता है तो उसके पानी पर टकराने के स्थान से संकेन्द्रीय वलय प्रकट होने लगते हैं और पानी की सतह पर फैल जाते हैं। इन वलयों में पानी एकान्तर रुप से ऊँचा व नीचा होता रहता है। यदि पानी की सतह पर एक स्ट्रॉ का टुकड़ा डाल दें तो आप देखेंगे कि वह अपने स्थान पर ही ऊपर नीचे होता रहता है। यहाँ पानी के कण अपने-अपने स्थान पर ऊपर-नीचे गति कर रहे हैं, फिर भी 'कुछ' है जो आगे बढ़ता जाता है। इस को हम ***तरंग*** कहते हैं। तरंगें कई प्रकार की होती हैं प्रगामी और अप्रगामी; यांत्रिक तथा विद्युत चुम्बकीय। तरंगों का वर्गीकरण अनुर्दध्र्य तथा अनुप्रस्थ तरंगो के रुप में भी किया जा सकता है, जो इस पर निर्भर करता है कि तरंग के गमन की दिशा तथा माध्यम के कणों की गति की दिशा (यांत्रिक तरंगों) या विद्युत व चुम्बकीय सदिशों की गति की दिशा (विद्युत-चुम्बकीय तरंगें में) में परस्पर क्या संबंध है। तरंगे हमारे अस्तित्व से घनिष्ट रूप से जुड़ी हैं।

वायु में ध्वनि-तरंगों के गमन के कारण हमारे लिये सुनना सम्भव होता है। प्रकाश की तरंगों के कारण (जो निर्वात से भी गमन कर सकती हैं) हम वस्तुओं को देख पाते हें और प्रकाश की चाल से विभिन्न सिग्नलों को ले जाने वाली रेडियो तरंगे विभिन्न प्रकार के संप्रेषणों द्वारा हमें हमारे प्रिय जनों से जोड़ती हैं। वास्तव में तरंग परिघटना सर्वप्रयोजन है।

वाद्ययन्त्रों, रेडियो, टी.वी. की कार्यप्रणाली को समझने के लिए यह आवश्यक है कि हम तरंग परिघटनाओं को समझें। क्या आप तरंगों के बिना जीवन के स्वरुप की कल्पना कर सकते हैं? इस पाठ में आप तरंगों के मूल गुण तथा तरंग परिघटनाओं का अध्ययन करेंगे।

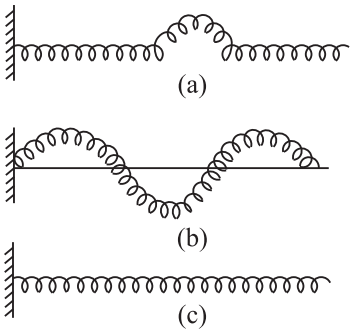
उद्देश्य

इस पाठ के अध्ययन के पश्चात् आप:

- अनुदैर्घ्य व अनुप्रस्थ तरंगों के संचरण की व्याख्या कर सकेंगे और $v = \nu\lambda$ संबंध को स्थापित कर सकेंगे;

- किसी गैस में अनुदैर्घ्य तरंगों के वेग के लिये न्यूटन का सूत्र लिख सकेंगे और इसमें लाप्लास के संशोधन की व्याख्या कर सकेंगे;
- अनुदैर्घ्य तरंगों का वेग किन कारकों पर निर्भर करता है, इसकी विवेचना कर सकेंगे;
- तनित डोरियों में अनुप्रस्थ तरंगों के बनने की व्याख्या कर सकेंगे;
- किसी सरल आवर्त तरंग के लिये समीकरण स्थापित कर सकेंगे;
- अध्यारोपण के सिद्धांत के आधार पर, विस्पन्दों, व्यतिकरण तथा तरंगों के कला परिवर्तन, की व्याख्या कर सकेंगे;
- आर्गन पाइप व तनित डोरियों में अप्रगामी तरंगों के बनने की व्याख्या कर सकेंगे तथा इनके अधिस्वरों की विवेचना कर सकेंगे;
- डाप्लर प्रभाव की विवेचना कर सकेंगे तथा इस का उपयोग यांत्रिक व प्रकाशीय निकायों के लिये कर सकेंगे;
- विद्युत चुम्बकीय तरंगों के गुणों को समझा सकेंगे; तथा
- विद्युत-चुम्बकीय स्पैक्ट्रम के विभिन्न भागों के तरंग दैर्घ्यों के परास और उनके उपयोग बता सकेंगे।

14.1 तरंग-संचरण



चित्र. 14.1 : स्लिंकी में तरंग गति
(a) स्लिंकी में स्पंद
(b) अनुप्रस्थ तरंग
(c) अनुदैर्ध्य तरंग

स्ट्रॉ के टुकड़े की गति से आप यह समझ सकते हैं कि तरंगें ऊर्जा की वाहक हैं; ये द्रव्य का वहन नहीं करतीं। इस का एक सुस्पष्ट प्रदर्शन ज्वार-भाटे की तरंग में देखा जाता है। क्या आप को गहरे सागर के भीतर भूकंप से उत्पन्न सुनामी तरंगों के कारण हुए विनाश की याद है? इन तरंगों ने इन्डोनेशिया, थाइलैंड, श्रीलंका व भारत पर प्रहार किया था। इसमें 20 m ऊँची तरंगें उत्नन्न हुई थीं और बहुत सी जाने गई थीं।

किसी माध्यम में तरंगे किस प्रकार गति करती हैं, इसे समझने के लिये आइए एक क्रिया कलाप करें।

क्रियाकलाप 14.1

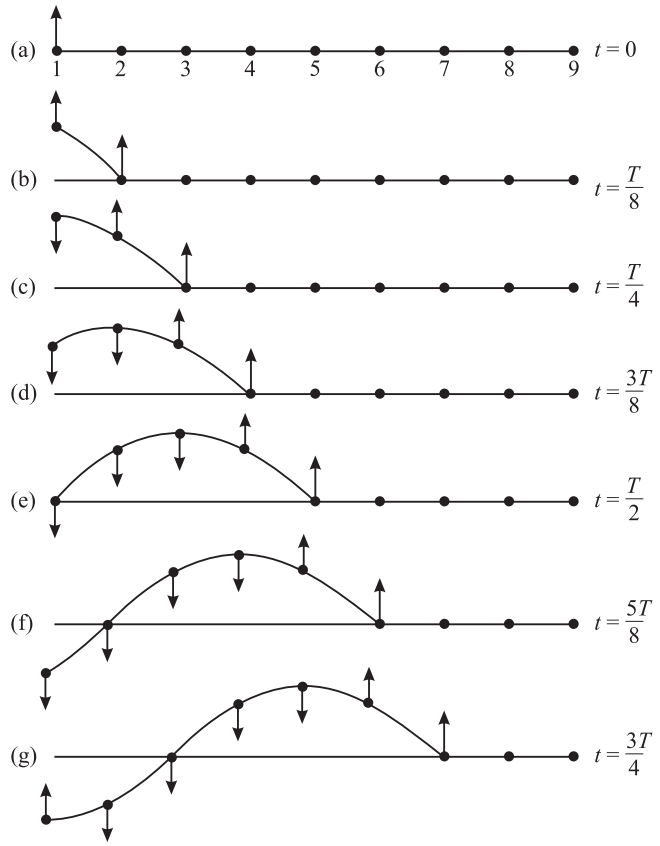
एक स्लिंकी (लम्बी स्प्रिंग की कुंडली) लीजिए और इसे किसी चिकने मेज या फर्श पर रखिए। स्लिंकी के एक सिरे को दृढ़ता से जड़ दीजिए और दूसरे सिरे को खुला (मुक्त) छोड़ दीजिए ताकि इस सिरे को हिलाया जा सके। इस खुले (या मुक्त) सिरे को अपने हाथ में पकड़ कर

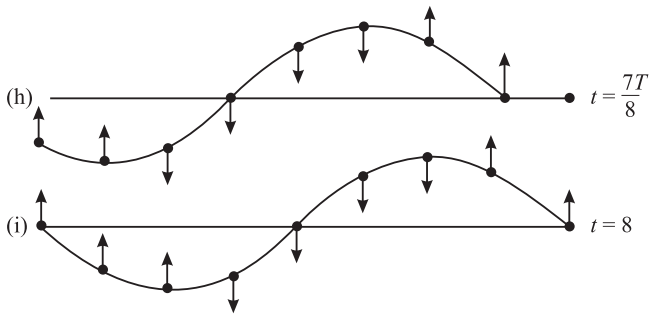
दाईं ओर को झटका दीजिए [चित्र 14.1(a)]। आप देखेंगे कि स्लिंकी में एक स्पन्द बन जाता है जो स्थिर सिरे की ओर किसी निश्चित चाल से गति करता है। यह *स्पंद* एक अल्पकालिक तरंग है। स्लिंकी के मुक्त सिरे को दायें-बाये हिलाते रहिए। आप स्पंदों को लगातार स्थिर सिरे की ओर चलते हुए देखेंगे। यह स्प्रिंग से होकर चलती हुई ***अनुप्रस्थ तरंग*** है। [चित्र. 14.1 (b)]।

एक अन्य प्रकार की तरंग भी आप किसी स्लिंकी में उत्पन्न कर सकते हैं। इसके लिये स्लिंकी के स्प्रिंग को खींचकर फर्श या मेज पर सीधा रखिए और इसके खुले सिरे को हाथ से स्प्रिंग की लम्बाई के अनुदिश स्थिर सिरे की ओर शीघ्रता से धक्का दीजिए। सम्पीडन का एक स्पंद स्प्रिंग से होकर जाता है। अपने हाथ से स्प्रिंग के मुक्त सिरे को एक समान गति से आगे-पीछे चलाते रहने पर आप सम्पीडनों और विरलनों को एकान्तर रुप से स्प्रिंग के अनुदिश जाते हुए देख सकते हैं। इन्हें ***अनुदैर्घ्य*** तरंग कहते हैं [चित्र 4.1(C)]।

14.1.1 अनुप्रस्थ तरंगों का संचरण

चित्र 14.2 को देखिए। यह तरंग-संचरण के लिए एक यांत्रिक मॉडल है। इसमें समान दूरियों पर स्थित समान द्रव्यमान की गोलकार गोलियों की एक कतार है जो परस्पर एक समान स्प्रिंगों द्वारा जुड़ी हुई हैं। मान लीजिए किसी प्रकार बाईं ओर से नम्बर-1 गोली, T आवर्तकाल से, गोलियों की कतार के लम्बवत् सरल आवर्त गति करती है। विराम के जड़त्व के कारण सभी गोलियाँ एक साथ दोलन नहीं करेंगी। एक गोली के बाद दूसरी गोली फिर उससे अगली एक-एक कर गतिमान होती हैं। मान लीजिए एक गोली से दूसरी





चित्र. 14.2 : जब किसी डोरी में अनुप्रस्थ तरंग उत्पन्न होती है तो T/8 अंतराल पर इसके कणों का तात्कालिक प्रोफाइल ऊपर दर्शाए अनुसार होता है।

अगली गोली तक विक्षोभ के पहुँचने में $T/8$ s समय लगता है। अर्थात् $T/8$ s के अन्तराल में विक्षोभ कण संख्या 1 से कण संख्या 2 तक पहुँच जाता है। इसी प्रकार अगले $T/8$ s अन्तराल में विक्षोभ कण संख्या 2 से कण संख्या 3 तक पहुँच जाता है और यह इसी प्रकार आगे चलता रहता है। चित्र 14.2 के भाग (*a*) से (*i*) $T/8$ s के समय अन्तराल पर कणों की तात्कालिक स्थिति दिखाई गई है। (चित्रों में तीर के निशान यह प्रकट करते हैं कि विभिन्न कण उस समय किस दिशा में गति करने वाले हैं।) आप पाएंगे कि

(i) $t = 0$ समय पर, सभी कण अपनी-अपनी मूल स्थिति में हैं।

(ii) $t = T$ समय पर पहला, पाँचवां तथा नौवां कण अपनी-अपनी मूल स्थिति में हैं। पहला तथा नौवां कण ऊपर की ओर गति करने को हैं तथा पाँचवां कण नीचे की ओर गति करने को है। तीसरा व सातवां कण अधिकतम विस्थापन की स्थिति पर है किन्तु वे क्षैतिज अक्ष की विपरीत दिशा में हैं। चित्र 14.1 (*a*) में अंकित कणों की तात्कालिक स्थितियों को जोड़ने वाला आवरण चित्र 14.2 (*i*) के समान होगा और यह एक *अनुप्रस्थ तरंग* को निरुपित करता है। तीसरे व सातवें कणों की स्थितियाँ क्रमशः गर्त तथा श्रृंग को निरूपित करती हैं।

यहाँ यह ध्यान देने योग्य है कि यद्यपि डोरी में तरंग तो इसकी लम्बाई के अनुदिश गति करती है पर उसके सभी कण अपनी-अपनी साम्य-स्थिति पर, समान आवर्तकाल (T) तथा आयाम (A) से, ऊपर-नीचे दोलन करते रहते हैं। डोरी के स्थिर सिरे पर पहुँचने तक तरंग *प्रगामी* रहती है।

किसी तरंग गति में समान कला में कम्पन करने वाले दो निकटतम कणों के बीच की दूरी को तरंगदैर्ध्य कहा जाता है। इसे ग्रीक अक्षर λ (लैम्बडा) से निरुपित करते हैं।

स्पष्ट है कि किसी तरंग द्वारा λ दूरी तय करने में T समय लगता है (देखिये चित्र 14.2)। अतः तरंग का वेग,

$$v = \frac{\text{दूरी}}{\text{समय}} = \frac{\lambda}{T} \qquad (14.1)$$

किन्तु, 1/T= ν (न्यू), तरंग की आवृत्ति। अतः

$$\upsilon = \nu\lambda \qquad (14.2)$$

यदि दो ऐसे क्रमागत कण जो गति की समान स्थिति में हैं, एक दूसरे से λ दूरी पर हों तो उनके बीच कलान्तर 2π होता है। अतः एकांक दूरी पर कला परिवर्तन,

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \qquad (14.3)$$

हम k को *संचरण नियतांक* कहते हैं। याद कीजिए कि ω (ओमेगा) प्रति एकांक समय में कला परिवर्तन को निर्दिष्ट करता है, किन्तु T समय में कला परिवर्तन 2π होता है। अतः

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu \qquad (14.4)$$

समीकरण (14.3) को समीकरण (14.4) से भाग करने पर, हमें तरंग वेग के लिए व्यंजक प्राप्त हो जाता है:

$$\upsilon = \frac{\omega}{k} = \frac{2\pi\nu}{2\pi/\lambda}$$

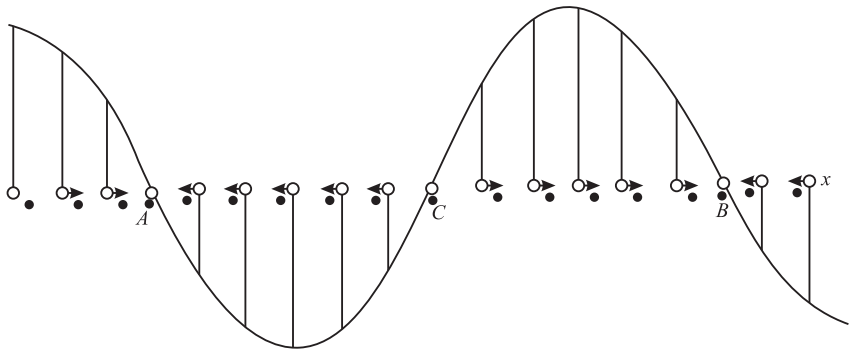
अथवा,

$$\upsilon = \nu\lambda \qquad (14.5)$$

आइए अब हम स्पष्ट करें कि अनुदैर्ध्य तरंगों का संचरण किस प्रकार होता है।

14.1.2 अनुदैर्घ्य तरंग का संचरण

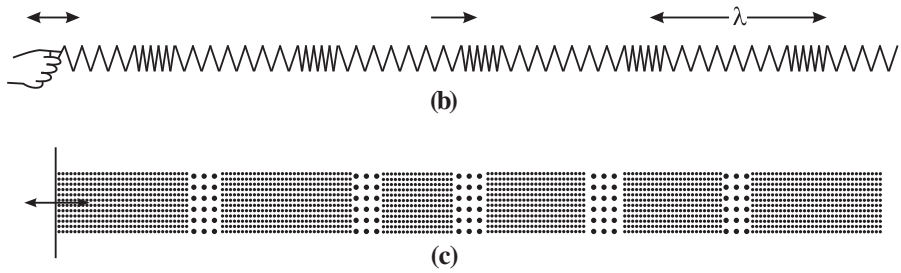
किसी अनुदैर्घ्य तरंग में माध्यम के कणों का विस्थापन तरंग-संचरण की दिशा के अनुदिश होता है। चित्र 14.3 में खोखले गोले किसी माध्यम के आपस में समान दूरियों पर स्थित कणों की मूल स्थितियों को



चित्र. 14.3 : अनुदैर्घ्य तरंग का ग्राफीय निरुपण

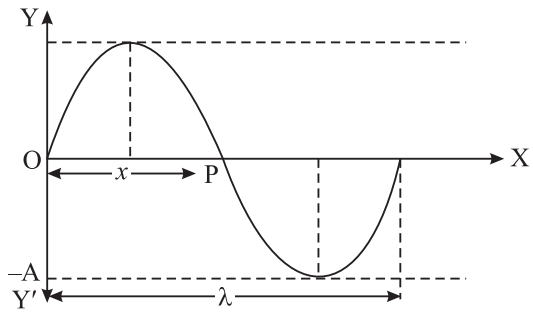
निरुपित करते हैं। चित्र में किसी निश्चित समय पर अनके अनुदैर्घ्य विस्थापन को (अपेक्षाकृत आवर्धित कर) तीरों से दिखाया गया है। आप देखेंगे कि न तो इन तीरों की लम्बाई समान है और न वे समान दिशा में हैं। यह ठोस गोलों की स्थिति से स्पष्ट है जो तीरों के नोकों के अनुरुप कणों की तात्कालिक स्थिति दिखाते हैं। दाईं ओर के विस्थापनों को ग्राफ में धनात्मक y-अक्ष पर तथा बाईं ओर के विस्थापनों को ग्राफ में धनात्मक y-अक्ष पर दिखाया गया है।

दाईं ओर के प्रत्येक तीर के लिये हम एक रेखा अनुपातानुसार ऊपर की ओर खींचते हैं। इसी प्रकार बाईं ओर के प्रत्येक तीर के लिये अनुपातानुसार एक रेखा नीचे को खींचते हैं। इन रेखाओं के सिरों को मिलाते हुए निष्कोण वक्र खींचने पर हमें जो ग्राफ प्राप्त होता है वह अनुप्रस्थ तरंग के विस्थापन-समय वक्र के समान ही होता है।



चित्र. 14.4 : किसी स्प्रिंग में अनुदैर्ध्य तरंग ध्वनि तरंगों के समरुप होती हैं।

14.1.3 सरल आवर्त तरंग का एकविमीय समीकरण



चित्र. 14.5 : x-दिशा में गमन करती एक सरल आवर्त तरंग

एक सरल आवर्त तरंग पर विचार करें जो OX के अनुदिश गमन कर रही है (चित्र. 14.5)। मान लीजिए कि यह तरंग अनुप्रस्थ है और माध्यम के कणों के कम्पन YOY′ के अनुदिश हैं। $t = 0$ समय पर विस्थापन को हम निम्नलिखित समीकरण से प्रकट करते हैं-

$$y = a \sin \omega t \qquad (14.6)$$

तब उस समय P बिन्दु पर कम्पनों की कला y से ϕ कोण पीछे है। तब

$$y = a \sin (\omega t - \phi) \qquad (14.7)$$

माना OP = x। क्योंकि प्रति एकांक दूरी कला परिवर्तन k है, हम लिख सकते हैं, $\phi = kx$। अत: समीकरण (14.7) को इस प्रकार लिखा जा सकता है-

$$y(x, t) = a \sin (\omega t - kx) \qquad (14.8)$$

क्योंकि $\omega = 2\pi/t$ और $k = 2\pi/\lambda$, समीकरण (14.8) को इस प्रकार भी लिख सकते हैं

$$y(x, t) = a \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) \qquad (14.9)$$

तरंग वेग ($\upsilon = \lambda/T$) के संदर्भ में, इस समीकरण को निम्न प्रकार भी व्यक्त किया जा सकता है

$$y = a \sin \frac{2\pi}{\lambda} (\upsilon t - x) \qquad (14.10)$$

समीकरण (14.8) को व्युत्पन्न करते हुए हमने O बिन्दु पर तरंग की प्रारंभिक कला को 0 (शून्य) लिया था। यदि O पर प्रारंभिक कला कोण ϕ_0 हो तो, तरंग का समीकरण होगा।

$$y\,(x,t) = a \sin [(\omega t - kx) + \phi_0] \qquad (14.11)$$

किसी तरंग के दो बिन्दुओं के बीच कलान्तर

आइए दो सरल आवर्त्ती तरंगों पर विचार करें जो OX अक्ष के अनुदिश गमन कर रही हैं और निम्नलिखित समीकरणों द्वारा निरूपित हैं

$$y = a \sin (\omega t - kx) \qquad (14.8)$$

एवं

$$y = a \sin [\omega t - k\,(x + \Delta x)] \qquad (14.12)$$

इनके बीच कलान्तर है

$$\Delta\phi = k\Delta x = \frac{2\pi}{\lambda}.\Delta x = -\frac{2\pi}{\lambda}(x_2 - x_1) \qquad (14.13)$$

जहाँ Δx तरंग पर स्थित इन दो बिन्दुओं के बीच पथान्तर है। यहाँ ऋणात्मक चिह्न यह संसूचित करता है कि जो कण अधिक दूरी पर है वह समान कला को बाद में प्राप्त करेगा।

एक ही स्थिति पर समय अन्तराल Δt में कलान्तर

हम एक ही स्थिति में किसी तरंग की कला पर Δt समय के अन्तराल पर विचार करते हैं, किसी क्षण t_1 पर कला

ϕ_1 का मान होगा

$$\phi_1 = \frac{2\pi}{T} t_1 - \frac{2\pi}{\lambda} x$$

और क्षण t_2 पर, कला

$$\phi_2 = \frac{2\pi}{T} t_2 - \frac{2\pi}{\pi} x.$$

तब समय अन्तराल $(t_2 - t_1)$ पर कलान्तर,

$$\Delta\phi = \phi_2 - \phi_1 = \frac{2\pi}{T}(t_2 - t_1)$$

$$= 2\pi\nu\,(t_2 - t_1) \qquad [14.13(a)]$$

$$= 2\pi\nu\,(\Delta t) \qquad [14.13(b)]$$

उदाहरण 14.1 : एक प्रगामी आवर्त तरंग का समीकरण $y = 10^{-4} \sin (100\pi t - 0.1\pi x)$ है, तो गणना कीजिए, इसकी (i) आवृत्ति, (ii) तरंगदैर्घ्य तथा (iii) चाल, यदि x और y मीटर में हैं।

हल: किसी प्रगामी तरंग के तरंग के समीकरण

$$y = A \sin \frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi x}{\lambda}$$

से तुलना करने पर हमें प्राप्त होता है, (i) $2\pi\nu = 100\,\pi \Rightarrow \nu = 50$ Hz

(ii) $\frac{2\pi}{\lambda} = 0.1\,\pi \Rightarrow \lambda = 20$ m

(iii) $\upsilon = \nu\lambda = 1000\ \text{ms}^{-1}$

14.1.4 अनुप्रस्थ और अनुदैर्घ्य तरंगें

अब हम अनुप्रस्थ और अनुदैर्घ्य तरंगों पर विचार करते हैं और उनके बीच अन्तरों का संक्षेप में वर्णन करते हैं।

अनुप्रस्थ तरंगें	अनुदैर्घ्य तरंगें
(i) माध्यम के कणों का विस्थापन तरंग के संचरण की दिशा के लम्बवत् होता है।	(i) कणों का विस्थापन तरंग के संचरण की दिशा में ही होता है।
(ii) यह श्रंग व गर्त के रूप में माध्यम में संचरित होते हुए दिखाई पड़ती है।	(ii) इसमें संपीडन व विरलन एकान्तर रुप से आगे गति करते हुए दृष्टिगत होते हैं।
(iii) ये केवल ठोसों में या द्रवों की सतहों के ऊपर ही प्रवाहित हो सकती है।	(iii) ये ठोस, द्रव तथा गैस, सभी से प्रवाहित हो सकती है।
(iv) अनुप्रस्थ तरंगों में विस्थापन समय वक्र तरंग का वास्तविक चित्र प्रस्तुत करता है।	(iv) अनुदैर्घ्य तरंगों में विस्थापन-समय वक्र, केवल किसी निश्चित समय में, विभिन्न बिंदुओं पर माध्यम के कणों की स्थिति को निरुपित करता है।

अनुदैर्घ्य व अनुप्रस्थ तरंगों के संचरण के लिये किसी माध्यम के आवश्यक गुणधर्म
(i) माध्यम के कणों का कुछ द्रव्यमान अवश्य होना चाहिए, (ii) माध्यम में प्रत्यास्थता अवश्य होनी चाहिए, अनुदैर्घ्य तरंगों के संचरण के लिए माध्यम में आयतन प्रत्यास्थता आवश्यक है, किन्तु, अनुप्रस्थ तरंगों के लिये दृढ़ता (या अपरुपण) गुणांक की आवश्यकता होती है। जबकि प्रकाश तरंगों या अन्य विद्युत-चुम्बकीय तरंगों को जो अनुप्रस्थ होती हैं, संचरण के लिए किसी द्रव्यात्मक माध्यम की आवश्यकता नहीं होती।

पाठगत प्रश्न 14.1

1. अनुदैर्घ्य व अनुप्रस्थ तरंगों में क्या-क्या अन्तर हैं?
2. कलान्तर तथा पथान्तर में सम्बंध लिखिए।

3. दो सरल आवर्त तरंगों को निम्न लिखित दो समीकरणों से निरुपित किया जाता है;

$y_1 = a \sin(\omega t - kx)$ और $y_2 = a \sin[(\omega t - kx) + \phi]$ इन दो तरंगों के बीच कलान्तर क्या है?

14.2 किसी प्रत्यास्थ माध्यम में अनुदैर्घ्य तथा अनुप्रस्थ तरंगों का वेग

किसी गैस में ध्वनि के वेग के लिए सूत्र प्राप्त करते समय, न्यूटन ने यह मान लिया था कि किसी गैस से होकर ध्वनि के संचरण में, संपीडन और विरलन, समतापी स्थितियों में बनते हैं। अर्थात् आयतन तथा दाब में परिवर्तन स्थिर ताप पर होते हैं। इन परिस्थितियों में, न्यूटन के अनुसार, किसी गैस में ध्वनि का वेग,

$$\upsilon = \sqrt{\frac{P}{\rho}} \text{ होता है।} \qquad (14.15)$$

वायु के मानक ताप व दाब पर, $P = 1.01 \times 10^5\ Nm^{-2}$ तथा (वायु का घनत्व) $\rho = 1.29\ kg\ m^{-3}$ होता है।

ρ व P के इन मानों को समीकरण (14.15) में रखने पर हमें υ का मान प्राप्त होता है–

$$\upsilon = \sqrt{1.01 \times 10^5 / 1.29} = 280\ m\ s^{-1}$$

जब बादलों के संघट्ट (टकराने) से तड़ित व गर्जन उत्पन्न होते हैं तो हमें गर्जन की ध्वनि तड़ित देखने के बाद में सुनाई देती है। इस का कारण यह है कि प्रकाश का वेग वायु में ध्वनि के वेग से बहुत अधिक होता है। तड़ित के दिखाई देने तथा गर्जन की ध्वनि सुनाई देने के बीच के समय अन्तराल को नाप कर वायु में ध्वनि का वेग ज्ञात किया जा सकता हैं। अधिक उन्नत तकनीक के उपयोग से 0°C पर वायु में ध्वनि का वेग $333\ ms^{-1}$ पाया गया है। इस प्रकार न्यूटन द्वारा प्रस्तावित सूत्र से प्राप्त ध्वनि के वेग में प्रतिशत त्रुटि $= \frac{333 - 280}{333} \times 100\% = 16\%$ है। यह त्रुटि इतनी अधिक है कि यह प्रायोगिक त्रुटि नहीं हो सकती। स्पष्ट है कि न्यूटन की इस धारणा में कि वायु से होकर ध्वनि के संचरण में संपीडन तथा विरलन समतापीय होते हैं, कुछ गलती है।

14.2.1 लाप्लास का संशोधन

लाप्लास ने सुझाया कि वायु में ध्वनि के संचरण की अवधि में वायु की परतों में होने वाले दाब के परिवर्तन रुद्धोष्म होते हैं। इसके निम्नलिखित कारण हैं,

(i) वायु ऊष्मा-कुचालक है। और

(ii) ये संपीडन तथा विरलन इतनी जल्दी-जल्दी होते हैं कि न तो संपीडन से उत्पन्न ऊष्मा बाहर जा सकती है और न ही विरलन में अन्दर आ सकती है।

रुद्धोष्म परिस्थितियों में–

$$E = \gamma P,$$

जहाँ $$\gamma = \frac{C_p}{C_v}$$

अतः $$\upsilon = \sqrt{\frac{\gamma P}{\rho}} \qquad (14.16)$$

वायु के लिए, $\gamma = 1.4$. अतः मानक दाब व ताप (STP) पर वायु में ध्वनि की चाल

$$\upsilon = \sqrt{1.4 \times 1.01 \times 10^5 / 1.29}$$

$$= 333 \text{ m s}^{-1}$$

यह मान प्रयोगों द्वारा प्राप्त मान के बहुत निकट है।

14.2.2 किसी गैस में ध्वनि के वेग को प्रभावित करने वाले कारक

(i) ताप का प्रभाव

लाप्लास के सूत्र से

$$\upsilon = \sqrt{\frac{\gamma P}{\rho}}$$

क्योंकि घनत्व ρ = एकांक आयतन का द्रव्यमान $= \frac{M}{V}$

$$\upsilon = \sqrt{\frac{\gamma PV}{M}}$$

समीकरण $PV = nRT$ का उपयोग करने पर, जहाँ n गैस के m द्रव्यमान में गोलों की संख्या है,

$$\upsilon = \sqrt{\frac{\gamma RT}{\frac{M}{n}}}$$

$$= \sqrt{\frac{\gamma RT}{m}} \qquad (14.17\text{ a})$$

जहाँ m गैस का ग्राम अणुक द्रव्यमान है। यह परिणाम प्रदर्शित करता है कि

$$\upsilon \propto \sqrt{T}$$

$$\Rightarrow \quad \upsilon = \upsilon o \left(1 + \frac{t}{2 \times 273}\right) + \ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\simeq 333 + \frac{333}{546} t$$

$$\simeq 333 + 0.61t \qquad (14.17\text{b})$$

ध्यान दीजिए कि अल्पताप–परिवर्तनों के लिए, ध्वनि का वेग प्रति $1°0$ ताप वृद्धि पर 0.61 ms^{-1} बढ़ जाता है।

(*ii*) दाब का प्रभाव

यदि हम किसी गैस पर दाब P बढ़ा दें तो वह संपीडित हो जाती है, किन्तु उसका घनत्व ρ भी दाब P के अनुपात में बढ़ जाता है अर्थात् P/ρ का मान स्थिर रहता है। इसका तात्पर्य यह है कि किसी गैस में ध्वनि के वेग पर दाब का प्रभाव नहीं होता।

(*iii*) घनत्व का प्रभाव-

यदि हम समान दाब व ताप की परिस्थितियों में दो भिन्न-भिन्न गैसों पर विचार करें तो,

$$\upsilon \ \alpha \ \frac{1}{\sqrt{\rho}}$$

यदि हम ऑक्सीजन तथा हाइड्रोजन में ध्वनि के वेगों की तुलना करें तो, हमें प्राप्त होता है,

$$\frac{\upsilon_{\text{ऑक्सीजन}}}{\upsilon_{\text{हाइड्रोजन}}} = \sqrt{\frac{\rho_{\text{हाइड्रोजन}}}{\rho_{\text{ऑक्सीजन}}}} = \sqrt{\frac{M_{\text{हाइड्रोजन}}}{M_{\text{ऑक्सीजन}}}} = \sqrt{\frac{2}{32}} = \frac{1}{4}$$

यह प्रदर्शित करता है कि ताप तथा दाब की समान अवस्थाओं में हाइड्रोजन में ध्वनि का वेग आक्सीजन में ध्वनि के वेग का चार गुना होता है। क्या यह परिणाम द्रवों और ठोसों के लिए भी तर्कसम्मत है? इस प्रश्न के उत्तर का आप अगले उप-अनुच्छेद में पता लगाएंगे।

(*iv*) वायु में ध्वनि के वेग पर आर्द्रता का प्रभाव

जब वायु में आर्द्रता बढ़ती है (ताप व दाब की स्थितियों को नियत रखते हुए) तो उसका घनत्व (ρ) कम हो जाता है अत: वायु में ध्वनि का वेग बढ़ जाता है।

उदाहरण 14.2 : किस ताप पर वायु में ध्वनि का वेग S.T.P. पर उसके मान का दो गुना हो जायेगा?

हल : हम जानते हैं कि, $\frac{\upsilon}{\upsilon_0} = \sqrt{\frac{T}{T_0}} \Rightarrow 2 = \sqrt{\frac{T}{273}}$

दोनों ओर की राशियों का वर्ग करने पर

$$\therefore \quad 4 = \frac{T}{273} \qquad \Rightarrow \qquad T = 273 \times 4 = 1092K$$

14.2.3 तानित डोरियों में तरंगों का वेग

किसी तानित डोरी में अनुप्रस्थ तरंग का वेग

$$\upsilon = \sqrt{\frac{F}{m}} \qquad (14.18\ a)$$

जहाँ F डोरी में तनाव तथा m तार की एकांक लम्बाई का द्रव्यमान है। किसी प्रत्यास्थ माध्यम में अनुदैर्ध्य तरंगों का वेग

$$\upsilon = \sqrt{E/\rho} \qquad (14.18b)$$

जहाँ E प्रत्यास्थता है। यहाँ यह इंगित किया जा सकता है कि ठोसों में प्रत्यास्थता (E) का मान गैसों तथा द्रवों से अधिक होने के कारण ठोसों में अनुदैर्ध्य तरंगों का वेग द्रवों तथा गैसों में वेग की तुलना में अधिक होता है। यथार्थ $\upsilon_g < \upsilon_\ell < \upsilon_s$.

पाठगत प्रश्न 14.2

1. ध्वनि के वेग के लिए सूत्र प्राप्त (व्युत्पन्न) करने के लिए न्यूटन ने क्या कल्पना की थी?
2. न्यूटन के सूत्र में क्या गलती थी?
3. यह दर्शाइए कि प्रति 1^0C ताप बढ़ने पर वायु में ध्वनि का वेग 0.61 m s^{-1} बढ़ जाता है।
4. उस ताप की गणना कीजिए जिस पर ध्वनि का वायु में वेग 7^0C पर ध्वनि के वेग का (3/2) गुना हो जाता है।
5. किसी तानित डोरी में तरंग वेग के लिए सूत्र लिखिए।
6. यदि m प्रति एकांक लम्बाई द्रव्यमान की तानित डोरी में उत्पन्न तरंग की तरंग दैर्ध्य λ हो और उसकी आवृत्ति n हो तो, n, λ, F व m संबंध में लिखिए, यदि $\lambda = 2\ell$, हो तो n, l, F व m में क्या संबंध होगा?

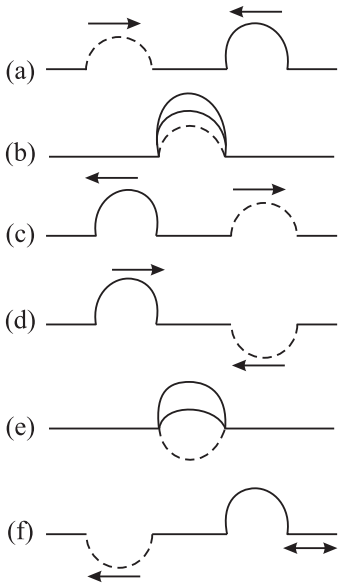
14.3 तरंगो का अध्यारोण

मान लीजिए किसी स्लिंकी में दो तरंग स्पंद विपरीत दिशाओं में गमन कर रहे हैं। क्या होगा जब ये दोनों स्पंद मिलते हैं? क्या ये दोनों एक दूसरे का प्रभाव समाप्त कर देंगे? इन प्रश्नों का उत्तर पाने के लिए आइए हम एक क्रिया कलाप करें।

क्रियाकलाप 14.2

किसी तानित स्लिंकी में भिन्न-भिन्न आयाम के दो तरंग श्रृंग उत्पन्न कीजिए जैसा कि चित्र 14.6 में दिखाया गया है। ये श्रृंग एक दूसरे की विपरीत दिशा में गति कर रहे हैं। ये दोनों स्लिंकी के बीच में कहीं पर मिलते हैं और एक दूसरे पर अतिव्याप्त हो जाते हैं [चित्र. 14.6(b)] फिर अलग-अलग हो जाते हैं। इसके पश्चात वे फिर उसी दिशा में चलने लगते हैं जिनमें वे मिलने से पहले चल रहे थे और उनका आकार भी नहीं बदलता [चित्र. 14.6(c)].

अब जैसा चित्र [14.6(d)] में दिखाया गया है स्लिंकी में एक श्रृंग व एक गर्त उत्पन्न कीजिए। ये मिलते हैं एक दूसरे पर अतिव्याप्त होते हैं और अलग होकर पूर्ववत् ये दोनों विपरीत



चित्र. 14.6 :तरंगों के अध्यारोण के सिद्धांत का निदर्शन

दिशाओं में चलते हैं और दोनों का आकार भी वही रहता है जो पहले था। इस प्रयोग को फिर से दोहराइए और ध्यान से देखिए कि दो स्पंदो के अतिव्यापन (या मिलने) के समय क्या होता है, चित्र 14.6(d) तथा [चित्र. 14.6(e)]। आप देखेंगे कि जब दो शृंगों का अतिव्यापन होता है तो परिणामी शृंग का आयाम बढ़ जाता है, और जब शृंग व गर्त का अतिव्यापन होता है तो परिणाम में एक शृंग बनता है, (क्योंकि प्रारंभ में शृंग का आयाम गर्त से अधिक था) किंतु उसका आयाम पहले शृंग के आयाम से कम होता है। इस परिणाम को हम संक्षेप में इस प्रकार लिख सकते हैं- दो स्पंदों के अतिव्यापन बिंदु पर परिणामी विस्थापन उनके अपने अपने विस्थापनों के सदिश योग के बराबर होता है। इसे ***अध्यारोपण का सिद्धांत कहते*** हैं।

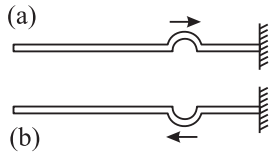
इस क्रियाकलाप से न केवल अध्यारोपण के सिद्धांत का प्रदर्शन होता है वरन् यह भी स्पष्ट होता है कि दो या अधिक तरंगे किसी स्थान से होकर एक दूसरे से स्वतंत्र रूप से संचरित हो सकती हैं। प्रत्येक तरंग इस प्रकार गति करती है जैसे कि अन्य तरंगें हैं ही नहीं। तरंगों के इस महत्वपूर्ण गुण के कारण ही हम अपनी रूचि के अनुसार किसी रेडियो स्टेशन को सुन सकते हैं यद्यपि उसी समय आकाश में कई रेडियो स्टेशनों से प्रसारित तरंगे विद्यमान होती हैं। इस सिद्धांत का उपयोग हम तरंगों के व्यतिकरण, और विस्पंदों तथा अप्रग्रामी तरंगों के बनने की व्याख्या के लिए करते हैं।

14.3.1 तरंगों का परावर्तन और संचरण

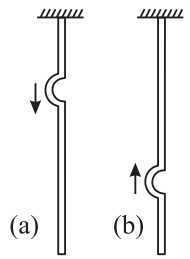
हम यहाँ केवल डोरियों और कमानियों में उत्पन्न होने वाली यांत्रिक तरंगों पर ही विचार करेंगे। जब किसी अनुप्रस्थ तरंग का शृंग किसी डोरी के स्थिर सिरे की ओर संचरण करता है तो क्या होता है और ऐसा क्यों होता है, इसको समझने के लिए हम एक क्रियाकलाप करते हैं?

क्रियाकलाप 14.3

किसी स्लिंकी के एक सिरे को स्थिर कर दीजिए जैसा कि चित्र 14.7 में दिखाया गया है। स्लिंकी को क्षैतिज रखते हुए उसके मुक्त सिरे को झटका देकर उसमें एक अनुप्रस्थ स्पंद उत्पन्न कीजिए [चित्र 14.7 (a)]। यह स्पंद a डोरी के स्थिर सिरे की ओर गति करता है। आप देखेंगे कि यह स्पंद स्थिर सिरे से टकरा कर गर्त के रूप में विपरीत दिशा में गति करने लगता है। क्या आप इसका कारण जानते हैं? जब स्पंद स्थिर सिरे से टकराता है तो यह उस आधार पर जिससे स्लिंकी का सिरा बंधा है, एक बल लगाता है, उस बल की समान तथा विपरीत प्रतिक्रिया के कारण न केवल तरंग स्पंद की गति की दिशा वरन् उसके विस्थापन की दिशा भी उल्टी (या विपरीत) हो जाती है (चित्र 14.7 b)। आधार को स्लिंकी से अधिक भारी होने के कारण सघन माध्यम माना जा सकता है। अतः हम कह सकते हैं कि जब तरंग परावर्तन किसी सघन माध्यम से होता है तो, तरंग में π, कलान्तर हो जाता है अर्थात इसकी कला विपरीत (या उल्टी) हो जाती है।



चित्र. 14.7 : सघन माध्यम से परावर्तन (कला उत्क्रमण)



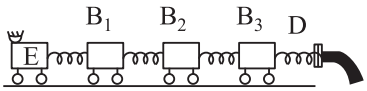
चित्र.14.8(a) : मुक्त सिरे की ओर नीचे को गति करता स्पंद (b) मुक्त सिरे से परावर्तन के पश्चात् इसके विस्थापन की दिशा अपरिवर्तित रहती है।

आइए अब हम देखें कि किसी विरल माध्यम से परावर्तन पर क्या होता है। इसके लिए हम एक दूसरा क्रियाकलाप करते है।

क्रियाकलाप 14.4

एक रबर की नलिका को किसी दृढ़ आधार से लटका दीजिए। इसमें एक तरंग स्पंद उत्पन्न कीजिए जो नलिका में नीचे की ओर गति करे। खुले (या मुक्त) सिरे से परावर्तन के पश्चात्, तरंग स्पंद ऊपर की ओर गति करता है किन्तु इसके विस्थापन की दिशा में कोई परिवर्तन नहीं होता अर्थात शृंग, शृंग के रूप में ही वापस लौटता है, क्यों? तरंग स्पंद नलिका के खुले सिरे पर पहुँचता है तो वह विरल माध्यम से परिवर्तित होता है। (याद रखिये कि वायु रबर से विरल है)। अत: तरंग स्पंद के विस्थापन में कोई परिवर्तन नहीं होता। इस प्रकार विरल माध्यम से परावर्तन होने पर, कला में परिवर्तन नहीं होता।

आप अब प्रश्न कर सकते हैं कि क्या अनुदैर्ध्य तरंगों का व्यवहार भी ऐसा ही होता है? चित्र 14.9 देखिए जिसमें बोगियों की एक कतार दिखाई गई है। अब मान लिखिए इंजन E कुछ दाई ओर गति करता है। इंजन पहली बोगी B_1 को दाहिनी ओर धकेलता है। यह स्प्रिंग फिर अपनी प्रारंभिक स्थिति में जाने का प्रयत्न करता है। जब यह दबा हुआ स्प्रिंग फैलता है, तो पहली व दूसरी बोगी के बीच का स्प्रिंग दब जाता है। अब दूसरा दबा हुआ स्प्रिंग फैलता है, वह थोड़ा सा तीसरी बोगी की ओर गति करता है। इसी प्रकार संपीडन अंतिम स्प्रिंग तक, जो स्थिर स्टैंड D के संपर्क में है, पहुँचता है। जब स्थिर स्टैंड D तथा अंतिम बोगी के बीच का स्प्रिंग फैलता है, केवल अंतिम बोगी ही बाई ओर को गति करती है। यह प्रक्रम संपीडन के इंजन तथा पहली बोगी के बीच पहुँचने तक चलता रहता है। इस प्रकार संपीडन उसी रूप में अर्थात् सम्पीडन के रूप में ही वापस आ जाता है। किन्तु अब सभी बोगियाँ बाई ओर गति करती हैं। इस यांत्रिक मॉडल में स्प्रिंग और बोगियाँ एक माध्यम का काम करती हैं। बोगियाँ माध्यम के कणों के सदृश्य हैं और उनके बीच के स्प्रिंग प्रत्यास्थता बल को प्रदर्शित करते हैं।



चित्र. 14.9 : किसी सघन माध्यम से अनुदैर्ध्य तरंगें बगैर स्वरुप परिवर्तन किन्तु चिह्न में परिवर्तन के साथ परावर्तित होती हैं।

इस प्रकार सघन माध्यम से परावर्तन में, अनुदैर्ध्य तरंगों का स्वरूप तो वही रहता है किंतु चिह्न (दिशा) में परिवर्तन हो जाता है। जबकि विरल माध्यम से परावर्तन में, अनुदैर्ध्य तरंगों के चिह्न (दिशा) में कोई परिवर्तन नहीं होता, किंतु उनके स्वरूप में परिवर्तन हो जाता है। स्वरूप परिवर्तन

से यह तात्पर्य है कि परावर्तन के पश्चात संपीडन, विरलन के रूप में और विरलन संपीडन के रूप में ही वापस लौटते हैं।

पाठागत प्रश्न 14.3

1. जब विपरीत दिशाओं में चलती हुई दो तरंगें आपस में मिलती हैं तो क्या परिणाम होता है?
2. समान द्रव्यमान की व समान वेग से एक ही सरल रेखा के अनुदिश चलती हुई दो गोलियाँ आपस में टकराती हैं तो क्या होता है?
3. एक डोरी में एक से तरंग स्पंद विपरीत दिशा में गमन कर रहे हैं। क्या होता है जब (i) तरंगे एक ही कला में हैं? (ii) तरंगे विपरीत कला में हैं?
4. जब किसी अनुप्रस्थ तरंग का स्पंद किसी डोरी में चलते हुए उसके स्थिर सिरे पर पहुंचता है तो क्या होता है?
5. किसी डोरी में चलते हुए कोई तरंग स्पंद जब डोरी से मुक्त सिरे पर पहुँचता है तो क्या होता है?
6. क्या होता जब संपीडन की एक तरंग (i) विरल माध्यम से परावर्तित होती है? तथा (ii) सघन माध्यम से परावर्तित होती है?

14.4 एक ही दिशा में चलती हुई तरंगों का अध्यारोपण

एक ही दिशा में गमन करती हुई दो तरंगो का अध्यारोपण तरंगों की कला तथा आवृत्ति के अनुसार दो पृथक-पृथक परिघटनाओं को जन्म देता है: ये हैं (i) व्यतिकरण एवं (ii) विस्पंद। आइए, अब हम इन परिघटनाओं पर विचार करें।

14.4.1 तरंगो का व्यतिकरण

आइए, अब हम तरंगों के अध्यारोपण से प्राप्त व्यतिकरण पैटर्न में अधिकतम व न्यूनतम तीव्रताओं के अनुपात का परिकलन करते हैं। x- अक्ष के अनुदिश समान वेग $\upsilon = \omega/k$ वेग से गमन करती हुई दो सरल आवर्त तरंगों पर विचार कीजिए, जिनके आयाम क्रमशः a_1 और a_2 हैं और जिनकी कोणीय आवृत्ति ω है। किंतु दोनों तरंगों में एक स्थिर कलान्तर ϕ. है। इन तरंगों के समीकरण हैं,

$$y_1 = a_1 \sin(\omega t - kx)$$

और

$$y_2 = a_2 \sin[(\omega t - kx) + \phi]$$

जहाँ $\omega = 2\pi/T$ कोणीय आवृत्ति तथा $k = \dfrac{2\pi}{\lambda}$ तरंग संख्या है।

क्योंकि दोनों तरंगें एक ही वेग, एक ही दिशा में एक ही रेखा के अनुदिश गमन कर रही हैं, इनमें अतिव्यापन (overlapping) होता है। अध्यारोपण के सिद्धांत से, किसी बिन्दु पर इन दोनों तरंगों के कारण परिणामी विस्थापन y होगा

$$y = y_1 + y_2 = a_1 \sin(\omega t - kx) + a_2 \sin[(\omega t - kx) + \phi]$$

यदि $(\omega t - kx) = \theta$, तो

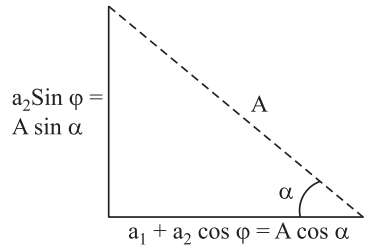
$$y = a_1 \sin\theta + a_2 \sin(\theta + \phi)$$
$$= a_1 \sin\theta + a_2 \sin\theta \cos\phi + a_2 \sin\phi \cos\theta$$

यदि $a_2 \sin\phi = A \sin\alpha$

और $a_1 + a_2 \cos\phi = A \cos\alpha$

तब

$$y = A\cos\alpha \sin\theta + A \sin\alpha\cos\theta$$
$$= A \sin(\theta + \alpha)$$



चित्र. 14.10 : परिणामी आयाम की गणना करना

θ का मान रखने पर

$$y = A \sin[(\omega t - kx) + \alpha]$$

इस प्रकार परिणामी तरंग की कोणीय आवृत्ति ω तथा आयाम A है, जहाँ

$$A^2 = (a_1 + a_2 \cos\phi)^2 + (a_2 \sin\phi)^2$$
$$= a_1^2 + a_2^2 \cos^2\phi + 2a_1a_2 \cos\phi + a_2^2 \sin^2\phi$$
$$A^2 = a_1^2 + a_2^2 + 2\, a_1a_2\cos\phi \qquad (14.18)$$

समीकरण (14.18), में ϕ दो अध्यारोपित तरंगों के बीच कलान्तर है। यदि दो तरंग के बीच पथान्तर p, ϕ, के संगत कलान्तर हो तब,

$\phi = \dfrac{2\pi p}{\lambda}$, जहाँ $\dfrac{2\pi}{\lambda}$ प्रति एकांक दूरी कला परिवर्तन है।

जब पथान्तर $\dfrac{\lambda}{2}$ का सम गुणांक हो, *i.e.*, $p = 2m\dfrac{\lambda}{2}$, कलान्तर $\phi = (2\pi/\lambda) \times (2m\,\lambda/2) = 2m\pi$.

चूंकि $\cos 2\pi = +1$, अत: समीकरण (14.18) से हमें प्राप्त होता है,

$$A^2 = a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2 = (a_1 + a_2)^2$$

अर्थात्, यदि एक ही दिशा में गमन करती दो संरेखी तरंगे एक ही कला में हों तो उनके अध्यारोपण से प्राप्त परिणामी तरंग का आयाम उनके पृथक-पृथक आयामों के योग के बराबर होता है। क्योंकि किसी स्थिति विशेष पर, तरंग की तीव्रता, उसके आयाम के वर्ग के समानुपाती होती है, अत:

$$I_{max} \;\alpha\; (a_1 + a_2)^2$$

जब $p = (2m + 1)\,\lambda/2$, then $\phi = (2m + 1)\,\pi$ तथा $\cos\phi = -1$. तब समीकरण (14.18) से हमें प्राप्त होता हैं,

$$A^2 = a_1^2 + a_2^2 - 2a_1a_2 = (a_1 - a_2)^2$$

जो यह प्रदर्शित करता है कि यदि एक ही दिशा में गमन करती दो संरेखी तरंगों के बीच पथान्तर π का विषम गुणांक हो तो, उनके अध्यारोपण से उत्पन्न परिणामी तरंग का आयाम उनके पृथक-पृथक आयामों के अंतर के बराबर होता है,

तब $I_{min} \;\alpha\; (a_1 - a_2)^2$

इस प्रकार
$$\frac{I_{max}}{I_{mim}} = \frac{(a_1 + a_2)^2}{(a_1 - a_2)^2} \qquad (14.19)$$

यदि $a_1 = a_2$, तो परिणामी तरंग की न्यूनतम तीव्रता शून्य होती है। ये परिणाम प्रदर्शित करते हैं कि व्यतिकरण तत्वत: तरंगों के अध्यारोपण के कारण दिक्स्थान में ऊर्जा का पुन: वितरण है।

14.4.2 विस्पंद

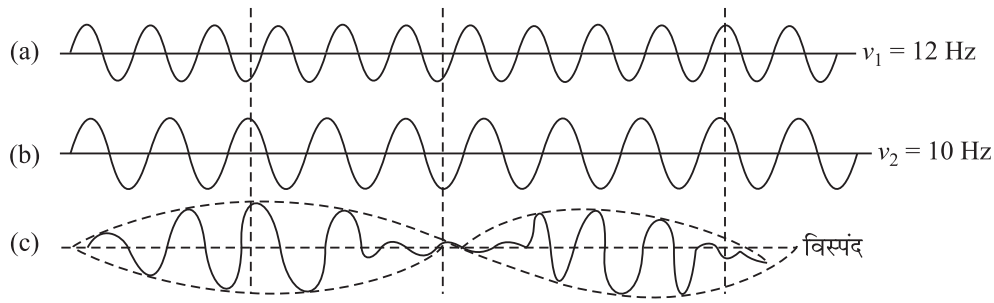
हमने देखा है कि एक ही आवृत्ति की व एक ही दिशा में गमन करने वाली तरंगों के अध्यारोपण से व्यतिकरण होता है। अब हम अनुसंधान करें कि दो लगभग समान आवृत्तियों की तरंगों के अध्यारोपण का परिणाम क्या होगा। पहले हम एक क्रिया कलाप करें।

क्रियाकलाप 14.5

दो स्वरित्र द्विभुज (ट्यूनिंग फॉर्क) A और B लीजिए जिनमें दोनों की आवृत्ति 512 Hz. है। B की एक भुजा पर थोडा सा मोम लगाकर उसे थोड़ा भारी बना लीजिए। अब एक रबर पैड पर टकराकर दोनों को एक साथ कम्पित कराइए। दोनों के हैन्डिलों को एक मेज की सतह पर दबा कर रखिये और उत्पन्न ध्वनि को ध्यान से सुनिए। आप पाएंगे कि ध्वनि की तीव्रता एकान्तर रूप से महत्तम तथा न्यूनतम होती रहती है। ध्वनि की तीव्रता के इस एकान्तर उतार चढ़ाव को *विस्पंद* कहते हैं। ध्वनि की तीव्रता के एक उच्चतम व एक न्यूनतम एकान्तरण को एक विस्पंद कहते हैं। B स्वरित्र द्विभुज की उसी भुजा पर थोड़ा सा मोम और लगाने पर आप पायेंगे कि विस्पंदों की संख्या बढ़ जाती है। B की भुजा पर और अधिक मोम लगाने पर हो सकता है कि विस्पंद न सुनाई दें। कारण यह है कि यदि दो भिन्न-भिन्न ध्वनियां हमारे कान पर 1/10 सेकंड से कम अंतराल पर पड़ें तो वह उनके बीच अंतर नहीं कर पाता अर्थात उन दो ध्वनियों को पृथक रूप से नहीं सुन पाता है। अब हम विस्पंदों के उत्पन्न होने की व्याख्या करेंगे।

(a) विस्पदों का उत्पादन : कल्पना कीजिए कि आप के पास दो स्वरित्र द्विभुज A और B हैं जिनकी आवृत्तियां क्रमश: N और $N + n$ हैं और n का मान 10 से कम है। एक सेकंड में A, N कम्पन करता है, किन्तु B एक सेंकड में A से n कम्पन अधिक कर लेता है, अत: द्विभुज B द्विभुज A की तुलना में (1/n) सेकंड में एक कम्पन तथा $\left(\frac{1}{2n}\right)$ सेकंड में आधा कम्पन अधिक कर लेता है। मान लीजिए $t = o$, अर्थात प्रारम्भ में, दोनों स्वरित्र द्विभुज एक ही कला में कम्पन कर रहे थे। तब (1/2n) सेकंड के पश्चात B , A की तुलना में (आधा) कम्पन अधिक कर लेगा, अत: $\frac{1}{2n}s$ के बाद वह (B) विपरीत कला में कम्पन करेगा। यदि A संपीडन की तरंग प्रेषित करता है तो B विरलन की तरंग प्रेक्षक को प्रेषित करेगा और प्रेक्षक को उसके कान द्वारा प्राप्त ध्वनि की तीव्रता शून्य होगी। (1/n)s, के बाद B, A से एक कम्पन अधिक कर

लेगा। अत: अब यदि A संपीडन की तरंग प्रेषित करता है तो B भी संपीडन की तरंग माध्यम (वायु) में प्रेक्षक को प्रेषित करेगा, और प्रेक्षक द्वारा प्राप्त ध्वनि की तीव्रता अधिकतम होगी। इसी प्रकार (3/2n)सेंकड के बाद दोनों स्वरित्र द्विभुज फिर से विपरीत कला में कम्पन करेंगे। अत: ध्वनि की तीव्रता फिर से न्यूनतम हो जाएगी। यह प्रक्रम इसी प्रकार चलता रहेगा। प्रेक्षक(1/n)सेंकड में एक विस्पंद सुनेगा, अर्थात n विस्पंद एक सेंकड में सुनेगा। इस प्रकार एक सेंकड में सुने गए विस्पंदों की संख्या दो स्वरित्र द्विभुजों की आवृत्ति में अंतर के बराबर होती है। यदि एक सेंकड में 10 से अधिक विस्पंद उत्पन्न हों तो ये पृथक-पृथक नहीं सुनाई देते। विस्पंद आवृत्ति n तथा विस्पंद काल $1/n$ होता है।



चित्र.14.11 : (a)12 Hz आवृत्ति का विस्थापन-समय ग्राफ (b) 10 Hz आवृत्ति का विस्थापन समय ग्राफ इन दो तरंगों के अध्यारोपण से दो विस्पंद प्रति सेकंड उत्पन्न होते हैं।

(b) ग्राफ विधि : एक 12 cm लम्बी सरल रेखा खींचकर इसको 1 cm लम्बे 12 बराबर भागों में विभाजित कीजिए। इस सरल रेखा पर 1 cm लम्बी तथा 1.5 cm ऊंची 12 तरंगे बनाइये। यह 12 Hz.आवृत्ति की एक तरंग को निरूपित करती है। दूसरी सरल रेखा (b) पर 1.2 cm लम्बी तथा 1.5 cm ऊँची 10 तरंगें बनाइये। यह 10Hz. आवृत्ति की तरंग को निरूपित करती है। चित्र 14.11(c) परिणामी तरंग को निरूपित करता है। चित्र 14.11 में वास्तविक तरंगों को नहीं वरन् विस्थापन समय ग्राफ दिखाया गया है। इस प्रकार परिणामी तीव्रता एकान्तर रूप से उच्चतम व निम्नतम होती रहती है। एक सेंकड में उत्पन्न विस्पंदों की संख्या Δv. है। अत: विस्पंद आवृत्ति दो अध्यारोपित तरंगों की आवृत्ति के अंतर के बराबर है।

उदाहरण 14.3 : एक अज्ञात आवृत्ति का स्वरित्र द्विभुज 500 Hz आवृत्ति के दूसरे स्वरित्र द्विभुज के साथ प्रति सेंकड 5 विस्पंद उत्पन्न करता है। स्वरित्र द्विभुज की अज्ञात आवृत्ति ज्ञात कीजिए।

हल : $v' = v \pm n = 500 \pm 5$

$\Rightarrow$ अज्ञात आवृत्ति 495 Hz or 505 Hz होगी।

उदाहरण 14.4 : किसी व्यतिकरण पैटर्न में अधिकतम व न्यूनतम तीव्रताओं का अनुपात 9 है। अध्यारोपण करती तरंगों का आयाम अनुपात क्या है?

हल : $\frac{I_{max}}{I_{min}} = \frac{a_1 + a_2}{a_1 - a_2}^{2}$ 9 $\frac{1+r}{1-r}^{2}$, जहाँ $r = \frac{a_2}{a_1}$.

अत:

$$\frac{1+r}{1-r} = 3$$

इस समीकरण को सरलतापूर्वक हल किया जा सकता है तब $r = \frac{1}{2}$, अर्थात् एक तरंग का आयाम दूसरे से दो गुना है।

पाठागत प्रश्न 14.4

1. यदि व्यतिकरण उत्पन्न करती दो तरंगों का तीव्रता अनुपात 1:16 है तो I_{max}/I_{min} का अनुपात ज्ञात कीजिए?
2. दो ध्वनि-स्रोतों से निकलती हुई क्रमश: v तथा $v+4$ आवृत्ति की तरंगें अध्यारोपित होती हैं? आप क्या अवलोकन करेंगे?
3. आवृत्ति v तथा $v+\Delta v$ की दो तरंगों के अध्यारोपण से उत्पन्न विस्पंदों की आवृत्ति क्या होगी?
4. दो स्वरित्र द्विभुज A और B प्रति सेंकड 5 विस्पंद उत्पन्न करते हैं, A की एक भुजा पर थोड़ा सा मोम लगाने पर भी इनसे प्रति सेंकड 5 विस्पंद उत्पन्न होते हैं। यदि B की आवृत्ति 512 Hz हो तो A की आवृत्ति उस पर मोम लगाने से पहले कितनी थी? अपने उत्तर के लिए कारण लिखिए।

14.5 विपरीत दिशाओं में गमन करती समान आवृत्ति की तरंगों का अध्यारोपण

अभी तक हमने एक ही दिशा में गमन करती हुई सरेखी तरंगों के अध्यारोपण पर विचार किया है। इस प्रकार की तरंगों में श्रृंग और गर्त अथवा संपीडन और विरलन किसी माध्यम में आगे गमन करते रहते है। इनका वेग माध्यम के गुणों पर निर्भर करता है। किसी माध्यम में एक ही तरंग दैर्ध्य तथा आवृत्ति की एक ही सरल रेखा के अनुदिश एक ही चाल से विपरीत दिशाओं में गमन करती हुई दो तरंगों के अध्यारोपण से अप्रगामी तरंगे उत्पन्न होती हैं। इन तरंगों में श्रृंग तथा गर्त अथवा संपीडन एवं विरलन किसी प्रेक्षक के सापेक्ष अचल रहते हैं।

14.5.1 अप्रगामी अचर तरंगों का बनना

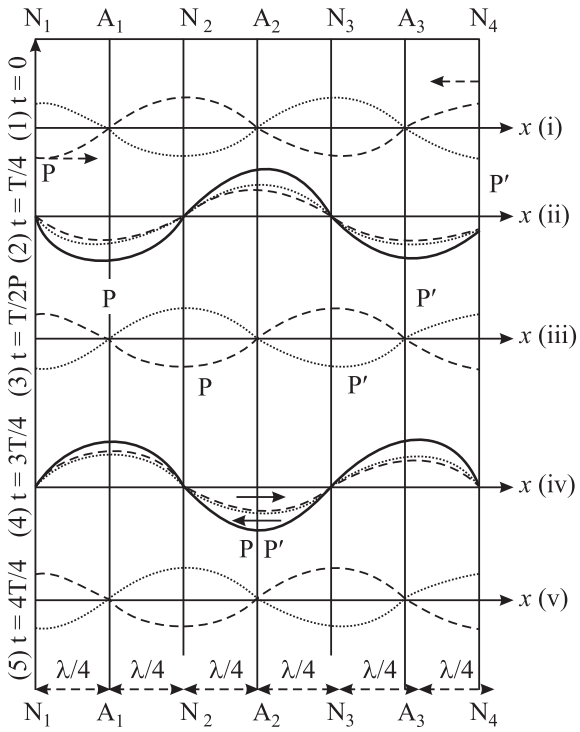
अप्रगामी तरंगे किस प्रकार बनती है, यह समझने के लिए चित्र 14.12 को देखिये, जिसमें हमने प्रत्येक T/4 सेकंड अर्थात कम्पनों के आवर्तकाल के 1/4 भाग के पश्चात आपतित, परावर्तित तथा परिणामी तरंगों की स्थितियों को दिखाया है।

(i) प्रारंभ में $t = 0$, समय पर [चित्र. 14.12(i)], बिन्दुओं द्वारा दिखायी गई आपतित तरंग और डैशों द्वारा दिखाई गई परावर्तित तरंग विपरीत कला में हैं, अत: सभी बिन्दुओं पर विस्थापन शून्य है। माध्यम के सभी कण अपनी-अपनी मूल अवस्थाओं में हैं।

(ii) $t = T/4$ समय पर [चित्र. 14.12(ii)], आपतित तरंग दाईं ओर को $\lambda/4$, आगे बढ़ गई है, जैसा कि बिन्दु P के विस्थापन से दिखाया गया है। परावर्तित तरंग बाईं ओर $\lambda/4$ आगे बढ़ गई है। परिणामी तरंग के रूप को मोटे सतत् वक्र से दिखाया गया है। यह देखा जा सकता है कि प्रत्येक बिन्दु पर परिणामी विस्थापन अधिकतम है। यहाँ प्रत्येक बिन्दु पर कण-वेग शून्य है और विकृति अधिकतम है।

(iii) $t = T/2$ समय पर [चित्र. 14.12 (iii)],आपतित तरंग दाईं ओर $\lambda/2$ आगे बढ़ गई है, जैसा बिन्दु P के विस्थापन से दिखाया गया है। परावर्तित तरंग बाईं ओर को $\lambda/2$ आगे बढ़ गई है, जिसे बिन्दु P′. को विस्थापन से दिखाया गया है। प्रत्येक बिन्दु पर इन विस्थापनों के विपरीत दिशा में होने से परिणामी विस्थापन शून्य है जिसे एक मोटी लाइन से दिखाया गया है।

(iv) $t = 3T/4$s पर [चित्र. 14.12(iv)], दोनों तरंगे फिर से एक ही कला में हैं। परिणामी विस्थापन अधिकतम है। कण-वेग शून्य है किन्तु विकृति का मान अधिकतम संम्भाव्य मान के बराबर है।



चित्र. 14.12: एक ही तरंग दैर्ध्य, आयाम आवृत्ति की एक ही सरल रेखा के अनुदिश विपरीत दिशाओं में गमन करती दो तरंगों के अध्यारोपण से अप्रगामी तरंगों का बनना।

(v) $t = 4T/4$s पर [चित्र. 14.12(v)], आपतित व परावर्तित तरंगे प्रत्येक बिन्दु पर विपरीत कला में है। इन तरंगों का परिणामी एक सरल रेखा है (जिसे मोटी सतत लाइन से दिखाया गया है)। विकृति $\Delta y/\Delta x$ प्रत्येक बिन्दु पर शून्य है।

ध्यान दीजिये कि

- बिन्दुओं N_1, N_2, N_3 और N_4, पर आयाम शून्य है किन्तु विकृति अधिकतम है। ऐसे बिन्दुओं को ***निस्पंद*** कहते हैं।
- बिन्दुओं A_1, A_2 और A_3, पर आयाम है अधिकतम है किन्तु विकृति न्यूनतम है। ऐसे बिन्दुओं को ***प्रस्पंद*** कहते हैं।
- दो क्रमागत निस्पंदों तथा प्रस्पंदों के बीच की दूरी $\lambda/2$ है।
- किसी निस्पंद व उससे अगले प्रस्पंद के बीच की दूरी $\lambda/4$ है।

टिप्पणियाँ

- अप्रगामी तरंगों का दोलन काल उन दोनों तरंगों के आवर्तकाल के बराबर है जिनके अध्यारोपण से यह अप्रगामी तरंग बनी है।
- ऊर्जा/एकान्तर रूप से किसी बिन्दु के परित: आगे पीछे तरंगायित होती रहती है। किन्तु किसी बिन्दु से होकर औसत ऊर्जा प्रवाह शून्य होता है।

दो सर्वसम, संरेखी और समान चाल से विपरीत दिशाओं में गमन करती हुई तरंगों के अध्यारोपण से अप्रगामी तरंगों बन जाती है। इनकों अप्रगामी तरंगें इसलिए कहा जाता है, क्योंकि इनमें तरंग स्वरूप आगे गति नहीं करता किन्तु एकान्तर रुप से संकुचित व विस्तृत होता रहता है। ऊर्जा केवल आगे-पीछे तरंगयित होती रहती है और औसत रूप से किसी बिन्दु से होकर नेट ऊर्जा प्रवाह नहीं होता।

14.5.2 अप्रगामी तरंग का समीकरण

किसी माध्यम में $\upsilon = \omega/k$ वेग से गमन करती हुई एक सरल आवर्त तरंग का समीकरण है,

$$y_1 = -a \sin(\omega t - kx)$$

किसी सघन माध्यम से परावर्तन के पश्चात यदि यह तरंग उसी सरल रेखा में X–अंक्ष के अनुदिश, उल्टी दिशा में π कलान्तर से गमन करे तो उसका समीकरण होगा,

$$y_2 = a \sin(\omega t - kx)$$

इन दोनों के अध्यारोपण से किसी समय किसी बिन्दु का विस्थापन होगा

$$y = y_1 + y_2$$
$$= a \sin(\omega t - kx) - a \sin(\omega t - kx)$$

त्रिकोणोमिति के सम्बंध $\sin A - \sin B = 2 \operatorname{Sin}(A - B)/2, \cos(A + B)/2$, का उपयोग करने पर, उपरोक्त व्यंजक को सरल करने पर हमें प्राप्त होता है,

$$y = -2a \sin kx \cos \omega t \qquad (14.20)$$

यदि $-2a \sin kx = A$. मान लें तो,

$$y = A \cos \omega t$$

समीकरण (14.20) कोणीय आवृत्ति ω और आयाम $2a \sin kx$ की एक परिणामी तरंग को निरूपित करता है। इस परिणामी तरंग का आयाम दिक्स्थान में ω कोणीय आवृत्ति से दोलन करता है, जो प्रतिमीटर पथान्तर पर कला में होने वाला परिवर्तन है। उन बिन्दुओं पर जहाँ $kx = m\pi = m\lambda/2$, $\sin kx = \sin m\pi = 0$. अत: $A = 0$,

ये बिन्दु जहां आयाम शून्य है, निस्पंद कहलाते हैं। इन बिन्दुओं पर विकृति $\Delta y/\Delta x$ का मान अधिकतम होता है। स्पष्टत: ऐसे दो निकटतम बिन्दुओं के बीच की दूरी $\lambda/2$ है।

उन बिन्दुओं पर जहां $= (2m + 1)\pi/2$ or $x = (2m + 1)\lambda/2 \times \lambda/2\pi = (2m + 1)\lambda/4$

$\operatorname{Sin} kx = \sin(2m + 1)\pi/2 = \pm 1$.

यहां A का मान अधिकतम होता है। इन बिन्दुओं पर विकृति $\Delta y/\Delta x$ शून्य है। ये बिन्दु जहां पर A (आयाम) अधिकतम किन्तु विकृति शून्य होती है। प्रस्पंद कहलाते हैं।

यहाँ यह विचारणीय है कि निस्पंदों पर, कणों का वेग शून्य होता है जबकि प्रस्पदों पर कणों का वेग $\Delta y/\Delta t$ अधिकतम होता है। अत: इससे यह परिणाम निकलता है कि किसी बिन्दु से होकर औसत ऊर्जा प्रवाह शून्य होता है। ऊर्जा केवल इधर-उधर तरंगायित होती रहती है। इसी कारण इन तरंगों को अप्रगामी या अचर तरंगें कहते हैं।

14.5.3 प्रगामी और अप्रगामी तरंगों में अंतर

आइये अब हम प्रगामी तथा अप्रगामी तरंगों में अंतरों का संक्षेप में वर्णन करें।

प्रगामी तरंगें	अप्रगामी तरंगें
1. माध्यम की कुछ अवस्थाएं जैसे शृंग और गर्त या संपीडन तथा विरलन, किसी निश्चित चाल से गमन करती हुई दिखाई पड़ती हैं। यह चाल माध्यम के घनत्व और प्रत्यास्थाता (या तनाव) पर निर्भर करती हैं।	माध्यम के दो निश्चित बिन्दुओं, जिन को निस्पंद कहते हैं, के बीच के खण्ड संकुचित व विस्तृत होते हुए दिखाई पड़ते हैं। माध्यम का प्रत्येक कण माध्य स्थिति के दोनों ओर लोलक की तरह कम्पन करता है।
2. सभी कणों के कम्पन का आयाम समान होता है।	निस्पंदों पर आयाम शून्य तथा प्रस्पंदों पर अधिकतम होता है।
3. एक के बाद एक, सभी कण अपनी मूल स्थिति से अधिकतम वेग से गुजरते हैं।	निस्पंदों पर कण-वेग शून्य तथा प्रस्पदों पर अधिकतम होता है।
4. एक कण से दूसरे को निश्चित वेग से ऊर्जा का स्थानान्तरण होता रहता है।	किसी खण्ड में ऊर्जा का संकुचन व विस्तारन होता रहता है। किन्तु किसी बिन्दु से होकर ऊर्जा का प्रवाह नहीं होता
5. प्रगामी तरंगों में एक के बाद एक, सभी कण अपनी अधिकतम चाल प्राप्त करते हैं।	अप्रगामी तरंगों में भिन्न-भिन्न बिन्दुओं पर अधिकतम वेग भी भिन्न होता है। यह निस्पंदों पर शून्य, किन्तु प्रस्पंदों पर अधिकतम होता है। सभी कण अपना-अपना अधिकतम वेग एक साथ प्राप्त करते हैं।
6. प्रगामी तरंगों में माध्यम के सभी क्षेत्रों पर एक समान विकृति होती है।	अप्रगामी तरंगों में विकृति निस्पंदों पर अधिकतम तथा प्रस्पंदों पर शून्य होती है।
7. माध्यम में ऐसा कोई भी बिन्दु नहीं होता जहाँ पर घनत्व में परिवर्तन नहीं होता।	प्रस्पंदों पर घनत्व में परिवर्तन नहीं होता, किन्तु, निस्पंदों पर अधिकतम घनत्व परिवर्तन होता है।

पाठगत प्रश्न 14.5

1. क्या अप्रगामी तरंगों में किसी बिन्दु से होकर ऊर्जा प्रवाह होता है? अपने उत्तर के लिए कारण लिखिए।

टिप्पणियाँ

2. दो लगातार निस्पंदों के तथा एक निस्पंद व निकटस्थ प्रस्पंद के बीच की दूरी कितनी होती है।
3. स्पष्ट कीजिए– दाब निस्पंद, विस्थापन स्पंद है और दाब प्रस्पंद, विस्थापन निस्पंद है।
4. वायु में 170 Hz आवृत्ति की अप्रगामी तरंगें बनी हैं। यदि वायु में तरंग वेग $340\ ms^{-1}$, हो तो (i) दो निकटस्थ निस्पंदों (ii) दो निकटस्थ प्रंस्पंदों तथा (iii) निकटस्थ निस्पंद व प्रस्पंद, के बीच की न्यूनतम दूरी क्या होगी?

14.6 सुस्वर ध्वनि के अभिलक्षण

सुस्वर ध्वनि के अभिलक्षण हमें दो सुस्वर ध्वनियों के बीच भेद करने में सहायता करते हैं। ये अभिलक्षण हैं– तारत्व, प्रबलता और गुणता (या स्वरूप)। अब हम इनका संक्षेप में वर्णन करेंगे।

14.6.1 तारत्व (Pitch)

तारत्व संगीतिक स्वरों का वह अभिलक्षण है जिसमें हम स्वरों का 'उच्च स्वर' या 'निम्न स्वर' में वर्गीकरण कर सकते हैं। यह एक व्यक्तिपरक (subjective) राशि है जो किसी यंत्रसे नहीं नापी जा सकती है। यह स्वर की आवृत्ति पर निर्भर करता है, कर्ण–भेदी, तीक्ष्ण या तीव्र ध्वनि को उच्च तारत्व की ध्वनि कहा जाता है। किन्तु मंद, भारी या सपाट स्वर को निम्न तारत्व की ध्वनि कहते हैं। शेर की दहाड़ उच्च प्रबलता की किन्तु निम्न तारत्व की ध्वनि है। दूसरी ओर मच्छरों की भिनभिनाहट की ध्वनि यद्यपि कम तीव्रता की है, किन्तु उसका उच्च तारत्व है।

14.6.2 प्रबलता

ध्वनि की प्रबलता किसी श्रोता के कान द्वारा प्राप्त ध्वनि की तीव्रता का व्यक्तिपरक (subjective) प्रभाव है, तरंगों की तीव्रता को तरंग द्वारा एकांक क्षेत्र के किसी पृष्ठ के पार एवं उस के लम्बवत्, एकांक समय में वाहित औसत ऊर्जा से मापा जाता है। हमारे कान ध्वनि के बहुत बड़े परास के लिए सुग्राही हैं। अत: ध्वनि प्रबलता के लिये अंकीय स्केल की अपेक्षा लघुगणकीय मापक्रम (स्केल) अधिक सुविधाजनक है।

श्रवण की देहली और ध्वनि की तीव्रता

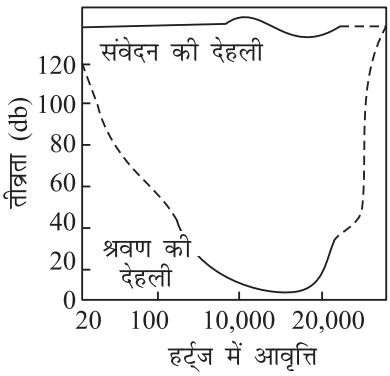
किसी तरंग के तीव्रता स्तर β को निम्न समीकरण से परिभाषित किया जाता है,

$$\beta = 10 \log I/I_0 \qquad (14.21)$$

जहाँ I_0 स्वेच्छिक रूप से चुनी गई एक संदर्भ तीव्रता है, I_0 का मान $10^{-12}\ Wm^{-2}$ लिया गया है। तीव्रता का यह मान उस सबसे मंद ध्वनि के अनुरूप है जिसे हम सुन सकते हैं। तीव्रता स्तर को डेसीबेल (db) से मापा जाता है।यदि किसी तरंग की तीव्रता I_0 या $10^{-12}\ Wm^{-2}$ हो तो इसका तीव्रता स्तर $I_0 = 0$ db होता है। श्रवण की सीमा के भीतर मानव के कान की सुग्रहता ध्वनि की आवृत्ति पर निर्भर करती है। किसी आवृत्ति पर

'श्रवण की देहली' उस आवृत्ति पर ध्वनि की वह निम्नतम तीव्रता है जिसका संसूचन किया जा सकता है अर्थात् जिसे सुना जा सकता है।

अनुभव की गई प्रबलता का मापदंड सोन (sone) है। एक सोन वह प्रबलता है जो 1kHz आवृत्ति एवं 40db तीव्रता की ध्वनि एक सामान्य श्रवण शक्ति के व्यक्ति के दोनों कानों पर पड़ने पर वह अनुभव करता है।



चित्र 14.13 श्रवण की देहली और अनुभव की देहली के बीच का श्रवण क्षेत्र

चित्र 14.13 में उन आवृत्तियों एवं तीव्रताओं को निरूपित किया गया है जिनके लिए कान सुग्राही होता है। यह चित्र वास्तव में आवृत्ति (हर्ट्ज में) एवं तीव्रता (डेसीबेल में) के बीच ग्राफ है। यह उत्तम श्रवण के लिए श्रवण क्षेत्र का ग्राफ है। इस वक्र के संबंध में निम्नलिखित तथ्यों पर ध्यान दीजिए।

- वक्र का निचला भाग प्रदर्शित करता है कि कान 2000Hz से 3000Hz की आवृत्तियों के लिये सर्वाधिक सुग्राही होते हैं, जहाँ 'श्रवण की देहली' लगभग 5db है। सामान्यत: श्रवण की देहली शून्य db होती है।
- वक्र के ऊपरी भाग के संगत तीव्रताओं से ऊपर की तीव्रताओं पर संवदेन श्रवण से असुविधा और पीड़ा तक में बदल जाता है। वक्र का यह भाग संवेदन की देहली है।
- प्रबलता, तीव्रता के साथ बढ़ती है, किन्तु दोनों के बीच कोई स्पष्ट संबंध नहीं है।
- यह आवश्यक नहीं है कि एक ही तीव्रता किन्तु पृथक आवृत्ति के दो शुद्ध स्वर समान प्रबलता उत्पन्न करें।
- सभी आवृत्तियों के लिए ऊपरी वक्र की ऊंचाई 120 db पर नियत है।

  ध्वनि तरंगों की तीव्रता निम्नलिखित कारकों पर निर्भर करती हैं:
- **कम्पन का आयाम:** $I \alpha a^2$, जहाँ a तरंग का आयाम है।
- **श्रोता एवं स्त्रोत के बीच की दूरी:** $I \alpha \frac{1}{r^2}$, जहाँ r दोनों के बीच की दूरी है (स्त्रोत बिन्दु रूप हो तो)
- तीव्रता आवृत्ति के वर्ग के समानुपाती होती है ($I \alpha v^2$)
- तीव्रता माध्यम के घनत्व के समानुपाती होती है ($I \alpha \rho$)

14.6.3 गुणता

यह ध्वनि तरंगों का वह अभिलक्षण है, जिसके कारण हम पृथक-पृथक वाद्य यंत्रों के स्वरों को पहचान सकते हैं भले ही वह समान तारत्व व प्रबलता के क्यों न हों। स्वरित्र द्विभुज के

अतिरिक्त अन्य कोई भी यंत्र, शुद्ध स्वर (अर्थात् एक ही विशेष आवृत्ति का स्वर) उत्पन्न नहीं करता। जब कोई यंत्र n आवृत्ति का स्वर उत्पन्न करता है तो, इस स्वर के साथ-साथ अन्य उच्च आवृत्तियों $2n, 3n\ 4n$ .... के स्वर भी उस यंत्र से उत्पन्न हो सकते हैं। इन स्वरों के पृथक-पृथक् आयाम और कला संबंध होते हैं। इन उत्पन्न तरंगों का परिणामी तरंग स्वरूप उत्सर्जित स्वर की गुणता को निर्धारित करता है। प्रबलता और तारत्व के समान गुणता भी एक व्यक्तिपरक राशि है, यह परिणामी तरंग-स्वरूप पर निर्भर करती है।

14.6.4 ऑर्गन पाइप

यह सरलतम रूप का वायु यंत्र है। लकड़ी अथवा धातु का पाइप जो सुस्वर ध्वनि उत्पन्न करता है, ऑर्गन पाइप कहलाता है। बांसुरी, ऑर्गन पाइप का एक उदाहरण है। यदि इसके दोनों सिरे खुले हों तो इसे खुला पाइप कहते हैं। यदि इसका एक सिरा बन्द हो तो इसे **बन्द पाइप** कहते हैं। यदि हम किसी ऑर्गन पाइप को धीरे से फूंकते हैं, तो इससे लगभग शुद्ध स्वर निकलता है। इस शुद्ध स्व्र को **मूल स्वरक** कहते है। किन्तु यदि हम ऑर्गन पाइप को जोर से फूंकें, तो हमें कई अन्य स्वर भी सुनाई देंगे जिनकी आवृत्तियाँ मूल स्वर की आवृत्ति की पूर्णांकी गुणक होती हैं। आप किसी नल से बाल्टी में गिरते हुए पानी द्वारा उत्पन्न विभिन्न ध्वनियों को पहचान सकते हैं। *मूल स्वरक* की इन पूर्णांकी गुणक आवृत्तियों को **अधिस्वरक** (overtone) कहते हैं।

ध्यान में रखिये कि

- किसी ऑर्गन पाइप के बन्द सिरे पर वायु के कणों का विस्थापन नहीं हो सकता है, अत: बन्द सिरे पर निस्पंद ही बनना निश्चित है।
- ऑर्गन पाइप का खुला सिरा बाहरी वायुमंडल के सम्पर्क में है अत: वहाँ घनत्व का परिवर्तन अवश्य ही शून्य होगा। अत: खुले सिरे पर अवश्य ही प्रस्पंद बनेगा।

(a) खुला ऑर्गन पाइप : वायु स्तंभ के कम्पनों की सरलतम विधा (mode) को चित्र 14.14 (a) में दिखाया गया है। इसे मूल स्वरक कहते हैं। इसमें दोनों सिरों पर प्रस्पंद है और उनके बीच में एक निस्पंद हैं। क्योंकि एक प्रस्पंद से उसके निकटतम निस्पंद के बीच की दूरी $\lambda/4$ होती है अत: यदि पाइप की लम्बाई l हो तो

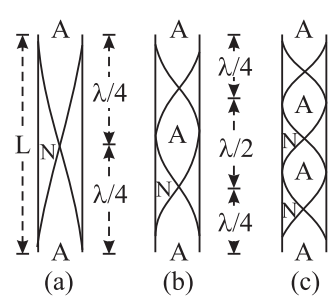
$l = (\lambda/4) + (\lambda/4) = \lambda/2$ or $\lambda = 2l$.

अत: उत्पन्न स्वर की आवृत्ति

$$n_1 = \upsilon/\lambda = \upsilon/2l$$

वायुस्तम्भ के कम्पनों की अगली विधा को चित्र 14.14 (b) में दिखाया गया है। इस विधा में एक प्रस्पंद तथा एक निस्पंद और उत्पन्न हो गए हैं। इस दशा में

$$\lambda = (\lambda/4) + (\lambda/4) + (\lambda/4) + (\lambda/4) = l$$



चित्र 14.14: खुले ऑर्गन पाइप के सन्नादी। वक्र अनुदैर्ध्य अप्रगामी तरंगों को प्रकट करते हैं।

इसमें उत्पन्न स्वर की आवृत्ति

$$n_2 = \upsilon/\lambda = \upsilon/l = 2\upsilon/2l$$

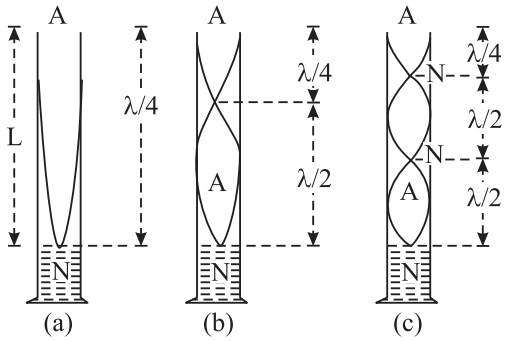
$$n_2 = 2\upsilon/2l$$

अर्थात् $n_2 = 2n_1$

इस प्रकार उत्पन्न स्वर को **द्वितीय संनादी** या **प्रथम अधिस्वरक** कहते हैं। द्वितीय अधिस्वरक प्राप्त करने के लिए आपको पाइप को और जोर से फूंकना होगा अब इसमें एक और निस्पंद तथा एक और प्रस्पंद उत्पन्न होंगें [(चित्र 14.14 (c)]। अतः इस स्थिति में,

$$l = \frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda}{4} + \frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda}{4}$$

$$\lambda = \frac{2l}{3}$$



चित्र 14.15: बन्द ऑर्गन पाइप के संनादी। चित्र में वक्र अनुदैर्ध्य अप्रगामी तरंगों के तरंग रूप को निरूपित करते हैं।

अतः उत्पन्न स्वर की आवृत्ति

$$n_3 = \frac{\upsilon}{\lambda} = \frac{3\upsilon}{2l} = 3n_1$$

इस प्रकार उत्पन्न स्वर को तृतीय संनादी या द्वितीय अधिस्वरक कहते हैं।

(b) बन्द ऑर्गन पाइप : किसी बन्द ऑर्गन पाइप में वायु स्तंभ के कम्पन की सरलतम विधि चित्र 14.5 (a) में दिखाई गई है, इसमें पाइप के खुले सिरे पर एक प्रस्पंद और बन्द सिरे पर एक निस्पंद है। उत्पन्न तरंग की तरंगदैर्ध्य के लिये यह संबंध है।

$$l = \lambda/4 \text{ or } \lambda = 4l$$

अतः उत्सर्जित स्वर की आवृत्ति,

$$n_1 = \upsilon/\lambda = \upsilon/41$$

इस प्रकार उत्पन्न स्वर को मूल स्वरक कहते हैं। पाइप को ओर जोर से फूंकने से एक और निस्पंद व एक और प्रस्पंद बन जायेंगे [चित्र 14.5(b)]। उत्पन्न स्वर की तरंगदैर्ध्य के लिए,

$$l = \frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda}{4} = \frac{3\lambda}{4} \quad \text{or } \lambda = \frac{4l}{3}$$

इस स्वर की आवृत्ति,

$$n_3 = \frac{\upsilon}{\lambda} = \frac{3\upsilon}{4l} = 3n_1$$

इस स्वर को मूल स्वरक का **प्रथम अधिस्वरक** या **तृतीय संनादी कहते हैं।**

$$l = \frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda}{4} + \frac{5\lambda}{4} \quad \text{or } \lambda = \frac{4l}{5}$$

पाइप को और अधिक जोर से फूंकने पर एक और प्रस्पंद तथा और निस्पंद बन जायेगा [चित्र 14.5 (c)] उत्पन्न स्वर की तरंगदैर्ध्य के लिये

$$n_3 = \frac{\upsilon}{\lambda} = \frac{5\upsilon}{4l} = 5n_1$$

इस प्रकार उत्पन्न स्वर को **द्वितीय अधिस्वरक** या पाँचवां संनादी कहते हैं।

खुले व बन्द पाइपों द्वारा उत्सर्जित स्वरों की तुलना से आप पाएंगे कि खुले पाइप में कहीं अधिक अधिस्वरक होते हैं। बन्द पाइपों में सम संख्यक (even numbered) संनादी नहीं होते।

उदाहरण 14.1 बराबर लंबाई के दो पाइप, एक बन्द व दूसरा खुला, दिए गए हैं, उनके मूल स्वरकों की आवृत्तियों का अनुपात क्या होगा?

हल : $\dfrac{\text{खुले पाइप की आवृत्ति}}{\text{बन्द पाइप की आवृत्ति}} = \dfrac{\upsilon/2\ell}{\upsilon/4\ell} = 2$

अतः, खुले पाइप द्वारा उत्पन्न मूल स्वरक की आवृत्ति = 2× बन्द पाइप द्वारा उत्पन्न मूल स्वरक की आवृत्ति

पाठागत प्रश्न 14.6

1. तारत्व व आवृत्ति में क्या संबंध है?
2. सुस्वर ध्वनि का वह कौन सा अभिलक्षण है जिससे हम दो भिन्न-भिन्न वाद्य यंत्रों द्वारा उत्पन्न दो स्वरों को पहचान लेते हैं भले ही उनकी आवृत्ति व तीव्रता बराबर क्यों न हों?
3. ध्वनि के उस अभिलक्षण का नाम लिखिए जो आपको अपने मित्र की आवाज, पहचानने में सहायता करता है।

4. खुले तथा बन्द ऑर्गन पाइप में किसमें अधिक अधिस्वरक होते हैं?
5. समान लम्बाई के (i) खुले पाइप (ii) बन्द पाइप, द्वारा उत्पन्न स्वरों की आवृत्तियों में क्या अनुपात होता है?
6. खुले पाइप के मूल स्वरक की आवृत्ति पर ताप का क्या प्रभाव होगा?

ध्वनि प्रदूषण

जब ध्वनि की अनुभूति श्रवण से असुविधा तक पहुंच जाती है (अर्थात् जब किसी ध्वनि को सुनने से हमें असुविधा होने लगे) तो वह ध्वनि प्रदूषण कहलाता है, और यदि यह एक लम्बे समय तक चलता रहे तो उससे कुछ विशेष मानव अंगों पर हानिकारक प्रभाव पड़ता है। शोर (या रव) औद्योगीकरण का एक उपोत्पाद और विज्ञान द्वारा मनुष्य को प्रदत्त आधुनिक सुख-सुविधाओं का दुरुपयोग है। यहाँ हम शोर (रव) के विभिन्न स्रोतों और मनुष्य द्वारा अनुभव किये गये उनके प्रभावों का सार प्रस्तुत कर रहे हैं।

सारिणी 14.1: रव (शोर) के स्रोत और उनके प्रभाव

स्रोत	तीव्रता स्तर db में	मनुष्य द्वारा अनुभव किये गए प्रभाव
श्रवण की देहली	0 (=10^{-12} Wm^{-2})	बस सुनने लायक
पत्तियों की सरसराहट	10	नीरव
औसत फुसफुसाहट	20	नीरव (शान्त)
रेडियो (हल्का चलाने पर)	40	नीरव (शान्त)
शान्त मोटर वाहन	50	मन्द कोहलाहलपूर्ण
सामान्य बातचीत	65	मन्द कोलाहलपूर्ण
व्यस्त सड़क पर यातायात	70 to 80	कोलाहलपूर्ण
मोटर बाइक और भारी वाहन	90	बहुत कोलाहलपूर्ण
जेंट इंजन लगभग 35m दूर	105	असुविधाजनक
तड़ित	120 (=1 Wm^{-2})	असुविधाजनक
उड़ते समय जेट वायुयान	150	कष्टकर ध्वनि

(a) ध्वनि प्रदूषण के प्रभाव

1. इससे श्रवणशक्ति को क्षति पहुंचती है। 86db या अधिक तीव्रता की ध्वनि के लम्बे समय तक कान में पड़ने से कान के भीतरी भाग को बहुत क्षति हो सकती है।
2. इससे हृदय की धड़कन बढ़ जाती है और आँखों की पुतली फैल जाती है।
3. इससे भावात्मक अंशांति, चिन्ता व घबराहट उत्पन्न होती है।

4. इससे तीव्र सिरदर्द हो जाता है जिससे उल्टियाँ हो सकती है।

(b) ध्वनि प्रदूषण कम करने की विधियाँ

1. पुराने उद्योगों को हटाकर, नये उद्योगों को मनुष्यों के निवास स्थानों से दूर लगाना।
2. मशीनों की अधिक अच्छी देखभाल करना तथा उनके गतिशील भागों को नियमित रूप से स्नेहक (lubrication) व तेल देना।
3. इंजन तथा मशीनों के अधिक अच्छे डिजाइन।
4. लाउडस्पीकारों तथा एम्लीफायरों पर रोक।
5. धार्मिक, राजनीतिक और वैवाहिक जलूसों में पटाखे, बैंड तथा लाउडस्पीकरों के उपयोग को नियंत्रित करना।
6. ध्वनि के मार्ग रोकने के लिये पेड़ लगाना।
7. ध्वनि के मार्ग को रोकने के लिये ध्वनि अवशोषक पदार्थों का उपयोग।
8. दस्तानों व रूई के प्लगों का उपयोग।

प्रघाती तरंगे

यदि कोई ध्वनि तरंग स्रोत ध्वनि तरंगों के वेग से अधिक वेग से गति कर रहा तो प्रघाती तरंगे उत्पन्न होती हैं। इसका एक सुविदित उदाहरण है जब किसी श्रोता के ठीक ऊपर कोई ध्वनि की चाल से तेज चलने वाला वायुयान गुज़रता है तो उसे विस्फोटक ध्वनि सुनाई देती है। यह सुविदित है कि ध्वनि से अधिक तीव्र गति से चलने वाला पिंड स्वंय ध्वनि स्रोत होता है।

14.7 विद्युत चुम्बकीय तरंगें

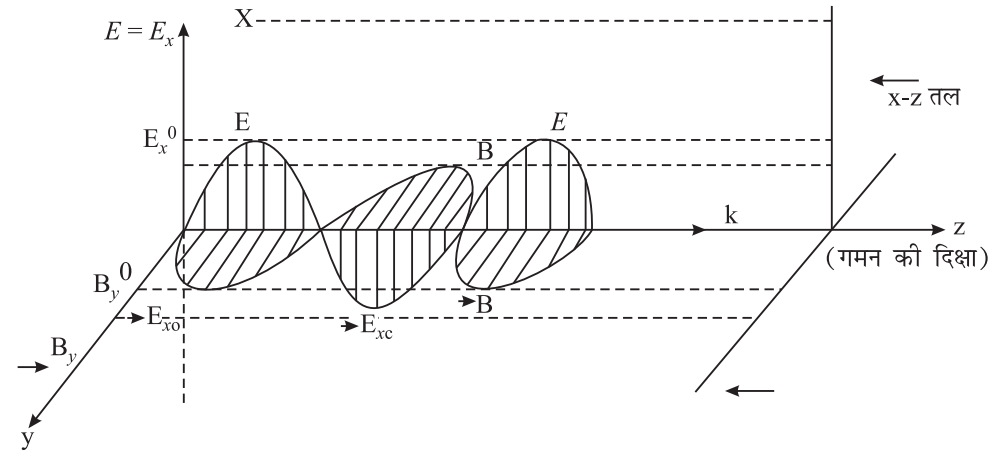
आप जानते हैं कि प्रकाश एक विद्युत चुम्बकीय तरंग है। इसकी तरंगदैर्ध्य 4000 A° से 7500A° तक होती है। विद्युत चुम्बकीय तरंगों का एक संक्षिप्त विवरण नीचे दिया गया है।

14.7.1 विद्युत चुम्बकीय तरंगों के गुण

विद्युत चुम्बकीय तरंगों के निम्नलिखित गुणों को सावधानी पूर्वक नोट कीजिए

(*i*) ये तरंगे अनुप्रस्थ होती हैं,

(*ii*) इनमें विद्युत क्षेत्र (E) और चुम्बकीय क्षेत्र (B), एक दूसरे के तथा तरंगों के प्रसारण की दिशा (k) के लम्बवत् दोलन करते हैं। साथ ही $\mathbf{E} = c\mathbf{B}$. [देखिये चित्र 14.16]।



चित्र 14.16 : विद्युत चुम्बकीय तंरगों में विद्युत व चुम्बकीय क्षेत्र

(iii) ये तरंगें निर्वात से होकर गमन कर सकती हैं जहाँ इनका वेग $= \dfrac{1}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}} = 3 \times 10^8$ $ms^{-1} = c$ (प्रकाश का वेग) होता है। यदि किसी माध्यम की चुम्बकशीलता $\mu\ (= \mu_0.\mu_r)$ और विद्युतशीलता $\varepsilon\ (= \varepsilon_0 \,.\, \varepsilon_r)$ हो तो वेग हो जायेगा–

$$v = \frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}} = \frac{1}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}\ \sqrt{\mu_r\varepsilon_r}} = \frac{c}{\sqrt{\mu_r\varepsilon_r}} < c$$

(iv) इन तरंगों का व्यवहार व प्रकृति उनकी आवृत्ति (या तरंगदैर्ध्य) पर निर्भर करती है। मैक्सवेल के सिद्धान्त के अनुसार विद्युत चुम्बकीय तरंगों की संभावित तरंगदैर्ध्य पर कोई प्रतिबंध नहीं है। अत: 6×10^{-13} m तरंगदैर्ध्य से लेकर और अधिक तरंगदैर्घ्य की तरंगे सफलतापूर्वक उत्पन्न की गई हैं। बहुत अधिक तरंगदैर्घ्य की विद्युत चुम्बकीय तरंगों की, जो रेडियो तरंगों के संगत हैं, कोई सीमा नहीं है। दीर्घ से लेकर लघु तरंगदैर्घ्य तक की विद्युत चुम्बकीय तरंगों के पूरे परिसर से विद्युत चुम्बकीय स्पैक्ट्रम बनता है।

जेम्स क्लार्क मैक्सवेल
(1831 – 1879)

स्काटलैंड निवासी गणितज्ञ और भौतिक विज्ञानी मैक्सवेल विद्युत चुम्बकीय क्षेत्र संबंधी अपने सिद्धान्तों के लिये प्रसिद्ध हैं।विद्युत चुम्बकीय सिद्धान्तों के अपने समीकरणों द्वारा उन्होंने दर्शाया कि ये निर्विवाद रूप से विद्युत चुम्बकीय तरंगों के अस्तित्व का संकेत देते हैं, जो प्रकाश के वेग से चलती हैं; और इस प्रकार प्रकाश व विद्युत चुम्बकत्व में परस्पर संबंध है।

क्लासियस के साथ उन्होंने गैसों के गत्यात्मक सिद्धान्त को विकसित किया। उन्होंनें ऊष्मा के सांख्किीय सिद्धांत को विकसित किया। वे अनेक विषयों में रूचि रखने वाले व्यक्ति थें उन्होंने ऊर्जा के सम विभाजन प्रमेय को व्युत्पन्न किया। यह प्रदर्शित किया कि श्यानता ताप के समानुपाती होती है। उन्होंने शनि ग्रह के वलयों की व्याख्या करने का प्रयत्न किया।

14.7.2 विद्युत चुम्बकीय स्पेक्ट्रम

मैक्सवेल ने विद्युत चुम्बकीय तरंगो के अस्तित्व का विचार दिया जबकि हट्र्ज, जगदीश चन्द्र बोस, मार्कोनी व अन्य वैज्ञानिकों ने प्रयोगात्मक रूप से, भिन्न-भिन्न तरंग दैर्ध्य की ऐसी तरंगों को सफलतापूर्वक उत्पन्न किया। तथापि सभी विधियों में विद्युत चुम्बकीय तरंगों का स्रोत त्वरित आवेश है। इन तरंगों का वर्गीकरण उनके उत्पन्न करने की विधियों के अनुसार किया जाता है और तदनुसार उनका नाम रखा जाता है। विभिन्न वर्ग की इन तरंगों द्वारा स्प्रैक्ट्रम के कुछ भागों का अतिव्यापन (Overlapping) भी देखा जाता है। यह प्रकट करता है कि अतिव्यापित क्षेत्र में विद्युत चुम्बकीय तरंगे भिन्न-भिन्न विधियों से उत्पन्न की जा सकती हैं। यह याद रखना महत्वपूर्ण है कि विद्युत चुम्बकीय तरंगों के गुण उनकी आवृत्तियों या तरंगदैर्ध्यों पर निर्भर करते हैं न कि उनके उत्पादन की विधियों पर। विद्युत चुम्बकीय तरंगों का एक उपयुक्त वर्गीकरण विद्युत चुम्बकीय स्प्रेक्ट्रम कहलाता है।

विद्युत चुम्बकीय तरंगों के किसी वर्ग और उसके अगले वर्ग के बीच कोई स्पष्ट विभाजक बिन्दु नहीं है। इसके विभिन्न वर्ग निम्नलिखित है:

(i) **निम्न आवृत्ति विकिरण** $\left\{\begin{array}{l} v = 60\text{Hz to } 50\text{Hz} \\ \lambda = 5\times10^{6}\, m \text{ to } 6\times10^{6}\, m \end{array}\right\}$: प्रत्यावर्ती धारा (a.c.) परिपथों से उत्पादित इन विकिरणों का वर्गीकरण, शक्ति आवृत्तियों या शक्ति तरंगों या विद्युत शक्ति उपयोगिता युक्त विद्युत चुम्बकीय तरंगों के रूप में किया जाता है। इन तरंगों की आवृत्ति निम्नतम होती है।

(ii) **रेडियो तरंगे-** $\left\{\begin{array}{l} \lambda = 0.3\text{m to } 10^{6}\text{ m} \\ v = 10^{9}\text{ Hz } to\ 300\text{Hz} \end{array}\right\}$: रेडियों तरंगें तब उत्पन्न होतीं हैं जब आवेशों को चालक तारों से होकर त्वरित किया जाता है। ये L.C. दोलित्रों जैसी इलैक्ट्रॉनिक युक्तियों में उत्पन्न होती हैं। इनका रेडियो व टेलीविजन प्रसारण में बहुत उपयोग होता है।

(iii) **सूक्ष्म तरंगे** $\left\{\begin{array}{l} \lambda = 10^{-3}\text{m to } 0.3\text{m} \\ v = 10^{11}\text{ Hz } to\ 10^{9}\text{ Hz} \end{array}\right\}$: इनका उत्पादन विशेष निर्वात् नलिकाओं में दोलायमान धाराओं द्वारा होता है। अपनी सूक्ष्य तरंग दैर्ध्य के कारण ये वायुयानों के संचालन में प्रयुक्त रडारों, टीवी प्रसारण और पदार्थ के आण्विक तथा परमाणुवीय गुणों का अध्ययन करने के लिए बहुत उपयुक्त हैं। सूक्ष्म तरंग चूल्हों में इन तरंगों का उपयोग उष्मा तरंगों के रूप में किया जाता है। यह सुझाव दिया गया है कि सौर (ऊर्जा) संग्राहकों द्वारा अंतरक्षि से पृथ्वी को सूक्ष्म तरंगे विकीर्ण कर सौर ऊर्जा का दोहन किया जा सकता है।

(iv) **अवरक्त किरणें** $\left\{\begin{array}{l} \lambda = 7\times10^{-7}\text{ m to } 10^{-3}\text{ m} \\ v = 4.3\times10^{14}\text{ Hz to } 3\times10^{11}\text{ Hz} \end{array}\right\}$: अवरक्त किरणों का उष्मता लहरें भी कहा जाता है। ये अधिकांश पदार्थों द्वारा तुरंत अवशोषित हो जाती हैं। जो वस्तु इन तरंगों का अवशोषण करती हैं, उनका ताप बढ़ जाता है। अवरक्त विकिरणों के कई व्यवहारिक और वैज्ञानिक उपयोग हैं, जैसे शारीरिक चिकित्सा, अवरक्त फोटोग्राफी इत्यादि। इन तरंगों को ताप वैद्युत पुंज (थर्मोपाइल) से संसूचित किया जा सकता है।

(v) **दृश्य प्रकाश** $\begin{Bmatrix} \lambda = 4\times10^{-7}\,\text{m to } 7\times10^{-7}\,\text{m} \\ v = 7.5\times10^{14}\,\text{Hz to } 4.3\times10^{14}\,\text{Hz} \end{Bmatrix}$: यह वह विद्युत चुम्बकीय (e.m.) तरंगें हैं जिन्हें हमारी आँख संसूचित कर सकती है या जिनके लिए मानव की आँख का रेटीना (दृष्टिपटल) संवेदनशील है। यह सम्पूर्ण विद्युत चुम्बकीय स्पेक्ट्रम का एक छोटा सा भाग है। ये परमाणुओं और अणुओं में इलेक्ट्रॉनों के पुनर्विन्यास से उत्पन्न होती हैं, जब कोई इलेक्ट्रॉन किसी परमाणु के बाहरी कक्ष से कम ऊर्जा के भीतरी कक्ष में गिरता है तो अतिरिक्त ऊर्जा दृश्य विकिरणों के रूप में विकिरित हो जाती है। दृश्य प्रकाश की विभिन्न तरंग दैर्ध्यों का रंगों में वर्गीकरण किया गया है। यह रंग बैगनी $(\lambda = 4\times10^{-7}\text{m})$ से लाल $(\lambda = 7\times10^{-7})$. तक हैं। मानव नेत्र पीले रंग के प्रकाश $(\lambda = 5\times10^{-7}\text{m})$.लिए सर्वाधिक सुग्राही है। प्रकाश हमारे चारों ओर के विश्व से सम्पर्क के लिए मूलाधार है।

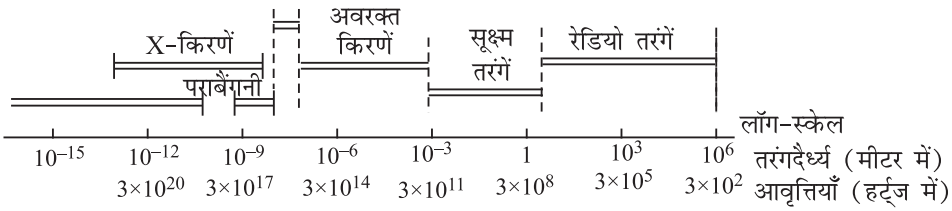
(vi) **पराबैंगनी** $\begin{Bmatrix} \lambda = 3\times10^{-9}\,\text{m to } 4\times10^{-7}\,\text{m} \\ v = 10^{-17}\,\text{Hz to } 7.5\times10^{14}\,\text{Hz} \end{Bmatrix}$: सूर्य पराबैंगनी विकिरणों का महत्वपूर्ण स्रोत है, जो धूप-ताम्रता का मुख्य कारण है। सूर्य से आने वाले पराबैंगनी प्रकाश का अधिकांश भाग ऊपरी वायुमंडल अर्थात समतापमंडल द्वारा जहां ओजोन गैस होती है, अवशोषित कर लिया जाता है। यह ओजोन परत तब अवशोषित ऊर्जा को ऊष्मा-विकिरणों के रूप में उत्सर्जित करती है, इस प्रकार ओजोन द्वारा प्राण घातक (प्राणियों के लिए हानिकार) विकिरण, लाभदायक ऊष्मा विकिरणों में परिवर्तित कर दिए जाते हैं जिससे वायुमण्डल गर्म रहता है। इन परा बैंगनी किरणों का उपयोग पीने के पानी में कीटाणु को नष्ट करने, आपरेशन कक्षों को रोगाणुरहित करने और दस्तावेजों की जालसाजी की जांच करने के लिए किया जाता है।

(vii) **एक्स-किरणें** $\begin{Bmatrix} \lambda = 4\times10^{-13}\,\text{m to } 4\times10^{-8}\,\text{m} \\ v = 7.5\times10^{20}\,\text{Hz to } 7.5\times10^{15}\,\text{Hz} \end{Bmatrix}$: एक्स-किरणें तब उत्पन्न होती हैं जब टंगस्टन जैसी किसी उच्चगलनांक की धातु के लक्ष्य पर उच्च ऊर्जा के इलेक्ट्रानों की बौछार की जाती है। एक्स किरणों का महत्वपूर्ण उपयोग चिकित्सीय निदान और कुछ प्रकार के कैंसरों के इलाज में किया जाता है। क्योंकि एक्स-किरणें जीवित ऊतकों को नष्ट करती हैं अत: सावधानी रखनी चाहिए कि अधिक समय तक एक्स किरणें सम्पर्क में न आएं। एक्स किरणों का उपयोग क्रिस्ट्रलों की संरचना के अध्ययन में भी होता है। एक्स-किरणों का संसूचन (पहचान) फोटोग्राफिक प्लेटों से होता है।

(viii) **गामा किरणें** $\begin{Bmatrix} \lambda = 6\times10^{-17}\,\text{m to } 10^{-10}\,\text{m} \\ v = 5\times10^{24}\,\text{Hz to } 3\times10^{18}\,\text{Hz} \end{Bmatrix}$: ये किरणें कोबल्ट (60) और सीजियम (137) जैसे रेडियो ऐक्टिव (विघटनामिक) नाभिकों से उत्सर्जित होती हैं। ये नाभिकीय रिऐक्टरों में कुछ नाभिकीय अभिक्रियों के दौरान भी निकलती हैं। गामा किरणों की भेदन क्षमता बहुत अधिक होती हैं। जीवित ऊतकों द्वारा अवशोषित होने पर ये उन्हें गंभीर क्षति

पहुँचाती हैं। गामा किरणों के घातक प्रभाव से बचने के लिए लेड धातु की मोटी चादरों का उपयोग किया जाता है। विद्युत चुम्बकीय तरंगों की ऊर्जा (E) उनकी आवृत्ति के समानुपाती ($E = h\nu$) तथा तरंग दैर्ध्य की व्युत्क्रमानुपाती $\left(E = h\nu = \frac{hc}{\lambda}\right)$ होती है। अतः गामा किरणों में सर्वाधिक ऊर्जा और भेदन क्षमता होती हैं जबकि शक्ति आवृत्तियों और ए.एम (आयाम मॉडुलित) रेडियो तरंगसबसे दुर्बल विकिरण हैं। गामा किरणों का उपयोग धातु की ढली हुई वस्तुओं में त्रुटियों जानने के लिए किया जाता है। गामा किरणों का संसूचन गाइगर नली या प्रस्फुरण गणित्र के द्वारा किया जाता है।

स्पैक्ट्रम में भिन्न-भिन्न प्रकार के विकिरणों का लाक्षणिक व्यवहार, माध्यम के अनुसार, भिन्न-भिन्न होता है, उदाहरण के लिए हमारा सम्पूर्ण शरीर दृष्य विकिरणों के लिए अपारदर्शी है, हमारे ऊतक एक्स किरणों के लिए पारदर्शी हैं। इसी प्रकार पृथ्वी के वायुमण्डल का व्यवहार भी भिन्न-भिन्न प्रकार के विकिरणों के लिए भिन्न होता है।



चित्र. 14.17 : विद्युत चुम्बकीय स्प्रेक्ट्रम

पाठगत प्रश्न 14.7

1. रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए:

   (i) ..... विशेष निर्वात नलिकाओं में दोलित धाराओं से उत्पन्न होती हैं।.

   (ii) मानव नेत्र ..... रंग के लिए सर्वाधिक संवेदनशील है।

   (iii) ..... पराबैगनी विकिरणों का महत्वपूर्ण स्रोत है।

   (iv) ..... का उपयोग चिकित्सा में निदान के लिए एक साधन के रूप में होता है।

   (v) अवरक्त विकिरणों का संसूचन ..... से होता है।

2. किन विकिरणो में अधिक ऊर्जा होती है?

   (i) पराबैगनी या अवरक्त .....

   (ii) एक्स-किरणें या गामा किरणें .....

3. वायुयानों के संचालन-रडार में किन तरंगों का उपयोग होता है?

4. कौन सी गैस सूर्य से आने वाले परा बैगनी विकिरणों को पृथ्वी की सतह तक पहुँचने से रोकती है?
5. किसी विद्युत चुम्बकीय (e.m.) क्षेत्र में विद्युत तथा चुम्बकीय क्षेत्र आपस में किस प्रकार अभिविन्यस्त होते हैं?

14.8 डॉप्लर प्रभाव

रेलवे प्लेटफॉर्म पर किसी आने वाली ट्रेन (रेलगाड़ी) की प्रतीक्षा करते हुए आपने अवलोकन किया होगा कि हमारी ओर आते हुए इंजन की सीटी के तारत्व, और हमसे दूर जाते हुए इंजन की सीटी के तारत्व, में अन्तर होता है। आप नोट करेंगे कि जब इंजन हमारी ओर आता है तो तारत्व अधिक होता है और जब वह हमसे दूर जाता है तो तारत्व कम होता है। इसी प्रकार पहाड़ो में चढ़ाई पर चढ़ती बस के हार्न का तारत्व भी लगातार बदलता रहता है। ध्वनि के स्रोत तथा श्रोता की सापेक्ष गति के कारण आवृत्ति में आभासी परिवर्तन डॉप्लर प्रभाव कहलाता है।

क्रिस्चियन डॉप्लर

(1803 – 1853)

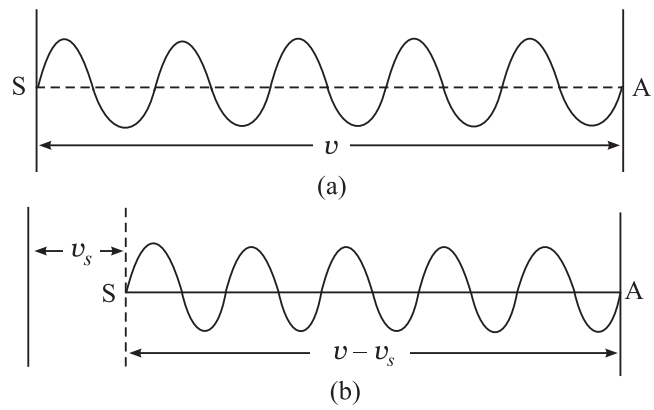
आस्ट्रिया निवासी भौतिक विज्ञानी और गणितज्ञ सी.जे. डॉप्लर का जन्म नवम्बर 29,1803 में एक राज के घर में हुआ था। दुबले पतले डॉप्लर को अपने पारिवारिक व्यावसाय के लिए अधिक योग्य नहीं माना जाता था। अत: साल्जबर्ग लाइकोसिन में गणित के प्रोफेसर की सिफारिश पर उन्हें वियेना पॉलिटैक्निक भेज दिया गया जहां से उन्होंने 1825 ई. में स्नातक परीक्षा पास की। डॉप्लर को जीवन पर्यंत संघर्ष करना पड़ा। उन्होंने 18 महीने एक रुई कातने की फैक्ट्री में मुनीम (या लेखाकार) का काम करना पड़ा। 1836 में जब उन्हें एक टेक्निकल माध्यमिक विद्यालय में स्थायी नियुक्ति मिली तब ही वे अपने विवाह के बारे में सोच पाए। एक बार विद्यार्थियों के लिए गणित का कठिन प्रश्न पत्र बनाने के लिए उन्हें डाँट भी पड़ी थी। किन्तु अनेक बाधाओं को हटाते हुए वे अंत में वियेना विश्वविद्यालय के नये भौतिकी संस्थान का निदेशक बनने में सफल हुए।

डॉप्लर प्रभाव की खोज ने उन्हें रातों रात प्रसिद्ध बना दिया, क्योंकि इसके ध्वनि विज्ञान और प्रकाश विज्ञान पर दूरगामी प्रभाव हुए। विज्ञान व प्रौद्योगिकी में, रडार, सोनार, प्रसारी विश्व की धारणा आदि ऐसे कई विकासों के लिए हम डॉप्लर प्रभाव के आभारी हैं। मार्च 17, 1853 में इटली के नगर वेनिस में उनकी मृत्यु हो गई।

कल्पना कीजिए कि माध्यम (वायु) के सापेक्ष ध्वनि का वेग υ ध्वनि स्रोत का वेग υ_s और श्रोता का वेग υ_o है। यहाँ यह नोट करना महत्वपूर्ण है कि गतिशील स्रोत से उत्पन्न तरंगे ध्वनि की चाल पर कोई प्रभाव नहीं डालतीं। चाल υ माध्यम का गुण है। स्रोत से निकलने के पश्चात तरंगें उस स्रोत को भूल जाती हैं। मान लीजिए कि ध्वनि का स्रोत, श्रोता और ध्वनि की तरंगे

बाईं से दाईं ओर को गमन करती हैं। पहले हम स्रोत की गति के प्रभाव पर विचार करें कोई स्वर जो किसी समय ध्वनि के स्रोत को छोड़ता है, एक सेंकड के बाद A पर पहुँचता है, इस प्रकार SA = υ. इतने समय में स्रोत υ_s. दूरी तय कर लेता है। अत: स्रोत से एक सेंकड में निकली कुल n तरंगें x स्थान = $\upsilon - \upsilon_s$. में समा जाती हैं। इस प्रकार तरंग की तरंग दैर्ध्य कम होकर λ हो जाती है।

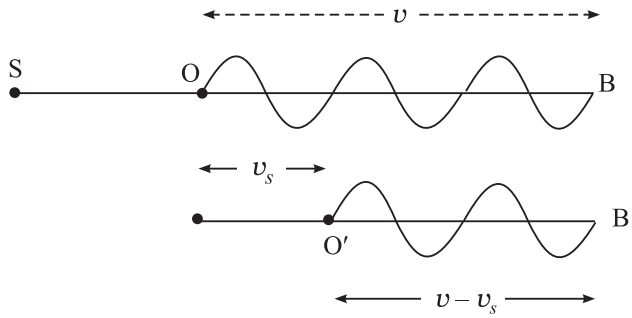
$$\lambda' = \frac{\upsilon - \upsilon_s}{n} \qquad ...(14.22)$$



चित्र. 14.18 :स्रोत के गति करने पर तरंगों का संकुलन

अब हम श्रोता की गति के प्रभाव पर विचार करते हैं। एक विशेष तरंग जो किसी विशेष समय पर श्रोता (O) पर पहुँती है, एक सेकंड के बाद B पर पहुँच जायेगी। इस प्रकार OB = υ. किंतु, इस बीच श्रोता O से O′ तक पहुँच गया है। अत: एक सेकंड में श्रोता से होकर केवल उतनी ही तरंगे जाती हैं जो स्थान O′B में अवस्थित हैं। अत: श्रोता से होकर एक सेकंड में जाने वाली तरंगों की संख्या

$$n' = (\upsilon - \upsilon_0)/\lambda'$$



चित्र. 14.19 : गतिमान श्रोता द्वारा प्राप्त तरंगें

समीकरण (14.22) से λ' का मान रखने पर

$$n' = \frac{\upsilon - \upsilon_0}{\upsilon - \upsilon_s} n \qquad (14.24)$$

जहाँ n' प्रेक्षित आवृत्ति है जब स्रोत व श्रोता दोनों गति में हैं और स्रोत, श्रोता की ओर गमन कर रहा है।

समीकरण 14.24 का उपयोग करते समय, ध्वनि का वेग स्रोत से श्रोता की दिशा में धनात्मक लिया जाता है। इसी प्रकार, υ_0 और υ_s को धनात्मक लिया जाता है यदि वे υ की दिशा में हों और ऋणात्मक लिया जाता है। यदि वे इसके विपरीत दिशा में हों।

डॉप्लर प्रभाव की उपयोगिता इस तथ्य से है कि यह प्रकाश व ध्वनि, दोनों तरंगों के लिए लागू होता है। विशेषत: इससे प्रसारी विश्व की धारणा को बल मिला है। निम्नलिखित उदाहरण से आपको डॉप्लर प्रभाव के इस अनुप्रयोग को समझने में सहायता मिलेगी।

उदाहरण 14.6 : किसी तारे से निकलने वाले प्रकाश का विश्लेषण करने पर किसी स्पेक्ट्रमी रेखा में स्पेक्ट्रम के लाल सिरे की ओर विस्थापन पाया जाता है। यदि यह विस्थापन जिसे रेड शिफ्ट कहते हैं 0.032 प्रतिशत हो तो तारे के पीछे हटने क वेग की गणना कीजिए।

हल : इसमें तरंगों का स्रोत तारा है। प्रेक्षक पृथ्वी पर विराम अवस्था में है। हम देख चुके हैं कि

$$\lambda' = \frac{\upsilon - \upsilon_s}{n}$$

किन्तु $n = \upsilon/\lambda$ अत:, $\lambda' = \dfrac{\upsilon - \upsilon_s}{\upsilon/\lambda}$

$$= \lambda \frac{(\upsilon - \upsilon_s)}{\upsilon}$$

$$= \lambda \quad 1 - \frac{\upsilon_s}{\upsilon}$$

या

$$\frac{\lambda' - \lambda}{\lambda} = -\frac{\upsilon_s}{\upsilon}$$

या

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{\upsilon_s}{\upsilon}$$

दिया है अत: हमें दिया गया है: $\dfrac{\Delta\lambda}{\lambda} = 0.032/100.$ और $\upsilon = c = 3 \times 10^8$ m s^{-1}, we get

$\upsilon_s = \upsilon\dfrac{\Delta\lambda}{\lambda} = -(3 \times 10^8 \text{ m s}^{-1} \times 0.032/100) = -9.6 \times 10^4 \text{ m s}^{-1}$.

ऋणात्मक चिन्ह प्रकट करता है कि तारा हमसे दूर जा रहा है। इससे खगोल भौतिकी विज्ञानियों ने यह परिणाम निकाला है कि विश्व का प्रसार हो रहा है।

पाठगत प्रश्न 14.8

1. किसी पनडुब्बी में लगा सोनार 40 kHz आवृत्ति पर काम करता है। शत्रु देश की एक पनडुब्बी इसकी ओर 100 ms^{-1}. की चाल से आ रही है। सोनार द्वारा परावर्तित ध्वनि की आवृत्ति ज्ञात कीजिए। पानी में ध्वनि का वेग 1450 m s^{-1}.लीजिए।

टिप्पणियाँ

2. 200 Hz आवृत्ति की सीटी बाजाता हुआ एक इंजन 16 ms^{-1} के वेग से एक पहाड़ी की ओर गति कर रहा है, जिससे एक सुस्पष्ट प्रतिध्वनि सुनाई देती है। इंजन के ड्राइवर (चालक) द्वारा सुनी गई प्रतिध्वनि की आवृत्ति की गणना कीजिए। वायु में ध्वनि का वेग 340 m s^{-1} है।

प्रकाश की चाल-स्थिरता

अरस्तु का विश्वास था कि प्रकाश अनंत वेग से गमन करता है। सितम्बर 1876 में हालैंड के एक खगोलज्ञ रोमर ने पैरिस विज्ञान अकादमी की एक सभा में सूचित किया कि बृहस्पति के भीतरी उपग्रह इओ के ग्रहण कालों में विसंगति प्रकाश के परिमित वेग के कारण हो सकती है। फिजू, फोको, माइकल्सन आदि वैज्ञानिकों ने वायु में प्रकाश का वेग और अधिक परिशुद्ता से ज्ञात करने के लिए प्रयोग किए।

अलबर्ट आइन्स्टाइन ने 1905 में सापेक्षता क विशेष सिद्धांत पर जो लेख लिखे उनके तर्क दो अभिग्रहीतों पर आधारित थे। उनमें से एक यह था कि निर्वात में प्रकाश की चाल नियत है और इस पर प्रकाश की तरंग दैर्घ्य, स्रोत अथवा प्रेक्षक के वेग का कोई प्रभाव नहीं होता। 1983 में प्रकाश के वेग को एक सार्वत्रिक नियंताक घोषित किया गया और इसका मान 299792458 m s^{-1}.माना गया।

तथापि आस्ट्रेलिया के वैज्ञानिक बैरी सटरफील्ड और ट्रिवन नोरवाह ने पिछले 300 वर्षा में प्रकाश के निर्वात में वेग पर किए गए 16 प्रयोगों के आंकड़ों का अध्ययन किया। उनके अनुसार प्रकाश की निर्वात में चाल समय के साथ घटती जा रही है। यदि उनकी परिकल्पना की प्रयोगों द्वारा पुष्टि हो जाती है और यह लम्बे समय तक बनी रहती है, तो इससे संसार के बारे में हमारे विचारों में पूर्ण परिवर्तन हो जाएगा। जिन मुख्य क्षेत्रों में वृहत् परिवर्तन होंगे वह हैं- मैक्सवेल के नियम , परमाणु की संरचना, रेडियो एक्टिव क्षय, गुरुत्व, दिक्काल समय और द्रव्यमान की धारणाएं आदि।

आपने क्या सीखा

- तरंग गति में ऐसे दो निकटतम बिन्दुओं के बीच की दूरी को तरंग दैर्ध्य कहते हैं जो एक ही कला में हों।
- उस सरल आवर्त तरंग का समीकरण जो धनात्मक x–अक्ष के अनुदिश गमन करती है, $y = a \sin(\upsilon t - kx)$ है।
- प्रति एकांक क्षेत्रफल के लम्बवत् एक सेकंड में उत्सर्जित ऊर्जा को तीव्रता कहते हैं।
- यदि माध्यम के कणों के कम्पन तरंग के संचरण की दिशा के लम्बवत् हों तो तरंग को अनुप्रस्थ तरंग कहते हैं, किंतु यदि ये कम्पन संचरण की दिशा के अनुदिश ही हों, तो तरंग को अनुदैर्घ्य कहते हैं। अनुप्रस्थ व अनुदैर्घ्य तरंगो का वेग क्रमशः समीकरणों $\upsilon = \sqrt{T/m}$ और $\upsilon = \sqrt{E/\rho}$ द्वारा व्यक्त होता है।

- सघन माध्यम से परावर्तन के कारण कला में π. परिवर्तन हो जाता है। किंतु विरल माध्यम से परिवर्तन के कारण कला में परिवर्तन नहीं होता।
- दो तरंगों के अध्यारोपण से किसी बिन्दु पर परिणामी विस्थापन उस बिन्दु पर पृथक-पृथक विस्थापनों का सदिश योग होता है।
- एक ही सरल रेखा के अनुदिश एक ही दिशा में गतिमान, समान आवृत्तियों किन्तु पृथक कला की दो तरंगों के अध्यारोपण से ऊर्जा का पुन: वितरण हो जाता है जिससे व्यतिकरण पैटर्न बनते हैं।
- एक ही सरल रेखा के अनुदिश समान आवृति आयाम तथा चाल की दो विपरीत दिशाओं में चलती तरंगों के अध्यारोपण से अप्रगामी तरंगें बनती हैं। इस प्रकार की तरंगों में तरंग का रूप गति नहीं करता।
- प्रगामी तरंग में दो क्रमागत निष्पंदों या प्रस्पंदों के बीच की दूरी $\lambda/2$ होती है। अत: यह स्पष्ट है कि दो निष्पंदों के बीच में एक प्रस्पंद तथा दो प्रस्पदों के बीच में एक निस्पंद होता है।
- तीव्रता स्तर समीकरण $\beta = 10\log(I/I_0)$, जहाँ I_0 को 10^{-12} W m^{-2} मान लिया गया है। तीव्रता स्तर को डेसीबेल में नापते हैं।
- गुणता किसी स्तर का वह अभिलक्षण है जिसके कारण हम दो पृथक वाद्य यंत्रों की ध्वनियों को पहचान सकते है। भले ही उनकी तीव्रता व आवृत्तियाँ समान हों।
- विद्युत चुम्बकीय तरंगें की प्रकृति अनुप्रस्थ है और उन्हें संचरण के लिए किसी माध्यम की आवश्यकता नहीं होती।
- प्रकाश की तरंगे विद्युत चुम्बकीय तरंगे हैं जिनका परिसर 4000 Å – 7500 Å.होता है।
- विद्युत चुम्बकीय तरंगों की आवृत्ति माध्यम में परिवर्तन से परिवर्तित नहीं होती।
- विद्युत चुम्बकीय तरंगों का उपयोग बेतार रेडियो, संचार, टी.वी. प्रसारण, उपग्रह संचार आदि में होता है।

पाठांत अभ्यास

1. आप तरंग की परिभाषा सबसे सामान्य रूप में कैसे करेंगे?
2. एक उपयुक्त यांत्रिक मॉडल की सहायता से (i) अनुप्रस्थ तरंगों (ii) अनुदैर्ध्य तरंगों के संचरण की व्याख्या कीजिए। आवृत्ति तथा तरंग दैर्घ्य की परिभाषा लिखिए।
3. कोणीय आवृत्ति ω और संचरण नियंताक की परिभाषा लिखिए और इससे प्रदर्शित कीजिए कि तरंग संचरण का वेग, $\upsilon = \omega/k = n\lambda$ होता है।
4. किसी सरल आवर्त तरंग के लिए एक समीकरण प्राप्त कीजिए।
5. (i) अनुप्रस्थ (ii) अनुदैर्ध्य, तरंगों के संचरण के लिए माध्यम में क्या आवश्यक गुण होने चाहिए।

6. किसी तरंग की तीव्रता के लिए, उसके वेग, आयाम और आवृत्ति तथा माध्यम के घनत्व के संदर्भ में एक व्यंजक प्राप्त कीजिए।

7. किसी गैस में ध्वनि के वेग के लिए न्यूटन का सूत्र लिखिए और लाप्लास के संशोधन की व्याख्या कीजिए।

8. तरंगों में कब होता है (i) रचनात्मक व्यतिकरण (ii) विघटनात्मक व्यतिकरण?

9. त्रिकोणोमिति का उपयोग करते हुए प्रदर्शित कीजिए की समान कोणीय वेग ω समान तरंग दैर्ध्य λ किंतु पृथक आयाम a_1 और a_2 की दो सरल आवर्त तरंगों के अध्यारोपण से प्राप्त परिणामी तरंग का आयाम $A = \sqrt{a_2^2 + a_2^2 + 2a_1a_2 \cos\theta}$, जहाँ θ इन तरंगों के बीच कलान्तर है। A, का मान क्या होगा, $\theta = 0$, (ii) $\theta = 2\pi$, और (iii) $\theta = (2m + 1)\pi$?

10. विस्पंद क्या हैं? ये कैसे बनते हैं? ग्राफीय विधि से व्याख्या कीजिए।

11. ग्राफीय विधि से अप्रगामी तरंगों के बनने की व्याख्या कीजिए। इन तरंगों को अप्रगामी क्यों कहते हैं? निष्पंद व प्रस्पंद की परिभाषा लिखिए।

12. प्रगामी तथा अप्रगामी तरंगों के तीन अंतर लिखिए।

13. किसी अप्रगामी तरंग के लिए समीकरण प्राप्त कीजिए, और प्रदर्शित कीजिए की विस्थापन निस्पंद, दाब प्रस्पंद तथा विस्थापन प्रस्पंद दाब निस्पंद होते हैं।

14. सुस्वर ध्वनियों के अभिलक्षण क्या हैं? व्याख्या कीजिए।

15. डेसीबेल (db) क्या है? श्रवण की देहली तथा संवेदन की देहली से क्या तात्पर्य है?

16. ध्वनि की गुणता से क्या समझते हैं? उदाहरण सहित व्याख्या कीजिये।

17. किसी ऑर्गन पाइप के संनादी स्वरों की व्याख्या कीजिए। प्रदर्शित कीजिये कि खुले पाइप में अधिक संनादी स्वर होते हैं।

18. प्रदर्शित कीजिए कि (i) खुले पाइप के मूलस्वरक की आवृत्ति, बन्द पाइप के मूलस्वरक की आवृत्ति को दुगुनी होती है। (ii) समान आवृत्ति के मूलस्वरक के लिये खुल पाइप की लम्बाई, बन्द पाइप से दोगुनी होनी चाहिए।

19. किसी ऑर्गन पाइप में निष्पंदों व प्रस्पंदों की उपस्थिति दिखाने के लिये एक प्रयोग का वर्णन कीजिए।

20. **ध्वनि** प्रदूषण के कारण, उसके हानिकारक प्रभावों की उपस्थिति दिखाने के लिये एक प्रयोग का वर्णन कीजिए।

21. डॉप्लर प्रभाव की व्याख्या कीजिए और आभासी आवृत्ति के लिये एक व्यंजक व्युत्पन्न कीजिए। यदि ध्वनि संचरण का माध्यम भी गति में हो तो यह व्यंजक किस प्रकार रूपांरित हो जाएगा।

22. (i) तारों के पश्चसरण (recession) वेग के मापन (ii) रडार द्वारा शत्रु के विमानों के वेग के मापन, और (iii) सोनार द्वारा शत्रु की नावों के वेग के मापन, में डॉप्लर प्रभाव के उपयोग की विवेचन कीजिए।

23. (23) उस गैस में ध्वनि के वेग की गणना कीजिए जिसमें 1.00 m और 1.01 m तरंगदैर्घ्य की तरंगे 3 सेकंड में 10 विस्पंद उत्पन्न करती हैं।

24. उस बन्द पाइप की लम्बाई कितनी होगी जिसके निम्नतम स्वर की आवृत्ति 20° C पर 256 Hz है? वायु में ध्वनि का वेग 0°C पर 332 m s^{-1} है।

25. किसी ध्वनि स्रोत द्वारा उत्सर्जित ध्वनि की आवृत्ति 1Hz है। किसी श्रोता द्वारा सुनी गई ध्वनि की आवृत्ति की गणना कीजिये जब (a) स्रोत व श्रोता दोनों विराम अवस्था में हैं (b) स्रोत, 50 m s^{-1} के वेग से श्रोता की ओर गति कर रहा है। (c) स्रोत 50 m s^{-1} के वेग से श्रोता से दूर गति कर रहा है। वायु में ध्वनि का वेग 350 m s^{-1} है।

26. विद्युत चुम्बकीय तरंगों के उन लक्षणों को लिखिए जो उन्हें ध्वनि तरंगों से असदृश्य (भिन्न) बनाते हैं।

27. विद्युत चुम्बकीय तरंगों का वेग उनके संचरण के माध्यम की चुम्बकीशीलता (μ) तथा विद्युतशीलता (ε) पर किस प्रकार निर्भर करती है?

28. निम्नलिखित विद्युत चुम्बकीय तरंगों की तरंगदैर्घ्य परिसर कहाँ से कहाँ तक होता है?

    (i) रेडियो तरंगें (ii) सूक्ष्मतरंगें (iii) पराबैगनी तरंगें (iv) एक्स-किरणें।

29. एक्स-किरणें किस प्रकार उत्पन्न होती हैं?

30. क्या सभी आवृत्तियों की विद्युत चुम्बकीय तरंगे निर्वात् से होकर जा सकती हैं?

31. रिक्त स्थान भरिये:

    (i) परिवर्ती विद्युत क्षेत्र अपने आसपास के क्षेत्र में _____ उत्पन्न करता है।

    (ii) _____ हमारी आँखों के लिये एक्स-किरणों से अधिक हानिकारक होती हैं।

    (iii) _____ कोबल्ट के रेडियो एक्टिव नाभिकों से उत्सर्जित होती हैं।

    (iv) अवरक्त किरणें में _____ से कम ऊर्जा होती है।

    (v) Z- दिशा में संचरित विद्युत चुम्बकीय तरंग में यदि E क्षेत्र X-Z तल में दोलन करें तो B-क्षेत्र _____ तल में दोलन करेगा।

    (vi) मुक्त **दिक्स्थान** में विद्युत चुम्बकीय तरंगों के लिये अनुपात $\frac{\mathbf{E}}{\mathbf{H}}$ को _____ कहते हैं।

    (vii) F-M बैंड का परिसर _____ है।

    (viii) T.V. (टी.वी.) प्रसारण मे _____ सिग्नल का आवत्ति माडुलन होता है।

पाठगत प्रश्नों के उत्तर

14.1

1. 14.1.4. खंड को देखिए
2. यदि पथान्तर p हो तो कलान्तर $\theta = \frac{2\pi}{\lambda} p.$
3. ϕ

14.2

1. न्यूटन ने माना था कि ध्वनि तरंगों द्वारा उत्पन्न संपीडन व विरलन, समतापीय अवस्था में होते हैं।
3. न्यूटन ने ध्वनि संचरण में रूद्धोष्म अवस्थाओं के स्थान पर समतापीय अवस्था की कल्पना की थी।
4. 357^0C.
5. $v = \sqrt{\frac{T}{m}}$
6. अत: $n = \frac{1}{\lambda}\sqrt{\frac{T}{m}}$

सर्वाधिक सरल कम्पन की दशा में डोरी के दोनों सिरों पर निस्पंद तथा बीच में प्रस्पंद कहते बनते हैं, अत: $l = l/2$ या $\lambda = 2l$, अत: $n = \lambda/2l \sqrt{\frac{T}{m}}$. यदि डोरी p भागों में कम्पन करे तो $\lambda = p\, l/2$ or $\lambda = 2l/p$. तब $n = (p/2l)\sqrt{\frac{T}{m}}$.

14.3

सभी प्रश्नों के उत्तरों के लिये पुस्तक देखिए

14.4

1. 25/9.
2. 4 विस्पंद प्रति सेकंड उत्पन्न होंगे।
3. विस्पंदों की आवृत्ति Δv है।
4. 517, मोम लगाने पर A की आवृत्ति 517 से 507Hz हो जाती है।

14.5

1. नहीं। किसी खंड में ऊर्जा आगे-पीछे दोलन करती है।
2. दो लगातार निस्पंदों के बीच की दूरी $\lambda/2$, और एक निस्पंद व प्रस्पंद के बीच की दूरी $\lambda/4$ है।
4. (i) 1m, (ii) 1m, (iii) 1/4m.

14.6

1. आवृत्ति बढ़ने से तारत्व भी बढ़ता है।
2. गुणता
3. गुणता
4. खुला पाइप
5. (i) बन्द पाइप के मूल स्वरक के लिये $l = \lambda/4$ or $\lambda = 4l$, अत: $n = \upsilon/\lambda = \upsilon/4l$.

   (ii) खुले पाइप के लिये $\ell = \lambda/2$. अत: $n' = \upsilon/2l$.

(i) और (ii) दोनों की तुलना करने पर $n' = 2n$

6. $n = \dfrac{\upsilon}{2\ell}$ क्योंकि ताप बढ़ने पर υ बढ़ता है n भी बढ़ता है।

14.7

(*i*) माइक्रो तरंगे (सूक्ष्म तरंगे)

(*ii*) पीला-हरा ($\lambda = 5 \times 10^{-7}$ m)

(*iii*) सूर्य

(*iv*) एक्स-किरणों

(*v*) थर्मोपाइल (ताप वैद्युत पुंज)

2. (*i*) पराबैगनी

   (ii) गामा-किरणें

3. सूक्ष्म तरंगें
4. ओजोन
5. एक दूसरे के लम्बवत्

14.8

1. $$n' = n\,\frac{c-\upsilon_0}{c} = 40 \times 10^3 \times \frac{1450-100}{1450}$$

$$= 40 \times \frac{135}{145} \times 10 = 37.2 \text{ kHz.}$$

2. $n' = 200 \times \frac{340+16}{340-16}$

$= 200 \times \frac{356}{224} = 220$ Hz.

पाठ्गत प्रश्नों के उत्तर

23. 337 m s^{-1}

24. 30 cm.

25. (*a*) 1 kHz

(*b*) 857 Hz

(*c*) 1143 Hz.

6. जब ध्वनि वायु से जल में प्रवेश करती है तो क्या उसके गमन-पथ में कोई विचलन आता है। समझाईए। (1)

7. जब किसी डोरी पर चलता हुआ कोई अनुप्रस्थ तरंग स्पंद डोरी के स्थिर सिरे पर पहुँचता है तो क्या होता है? (1)

8. जब कोई विद्युत चुम्बकीय तरंग निर्वात से किसी द्रव्यात्मक माध्यम में प्रवेश करती है तो इसकी चाल पर क्या प्रभाव पड़ता है? (1)

9. समीकरण $x = 3 \sin \quad 2\pi r + \frac{\pi}{4}$ द्वारा निर्दिष्ट निर्देटश वृत्त बनाइए। इस पर कण की प्रारंभिक स्थिति, वृत्त की त्रिज्या एवं परिक्रमण करते कण की कोणीय चाल संसूचित कीजिए। सुविधा के लिए परिक्रमण की दिशा आप दक्षिणावर्त ले सकते हैं। दिए गए व्यंजक में x का मान cm में एवं t सेकंड में है। (2)

10. दो तरंगें जिनकी तीव्रताएं 1 : 9, के अनुपात में है अध्यारोपण कर पर्दे पर व्यतिकरण पैटर्न बनाती हैं। इस व्यतिकरण पैटर्न में अधिकतम एवं न्यूनतम तीव्रताओं का अनुपात ज्ञात कीजिए। (2)

11. दो स्वत्रि द्विभुजों A एवं B में प्रत्येक पर 480 *hz* अंकित है। जब उनको एक साथ ध्वनित कराया जाता है तो प्रति सेकंड 5 विस्पंद उत्पन्न होते हैं। स्वरित्र द्विभुजों पर अंकित आवृत्तियों के विषय में आप क्या कह सकते हैं। अनुपात v_A/v_B आप कैसे ज्ञात करेंगे? (2)

12. (a) वायुमान चालन में प्रयुकत राडारों में प्रयोग की जाने वाली विद्युत चुंबकीय तरंगों का नाम लिखिए।

    (b) वायुमण्डल में कौन सी गैस पराबैंगनी (u-υ) तरंगों को अवशोषित करती है। (2)

13. वायु में ध्वनि के वेग का लाप्लास-सूत्र लिखिए। इस सूत्र का उपयोग करके समझाइए कि वायु में ध्वनि का वेग (*a*) तापवृद्धि से (*b*) आर्द्रता वृद्धि से क्यों बढ़ जाता है। (4)

14. किसी डोरी में अनुप्रस्थ आवर्ती तरंग को हम निम्नलिखित समीकरण द्वारा व्यक्त कर सकते हैं-

$$y(x_1 t) = 3.0 \sin(36t + 0.018x)$$

    (*i*) इस तरंग के लिए कणों के वेग का आयाम (*ii*) तरंग-वेग ज्ञात कीजिए। (4)

15. एक चमगादड़ वायु में 10^3 KHz आवृत्ति की परा ध्वनि तरंगे उत्पन्न अपवर्तित करता है। यदि ये तरंगे जल की सतह से टकराये तो ध्वनि एवं परावर्तित ध्वनि की तरंग दैर्ध्यों का अंतर ज्ञात कीजिए। (ध्वनि का वेग वायु में 350 ms^{-1} एवं जल में 1500 ms^{-1}है।) (4)

16. दो दृढ़ आधारों के बीच कसा हुआ एक तार 50 Hz. के मूलस्वर के कम्पन करता है। तार का द्रव्यमान 3.5×10^{-2} *kg* एवं इसका रैखिक घनत्व 4.0×10^{-2} *kg* m^{-1} है। (a) इस तार पर गमन करने वाली अनुप्रस्थ तरंग का वेग (b) तार में तनाव कितना है?

17. 20 *cm* लम्बाई का एक पाइप एक सिरे पर बंद है। 430 Hz के स्रोत से इस पाइप में कौन सा संनादी स्वर अनुनादित होगा? क्या यह स्रोत दोनों सिरों पर खुले पाइप के साथ भी अनुनादित होगा?

18. समझाईए कि क्यों

    (*i*) ठोस अनुप्रस्थ एवं अनुदैर्ध्य दोनों प्रकार की तरंगों को गमन करने देते है जबकि गैसों में केवल अनुदैर्ध्य तरंगे ही गमन कर पाती हैं?

    (*ii*) किसी विक्षेपक माध्यम में गमन करते समय एक स्पंद का रूप विकृत हो जाता है।

(*iii*) एक अप्रगामी ध्वनि तरंग में विस्थापन–निस्पंद दाब–प्रस्पंद होता है एवं दाब निस्पंद विस्थापन प्रस्पंद।

(*iv*) वायलिन एवं सितार पर एक ही स्वर उत्पन्न किया जाए तो इसकी आवृत्ति समान होती है फिर भी हम इन्हें अलग–अलग पहचान सकते हैं।

19. (*i*) तारों का अपगमन वेग (*ii*) सोनार (SONAR.) द्वारा शत्रु–नौका का आगमन वेग मापने के लिए डॉप्लर प्रभाव के अनुप्रयोग की विवेचना कीजिए। (5)

20. 1.5 मीटर लम्बाई एवं 0.03 कि.ग्रा. द्रव्यमान की दोनों सिरों पर कसी हुई एक डोरी के अनुप्रस्थ दोलनों का विस्थापन व्यक्तकरने के लिए समीकरण हैं (5)

$$y = 0.068m \ \frac{2\pi x}{3} \ \cos(120\pi t)$$

जहां x एवं y m में एवं t सेकंड में है

(*i*) यह प्रगामी तरंग को निर्दिष्ट करती है या अप्रगामी तरंग को

(*ii*) इस तरंग की व्याख्या दो तरंगों के अध्यारोपण के रूप में कीजिए।

(*iii*) प्रत्येक अध्यारोपक तरंग की आवृत्ति, तरंग दैर्ध्य एवं चाल ज्ञात कीजिए।

प्रतिपुष्टि प्रपत्र को आज ही भरें तथा डाक से भेजें

पाठों के विषय में प्रतिपुष्टि (Feed back on Lessons)

पाठ संख्या	पाठ का नाम	विषय वस्तु			भाषा		उदाहरण		आपने क्या सीखा	
		कठिन	रोचक	भ्रामक	सरल	जटिल	उपयोगी	उपयोगी नहीं	अत्यंत सहायक	सहायक नहीं
1.										
2.										
3.										
4.										
5.										
6.										
7.										
8.										
9.										
10.										
11.										
12.										
13.										
14.										

अन्तिम मोड़

चौथा मोड़

तीसरा मोड़

प्रिय शिक्षार्थियो

अपनी पाठ्य पुस्तकों को पढ़कर आपको अच्छा लगा होगा। पाठ्य सामग्री को प्रासंगिक तथा रूचिकर बनाने के लिये हमने भरसक प्रयास किया है। विषय सामग्री को बनाना एक दो तरु प्रक्रिया है। आपकी प्रतिपुष्टि विषय सामग्री को सुधारने में हमारी सहायता करेगी। अपने समय में से कुछ मिनट अवश्य निकाले तथा प्रतिपुष्टि प्रपत्र को भरे ताकि एक रूचिकर तथा उपयोगी विषय सामग्री का निर्माण किया जा सके।

धन्यवाद

समन्वयकर्ता

(भौतिकी)

प्रश्नों के विषय में प्रतिपुष्टि (Feed back on Questions)

पाठ संख्या	पाठ का नाम	पाठगत प्रश्न		पाठान्त प्रश्न		
		उपयोगी	उपयोगी नहीं	सरल	कठिन	अत्यंत कठिन
1.						
2.						
3.						
4.						
5.						
6.						
7.						
8.						
9.						
10.						
11.						
12.						
13.						
14.						

दूसरा मोड़

आपके सुझाव

_____

_____

_____

_____

क्या आपने भौतिकी के अधययन के लिये कोई अन्य पुस्तक पढ़ी है? हाँ/नहीं

यदि हाँ तो उसे पढ़ने का कारण दें।

_____

_____

नाम : _____

नामांकन संख्या : _____

पता : _____

_____

विषय : _____

पुस्तक संख्या : _____

सहायक निदेशक (शैक्षिक)
राष्ट्रीय मुक्त विद्यालयी शिक्षा संस्थान
ए - 24-25, इंस्टीट्यूशनल एरिया
सेक्टर - 62 नोएडा (यू.पी.)

डाक टिकट

किसी अनुलग्नक की अनुमति नहीं

15

विद्युत आवेश एवं विद्युत क्षेत्र

अभी तक आपने यांत्रिक, तापीय और प्रकाशिकी तंत्रों तथा उनके द्वारा दर्शाई गई विभिन्न घटनाओं के बारे में सीखा। अब आप विद्युत और चुम्बकीय घटनाओं के बारे में जानकारी प्राप्त करेंगे। हमारे दैनिक जीवन में विद्युत का महत्व स्पष्ट है। हम जिन भौतिक सुविधाओं का आनन्द उठाते हैं और हमारे दैनिक जीवन में जो युक्तियाँ प्रयुक्त होती हैं वे सब ऊर्जा की उपलब्धता पर निर्भर करती हैं। विद्युत ऊर्जा का विफलन इस बात को निश्चित रूप से स्पष्ट कर देता है कि हम इस पर कितने आश्रित है। विद्युत के बिना अंधेरा हो जाता है, गर्मियों में पंखे, कूलर एवं वातानुकूलन यंत्र और जाड़ों में ऊष्मक (हीटर) गीजर आदि निष्क्रिय हो जाते हैं। इसी प्रकार इसके बिना रेडियो, टी.वी., कम्प्यूटर, माइक्रोवेव्ज को संचालित नहीं किया जा सकता है। पानी के पम्प काम करना बंद कर देते हैं, खेतों में सिंचाई नहीं हो पाती। यहाँ तक कि विद्युत विफलन से रेल सेवाएँ भी प्रभावित होती हैं। इसके अभाव में औद्योगिक इकाइयों में मशीनें नहीं चल सकतीं। संक्षेप में, जीवन एकदम ठप हो जाता है और इससे कभी-कभी सार्वजनिक रोष भी भड़क उठता है। इसलिए विद्युत और चुम्बकीय घटनाओं का अध्ययन अत्यंत आवश्यक है।

इस पाठ में आप दो प्रकार के विद्युत आवेशों के बारे में पढ़ेंगे, और साथ ही अलग-अलग परिस्थितियों में उनका व्यवहार, उनमें कार्यरत बल एवं उनके चारों ओर दिक्-स्थान आदि का भी अध्ययन कर सकेंगे। इसे यदि और स्पष्ट रूप से कहें तो हम भौतिकी की उस शाखा का अध्ययन करना चाहते हैं जो स्थिर आवेशों से संबंधित है। इस शाखा को **विद्युत स्थैतिकी** कहते हैं।

उद्देश्य

इस पाठ के अध्ययन के बाद आप

- विद्युत आवेश के मूल गुणों का कथन कर सकेंगे;
- क्वांटीकरण और आवेश संरक्षण की संकल्पनाओं की व्याख्या कर सकेंगे;
- आवेशों के बीच लगने वाले बल के नियम (कूलॉम नियम) की व्याख्या कर सकेंगे;
- एक स्थिर आवेश के कारण विद्युत क्षेत्र को परिभाषित कर सकेंगे और विद्युत-बल रेखाएँ खींच सकेंगे;

- वैद्युत द्विध्रुव, द्विध्रुव-आघूर्ण और द्विध्रुव के विद्युत क्षेत्र को परिभाषित कर सकेंगे;
- गौस प्रमेय का कथन कर सकेंगे और इसका उपयोग करके एक बिंदु आवेश, लंबे आवेशित तार, एक समान रूप से आवेशित गोलाकार कोश व आवेशित पट्टी के कारण उत्पन्न विद्युत क्षेत्र के लिए व्यंजक प्राप्त कर सकेंगे; और
- वान डे ग्राफ़ जनित्र की कार्य विधि का वर्णन कर सकेंगे।

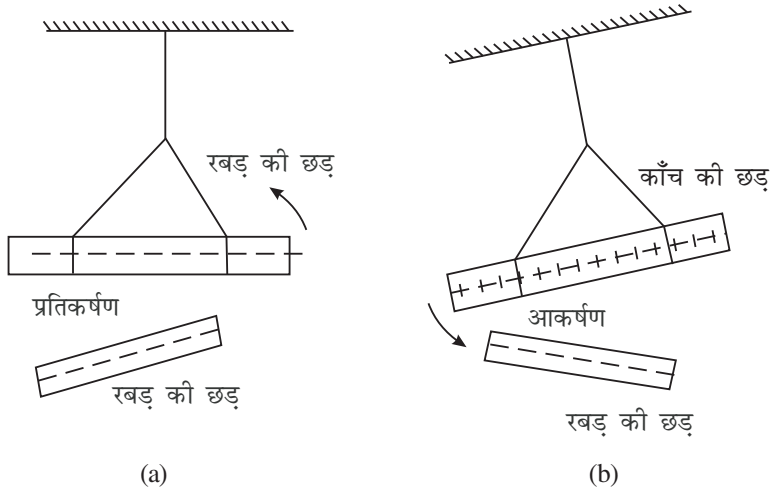
15.1 घर्षण विद्युत

प्राचीन यूनानियों को ईसा से 600 वर्ष पूर्व भी विद्युत और चुम्बकीय घटनाओं के बारे में जानकारी प्राप्त थी। उन्होंने पाया कि कहरूवा (Amber) के टुकड़े को जब फर या ऊन से रगड़ते हैं तो वह छोटे-छोटे परों को आकर्षित करने लगता हैं। ग्रीक भाषा में कहरूवा (Amber) के लिए इलेक्ट्रॉन (Electron) शब्द प्रयुक्त होता है, जिससे इलेक्ट्रिसिटी (विद्युत) शब्द की व्युत्पत्ति हुई है।

आप आवेशों के अस्तित्व और उनके बीच लगने वाले बलों को दर्शाने के लिए एक सरल प्रयोग कर सकते हैं। यदि आप अपने सूखे बालों में कंघी करें तो पायेंगे कि कंघी छोटे कागज के टुकड़ों को अपनी ओर आकर्षित करने लगती है। क्या आप जानते हैं कि ऐसा कैसे होता है? आइए, इसके लिए हम दो प्रयोग करते हैं।

क्रियाकलाप 15.1

एक सख्त रबड़ की छड़ लें और इसे फर या ऊन से रगड़ें, फिर एक शीशे की छड़ लें और उसे रेशम से रगड़ें। अब अधात्वीय डोरियों से उन्हें अलग-अलग लटकाएं जैसा कि चित्र 15. 1 में दर्शाया गया है।



चित्र 15.1: आवेशों के बीच आकर्षण/प्रत्याकर्षण बल (a) एक आवेशित रबड़ की छड़ दूसरी आवेशित रबड़ की छड़ को प्रतिकर्षित करती है। समान आवेश (सजातीय आवेश) एक-दूसरे को प्रतिकर्षित करते हैं। (b) एक आवेशित रबड़ की छड़ एक आवेशित काँच की छड़ को आकर्षित करती है। असमान (विजातीय) आवेश एक-दूसरे को आकर्षित करते हैं।

अब एक रबड़ की छड़ को ऊन से रगड़कर इन छड़ों के पास क्रमशः लाएँ। आप अवलोकित करेंगे कि–

- जब एक आवेशित रबड़ की छड़ को एक निलंबित आवेशित रबड़ की छड़ के समीप लाते हैं, तो वे प्रतिकर्षण दर्शाते हैं, [चित्र 15.(a)]
- जब एक आवेशित रबड़ की छड़ को एक निलंबित आवेशित काँच की छड़ के पास लाते हैं, तो वे आकर्षण दर्शाते हैं। इसी प्रकार के परिणाम एक आवेशित काँच की छड़ को पास लाने पर भी प्राप्त होंगे–

इन प्रेक्षणों के आधार पर हम कह सकते हैं कि–

- एक आवेशित रबड़ की छड़ एक आवेशित काँच की छड़ को आकर्षित करती है और आवेशित रबड़ की छड़ को प्रतिकर्षित करती है।
- एक आवेशित काँच की छड़ दूसरी काँच की आवेशित छड़ को प्रतिकर्षित करती है लेकिन रबड़ की छड़ को आकर्षित करती है।

उपर्युक्त क्रियाकलापों से हम अनुमान लगा सकते हैं कि रबड़ की छड़ ने एक प्रकार की विद्युत प्राप्त की और काँच की छड़ ने दूसरी प्रकार की। इसके अतिरिक्त सजातीय आवेश एक-दूसरे को प्रतिकर्षित करते हैं और विजातीय आवेश एक-दूसरे को आकर्षित करते हैं।

बेंजामिन (बेंजामिन फ्रेंकलिन, 1706-1790) ने सुझाव दिया कि काँच की छड़ पर आवेश को धनात्मक और रबड़ की छड़ पर आवेश को **ऋणात्मक** कहा जाए। यह चिह्न परंपरा तभी से चली आ रही है। एक बार एक वस्तु घर्षण द्वारा आवेशित हो जाती है, तो इसकी सहायता से दूसरी चालक वस्तुओं को दो विधियों से आवेशित किया जा सकता है।

(1) चालन द्वारा अर्थात् एक आवेशित वस्तु को अनावेशित वस्तु से स्पर्श कराकर

(2) प्रेरण द्वारा अर्थात् एक आवेशित वस्तु को अनावेशित वस्तु के समीप लाकर और इसे भूसंपर्कित (earthing) करके तथा एक साथ आवेशित वस्तु और भूसंपर्क को हटा कर।

15.1.1 आवेश का संरक्षण

क्रियाकलाप 5.1 में आपने देखा कि जब एक काँच की छड़ को रेशम से रगड़ा जाता है, तो छड़ धनावेशित हो जाती है और रेशम ऋणावेशित हो जाता है। चूँकि दोनों वस्तुएँ सामान्य स्थिति में उदासीन (आवेश रहित) हैं, अतः काँच की छड़ का धनावेश व रेशम में ऋणावेश परिमाण में बराबर होने चाहिएं। अर्थात् तंत्र (काँच + रेशम) का कुल आवेश संरक्षित रहता है। न तो यह उत्पन्न किया जा सकता है और न ही नष्ट। यह केवल तंत्र (काँच + रेशम) की एक वस्तु से दूसरी वस्तु में स्थानांतरित होता है। आवेश का स्थानांतरण तंत्र की तापीय ऊर्जा में वृद्धि के कारण होता है। काँच की छड़ में कम मजबूती से जुड़े इलेक्ट्रॉन रेशम की ओर स्थानांतरित होते हैं। काँच की छड़ (इलेक्ट्रॉनों की कमी के कारण) धनावेशित हो जाती हैं और रेशम इलेक्ट्रॉनों की अधिकता के कारण ऋणावेशित हो जाती है। जब रबड़ को फर से रगड़ा जाता है, तो फर से इलेक्ट्रॉन रबड़ की ओर स्तानांतरित होते हैं, अर्थात् रबड़ ऋणावेश प्राप्त करता है और

फर समान मात्रा का धनावेश प्राप्त करता है। धनावेश और ऋणावेश के अलावा और कोई आवेश आज तक नहीं पाया गया।

15.1.2 आवेश का क्वान्टमीकरण

1909 में मिलिकन (रॉबर्ट मिलिकन, 1886-1953) ने प्रयोग द्वारा यह सिद्ध किया कि कोई भी आवेश एक निश्चित न्यूनतम आवेश (मूलभूत मात्रक) का पूर्णांकीय गुणज होता है । यह मूलभूत मात्रक इलेक्ट्रॉन का आवेश है, इसका मान 1.6×10^{-19} कूलॉम है। इसका आशय यह है कि किसी वस्तु का आवेश Q हो तो इसे $Q = Ne$ की भांति लिया जा सकता है जहाँ N एक पूर्णांक है और e इलेक्ट्रॉन का आवेश है। इसका अर्थ यह हुआ कि किसी आवेशित वस्तु में $2.5\,e$ या $6.4\,e$ मात्रा का आवेश नही हो सकता। मिलिकॉन के समय में कुछ प्रयोगों में यह दर्शाया गया कि आवेश इलेक्ट्रॉन में $-e$ और प्रोटॉन में $+e$ होता है। न्यूट्रॉन में कोई आवेश नहीं होता है। प्रत्येक परमाणु में समान संख्या में इलेक्ट्रॉन और प्रोट्रॉन होते हैं और इसलिए यह उदासीन होता है।

- प्रकृति में केवल दो प्रकार के आवेश पाए जाते हैं–धनात्मक और ऋणात्मक।
- सजातीय आवेश एक-दूसरे को प्रतिकर्षित करते हैं और विजातीय आवेश एक-दूसरे को आकर्षित करते हैं।
- आवेश संरक्षित रहता है।
- आवेश क्वान्टमीकृत होता है।

पाठगत प्रश्न 15.1

1. एक काँच की छड़ रेशमी कपड़े से रगड़े जाने पर एक आवेश $q = +3.2\times10^{-17}$ C प्राप्त करती है।

   (i) क्या रेशम का कपड़ा भी आवेशित होता है?

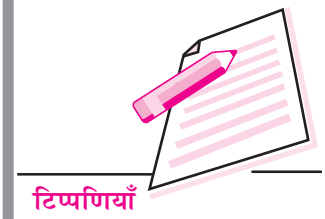
   (ii) रेशम के कपड़े में आवेश की प्रकृति और मात्रा क्या है?

2. दो समान धात्वीय गोले A और B है। A को +Q आवेश दिया जाता है। दोनों गोले तब संपर्क में लाए जाते हैं और अलग कर दिये जाते हैं:

   (i) क्या B में कोई आवेश होगा?

   (ii) यदि यह A के संपर्क में लाने से आवेशित होता है तो इसमें आवेश की मात्रा क्या होगी?

3. एक आवेशित वस्तु का आवेश $q = 4.8 \times 10^{-16}$ C है। वस्तु में मूलभूत आवेश की कितनी इकाइयाँ हैं? ($e = 1.6 \times 10^{-19}$ C ले सकते हैं)



15.2 कूलॉम का नियम

आपने सीखा कि दो स्थिर आवेश या तो एक-दूसरे को आकर्षित करते हैं या प्रतिकर्षित। उनके बीच में उनकी प्रकृति के अनुसार आकर्षण या प्रतिकर्षण बल कार्य करता है। कूलॉम ने 1785 में इस बल की प्रकृति का अध्ययन किया और इसको निर्धारित करने वाले एक नियम की स्थापना की। उनके प्रायोगिक प्रेक्षण दर्शाते हैं कि दो स्थिर बिंदु आवेशों q_1 और q_2 के बीच कार्य करने वाला विद्युत बल–

- उनके परिमाण के गुणन के अनुक्रमानुपाती है;
- उनके बीच की दूरी r के वर्ग के प्रतिलोमानुपाती होता है।
- दोनों आवेशों को जोड़ने वाली रेखा के अनुदिश कार्य करता है।
- सजातीय आवेशों के लिये प्रतिकर्षी (धनात्मक) और विजातीय आवेशों के लिये आकर्षी (ऋणात्मक) होता है।

बल F की मात्रा इस प्रकार व्यक्त की जा सकती है:

$$F = k\,\frac{q_1 \times q_2}{r^2} \qquad (15.1)$$

निर्वात के लिए

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \times \frac{q_1 \times q_2}{r^2} \qquad (15.2)$$

जहाँ पर k नियतांक है; (निर्वात के लिए) $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$ और एक द्रव्य माध्यम के लिए $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon}$ यहाँ ε_0 निर्वात की एवं ε माध्यम की विद्युतशीलता है। इसका आशय यह है कि यदि आवेशों के एक ही तंत्र को भिन्न द्रव्य माध्यमों में रखा जाए, तो कूलॉम बल का परिमाण भिन्न होगा।

स्थिरांक k का मान संबंधित राशियों के मात्रकों पर निर्भर करता है। SI पद्धति में आवेश मात्रक कूलॉम (C) है। कूलॉम को धारा के मात्रक एम्पीयर के पदों में परिभाषित किया जाता है, जिसका उल्लेख बाद में किया जाएगा। SI पद्धति में k का मान

$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9 \times 10^9\ \frac{\mathrm{N\ m^2}}{\mathrm{C^2}} \qquad (15.3)$$

चूँकि $\varepsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}\ \mathrm{C^2\ N^{-1}\ m^{-2}}$.

इस प्रकार 1 कूलॉम आवेश को इस प्रकार परिभाषित किया जा सकता है: यदि 1 मीटर दूरी से पृथक्कृत दो समान मात्रा के सजातीय बिन्दु आवेशों के बीच 9×10^9 N का प्रतिकर्षण बल लगता है, तो प्रत्येक आवेश का परिमाण 1 कूलॉम होता है।

इलेक्ट्रॉन के आवेश का मान 1.60×10^{-19} C होता है।

ध्यान दें

- कि कूलॉम का नियम भी न्यूटन के गुरुत्वाकर्षण नियम (जिसे आप अध्याय 6 में पढ़ चुके हैं) की भांति व्युत्क्रम वर्ग नियम है।
- कूलॉम का नियम केवल बिन्दु आवेशों के लिए लागू होता है।
- यांत्रिक बलों के विपरीत कूलॉम बल दूरी पर लागू होता है।

एक कूलॉम कितना बड़ा होता है?

विद्युत आवेश का मात्रक कूलॉम है। क्या आपने कभी सोचा है कि एक कूलॉम कितना बड़ा होता है? इसका पता लगाने के लिये हम एक कूलॉम परिमाण के दो आवेशों के बीच लगने वाले बल का परिमाण ज्ञात करते हैं, जिनको एक-दूसरे से 1 मीटर की दूरी पर रखा गया है।

$$|\mathbf{F}| = k \times \frac{q_1 \times q_2}{r^2}$$

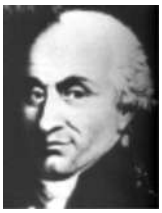
$$= 9.0 \times 10^9 \times \frac{1 \times 1}{1^2}$$

$$= 9.0 \times 10^9 \approx 10^{10}\,\text{N}$$

यदि यात्रियों से भरी बस का द्रव्यमान 5000 kg है, बस का भार $mg = (5000 \times 10)$ N (यहाँ g का मान 10 m s^{-2} मान लिया गया है) $= 5 \times 10^4$ N

अब मान लेते हैं कि दिल्ली में ऐसी 10,000 भारी बसें हैं। इन सभी बसों का कुल भार $5 \times 10^4 \times 10{,}000 = 5 \times 10^8$ N होगा यदि 10 शहरों में इतनी ही संख्या में बसें हों, तो इन बसों का कुल भार 5×10^9 N होगा। यह भार उस बल का आधा है जो 1 m की दूरी पर रखे 1C के दो बिन्दु आवेशों के बीच लगता है।

चार्ल्स आगस्टिन डे कूलॉम (1736–1806)



फ्रांसीसी भौतिक शास्त्री, कूलॉम ने अपना कैरियर एक सैन्य अभियन्ता के रूप में वेस्टइंडीज में प्रारंभ किया। उन्होंने एक ऐंठन तुला (टॉर्सन बैलेंस) का आविष्कार किया और इसका उपयोग आवेशों और चुम्बकों के बीच की अंत:क्रिया की प्रकृति के निर्धारण संबंधी प्रयोगों में किया। उन्होंने इन प्रयोगों के परिणामों को कूलॉम के स्थिर वैद्युतीय व स्थिर चुम्बकीय नियमों के रूप में निरूपित किया।

अब आप जानते है कि निर्वात में r दूरी से पृथक्कृत आवेशों q_1 और q_2 के बीच निर्वात में एवं द्रव्य माध्यम में बलों का अनुपात $\varepsilon/\varepsilon_0$ है।

$$\frac{F_0 \text{ (निर्वात में)}}{F \text{ (माध्यम में)}} = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} = \varepsilon_r$$

जहाँ पर ε_r को आपेक्षिक विद्युतशीलता या परावैद्युतांक कहते हैं। इसका मान हमेशा 1 से अधिक होताहै। हम परावैद्युतांक को दूसरे रूप में आगे चलकर परिभाषित करेंगे।

15.2.1 कूलॉम के नियम का सदिश रूप

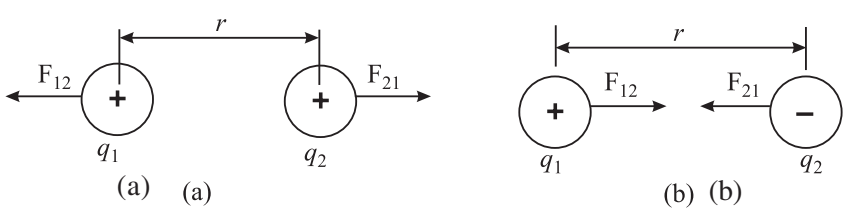
आप जानते हैं कि बल एक सदिश राशि है। इसका अर्थ यह हुआ कि दो आवेशों के बीच के बल को एक सदिश द्वारा दर्शाया जाना चाहिए। अर्थात् समीकरण (15.1) को सदिश रूप में व्यक्त किया जाना चाहिए। आपको यह भी याद रखना चाहिए कि कूलॉम का नियम केवल **बिंदु आवेशों** के लिए ही समुचित है।

माना दो आवेश q_1 और q_2 एक-दूसरे से r दूरी से पृथक्कृत हैं (चित्र 15.2)। माना $\mathbf{F}_{12}$ आवेश q_1 पर आवेश q_2 के कारण बल को इंगित करता है और $\mathbf{F}_{21}$ ओवश q_2 पर आवेश q_1 के कारण बल को इंगित करता है। माना हम एक इकाई सदिश को, जो कि q_1 से q_2 दिशा में है, $\hat{\mathbf{r}}_{12}$ से दर्शाते हैं। तब चित्र [15.2 (a)] से

$$\mathbf{F}_{12} = k\,\frac{q_1\,q_2}{|r_{12}^2|}\,\hat{\mathbf{r}}_{12} \qquad (15.4)$$

इसी प्रकार चित्र 15.2(b) में दर्शाए गये आवेशों के लिए

$$\mathbf{F}_{12} = -\,k\,\frac{q_1\,q_2}{|r_{12}^2|}\,\hat{\mathbf{r}}_{12} \qquad (15.5)$$



चित्र 15.2: r दूरी द्वारा पृथक्ककृत दो बिंदु आवेश q_1 तथा q_2 (a) दो धनात्मक आवेशों के बीच प्रतिकर्षण बलों की दिशा, (b) धनात्मक एवं ऋणात्मक आवेशों के बीच आकर्षण बलों की दिशा।

समीकरण (15.4) का धनात्मक चिह्न दर्शाता है कि दो धनात्मक आवेशों के बीच बल प्रतिकर्षी है, और समी. (15.5) का ऋणात्मक चिह्न दर्शाता है कि धनात्मक एवं ऋणात्मक आवेशों के बीच बल आकर्षी है।

कूलॉम का नियम दो आवेशों q_1 और q_2 के बीच क्रिया और प्रतिक्रिया के नियम का पालन करता है। अत:

$$\mathbf{F}_{12} = -\,\mathbf{F}_{21} \qquad (15.6)$$

अत: कूलॉम के नियम को व्यापक रूप से इस प्रकार लिखा जा सकता है:

$$\mathbf{F}_{12} = k \times \frac{q_1\,q_2}{r^2}\,\hat{\mathbf{r}}_{12} = -\,k \times \frac{q_1 q_2}{r^2}\,\hat{r}_{21} = -\mathbf{F}_{21} \qquad (15.7)$$

15.2.2 अध्यारोपण का सिद्धान्त

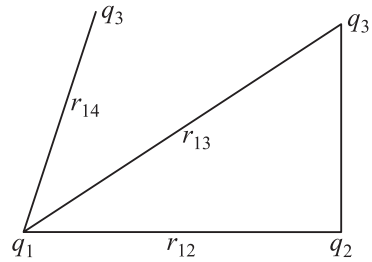
यदि आवेश दो से अधिक हों तो किन्हीं दो आवेशों के बीच कार्य करने वाला बल समीकरण (15.7) द्वारा व्यक्त किया जाता है। अब मान लें कि अनेक आवेश q_1, q_2, q_3, q_4 आदि हैं। q_1 पर सभी अन्य आवेशों द्वारा आरोपित बल समी. (15.7) से

$$\mathbf{F}_{12} = k\,\frac{q_1\,q_2}{|r_{12}^2|}\,\hat{\mathbf{r}}_{12}$$

$$\mathbf{F}_{13} = k\,\frac{q_1\,q_3}{|r_{13}^2|}\,\hat{\mathbf{r}}_{13}$$

and

$$\mathbf{F}_{14} = k\,\frac{q_1\,q_4}{|r_{14}^2|}\,\hat{\mathbf{r}}_{14} \qquad (15.8)$$



चित्र 15.3 : अध्यारोपण का सिद्धांत

इन सभी बलों का परिणामी F इन सभी बलों का सदिश योग होगा।

यथा

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_{12} + \mathbf{F}_{13} + \mathbf{F}_{14} + \ldots \qquad (15.9)$$

यह अध्यारोपण का सिद्धान्त कहलाता है।

उदाहरण 15.1 : $q_1 = +12\mu\,C$ का एक आवेश दूसरे आवेश $q_2 = 6\mu C$ से 4.0 मीटर की दूरी पर है, जैसा कि चित्र 15.4 मे दर्शाया गया हैं। कोई तीसरा आवेश q_3, आवेशों q_1 एवं q_2 को जोड़ने वाली रेखा पर किस स्थान पर रखा जाए कि इसपर कोई बल न लगे?

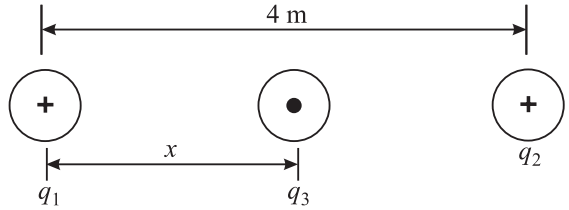
हल: माना कि q_3 को q_1 और q_2 के बीच q_1 से x मीटर की दूरी पर रखा जाता है। (यह आसानी से देखा जा सकता है कि q_3 की स्थिति q_1 के बाईं ओर या q_2 के दाहिनी ओर या q_1 और q_2 के मध्य 1 के अलावा किसी अन्य स्थिति पर कार्यकारी परिणामी बल शून्य नहीं सकता है।) q_3 पर q_1 द्वारा आरोपित बल होगा–

$$\mathbf{F}_{31} = k\,\frac{q_1\,q_3}{r_{31}^2}\,\hat{\mathbf{r}}_{31} \quad q_1 \text{ की ओर}$$

$$\therefore \qquad |\mathbf{F}_{31}| = k\,\frac{q_3\,q_1}{x^2}$$

q_3 पर q_2 के कारण बल का परिमाण होगा

$$|\mathbf{F}_{32}| = k\,\frac{q_3\,q_2}{(4-x)^2} \quad q_2 \text{ की ओर}$$



चित्र 15.4: एक सरल रेखीय स्थिति में तीन आवेश q_1, q_2 और q_3

q_3 पर लगने वाली परिणामी बल शून्य होगा यदि $\mathbf{F}_{31} = \mathbf{F}_{32}$। अतः आंकिक मान रखने पर

$$k \times \frac{12q_3}{x^2} = k \times \frac{6q_3}{(4-x)^2}$$

ध्यान दीजिए कि $6q_3k$ दोनों पक्षों में उभयनिष्ठ होने के कारण काटा जा सकता है। अतः

$$\frac{2}{x^2} = \frac{1}{(4-x)^2}$$

या $$2(4-x)^2 = x^2$$

$\Rightarrow$ $$x^2 - 16x + 32 = 0$$

इस समीकरण को हल करने पर हम पाते हैं कि x के दो मान $x = 2.35$ m और $x = 13.65$ m. हैं। इनमें से $x = 13.65$ m अस्वीकार्य है, अतः आवेश q_2 को q_1 से 2.35 m की दूरी पर रखना चाहिए।

यह गुणात्मक रूप से भी उचित हल है। चूंकि आवेश q_1 आवेश q_2 से बड़ा है, इसलिए q_1 और q_2 के बीच दूरी q_2 व q_3 के बीच की दूरी से अधिक होनी चाहिए।

उदाहरण 15.2: दो 6.0×10^{-10} C के आवेश एक-दूसरे से 2.0 m की दूरी पर हैं। उनके बीच लगने वाले कूलॉम बल का परिमाण ज्ञात कीजिए।

हल: हम जानते हैं कि दो आवेशों के बीच लगने वाले कूलॉम बल का परिमाण समी. (15.2) द्वारा दिया जाता है :

$$F = k\frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}$$

दिया है: $q_1 = q_2 = 6.0 \times 10^{-10}$C और $r = 2.0$ m। अतः मान प्रतिस्थापित करने पर

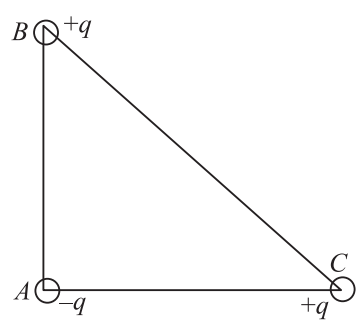
$$F = \frac{(9\times10^9\ \text{N m}^2\text{C}^{-2})\times(6.0\times10^{-10}\text{C})^2}{2^2\ \text{m}^2} = \frac{9\times10^9\times36.0\times10^{-20}}{4}\ \text{N}$$

$$= 81 \times 10^{-11}\ \text{N}$$

पाठगत प्रश्न 15.2

1. दो आवेशों $q_1 = 16\mu$C और $q_2 = 9\ \mu$C के बीच की दूरी 12 मीटर है। q_1 पर q_2 के द्वारा आरोपित बल का मान और इस बल की दिशा ज्ञात कीजिए। q_2 पर q_1 के कारण आरोपित बल की दिशा क्या है?

2. q आवेशमान के तीन बिन्दु आवेश एक समकोण त्रिभुज के तीन शीर्षों पर रखें हैं, जैसा कि चित्र 15.5 में दर्शाया गया है। $AB = AC$ है। $-q$ आवेश पर आरोपित बल की दिशा क्या होगी?



चित्र 15.5: समकोण त्रिभुज के तीन सिरों पर स्थित आवेश

15.3 विद्युत क्षेत्र

एक-दूसरे से कुछ दूरी पर रखे गए दो आवेशों के बीच अन्योन्यक्रिया की व्याख्या करने के लिए फैराडे ने विद्युत क्षेत्र की अवधारणा प्रस्तावित की। किसी बिंदु पर विद्युत क्षेत्र E उस बल के रूप में परिभाषित किया जाता है जो कि एक धनोवेशित परीक्षण आवेश q_0 पर लगने वाले बल को इस परीक्षण आवेश के परिमाण से विभाजित करने पर प्राप्त होता है।

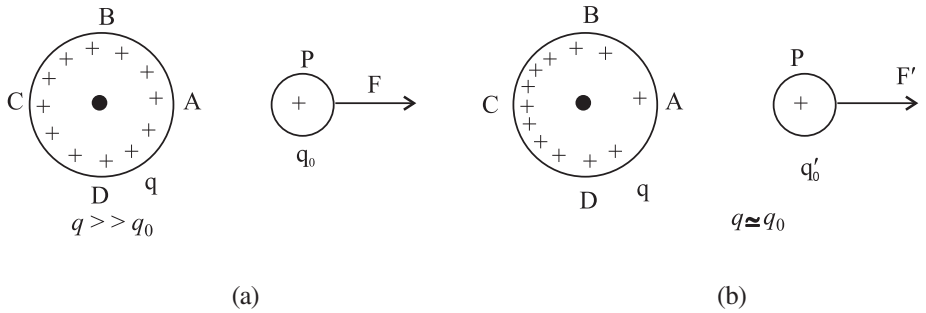
अर्थात्
$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{F}}{q_0} \qquad (15.10)$$

यह गुरुत्व जनित त्वरण की परिभाषा के तुल्य है, $(\mathbf{g} = \mathbf{F}/m_0)$ जो कि m_0 द्रव्यमान के कण परं F परिणाम के गुरुत्वीय बल के कारण होता है।

विद्युत क्षेत्र E एक सदिश राशि है, जिसकी दिशा विद्युत बल F की दिशा के समान है। यहाँ यह समझना आवश्यक है कि विद्युत क्षेत्र एक बाह्य आवेश के कारण है न कि परीक्षण आवेश के कारण। अत: परीक्षण आवेश q_0 परिणाम में इतना कम होना चाहिए कि यह बाह्य आवेश के कारण उत्पन्न क्षेत्र को प्रभावित न करे। (व्यवहार में एक सूक्ष्मतम परीक्षण आवेश भी बाह्य क्षेत्र को प्रभावित करेगा।) अत: सही मायने में नीचे दी गई गणितीय परिभाषा अधिक सही है :

$$\mathbf{E} = \lim_{q_0 \to 0} \frac{\mathbf{F}}{q_0} \qquad (15.11)$$

SI पद्धति में बल का मात्रक न्यूटन और आवेश का मात्रक कूलॉम है। अत: समी. (15.11) के अनुसार विद्युत क्षेत्र का मात्रक न्यूटन/कूलॉम है। E व F की दिशा समान हैं। यांत्रिक बल के विपरीत, विद्युत बल दूरी पर लगने वाला बल होता है।



चित्र 15.6: (a) एक समान रूप से आवेशित धात्वीय गोला और एक परीक्षण आवेश (b) गोले में आवेश का पुनर्वितरण जबकि दूसरा आवेश इसके समीप लाया जाता है।

अब हम इस बात पर विचार करते हैं कि q_0 का मान अत्यन्त सूक्ष्म क्यों होना चाहिए?

चित्र 15.6 के अनुसार $q_0 (<< q)$ एक स्रोत आवेश है जो कि एक धात्वीय तल की सतह पर समान रूप से फैला हुआ है और q_0 परीक्षण आवेश है। इसका आशय यह है कि A,B,C

एवं D चारों बिन्दुओं के चारों ओर प्रति इकाई क्षेत्रफल आवेश घनत्व समान है। परीक्षण आवेश q_0 बिना आवेश वितरण को बदले हुए ही बल का मापन करता है। चित्र 15.6 (b) उस स्थिति को दर्शाता है। जब $q \simeq q_0$ ऐसी स्थिति में उपर्युक्त बिंदुओं पर आवेश घनत्व परिवर्तित हो जाता है जिसके फलस्वरूप परीक्षण आवेश q_0 द्वारा अनुभूत विद्युत बल भी बदल जाएगा। माना कि यह F से F′ हो जाता है। इसका अर्थ हुआ कि परीक्षण आवेश की उपस्थिति में बल का मान इसकी अनुपस्थिति में बल के मान से भिन्न है। लेकिन q_0 के बिना बल का मापन नहीं किया जा सकता है। यदि q_0 का मान q की तुलना में अत्यधिक न्यून हो, तो गोले में आवेश वितरण बहुत ही कम (नगण्य) प्रभावित होगा। ऐसी स्थिति में मापन के परिणाम दिए गए बल के वास्तविक मान के अत्यन्त सन्निकट होंगे। इससे यह तथ्य सिद्ध होता है कि परीक्षण आवेश अत्यंत न्यून होना चाहिए।

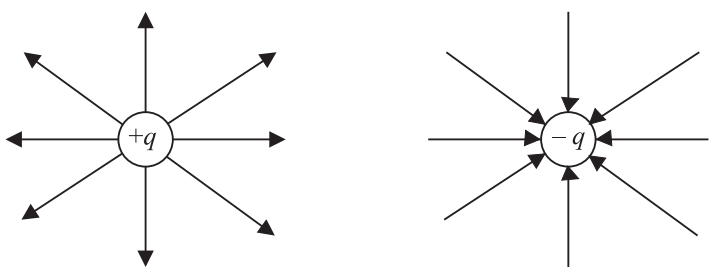
मान लीजिए हमारे पास एक आवेश q है। एक परीक्षण आवेश q_0 को q से r दूरी पर रखा गया है। परीक्षण आवेश द्वारा अनुभूत बल–

$$\mathbf{F} = k\,\frac{qq_0}{r^2}\,\hat{\mathbf{r}} \qquad (15.12)$$

विद्युत क्षेत्र को प्रति इकाई आवेश बल के रूप में परिभाषित किया जाता है। अत:

$$\mathbf{E} = k \times \frac{q}{r^2}\,\hat{\mathbf{r}} \qquad (15.13)$$

यदि q धनात्मक हो, तो क्षेत्र $\mathbf{E}$ अपने से दूर की ओर निर्देशित होगा एवं यदि q ऋणात्मक हो, तो $\mathbf{E}$ इसकी ओर निर्देशित होगा। यह चित्र 15.7 में दर्शाया गया है।



चित्र 15.7: धनात्मक एवं ऋणात्मक आवेशों के कारण विद्युत क्षेत्र की दिशा

अध्यारोपण का सिद्धान्त विद्युत क्षेत्र पर भी लागू होता है। यदि बहुत से आवेश q_1, q_2, q_3 आदि हों तो इनके कारण बिंदु P पर क्षेत्र का मान समी. (15.13) के अनुसार

$$\mathbf{E}_1 = k \times \frac{q_1}{r_1^2}\,\hat{\mathbf{r}}_1, \quad \mathbf{E}_2 = k \times \frac{q_2}{r_2^2}\,\hat{\mathbf{r}}_2 \text{ and } \mathbf{E}_3 = k \times \frac{q_3}{r_3^2}\,\hat{\mathbf{r}}_3$$

अत: बिंदु P पर सभी आवेशों के कारण बल सभी क्षेत्रों का सदिश योग है। अत:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 + \mathbf{E}_3 + \ldots$$

या

$$\mathbf{E} = k\sum_{i=1}^{N} \frac{q_i\,\hat{\mathbf{r}}_i}{r_i^2} \qquad (15.15)$$

जहाँ पर r_i P की q_i से दूरी और $\hat{\mathbf{r}}_i$ q_i से P की ओर निर्देशित इकाई सदिश है। एक q आवेश को $\mathbf{E}$ कारण विद्युत क्षेत्र में रखने पर उस पर लगने वाला बल:

$$\mathbf{F} = q\,\mathbf{E} \qquad (15.16)$$

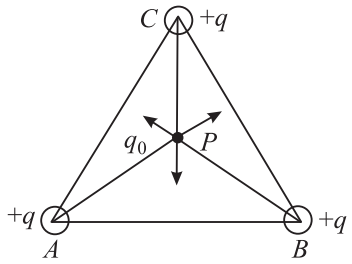
उदाहरण 15.3: किसी बिंदु पर रखे एक 3.5 μC परमाण के बिंदु आवेश q पर 8.5×10^{-4} N का बल लग रहा है। इस बिंदु पर विद्युत क्षेत्र की गणना करें।

हल: समीकरण (15.16) की सहायता से हम लिख सकते हैं :

$$E = \frac{F}{q} = \frac{8.5\times10^{-4}\ \text{N}}{3.5\times10^{-6}\ \text{C}} = 2.43\times10^{2}\ \text{NC}^{-1}$$

उदाहरण 15.4: तीन समान धनावेश एक समत्रिबाहु (समबाहु) त्रिभुज के तीन कोनों पर रखे गए हैं, जैसा कि चित्र 15.8 में दर्शाया गया है। त्रिभुज के केन्द्रक पर विद्युत क्षेत्र क्या होगा?

हल: माना कि परीक्षण आवेश q_0 पर रखा गया है। परीक्षण आवेश तीनों को एक-दूसरे से समान कोण बनाती हुई दिशाओं में बल का अनुभव करेगा। इनका परिणामी बल P शून्य (0) होगा। अत: बिंदु O पर क्षेत्र शून्य (0) होगा।



चित्र 15.8: तीन समान मात्रा के आवेश एक समबाहु त्रिभुज के कोनों पर रखे गए हैं।

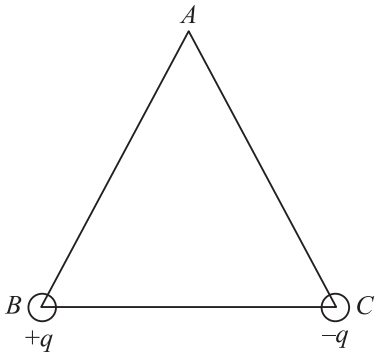
पाठगत प्रश्न 15.3

1. एक आवेश $+Q$ को अक्षों के निर्देशांक केन्द्र (मूल बिंदु) पर रखा गया है। एक बिंदु P पर क्षेत्र की दिशा कया होगी जब कि P

   a) $+x$-अक्ष b) $+y$-अक्ष

   c) $x = 4$ इकाई और $y = 4$ इकाई पर स्थित है।

2. ΔABC में $AB = AC = 40$ cm. और A पर बना कोण $30°$ है। 8×10^{-6} C कूलॉम मात्रा के दो विपरीत आवेश बिंदु B और C पर रखे गए हैं, जैसा कि चित्र में दर्शाया गया है। A पर क्षेत्र का परिणाम और दिशा ज्ञात करें:



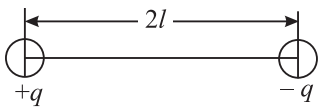
चित्र 15.9

3. एक ऋणावेश अंतरिक्ष में स्थित हैं, जहाँ पर विद्युत क्षेत्र पृथ्वी की ओर निर्देशित है। आवेश पर लगने वाले बल की दिशा क्या होगी?

4. दो समान आवेश एक समतल पर d दूरी से पृथक्कृत हैं। उस बिंदु को ज्ञात कीजिए जहाँ पर परिणामी क्षेत्र शून्य होगा।

15.3.1 एक द्विध्रुव के कारण विद्युत क्षेत्र

यदि दो समान मात्रा में विपरीत आवेश एक छोटी दूरी से पृथक्कृत हों तो यह तंत्र एक द्विध्रुव का निर्माण करता है। इसका सर्वाधिक सुपरिचित उदाहण है H_2O अणु। चित्र 15.10 $2l$ दूरी से पृथक्कृत दो आवेशों $+q$ और $-q$ को दर्शाता है। आवेश की मात्रा एवं पृथक्कृत दूरी का गुणनफल द्विध्रुव-आघूर्ण p कहलाता हैं



चित्र 15.10: एक छोटी दूरी से पृथक्कृत दो समान मात्रा के विपरीत आवेश एक द्विध्रुव बनाते हैं।

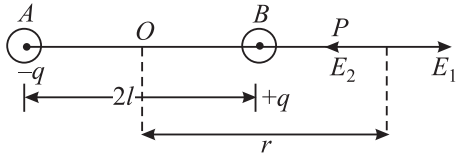
$$\therefore \qquad p = q \times 2l \qquad (15.17)$$

इसका SI मात्रक कूलॉम-मीटर है।

द्विध्रुव-आघूर्ण p एक सदिश राशि है। इसका परिमाण समीकरण (15.17) द्वारा परिभाषित है और इसकी दिश ऋणावेश से धनावेश की ओर तथा उनको जोड़ने वाली रेखा के अनुदिश है (द्विध्रुव का अक्ष)। द्विध्रुव और द्विध्रुव-आघूर्ण को परिभाषित करने के बाद अब हम एक द्विध्रुव के कारण विद्युत क्षेत्र का परिकलन करने की स्थिति में हैं,

स्थिति I : विद्युत द्विध्रुव के कारण इसकी अक्षीय स्थिति में विद्युत क्षेत्र

द्विध्रुव के अक्ष पर स्थित बिंदु पर विद्युत क्षेत्र के लिए व्यंजक प्राप्त करने के लिये चित्र 15.11 पर ध्यान दें। इसे अक्षीय स्थिति (End-on) स्थिति कहते हैं। A एवं B स्थितियों पर विद्यमान बिंदु आवेश $-q$ और $+q$ परस्पर $2l$ दूरी से पृथक्कृत हैं। बिंदु O उनके बीच में स्थित है (AB के मध्य में स्थित है)। मान लीजिए कि बिंदु P बिंदु O से r दूरी पर स्थित है, तब $+q$ के कारण बिंदु P पर क्षेत्र E_1 इस प्रकार होता है-



चित्र 15.11: द्विध्रुव अक्ष पर स्थित बिन्दु P पर क्षेत्र

$$\mathbf{E}_1 = k \times \frac{q}{(r-l)^2} \; AP \text{ की दिशा में}$$

इसी प्रकार $-q$ के कारण बिंदु P पर क्षेत्र इस प्रकार होता है-

$$\mathbf{E}_2 = k \times \frac{q}{(r+l)^2} \; PA \text{ की दिशा में}$$

बिंदु P पर परिणामी क्षेत्र $\mathbf{E}$, $\mathbf{E}_1$ की दिशा में है क्योंकि $\mathbf{E}_1 > \mathbf{E}_2$ [चूंकि $(r-l) < (r+l)$]। अत:

$$\mathbf{E} = \frac{kq}{(r-l)^2} - \frac{kq}{(r+l)^2} = kq\left[\frac{1}{(r-l)^2} - \frac{1}{(r+l)^2}\right]$$

$$= kq\left[\frac{(r+l)^2-(r-l)^2}{(r^2-l^2)^2}\right] = kq \times \frac{4lr}{(r^2-l^2)^2} = k\frac{(2lq)\,2r}{(r^2-l^2)^2}$$

$$= k\frac{2\mathbf{p}r}{(r^2-l^2)^2}$$

जहाँ पर $\mathbf{p} = 2lq$ द्विध्रुव आघूर्ण है चूंकि $k = 1/4\pi\varepsilon_0$, हम इसे इस प्रकार भी लिख सकते हैं :

$$\mathbf{E} = \frac{2\mathbf{p}}{4\pi\varepsilon_0} \times \frac{r}{r^4\,(1-l^2/r^2)^2}$$

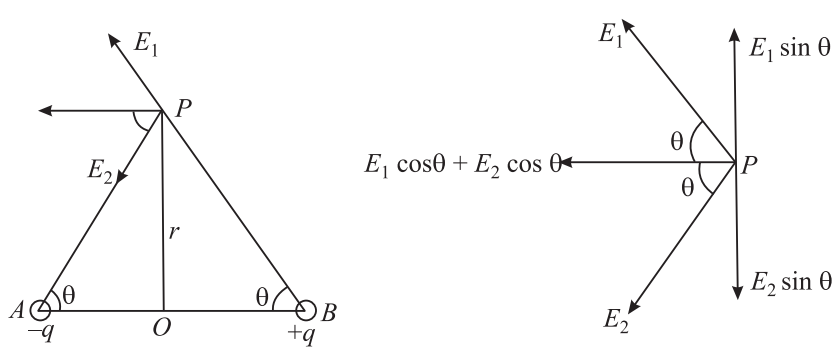
यदि $r >> l$ हो तो 1 की तुलना में l^2/r^2 अत्यंत छोटा होगा और इसे नगण्य माना जा सकता है। तब हमें विद्युत क्षेत्र के लिए एक सरलीकृत व्यंजक प्राप्त हो जाता है:

$$\mathbf{E} = \frac{2\mathbf{p}}{4\pi\varepsilon_0 r^3} \qquad (15.18)$$

यह दर्शाता है कि अक्षीय स्थिति मे स्थित किसी प्रेक्षण बिंदु पर विद्युत क्षेत्र, p के अनुदिश तथा द्विध्रुव के केन्द्र से प्रेक्षण बिंदु तक की दूरी की तीसरी घात का प्रतिलोमानुपाती होता है।

स्थिति II : एक द्विध्रुव के मध्य विभाजक अभिलम्ब (निरक्षीय स्थिति) पर स्थित किसी बिंदु पर द्विध्रुव के कारण कारण विद्युत क्षेत्र:

मान लीजिए कि बिंदु P दो आवेशों को जोड़ने वाली रेखा के अभिलम्ब सम द्विभाजक पर स्थित है। ध्यान दें $AB = 2l$, $OP = r$, $AO = OB = l$.



चित्र 15.12: (a) दो आवेशों को जोड़ने वाली रेखा के अभिलम्ब सम द्विभाजक पर स्थित बिंदु P पर क्षेत्र (b) क्षेत्रों का घटकों में वियोजन

कोण θ चित्र 15.12(a) में दर्शाया गया है। समकोण त्रिभुजों Δs *PAO* और *PBO* से हम लिख सकते हैं –

$$AP = BP = \sqrt{l^2 + r^2}$$

बिंदु *P* पर B पर स्थित + *q* आवेश के कारण क्षेत्र *BP* की दिशा में है और इसे लिखा जाता है–

$$\mathbf{E}_1 = k\,\frac{q}{l^2 + r^2}$$

इसी प्रकार बिंदु *P* पर बिन्दु *A* पर स्थित आवेश –*q* के कारण क्षेत्र *PA* दिशा में है और इसे लिख सकते हैं–

$$\mathbf{E}_2 = k\,\frac{q}{l^2 + r^2}$$

ध्यान दें कि $\mathbf{E}_1$ और $\mathbf{E}_2$ दोनों के परिमाण समान हैं,

हम $\mathbf{E}_1$ व $\mathbf{E}_2$ क्षेत्रों को *AB* के समानान्तर और लम्बवत् वियोजित करते हैं। *AB* के समान्तर घटक$\mathbf{E}_1\cos\theta$ और $\mathbf{E}_2\cos\theta$ एक ही दिशा में हैं।

AB के अभिलंबवत् घटक $\mathbf{E}_1\sin\theta$ और $\mathbf{E}_2\sin\theta$ एक-दूसरे की विपरीत दिशा में हैं। चूंकि ये घटक परिणाम में एक-दूसरे के बराबर हैं, लेकिन विपरीत दिशा में हैं इसलिए ये एक-दूसरे को निरस्त करते हैं। अत: बिंदु P पर परिणामी विद्युत क्षेत्र का परिमाण–

$$E = E_1\cos\theta + E_2\cos\theta$$

$$= k\,\frac{q}{l^2 + r^2}\cos\Theta + k\,\frac{q}{l^2 + r^2}\cos\theta$$

लेकिन $\cos\theta = \dfrac{l}{\sqrt{(l^2 + r^2)}}$। इस व्यंजक को ऊपर के परिणाम में प्रयुक्त करने पर *P* बिंदु पर विद्युत क्षेत्र–

$$E = \frac{kq}{(l^2 + r^2)} \times \frac{2l}{\sqrt{(l^2 + r^2)}}$$

$$= k\,\frac{2lq}{(l^2 + r^2)^{3/2}}$$

$$= k\,\frac{2lq}{r^3(1 + l^2/r^2)^{3/2}}$$

लेकिन $p = 2lq$ और यदि $r^2 >> l^2$ तो l^2/r^2 को 1 की तुलना में नगण्य मान सकते हैं। अत:

$$E = \frac{p}{4\pi\varepsilon_0 r^3} \qquad (15.19)$$

ध्यान दीजिए कि द्विध्रुव के कारण, निरक्षीय स्थिति पर स्थित किसी बिंदु पर विद्युत क्षेत्र भी लंबवत् दूरी के तीसरी घात का प्रतिलोमानुपाती होता है।

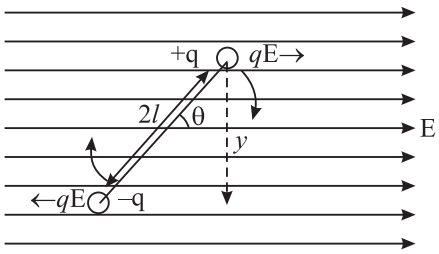
यदि हम समीकरण (15.18) और समीकरण (15.19) की तुलना करें तो पाते हैं कि दोनों स्थितियों में विद्युत क्षेत्र $1/r^3$ के अनुक्रमानुपाती है। लेकिन इनके बीच कुछ अन्तर भी हैं।

- अक्षीय स्थिति में विद्युत क्षेत्र का परिमाण निरक्षीय स्थिति में इसके परिमाण की अपेक्षा दोगुना होता है।
- अक्षीय स्थिति में विद्युत क्षेत्र की दिशा द्विध्रुव आघूर्ण के अनुदिश होती है, जबकि निरक्षीय स्थिति में ये विपरीत दिशीय होते हैं।

15.3.2 एकसमान क्षेत्र में विद्युत द्विध्रुव

एकसमान विद्युत क्षेत्र का स्थिर परिमाण एवं नियत दिशा होती है। ऐसा क्षेत्र आवेशित समान्तर पट्टी संधारित्र के बीच में उत्पन्न होता है। चित्र रूप में इसे समान दूरी पर स्थित समान्तर रेखाओं द्वारा दर्शाया जाता है।

अब हम एकसमान विद्युत क्षेत्र में रखे गए विद्युत द्विध्रुव के व्यवहार का विश्लेषण करते हैं (चित्र 15.13)। माना कि विद्युत क्षेत्र $+x$ के अनुदिश है। मान लें कि द्विध्रुव का अक्ष, क्षेत्र की दिशा से θ कोण बनाता है। $+q$ आवेश पर qE बल $+x$ दिशा में और $-q$ पर समान बल $-x$ दिशा में कार्य करता है। दो बराबर एवं विपरीत समान्तर बल एक युग्म बनाते हैं और द्विध्रुव को घड़ी की सूई के घूमने की दिशा में घुमाने का प्रयत्न करते हैं। यह युग्म द्विध्रुव को बाह्य विद्युत बल के अनुदिश लाने का प्रयास करता है। बल आघूर्ण का परिमाण निम्न सूत्र द्वारा व्यक्त किया जाता है :



चित्र 15.13 : एक समान विद्युत-क्षेत्र में विद्युत द्विध्रुव। द्विध्रुव पर लगने वाले बल एक युग्म की रचना करते हैं और इसे घुमाने की ओर प्रवृत्त

$$\tau = \text{बल} \times \text{युग्म की भुजा}$$
$$= qE \times y$$
$$= qE \times 2l \sin\theta$$
$$= pE \sin\theta$$

सदिश रूप में

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{p} \times \mathbf{E} \qquad (15.20)$$

हम देखते हैं कि

- जब $\theta = 0$, बल-आघूर्ण शून्य है, और
- $\theta = 90°$ के लिए द्विध्रुव पर बल-आघूर्ण अधिकतम है। यह pE के बराबर है। अतः हम यह निष्कर्ष निकालते हैं कि विद्युत क्षेत्र द्विध्रुव को अपने अनुदिश करने का प्रयास करता है।

उदाहरण 15.5 : 6.0×10^{-6} कूलॉम के दो आवेश $+q$ और $-q$ एक युग्म का निर्माण करते हैं। दोनों आवेशों का पृथक्करण 4×10^{-10} मीटर है। द्विध्रुव आघूर्ण का मान क्या है? यदि इस

द्विध्रुव को एक $E = 3.0 \times 10^2 \text{ N C}^{-1}$ परिमाण के विद्युत क्षेत्र में 30° का कोण बनाते हुए रखा जाए तो द्विध्रुव पर लगने वाले बल आघूर्ण का मान ज्ञात करें।

हल : द्विध्रुव आघूर्ण

$$p = qd$$

$$= (6.0 \times 10^{-6} \text{ C}) \times (4.0 \times 10^{-10} \text{ m})$$

$$= 24 \times 10^{-16} \text{ cm.}$$

चूंकि $\tau = pE \sin\theta$, अतः हम लिख सकते हैं–

$$\tau = (24 \times 10^{-16} \text{cm}) \times 3.0 \times 10^2 \text{ NC}^{-1}) \sin 30^\circ$$

$$= \frac{72}{2} \times 10^{-14} \text{ N m}$$

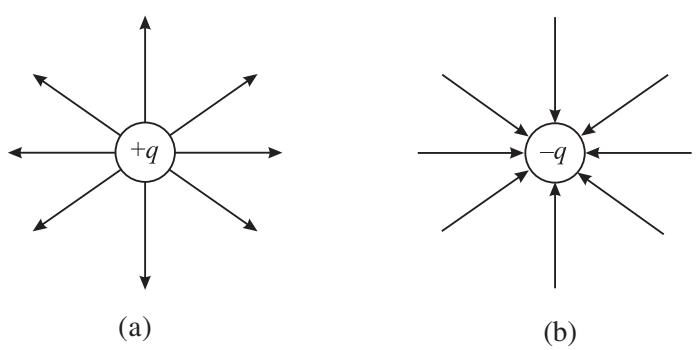
$$= 36 \times 10^{-14} \text{ N m}$$

यदि एक द्विध्रुव को एक असमान विद्युत क्षेत्र में रखा जाए, तो दो आवेशों $-q$ और $+q$ पर लगने वाले बल असमान होंगे। ऐसा विद्युत क्षेत्र न केवल द्विध्रुव को घुमाएगा बल्कि क्षेत्र की दिशा में विस्थापित भी कर देगा।

15.3.3 विद्युत बल रेखाएँ (क्षेत्र रेखाएँ)

विद्युत क्षेत्र (या बल) को दर्शाने का एक बहुत सरल तरीका क्षेत्र की दिशा दर्शाने वाली बल रेखाएँ खींचना है। विद्युत क्षेत्र रेखाओं का रेखाचित्र हमें विद्युत क्षेत्र की दिशा एवं परिमाण का अनुमान कराता है। क्षेत्र की दिशा के लम्बवत् रखे गए एक समतल के इकाई क्षेत्र से गुजरने वाली क्षेत्र रेखाओं की संख्या क्षेत्र की शक्ति के समानुपाती होती है। क्षेत्र के किसी भी बिंदु पर एक स्पर्श रेखा उस बिंदु पर क्षेत्र की दिशा दर्शाती है।

याद रखें कि विद्युत क्षेत्र रेखाएं विद्युत क्षेत्र को दर्शाने के लिए काल्पनिक रेखाएँ मात्र हैं। वास्तविकता में ऐसी रेखाओं का कोई अस्तित्व नहीं है। लेकिन क्षेत्र में आवेशों का व्यवहार और आवेशों के बीच अन्योन्यक्रिया को क्षेत्र रेखाओं की सहायता से प्रभावशाली ढंग से समझा जा सकता है।

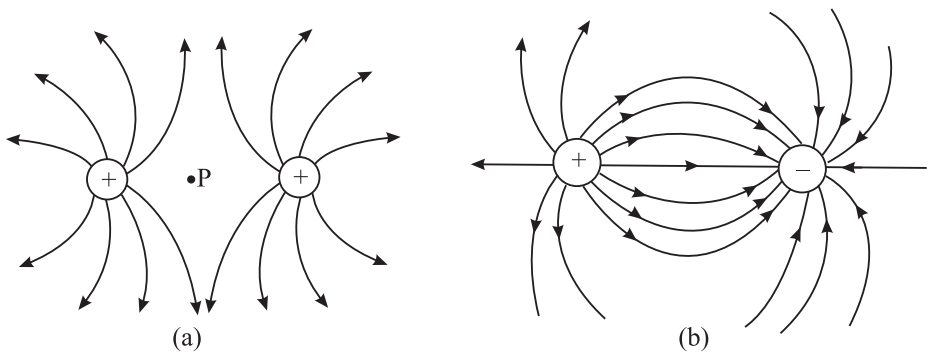


चित्र 15.14: एकल बिंदु आवेश की विद्युत क्षेत्र रेखाएं : (a)+q आवेश की विद्युत क्षेत्र रेखाएं q से प्रारंभ होकर अनन्त तक जाती हैं (b) ऋणात्मक बिंदु आवेश (–q) की क्षेत्र रेखाएं अनन्त से चलकर त्रिज्य दिशा में (–q) पर पहुंचती हैं।

चित्र 15.14(a) एक स्थिर धनावेश की विद्युत रेखाओं को दर्शा रहा है और चित्र 15.4 (b) एक स्थिर ऋणावेश की विद्युत रेखाओं को दर्शा रहा है। आपको यह समझ लेना चाहिए कि दोनों स्थितियों में विद्युत रेखाएँ अंतरिक्ष में सभी दिशाओं में हैं। यहाँ केवल कागज के तल पर स्थित कुछ रेखाओं को दर्शाया गया है।

चित्र 15.15(a) समान परिमाण के दो समीपवर्ती सजातीय आवेशों के क्षेत्र का रेखाचित्र है। आवेशों के अत्यंत निकट ये रेखाएं लगभग त्रिज्य हैं और इसके बाद एक-दूसरे को प्रतिकर्षित करती हुई दूर बाहर की ओर हटती हैं। इनके बीच में एक बिंदु P (जो कि दो आवेशों की बीच की दूरी का मध्य बिंदु है) पर कोई रेखाएँ मौजूद नहीं हैं। इस बिंदु P पर दो-आवेशों के क्षेत्र एक-दूसरे को निरस्त करते हैं, अतः यहाँ परिणामी क्षेत्र शून्य है।

चित्र 15.15(b) एक द्विध्रुव की क्षेत्र रेखाओं को दर्शाता है। धनावेश को छोड़ने वाली रेखाओं व ऋणावेश में समाप्त होने वाली रेखाओं की संख्या बराबर है।



चित्र 15.15 : दो आवेशों के तंत्र की विद्युत क्षेत्र रेखाएँ : (a) विराम अवस्था में दो धनावेश। P बिंदु पर कोई भी बल रेखाएँ नहीं पहुंचती है, (b) द्विध्रुव के कारण उत्पन्न क्षेत्र रेखाएँ धनावेश से चलकर ऋणावेश में समाप्त हो जाती हैं।

आपको विद्युत क्षेत्र रेखाओं के निम्न गुणधर्मों को याद रखना चाहिए:

- एक द्विध्रुव में क्षेत्र रेखाएँ धनावेश से चलकर (प्रारंभ होकर) ऋणावेश में समाप्त हो जाती हैं।
- क्षेत्र रेखाओं के किसी बिंदु पर स्पर्श रेखा, उस बिंदु पर विद्युत क्षेत्र की दिशा दर्शाती है।
- क्षेत्र रेखाओं के लंबवत् तल के प्रति इकाई क्षेत्रफल से होकर गुजरने वाली रेखाओं की संख्या उस तल पर क्षेत्र की शक्ति के समानुपाती होती हैं।
- दो क्षेत्र रेखाएँ एक-दूसरे को कभी नहीं काटतीं।

15.4 विद्युत फ्लक्स और गाउस का नियम

r त्रिज्या के एक गोले के केन्द्र पर $+q$ आवेश की कल्पना करें। इसके तल के प्रत्येक बिंदु पर विद्युत क्षेत्र का परिमाण-

$$E = k \times \frac{q}{r^2}$$

इस विद्युत क्षेत्र की दिशा तल के अभिलम्बवत् बाहर की ओर होती है। हम इसके तल पर Δs क्षेत्र का एक छोटा-सा अवयव लेते हैं। $\mathbf{\Delta s}$ एक सदिश है जिसका परिमाण Δs के क्षेत्रफल के बराबर है और इसकी दिशा $\mathbf{\Delta s}$ अवयव से लम्बवत् है। (चित्र 15.16) विद्युत फ्लक्स (अभिवाह) $\phi\,\Delta s$ और E के सदिश गुणन के रूप में परिभाषित किया जाता है :

$$\Delta\phi = \mathbf{E} \cdot \mathbf{\Delta s}$$

पूर्ण गोलीय तल पर फ्लक्स का मान ऐसे सभी पदों को जोड़कर प्राप्त होता है:

$$\phi_E = {}_{\Delta s_i \to 0} \quad \mathbf{E_i} \cdot \mathbf{\Delta s_i} \qquad (15.21)$$

चूंकि $\mathbf{E}$ व $\Delta\mathbf{s}$ के बीच का कोण शून्य है। अत: पूरे गोले के तल से गुजरने वाला फ्लक्स-

$$\phi_E = k \times \frac{q}{r^2}\,\Sigma\,\Delta s$$

गोलीय तल पर सभी क्षेत्र-अवयवों का योग $4\pi r^2$ होता है। अत: गोलीय तल से गुजरने वाला कुल फ्लक्स:

$$\phi_E = k \times \frac{q}{r^2} \times 4\pi r^2 = 4\,\pi\,k \times q$$

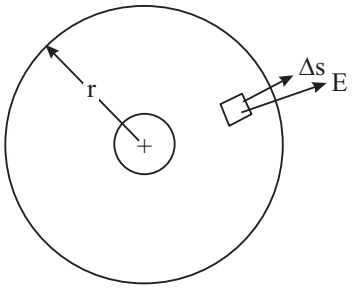


Fig. 15.16

k के स्थान पर $1/4\pi\varepsilon_0$ रखने पर

$$\phi_E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \times 4\pi q = q/\varepsilon_0 \qquad (15.22)$$

गोले का वक्र पृष्ठ तल गाउसियन तल कहलाता है। समीकरण (15.22) को गाउस का नियम कहते हैं; जिसके अनुसार, एक बंद गाउस पृष्ठ से गुजरने वाला नेट फ्लक्स, तल के अन्दर के कुल आवेश को ε_0 से भाग देने पर प्राप्त हो जाता है।

गाउस का नियम विद्युत क्षेत्र के निर्धारण के लिए एक उपयोगी साधन है। आप यह भी ध्यान दें कि गाउस सतह एक काल्पनिक गणितीय सतह है। यह किसी वास्तविक सतह पर निश्चित रूप से संपाती नहीं भी हो सकती है।

कार्ल फ्रेडरिक गाउस
(1777 – 1855)

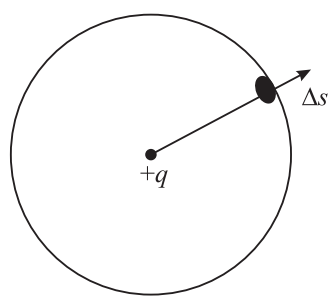
जर्मनी के प्रतिभाशाली विद्वान गाउस भौतिकी और गणित के क्षेत्र में सर्वाधिक प्रभावशाली गणितज्ञों में से एक थे। उन्होंने विभिन्न क्षेत्रों, जैसे प्रकाशिकी, विद्युत एवं चुम्बकत्त्व, खगोलिकी, संख्या प्रमेय, अवकलन ज्यामिति और गणितीय विश्लेषण के क्षेत्रों में महत्वपूर्ण योगदान दिया।

केवल तीन वर्ष की उम्र में ही इन्होंने अपने पिता के आय-व्यय के लेखा में एक गलती ठीक कर अपनी अद्भुत प्रतिभा का परिचय दिया। प्राथमिक कक्षा में उन्होंने अपने अध्यापक को 1 से 100 तक के अंकों का योग कुछ ही सेकंडों में करके आश्चर्यचकित कर दिया।

यद्यपि वह वैज्ञानिक समुदाय से दूर रहना पसंद करते थे और पढ़ाना पसंद नहीं करते थे, तथापि उनके बहुत-से शिष्य ऊँचे स्तर के गणितज्ञ बने। रिचार्ड डेकिन्ड, बरहार्ड रीमन, फ्रेडरिक बेसेल और सोफी जरमेन उनमें से कुछ हैं। जर्मनी ने तीन डाक टिकट और 10 मार्क का बैंक नोट उनके सम्मान में जारी किए। चन्द्रमा में एक गर्त को गाउस गर्त के नाम से जाना जाता है और क्षुद्र ग्रह 100 को उनके सम्मान में गाउसिया कहा जाता है।

15.4.1 बिंदु आवेश के कारण विद्युत क्षेत्र

हम गाउस के नियम का प्रयोग करके एक बिंदु आवेश के कारण विद्युत क्षेत्र की गणना करते हैं। आवेश q को केन्द्र मानकर r त्रिज्या का गोला खींचें, जैसा कि चित्र (15.17) में दर्शाया गया है।



चित्र 15.17: एक गोलाकार सतह पर इसके केन्द्र पर स्थित $+q$ आवेश के कारण विद्युत फ्लक्स

विद्युत क्षेत्र E त्रिज्य दिशा में (केन्द्र से बाहर की ओर) और सभी जगह तल के लम्बवत् है। **Δs** पर अभिलम्ब E के अनुदिश है। गाउस के नियम के अनुसार,

$$\phi_E = \sum_i \mathbf{E}_i.\mathbf{\Delta s}_i = q/\varepsilon_0$$

चूंकि $\cos\theta = 1$ और **E,** सतह के सभी बिंदुओं पर समान है, अतः

$$\phi_E = E \times 4\pi r^2$$

या

$$q/\varepsilon_0 = E \times 4\pi r^2$$

$$\Rightarrow \quad E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \qquad (15.23)$$

यदि एक दूसरा आवेश q_0 इसकी सतह पर रखा जाय तो, इस पर लगने वाले बल का परिमाण होगा–

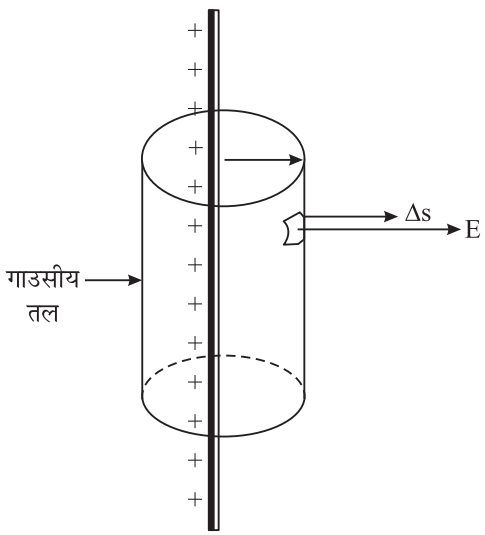
$$F = q_0 \times E$$

अत:

$$F = \frac{qq_0}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \qquad (15.24)$$

क्या आप इस परिणाम को पहचान कर पा रहे हैं? यह दो स्थिर बिंदुओं के बीच लगने वाला कूलॉम बल है।

15.4.2 एक लंबे रेखीय आवेश के कारण उत्पन्न क्षेत्र



चित्र 15.18: एक समान रेखीय आवेश घनत्व की अनंत रेख के कारण विद्युत क्षेत्र। गाउस तल एक वृत्तमुखी बेलन है।

कोई रेखीय आवेश एक अनंत लंबाई के समान रेखीय घनत्व (प्रति इकाई लंबाई आवेश) σ_l वाले पतले तार के रूप में होता है। माना कि तार पर आवेश $+q$ है। हमें r दूरी पर स्थित एक बिंदु P पर विद्युत क्षेत्र के मान की गणना करनी है। तार को अक्ष मानते हुए r त्रिज्या का एक बेलन खींचें। यह दोनों सिरों पर बंद है। यह तल गाउस तल है, जैसा कि चित्र (15.18) में दर्शाया गया है। वक्र तल के समस्त बिंदुओं पर विद्युत क्षेत्र E का मान समान है क्योंकि सभी बिंदु आवेशित तार से समान दूरी पर हैं। विद्युत क्षेत्र की दिशा व क्षेत्र अवयव Δs पर अभिलम्ब समान्तर हैं।

मान लें कि गाउस बेलन की लम्बाई l है, बेलन में घिरा कुल आवेश $q = \sigma_l l$,

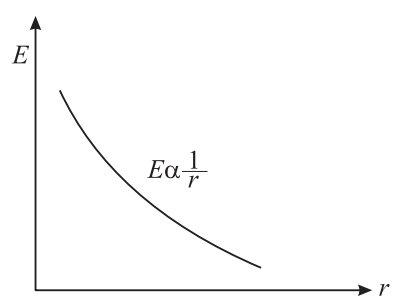
बेलन के वक्रीय पृष्ठ का क्षेत्रफल $2\pi rl$ है।

बेलन के ऊपर और नीचे की दो समतल सतहों पर अभिलंब विद्युत क्षेत्र के अभिलंबवत् है ($\cos 90° = 0$)। इसलिए इन तलों का कुल फ्लक्स में कोई योगदान नहीं होता अत:

$$\phi_E = \Sigma\, \mathbf{E.\,\Delta s} = E \times 2\pi rl$$

गाउस के नियम के अनुसार $\phi_E = q/\varepsilon_0$, अत:

$$E \times 2\pi rl = q/\varepsilon_0 = \sigma_l l/\varepsilon_0$$



चित्र 15.19 एक रेखीय आवेश के लिए E का r के साथ परिवर्तन

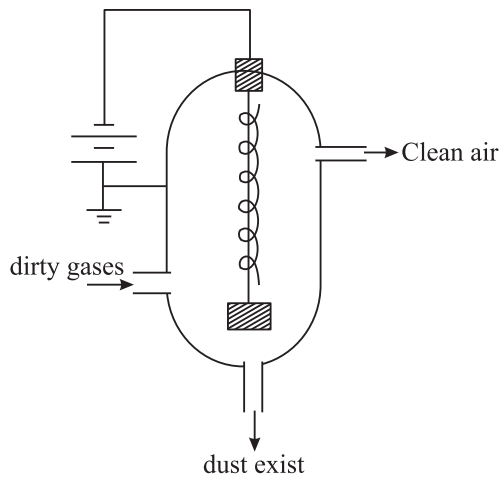
या $$E = \frac{\sigma_l}{2\pi\varepsilon_0 r} \qquad (15.25)$$

यह दर्शाता है कि विद्युत क्षेत्र दूरी के प्रतिलोमानुपाती होता है जैसा कि चित्र (15.19) में दिखाया गया है।

स्थिर वैद्युत अवक्षेपक

आपने ताप विद्युत शक्ति केन्द्र या ईंट भट्ठे की चिमनी से बाहर निकलते हुए काले धुएँ और धूल के कणों को देखा होगा। धुएं में न केवल गैसें होती हैं, वरन भारी मात्रा में छोटे-छोटे धूल (कोयले) के कण भी होते हैं। धुएं और धूल के कणों को चिमनियों से वायुमण्डल में छोड़ा जाता है।

धूल के कण ज़मीन पर पड़ते हैं और वायु को प्रदूषित करते हैं। ये जीवित प्राणियों के स्वास्थ्य के लिए अत्यंत घातक हैं। अत: वायुमंडल में छोड़े जाने से पहले गैस में से धूल हटा लेना अत्यंत आवश्यक होता है। उच्च विद्युत क्षेत्र द्वारा गैसों में विद्युत विसर्जन का एक महत्वपूर्ण अनुप्रयोग स्थिर वैद्युत अवक्षेपक का निर्माण है।



सैद्धान्तिक चित्र यहाँ दर्शाया गया है। एक धात्वीय धारक में एक केन्द्रीय तार को बहुत अधिक ऋणात्मक विभव (लगभग 100 kV) पर रखा जाता है। धारक की दीवार को एक उच्च वोल्टता की बैटरी से जोड़ा और भूसंपर्कित (earthed) किया जाता है। एक भार W केन्द्रीय भाग में तार को सीधा रखता है। गंदी गैसों को धारक के अन्दर से प्रवाहित कराया जाता है। तार के समीप उच्च क्षेत्र के कारण विद्युत विसर्जन होता है। गैस में धनात्मक आवेश, ऋणात्मक आवेश एवं इलेक्ट्रॉन उत्पन्न होते हैं। ऋणावेशित कण दीवार की ओर त्वरित होते हैं। वे धूल के कणों से संघट्ट करते हैं और उन्हें आवेशित करते हैं। बहुत से धूल के कण ऋणावेशित हो जाते हैं क्योंकि वे इलेक्ट्रॉनों और ऋणात्मक आयनों को पकड़ लेते हैं। वे धारक की दीवार की ओर आकर्षित होते हैं। धारक को समय-समय पर हिलाया जाता है जिससे धूल के कण दीवारों से गिरकर धारक के फर्श पर एकत्रित हो जाते हैं। इन्हें निकास नली द्वारा निकाल लिया जाता है।

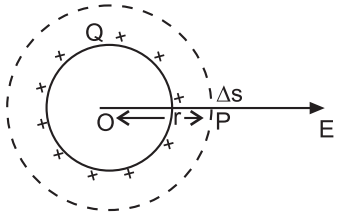
इस प्रकार अवांछित धूल के कणों को गैसों से अलग कर दिया जाता है और शुद्ध वायु वायुमण्डल में चली जाती है। इस प्रकार के सबसे अधिक क्षमता वाले तंत्र, धुएं से 98% राख और धूल को अलग कर पाने में सक्षम होते हैं।

15.4.3 किसी आवेशित एकसमान गोलीय कोश के कारण विद्युत क्षेत्र

अत्यल्प मोटाई के खोखले गोले को गोलीय कोश कहा जाता है। मान लीजिये कि R त्रिज्या के किसी गोलीय कोश के पृष्ठ पर Q आवेश एकसमान रूप से वितरित है। हम इस आवेश के कारण, इस कोश के बाहर तथा भीतर स्थित बिन्दुओं पर विद्युत क्षेत्र का परिकलन करेंगे।

(a) किसी बाहरी बिन्दु पर क्षेत्र

मान लीजिये कि किसी कोश के केन्द्र O से r दूरी पर कोश से बाहर स्थित एक बिन्दु P है। P से गुजरता हुआ एक गोलीय पृष्ठ बनाइये जो आवेश वितरण के समकेन्द्रिक है। (इस पृष्ठ को गाउसी-पृष्ठ कहा जाता है)। सममिति के अनुसार, विद्युत क्षेत्र त्रिज्य है और इसकी दिशा आरेख 15.20 में दर्शाये अनुसार बाहर की ओर है।



चित्र 15.20

विद्युत क्षेत्र $\vec{E}$ प्रत्येक बिन्दु पर पृष्ठ के अभिलम्बवत् है। गाउसी पृष्ठ के प्रत्येक बिन्दु पर इसका मान E है।

गाउस के नियमानुसार,

$$\Sigma E \Delta s \cos 0° = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

अथवा
$$\Delta E \cdot 4\pi r^2 = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

या
$$E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

इससे हम इस परिणाम पर पहुँचते हैं कि गोलीय कोश के बाहर स्थित किसी बिन्दु के लिये कोश पर कुल आवेश को उसके केन्द्र O पर अवस्थित माना जा सकता है।

यदि गोलीय कोश के स्थान पर एक ठोस, आवेशित गोला लिया जाता तब भी हमें यही परिणाम प्राप्त होता। इसका कारण यह है कि किसी चालक पर आवेश सदैव उसके बाहरी पृष्ठ पर रहता है।

(b) कोश के भीतर किसी बिन्दु पर क्षेत्र

कोश के केन्द्र से r दूरी पर एक बिन्दु P' की कल्पना कीजिये जो कोश के अन्दर स्थित है। इस बिन्दु P' से गुजरता हुआ एक संकेंद्र गोला बनाइये।

गाउस के नियमानुसार,

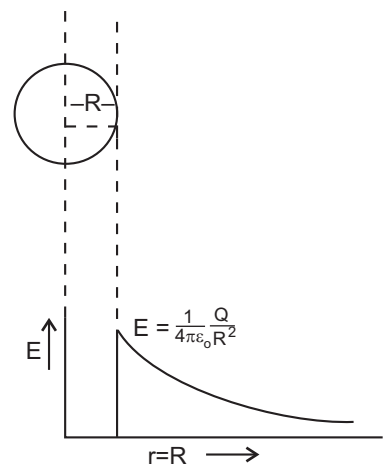
$$\Sigma E \Delta s \cos 0° = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

या
$$E \cdot 4\pi r^2 = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

$\Rightarrow$ $E = 0$ क्योंकि $Q = 0$ (शून्य)

अर्थात्, किसी गोलीय कोश के भीतर किसी भी बिन्दु पर विद्युत क्षेत्र का मान शून्य होता है। यही परिणाम किसी आवेशित ठोस, चालक गोले के लिये भी सत्य है।

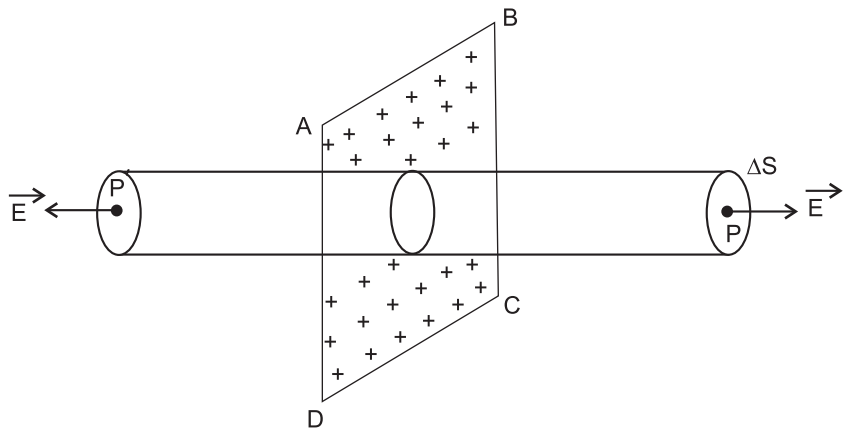
त्रिज्य दूरी r के साथ विद्युत क्षेत्र के परिवर्तन को आरेख 15.20 में दर्शाया गया है।



चित्र 15.21

15.4.4 समतल आवेशित शीट के कारण विद्युत क्षेत्र

एकसमान रूप से आवेशित किसी अनन्त क्षेत्र की समतल शीट $ABCD$ पर विचार कीजिये जिसका पृष्ठीय आवेश घनत्व σ है।



चित्र 15.22

यदि $\sigma > 0$ तो, सममिति के कारण विद्युत क्षेत्र शीट के लम्बवत् होगा और इसकी दिशा शीट के बाहर की ओर होगी। मान लीजिये कि हमें शीट के सामने स्थित किसी बिन्दु P पर विद्युत क्षेत्र का मान ज्ञात करना है। सिलिन्डर (बेलन) के आकार का गाउसी पृष्ठ बनाइये, जिसकी अक्ष क्षेत्र की दिशा के समान्तर है और जिसका एक वृत्ताकार शीर्ष (सिरा) P से गुजरता है। सिलिन्डर का दूसरा वृत्ताकार शीर्ष सममितीय विपरीत बिन्दु P' से गुजरता है। जो शीट के दूसरी ओर है और जिसकी दूरी बिंदु P की दूरी के बराबर है।

दोनों वृत्ताकार शीर्षों से गुजरनेवाला विद्युत फ्लक्स है,

$$\vec{E}\cdot\Delta\vec{s} + \vec{E}\cdot\Delta\vec{s} = E\Delta s + E\Delta s$$
$$= 2E\Delta s$$

गाउसी पृष्ठ के वक्रित पृष्ठ से गुजरने वाला विद्युत फ्लक्स है: $\vec{E}\cdot\Delta\vec{s} = E\Delta s\cos 90° = 0.$
अत: गाउसी सिलिण्डर से गुजरने वाला कुल फ्लक्स है:

$$\phi_E = \sum \vec{E}\cdot\Delta\vec{s}$$
$$= 2E\Delta s$$

क्योंकि गाउसी सिलिण्डर में परिबद्ध आवेश $\sigma\Delta s$ है, गाउस के नियम का उपयोग करके हम लिख सकते हैं:

$$2E\Delta s = \frac{1}{\varepsilon_0}\sigma\Delta s$$

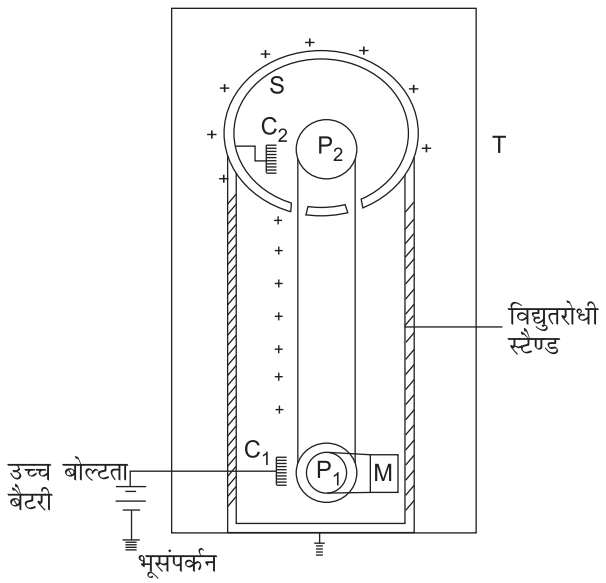
अथवा
$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

ध्यान दें कि विद्युत क्षेत्र शीट से दूरी पर निर्भर नहीं करता है।

15.5 वान डे ग्राफ जनित्र

वान डे ग्राफ जनित्र एक स्थिर विद्युत युक्ति है जो दस लाख वोल्ट कोटि का विभवान्तर उत्पन्न करता है। इसका नाम इसके अभिकल्पक रॉबर्ट जे. वान डे ग्राफ के नाम पर रखा गया है।

इसमें एक विशाल खोखला धातु का गोला S होता है जो विद्युत रोधी स्टैण्ड पर लगा होता है। रबर या रेशम जैसे किसी विद्युतरोधी पदार्थ की बनी एक लम्बी संकरी पेटी (बेल्ट) दो घिर्रियों P_1 तथा P_2 पर घूमने के लिए चित्र 15.23 में दर्शाए अनुसार इन पर चढ़ी होती हैं। घिर्री P_2 गोले S के केन्द्र पर लगी होती है और P_1 तली के निकट लगी होती है। घिर्री P_1 को एक विद्युत मोटर M द्वारा घुमा कर पेटी को लगातार गति में रखा जाता है। कंघी के आकार के दो चालक, C_1 एवं C_2 जिसमें अनेक नुकीले बिन्दु होते हैं-वैसे ही जैसे धातु की सुईयों में होते हैं, ये घिर्रियों के निकट लगे होते हैं।



चित्र 15.23

सुइयों की नोकें पेटी की ओर होती हैं। कंघी के आकार के चालक C_1 को एक उच्चवोल्टता शक्ति स्रोत की सहायता से पृथ्वी की तुलना में अत्युच्च विभव ($\sim 10^4$ V) पर बनाए रखा जाता है। ऊपरी कंघी C_2 को धातु के गोले S की आंतरिक सतह से जोड़कर रखा जाता है।

कंघी की आकृति के चालक C_1 के नुकीले सिरों के निकट आवेश घनत्व और स्थिर विद्युत क्षेत्र अत्युच्च होते हैं। उनके नुकीले सिरों के निकट प्रबल स्थिर विद्युत क्षेत्र, वायु की विद्युतशीलता को भंग कर देता है और इस प्रक्रम में आयन (धन एवं ऋण दोनों प्रकार के) उत्पन्न कर देता है। यह परिघटना परिमंडल निरावेशन (कोरोना डिस्चार्ज) कहलाती है। वायु का ऋण आवेश सुइयों की ओर एवं धन आवेश पेटी की ओर गति करता है। ऋण आवेश कंघी C_1 के कुछ धन आवेश को उदासीन बना देता है। किन्तु C_1 को और अधिक आवेश प्रदान करके शक्ति प्रदाय इसके धन आवेश को बनाए रखता है, जैसे ही धन आवेश ग्रहण करके पेटी C_2 की

ओर जाती है। इसके आस-पास की वायु कोरोना डिस्चार्ज के कारण चालक हो जाती है। वायु के ऋण आवेश पेटी में निहित धन आवेशों को उदासीन बनाने के लिए पेटी की ओर आते हैं जबकि वायु के धन आवेश कंघी C_2 की सुइयों की ओर चलते हैं। इस तरह ये धन आवेश चालक गोले S की आन्तरिक पृष्ठ पर जाते हैं और वहाँ से तुरंत इसके बाह्य पृष्ठ पर आ जाते हैं।

यह प्रक्रम चलता रहता है, इससे गोले के ऊपर धन आवेश बढ़ता जाता है और इसका विभव अत्युच्च हो जाता है।

क्योंकि आस-पास की हवा सामान्य दाब पर है इसलिए गोले से आवेश का क्षरण होने लगता है। इस क्षरण को रोकने के लिए मशीन को एक भूसम्पर्कित धातु के चेम्बर T से घेर कर रखते हैं और इसके अन्दर उच्च दाब पर वायु भर देते हैं।

वान डे ग्राफ जनित्र का उपयोग करके 50 लाख वोल्ट (5 MV) तक का विभव प्राप्त किया जा चुका है। कुछ जनित्र तो 20 MV तक का उच्च विभव भी उत्पन्न कर लेते हैं।

वान डे ग्राफ जनित्र का उपयोग आयन पुंजों को त्वरित करके उनकी ऊर्जा बढ़ाने के लिए किया जाता है और इन उच्च ऊर्जा आवेशित कणों का उपयोग नाभिकीय अभिक्रियाओं के अध्ययन के लिए किया जाता है।

पाठगत प्रश्न 15.4

1. यदि किसी गाउस तल से गुजरने वाला विद्युत फ्लक्स शून्य है, तो क्या इसका अर्थ अवश्य ही यह हुआ कि–
   (a) सतह के अन्दर कुल आवेश शून्य है?
   (b) सतह के प्रत्येक बिंदु पर विद्युत क्षेत्र शून्य है?
   (c) सतह पर पहुंचने और सतह से बाहर निकलने वाली विद्युत बल रेखाओं की संख्या समान है।
2. यदि विद्युत क्षेत्र 3.0×10^6 N C^{-1} से अधिक हो जाता है तो हवा में स्फुलिंग उत्पन्न होंगे (स्पार्किंग होगी)। एक गोला जिसकी त्रिज्या 5.0 cm हो बिना स्पार्किंग पैदा किए अधिकतम कितना आवेश धारण कर सकता है?
3. एक विद्युत द्विध्रुव पर लगने वाले नेट बल के परिमाण और दिशा एवं बल आघूर्ण की गणना करें जबकि यह
   (a) एकसमान विद्युत क्षेत्र के समांतर रखा है, और
   (b) असमान विद्युत क्षेत्र के समांतर रखा है।

आपने क्या सीखा

- काँच की छड़ को रेशम से रगड़ने और रबड़ को फर से रगड़ने पर विद्युत आवेश उत्पन्न होता है।
- परंपरानुसार, काँच की छड़ पर आवेश **धनात्मक** और रबड़ पर आवेश **ऋणात्मक** लिया जाता है।
- आवेश संरक्षित और क्वांटीकृत (इलैक्ट्रॉन के आवेश के गुणकों के रूप में) रहता है।
- सजातीय आवेश एक-दूसरे को प्रतिकर्षित करते हैं और विजातीय आवेश एक-दूसरे को आकर्षित करते हैं।
- कूलॉम का नियम दो बिंदु आवेशों के बीच कार्य करने वाले बल का परिमाण व दिशा बतलाता है :

$$\mathbf{F} = k\,\frac{q_1 \times q_2}{r^2}\,\hat{\mathbf{r}}$$

जहाँ पर $k = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9.0 \times 10^9\ \mathrm{N\ m^2\ C^{-2}}$.

- प्रकृति में आवेश का सबसे छोटा मात्रक इलेक्ट्रॉन का आवेश होता है।

$$e = 1.60 \times 10^{-19}\ \text{(कूलॉम)}$$

- किसी आवेश q के कारण दिक्-स्थान में किसी बिंदु पर विद्युत क्षेत्र E उस स्थान पर इकाई परीक्षण आवेश पर लगने वाले बल के बराबर होता है।

$$\mathbf{E} = \mathbf{F}/q_0 = k \times \frac{q}{r^2}\,\hat{\mathbf{r}}$$

- अध्यारोपण का सिद्धान्त आवेशों के एक समूह के कारण एक अन्य आवेश पर लगे विद्युत बल की गणना करने में काम आ सकता है। यह बहुत-से आवेशों के कारण एक बिंदु पर विद्युत क्षेत्र के लिए भी लागू होता है।
- विद्युत द्विध्रुव दो समान परिमाण वाले विपरीत आवेशों वाले तंत्र को कहते हैं, जो एक-दूसरे से एक छोटी दूरी से पृथककृत हों। इसका द्विध्रुव आघूर्ण $|\mathbf{p}| = qr$ होता है। $-\mathbf{q}$ व $+q$ पर लगने वाले बलों की दिशा एक दूसरे के विपरीत होती है।
- एक द्विध्रुव द्वारा अक्षीय स्थिति में विद्युत क्षेत्र निम्न सूत्र से निरूपित किया जाता है;

$$\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2\mathbf{p}}{r^3}$$

और निरक्षीय स्थिति में; $\mathbf{E} = -\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{\mathbf{p}}{r^3}$.

- विद्युत बल-रेखाएं क्षेत्र के निरूपण की रेखाचित्रीय पद्धति हैं ।
- विद्युत फ्लक्स किसी क्षेत्र से गुजरने वाली कुल विद्युत रेखाओं की संख्या है। इसे $\phi_E = \mathbf{E}.\mathbf{A}$ सूत्र से परिभाषित किया जाता है।
- गाउस के नियम के अनुसार एक तल से आबद्ध आवेश के कारण तल से गुजरता फ्लक्स, आवेश को $\frac{1}{\varepsilon_0}$ से गुणा करने पर प्राप्त होता है।
- एक रेखीय आवेश के कारण विद्युत क्षेत्र के लिए व्यंजक $E = \frac{\sigma\ell}{2\pi\varepsilon_0 r}$ होता है।

पाठांत प्रश्न

1. एक + 12 μ C आवेश दूसरा –18 μ C आवेश x अक्ष पर क्रमशः $x = 20$ cm और $x = 29$ cm की स्थिति पर है। – 18 μC के आवेश पर लगने वाले बल का परिमाण एवं दिशा ज्ञात करें। 12 μC के आवेश पर लगने वाले बल की दिशा क्या है?

2. 3 मीटर दूरी से पृथक्कृत दो बिंदु आवेशों q_1 और q_2 के बीच लगने वाला बल 16×10^{-15} N है। $q_1 = q_2 = q$ की स्थिति में बल का परिमाण ज्ञात करें। यदि पृथक्करण दूरी 6.0 मीटर कर दी जाए तो बल का परिमाण क्या होगा?

3. दो बिंदु आवेश एक-दूसरे से x दूरी से पृथक्कृत हैं। प्रत्येक आवेश का मान $+q$ है और उनके बीच लगने वाला बल F है। अब बिंदु आवेशों के स्थान पर दो समान $+q$ आवेश परिमाण के गोले रख दिए जाते हैं जिनके केन्द्रों की दूरी भी x ही है। क्या उनके बीच लगने वाले बल के मान में परिवर्तन होगा? अपने उत्तर की पुष्टि में कारण दें।

4. 16 cm दूर रखे दो बिंदु आवेशों के बीच निर्वात में लगने वाला प्रतिकर्षण बल 7.5×10^{-10} N है। उनके बीच परावैद्युतांक K = 2.5 का माध्यम रख देने पर लगने वाले बल का मान क्या होगा?

5. दो x दूरी से पृथक्कृत प्रोटॉनों के बीच लगने वाले विद्युत बल व गुरुत्वीय बल की तुलना करें। दिया है प्रोटॉन का आवेश $= 1.60 \times 10^{-19}$ C, प्रोटॉन का द्रव्यमान $= 1.67 \times 10^{-27}$ kg एवं गुरुत्वीय स्थिरांक $G = 6.67 \times 10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}.

6. चार $+q$ आवेश एक वर्ग के चारों कोनों पर रखे गए हैं। वर्ग के केन्द्र पर रखे $+q_0$ मात्रा के परीक्षण आवेश पर परिणामी बल का परिमाण एवं दिशा क्या होंगे?

7. विद्युत क्षेत्र रेखाएँ परस्पर समांतर कब होती हैं?

8. एक धात्वीय गोले को $+ 6.4 \times 10^{-7}$ C आवेश प्रदान करने के लिये कितने इलेक्ट्रॉनों को हटाना पड़ेगा?

9. एक $q = 3.0 \times 10^{-6}$ C व $2l = 4 \times 10^{-10}$ m के द्विध्रुव पर विचार करें और इसका द्विध्रव आघूर्ण का परिमाण ज्ञात करें। विषुवतरेखीय तल पर $r = 6 \times 10^{-6}$ m दूरी पर विद्युत क्षेत्र की गणना करें।

10. एक $-q = 15 \times 10^{-6}$ C आवेश एक R=3.0 mm त्रिज्या के धात्वीय गोले पर रखा जाता है। गोले के केन्द्र से r =15 cm की दूरी पर विद्युत क्षेत्र का परिमाण और उसकी दिशा ज्ञात करें। यदि इस गोले को 9.0 mm त्रिज्या के समान आवेश वाले गोले से बदल दिया जाए तो उपर्युक्त बिंदु (r = 15 cm) पर क्षेत्र का परिमाण एवं दिशा क्या होगी?

11. एक +15 μC का आवेश 20 cm त्रिज्या के एक गोले के केन्द्र पर स्थित है। गोले की सतह से गुजरने वाले विद्युत फ्लक्स का मान ज्ञात कीजिए।

12. किसी प्रोटॉन को एकसमान विद्युत क्षेत्र $E = 8.0 \times 10^4$ N C^{-1} में रखा गया है। प्रोटॉन का त्वरण ज्ञात करें।

13. दो बिंदु आवेश q_1 और q_2 3.0 cm दूर हैं। यदि $(q_1 + q_2) = 20$ μC और उनके बीच लगने वाला प्रतिकर्षण बल 750 N हो, तो q_1 और q_2 के मान ज्ञात करें।

पाठगत प्रश्नों के उत्तर

15.1

1. (i) हाँ (ii) आवेश = 3.2×10^{-17} C.

2. A के पास + Q आवेश है। जब A और B संपर्क में लाए जायेंगे तो आवेश समान रूप से वितरित हो जाएगा।

   (i) हाँ (ii) $+Q/2$

3. $q = 4.8 \times 10^{-16}$

   चूंकि $Ne = q$:

$$N = \frac{4.8\times10^{-16}}{1.6\times10^{-19}} = 3.0 \times 10^3 \text{ आवेश}$$

15.2

1. $Q_1 = 16$ μC, $Q_2 = 12$ μC और $r = 12$ m

   चूंकि

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1q_2}{r^2}$$

$$= \frac{(9\times10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2})(16\times10^{-6} \text{ C})\times(12\times10^{-6} \text{ C})}{144 \text{ m}^2}$$

$$= 9\times 10^{-3} \text{ N}$$

(i) दिशा q_2 से q_1 की ओर

(ii) दिशा q_1 से q_2 की ओर

2. बिंदु A पर बिंदु B के आवेश के कारण बल $F_1 = k\dfrac{q^2}{a^2}$ जहाँ $AB = a$

चूंकि $AD = AC$, इसलिए A पर बिन्दु B पर विद्यमान आवेश के कारण बल

$$F_2 = k\frac{q^2}{a^2}$$

$$R^2 = F_1^2 + F_2^2 = 2F^2$$

$R = F\sqrt{2}$ है और F से 45° का कोण बनता है

15.3

1. (a) E $+x$ अक्ष की दिशा में

   (b) E $+y$ अक्ष की दिशा में

   (c) x अक्ष से 45° के कोण पर

2. $AB = AC = 40$ cm

$$|\mathbf{E}_1| = \frac{kq}{r^2} = |\mathbf{E}_2| = \frac{9\times10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}\times(2\times10^{-6} \text{ C})}{(0.40 \text{ m})^2} = 1.125\times10^5 \text{ N C}^{-1}$$

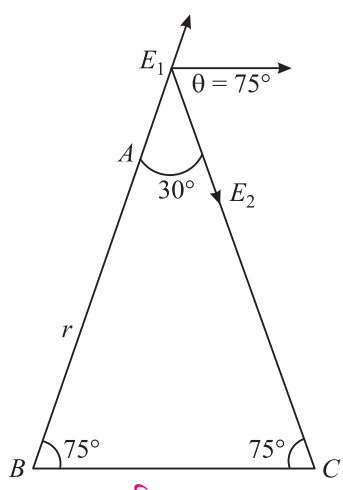
E_1 और E_2 का परिणामी BC के समान्तर होगा। अत:

$$R^2 = E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2\cos 150$$

$$= 2E^2 + 2E^2\cos(180\text{-}30)$$

$$= 2E^2 - 2E^2\times\cos 30 = 2E^2\left(1+\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 4.723\times10^{10} \text{ N}^2\text{C}^{-2}.$$

इसकी दिशा BC के समान्तर (B से C की ओर) होगी।



चित्र 15.24

3. **E** पृथ्वी की ओर निर्देशित है। ऋणात्मक आवेश पर ऊर्ध्वाधरत: ऊपर की ओर बल लगेगा।
4. दो आवेशें के बीच मध्य बिंदु पर क्षेत्र शून्य होगा।

15.4

1. (i) हाँ (ii) आवश्यक रूप से नहीं (iii) हाँ

2. $E = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$

$\therefore \quad Q = 4\pi\varepsilon_0 r^2 E$

$$= (3 \times 10^6 \text{ N C}^{-1}) \times \frac{1}{(9\times10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2})} \times (25 \times 10^{-4} \text{ m}^2)$$

$$= 8.3 \times 10^{-7} \text{ C}$$

3. (a) $\mathbf{F} = 0, \boldsymbol{\tau} = 0$

   (b) $\mathbf{F} \neq 0 \; \boldsymbol{\tau} = 0$

पाठान्त प्रश्नों के उत्तर

1. 240 N बल ऋणात्मक x- अक्ष की दिशा में; +12 μC आवेश पर बल धनात्मक *x*-दिशा में होगा।
2. $q = 4 \times 10^{-3}$ C
4. 3×10^{-10} N
5. वैद्युत बल गुरुत्वीय बल का लगभग 10^{36} गुना है।
6. शून्य
8. 4×10^{12} इलेक्ट्रॉन
9. 12×10^{-16} cm, 0.5×10^{15} या N C^{-1}
10. 6×10^6 N C^{-1} केन्द्र की ओर, समान क्षेत्र
11. 1.7×10^6 V m
12. 7.6×10^{12} m s^{-2}
13. 15 μC और 5 μC.

16

विद्युत विभव एवं संधारित्र

मॉड्यूल 2 और 3 में आपने तरल पदार्थों और ऊष्मा के प्रवाह के विषय में पढ़ा था। आपको याद होगा कि किसी धारक में पानी का तल उसके प्रवाह की दिशा को निर्धारित करता है। यदि एक धारक में पानी का तल दूसरे धारक में पानी के तल से ऊँचा हो तो पानी ऊँचे तल वाले बर्तन से नीचे तल वाले बर्तन की ओर प्रवाहित होता है भले ही धारकों में पानी की मात्रा कितनी ही क्यों न हो। एक वस्तु से दूसरी वस्तु की ओर ऊष्मा के प्रवाहित होने में ताप भी यही भूमिका निभाता है। ऊष्मा हमेशा अधिक ताप की वस्तु से कम ताप की वस्तु की ओर प्रवाहित होती है। यह प्रवाह वस्तु की कुल ऊष्मा की मात्रा पर निर्भर नहीं करता है।

विद्युत विभव भी एक बिन्दु से दूसरे बिंदु के बीच आवेशों के प्रवाह में समान भूमिका निभाता है। धनावेश सदैव उच्च विभव से निम्न विभव की ओर गति करता है। जब एक धनात्मक परीक्षण आवेश को एक विद्युत क्षेत्र में मुक्त रख दिया जाता है तो यह विद्युत क्षेत्र की दिशा की ओर गति करता है। परीक्षण आवेश के इस व्यवहार के कारण आप यह कहना चाहेंगें कि **विद्युत क्षेत्र E एवं विद्युत विभव V** का एक-दूसरे से निकट संबंध है। इस पाठ में आप E तथा V के बीच संबंध को स्थापित करना सीखेंगे। आप संधारित्र युक्ति के बारे में भी ज्ञान प्राप्त करेंगे और यह जानेंगे कि कैसे परावैद्युत पदार्थ इनके गुणों को परिवर्तित कर देते हैं।

उद्देश्य

इस पाठ का अध्ययन करने के पश्चात् आप

- किसी बिंदु पर विभव व दो बिन्दुओं के बीच विभवान्तर की व्याख्या कर पाएंगे,
- बिंदु-आवेश और द्विध्रुव के कारण विद्युत विभव के लिए व्यंजक प्राप्त कर पाएंगे,
- विद्युत क्षेत्र और विद्युत विभव-प्रवणता में संबंध स्थापित कर पाएंगे,
- संधरित्रों के सिद्धान्त की व्याख्या कर सकेंगे ओर उनके उपयोग बता पाएंगे,
- संधरित्रों के समूहन की तुल्य धारिता का मान ज्ञात कर पाएंगे और इसके लाभों को बता पाएंगे,

- किसी संधारित्रों में संग्रहित ऊर्जा का परिकलन कर पाएंगे,
- विद्युत क्षेत्र में रखने पर परावैद्युत पदार्थों में होने वाले ध्रुवण की व्याख्या कर पाएंगे,

16.1 विद्युत विभव और विभवान्तर

जब एक आवेशित कण को स्थिर विद्युत क्षेत्र की दिशा के विपरीत चलाया जाता है तो किसी बाह्य माध्यम द्वारा कार्य किया जाता है। यह किया गया कार्य ऊर्जा संरक्षण के सिद्धांतों के अनुसार स्थितिज ऊर्जा के रूप में संगृहीत हो जाता है। अत: हम यह कह सकते हैं कि विद्युत क्षेत्र के किसी भी बिंदु पर स्थित विद्युत आवेश की स्थितिज ऊर्जा उसकी स्थिति का फलन है, हम किसी क्षेत्र में आवेश की स्थितिज ऊर्जा को उसकी स्थिति का अदिश फलन मान सकते हैं और इसे **विभव** कहते हैं। इसका तात्पर्य यह है कि विद्युत क्षेत्र में विभिन्न बिंदुओं पर विभव का मान भिन्न-भिन्न होगा। यदि एक धनावेशित कण को एक विद्युत क्षेत्र में रखा जाए तो इसकी प्रवृत्ति उच्चतर विभव से निम्नतर विभव की ओर जाने की होती है ताकि इसकी स्थितिज ऊर्जा कम हो सके। अगले पाठ में आप पढ़ेंगे कि विभवान्तर की संकल्पना किस प्रकार विद्युत परिपथों में धारा प्रवाह को आसानी से समझने में सहायक सिद्ध हो सकती है।

*विद्युत क्षेत्र के किसी बिंदु पर **विद्युत विभव** एकांक धनात्मक आवेश को विद्युत क्षेत्र के बाहर से उस बिंदु तक लाने में किये गये कार्य के बराबर है।* विद्युत विभव एक अदिश राशि है ओर यह किये गये कार्य से संबंधित है।

एलिसेन्ड्रो कॉन्टे वोल्टा
(1745-1827)

कोमो, इटली में जन्मे वोल्टा, पाविआ (Pavia) में 20 वर्षों से अधिक प्रोफेसर रहे। उन्होंने बहुत भ्रमण किया था। वह अपने समय के बहुत से व्यक्तियों के परिचित थे। उन्होंने निर्णयात्मक रूप से यह सिद्ध किया कि ल्युइगी गैल्वानी द्वारा मेंढक की मांसपेशियों में अवलोकन की गयी प्राणी विद्युत (जैव विद्युत) किसी अम्लीय या लवणीय विलयनों द्वारा पृथक्कृत दो भिन्न धात्वीय पदार्थों के बीच घटित होने वाली सामान्य घटना है। इस प्रेक्षण के आधार पर उन्होंने प्रथम वैद्युत रासायनिक सेल का आविष्कार किया जिसे वोल्टिक सेल के नाम से जाना जाता हैं। विभवान्तर के मात्रक को उनके सम्मान में 'वोल्ट' नाम दिया गया है।

किसी बिंदु तक यदि विद्युत के क्षेत्र के विरुद्ध धनावेश द्वारा कार्य किया जाता है तो विभव धनात्मक और यदि वस्तु को अनंत से विद्युत क्षेत्र में किसी बिंदु तक स्थानांतरित करने में (इकाई धनावेश)पर विद्युत क्षेत्र द्वारा कार्य किया जाता है तो विभव ऋणात्मक होता है।

एक विद्युत क्षेत्र में चित्र (16.1) की भाँति दो बिंदुओं A और B पर विचार कीजिये। यदि एक परीक्षण आवेश q_0 को बिंदु A से बिंदु B तक एक बाह्य बल के द्वारा किसी भी मार्ग से ले जाया जाता है तो बाह्य बल द्वारा किया गया कार्य

$$W_{AB} = q_0 (V_B - V_A) \qquad (16.1)$$

अत: बिंदु A और B के बीच विभवान्तर

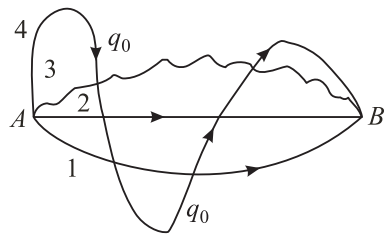
$$V_{AB} = V_B - V_A = \frac{W_{AB}}{q_0} \qquad (16.2)$$

यहाँ पर V_A और V_B क्रमश: A व B बिंदुओं पर विभव हैं। यदि आवेश को एक बिंदु से दूसरे बिंदु तक ले जाने में कार्य किया जाता है तो उनके बीच विभवान्तर होता है। यह ध्यान रहे कि यह कार्य पथ पर निर्भर नहीं करता है। इसी कारण विद्युत क्षेत्र को संरक्षी क्षेत्र कहा जाता है।

विभव और विभवान्तर की SI इकाई **वोल्ट** है।

1 वोल्ट = 1 जूल/1 कूलॉम

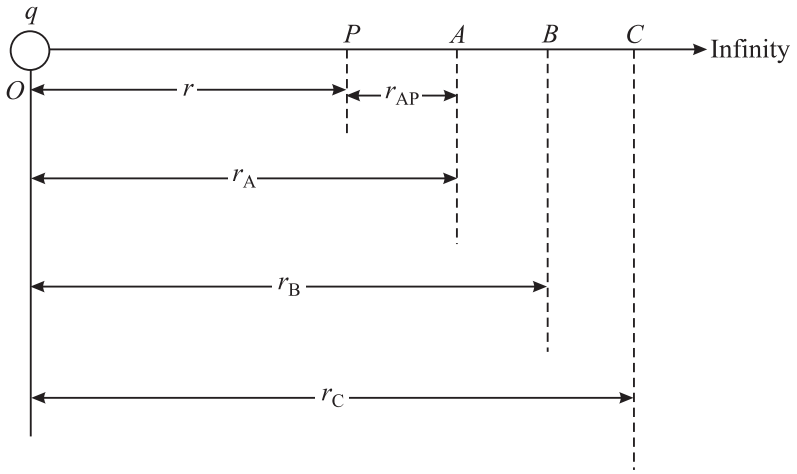
अर्थात् यदि एक कूलॉम के आवेश को विद्युत क्षेत्र में एक बिंदु से दूसरे बिंदु तक ले जाने में 1 जूल कार्य किया जाय तो उन बिंदुओं के बीच विभवान्तर 1 वोल्ट होता है। यदि किसी 1 कूलॉम के आवेश को अनन्त से विद्युत क्षेत्र के किसी बिंदु पर लाने में 1 जूल का कार्य किया जाय तो उस बिंदु पर विभव 1 वोल्ट होता है।



चित्र 16.1: विद्युत क्षेत्र में एक परीक्षण आवेश को एक बिंदु से दूसरे बिंदु तक ले जाने में किया गया कार्य पथ पर निर्भर नहीं करता है।

यहाँ ध्यान दें कि किसी बिंदु पर विभव एकमात्र (अद्वितीय) राशि नही हैं क्योंकि इसका मान हमारे शून्य स्थितिज ऊर्जा (अनन्त) के चुनाव पर निर्भर करता है, लेकिन दो बिंदुओं के बीच विभवान्तर का एक अद्वितीय मान होता है।

16.1.1 एक बिंदु पर किसी बिंदु आवेश के कारण विभव



चित्र 16.2: एकांक आवेश को अनंत से विद्युत क्षेत्र E में किसी बिन्दु P तक लाने में किया गया कार्य उस बिंदु पर विभव का मान होता है।

हम बिंदु O पर स्थित $+q$ बिन्दु आवेश के कारण बिन्दु P पर विद्युत विभव का मान ज्ञात करना चाहते हैं (चित्र 16.2), जहाँ $OP = r$। इस बिन्दु आवेश के कारण बिन्दु P पर विद्युत क्षेत्र,

$$E_p = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \times \frac{q}{r^2} \tag{16.3}$$

इसी प्रकार बिंदु A पर विद्युत क्षेत्र

$$E_A = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{r_A^2} \tag{16.4}$$

यदि बिंदु A एवं B एक-दूसरे के बहुत पास हों तो इनके बीच का औसत क्षेत्र E_P और E_A का गुणात्मक माध्य लिया जा सकता है।

$$E_{AP} = \sqrt{E_A \times E_p}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q}{r_A^2} \times \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q}{r^2}}$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{r_A r} \tag{16.5}$$

अतः इस क्षेत्र में परीक्षण आवेश q_0 द्वारा अनुभव किए गए बल का परिमाण

$$F_{AP} = q_o E_{AP} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q\, q_0}{r_A r} \tag{16.6}$$

और आवेश q_0 को A से P तक ले जाने में किया गया कार्य

$$W_{AP} = F_{AP} \times r_{AP}$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q\, q_o}{r_A r} \times (r_A - r)$$

$$= \frac{q\, q_0}{4\pi\varepsilon_0} \times \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_A}\right) \tag{16.7}$$

r_{AP} बिंदुओं A और P के बीच दूरी है।

इसी प्रकार इस आवेश को B से A में ले जाने में किया गया कार्य

$$W_{BA} = \frac{q\, q_0}{4\pi\varepsilon_0} \times \left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B}\right) \tag{16.8a}$$

इसी प्रकार परीक्षण आवेश को O से B में ले जाने में किया गया कार्य

$$W_{CB} = \frac{q\,q_0}{4\pi\varepsilon_0} \times \left(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_C}\right) \qquad (16.8b)$$

अत: आवेश को अनंत से बिंदु p पर ले जाने तक में किया गया कार्य

$$W = \frac{q\,q_0}{4\pi\varepsilon_0} \times \frac{1}{r} - \frac{1}{r_A} + \frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B} + \frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_C} \ldots + \ldots - \frac{1}{\infty}$$

$$= \frac{q\,q_0}{4\pi\varepsilon_0} \times \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{\infty}\right)$$

$$= \frac{q\,q_0}{4\pi\varepsilon_0 r} \qquad (16.9)$$

परिभाषा से एक बिंदु पर विभव का मान

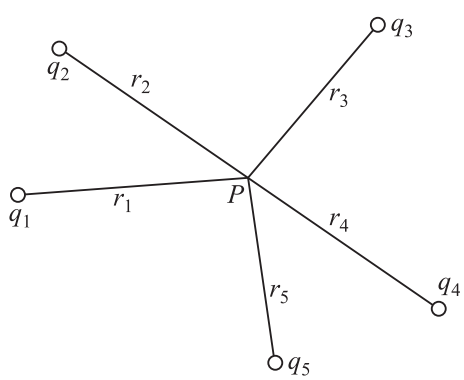
$$V_P = \frac{W}{q_0}$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r} \qquad (16.10)$$

ध्यान दें कि किसी बिंदु पर विभव इसकी दूरी का व्युत्क्रमानुपाती होता है और इसका धनात्मक या ऋणात्मक मान इस बात पर निर्भर करता है कि q धनात्मक है या ऋणात्मक। यदि q_1, q_2, q_3 ..... आदि परिमाण के बहुत से आवेश हों तो किसी बिंदु पर विद्युत विभव प्रत्येक आवेश के कारण विभवों का अदिश योग है (चित्र 16.3)। अत:

$$V = V_1 + V_2 + V_3 + \ldots$$

$$= \sum_{i=1}^{\infty} \frac{q_i}{4\pi\varepsilon_0 r_i} \qquad (16.11)$$



चित्र 16.3: बिंदु P पर आवेशों के निकाय के कारण विभव

16.1.2 एक विद्युत-द्विध्रुव के कारण किसी बिंदु पर विभव

हम $2l$ दूरी से पृथककृत $+q$ व $-q$ आवेशों के एक निकाय को लेते हैं जिसका केन्द्र O है। आवेश क्रमश: A व B बिंदुओं पर स्थित हैं। हम एक बिंदु P, जिसके ध्रुवीय निर्देशांक (r,θ)

हैं अर्थात् $OP = r$ तथा $\angle BOP = \theta$, है जैसा कि चित्र 16.4. में दर्शाया गया है पर विभव का परिकलन करना चाहते हैं। यहाँ पर $AP = r_1$ और $BP = r_2$। हम आसानी से A व B बिन्दुओं पर स्थित आवेशों के कारण बिंदु P पर विभव के मान की गणना कर सकते हैं:

$$V_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \times \frac{(-q)}{r_1}$$

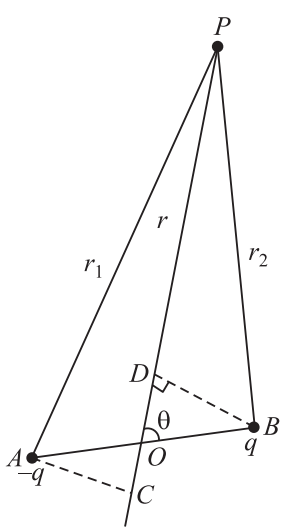
और $$V_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \times \frac{q}{r_2}$$

बिंदु P पर दोनों आवेशों के कारण विभव

$$V = V_1 + V_2$$

$$V = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}\right] \qquad (16.12)$$

इस परिणाम को एक अधिक सुविधाजक रूप में प्रस्तुत करने के लिये हम O को P से जोड़ने वाली रेखा पर बिंदु A और बिंदु B से अभिलंब खींचते हैं। $\Delta\, BOD$ से हम पाते हैं कि $OD = l\cos\theta$ और $\Delta\, OAC$ से हमें प्राप्त होता है $OC = l\cos\theta$। एक छोटे से द्विध्रुव के लिये $(AB << OP)$, चित्र 16.4की सहायता से हम लिख सकते हैं कि $PB = PD$ और $PA = PC$



चित्र 16.4: एक बिंदु P पर विद्युत द्विध्रुव के कारण विद्युत विभव

$$r_1 = r + l\cos\theta$$

$$r_2 = r - l\cos\theta$$

इन दोनों परिणामों को समीकरण (16.12) में प्रयोग करने पर, हमं निम्न समीकरण प्राप्त होता है:

$$V = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{(r - \ell\cos\theta)} - \frac{1}{(r + \ell\cos\theta)}\right]$$

$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{(2\ell\cos\theta)}{(r^2 - \ell^2\cos^2\theta)}\right]$$

$$= \frac{q \times 2\ell\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

यहाँ, क्योंकि $l << r$

अत: $l^2\cos^2\theta$ को r की तुलना में नगण्य मान लिया गया है।

द्विध्रुव-आघूर्ण $(p = q \times 2\ell)$, के पदों में हम इस परिणाम को लिख सकते हैं,

$$V = \frac{p\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \qquad (16.13)$$

यह समीकरण स्पष्ट करता है कि द्विध्रुव के लिए, दूरी के साथ विभव में परिवर्तन बिन्दु आवेश के लिए संगत व्यंजक से भिन्न होता है। यहाँ यह दूरी के वर्ग के व्युत्क्रमानुपाती होता है।

आइये अब हम कुछ विशिष्ट प्रकरणों पर विचार करें:

विशेष प्रकरण

प्रकरण I : जब बिंदु P द्विध्रुव की अक्षीय स्थिति में धनावेश की ओर हो, तब $\theta = 0$ और $\cos\theta = 1$ तब समीकरण (16.13) का रूप निम्नवत हो जाता है

$$V_{\text{अक्षीय}} = \frac{p}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \qquad (16.14)$$

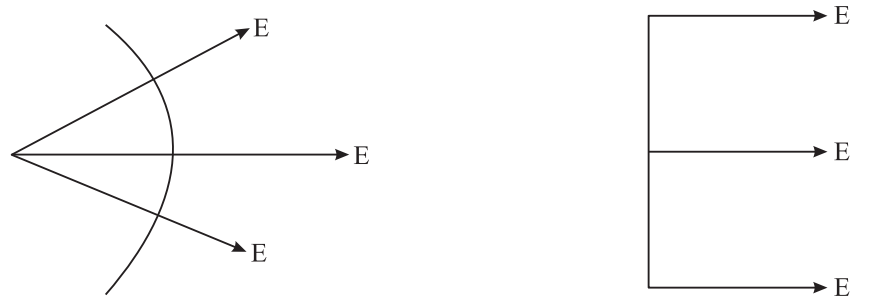
प्रकरण II : जब बिंदु P द्विध्रुव की अक्षीय स्थिति में ऋणावेश की ओर हो, तब $\theta = 180°$ और $\cos\theta = -1$। अत:

$$V_{\text{अक्षीय}} = -\frac{p}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \qquad (16.15)$$

प्रकरण III : जब बिंदु निरक्षीय स्थिति में लम्ब समद्विभाजकपर स्थित हो, तब $\theta = 90°$ और $\cos\theta = 0$.

$$V_{\text{लंबार्धक}} = 0 \qquad (16.16)$$

अर्थात् द्विध्रुव के कारण उसकी लंबार्धक रेखा के प्रत्येक बिंदु पर विभव का मान शून्य होता है। जब द्विध्रुव को त्रिविमीय दिक्स्थान में कागज के अभिलम्बवत् रखा जाता है तो लंबार्धक रेखा कागज के तल पर स्थित होगी। इस तल के समस्त बिंदुओं पर विभव समान (अर्थात् शून्य) होगा, ऐसे तल को **समविभव पृष्ठ** (Equipotential surface) कहते हैं। समविभव पृष्ठ के प्रत्येक बिन्दु पर विद्युत क्षेत्र अभिलम्बवत् होता है। समविभव पृष्ठ के एक बिन्दु से दूसरे बिन्दु तक किसी आवेश को स्थानान्तरित करने में कोई कार्य नहीं करना होता है।

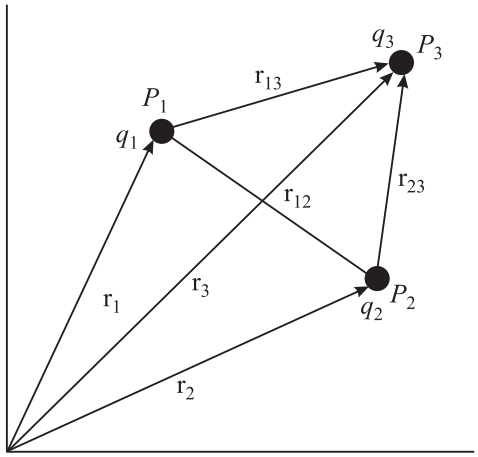


(a) गोलीय समविभव तल **(b) समतल समविभव तल**

चित्र 16.5 समविभव तल और विद्युत क्षेत्र रेखायें

16.1.3 बिंदु आवेशों के एक निकाय की स्थितिज ऊर्जा

विद्युत स्थितिज ऊर्जा किसी आवेश निकाय की विद्युत क्षेत्र में उसकी स्थिति के कारण ऊर्जा होती है। जब आवेश एक दूसरे से अनन्त दूरी पर होते हैं तो वे अन्योन्यक्रिया नहीं करते। ऐसी स्थिति में उनकी स्थितिज ऊर्जा शून्य होती है। आवेशों के निकाय का निर्माण करना चाहें तो आवेशों को एक दूसरे के निकट लाने के लिये कार्य किया जायेगा। यह किया गया कार्य आवेशों के निकाय की स्थितिज ऊर्जा के रूप में संचित होता है। इसे आवेश निकाय की वैद्युत स्थितिज ऊर्जा कहते हैं। अत: बिंदु आवेशों के निकाय की स्थितिज ऊर्जा, आवेशों को एक-एक कर अनन्त दूरी से लाकर निकाय निर्माण में किये गये कुल कार्य से परिभाषित की जाती है।



चित्र 16.6 पृथक्कृत बिंदु आवेशों के एक निकाय की स्थितिज ऊर्जा

माना लीजिए एक बिंदु आवेश q_1 एक बिंदु P_1 पर स्थित है जिसका दिक्स्थान में स्थिति सदिश $\mathbf{r}_1$ है। दूसरा बिंदु आवेश q_2 अनंत दूरी पर है। इसे P_2 बिंदु पर लाना है जिसका स्थिति सदिश $\mathbf{r}_2$ है जहां $P_1P_2 = \mathbf{r}_{12}$, जैसा कि चित्र 16.6 में दिखाया गया है। हम जानते हैं कि q_1 आवेश के कारण P_2 पर विभव

$$V_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1}{|\mathbf{r}_{12}|} \qquad (16.17)$$

विभव की परिभाषा के अनुसार q_2 आवेश को अनंत दूरी से P_2 बिंदु तक लाने में किया गया कार्य है।

$$W = (P_2 \text{ पर विभव}) \times \text{आवेश का मान}$$

यह कार्य आवेश q_1 तथा q_2 के निकाय में स्थितिज ऊर्जा के रूप में संचित होता है। अत:

$$U = \frac{q_1 \times q_2}{4\pi\varepsilon_0 |\mathbf{r}_{12}|} \qquad (16.18)$$

यदि दो आवेश सजातीय हैं तो उनके बीच लगाने वाले प्रतिकर्षी बलों के विरुद्ध उन्हें समीप लाने में कार्य किया जाता है और इस प्रकार निकाय की स्थितिज ऊर्जा बढ़ती है। दूसरी ओर उन्हें पृथक करने के लिए विद्युत क्षेत्र द्वारा कार्य किया जाता है जिसके फलस्वरूप स्थितिज ऊर्जा का ह्रास होता है। यदि आवेश विजातीय हो तो उन्हें एक दूसरे के निकट लाने में निकाय की स्थितिज ऊर्जा का ह्रास होता है और उन्हें पृथक कर दूर ले जाने में निकाय की स्थिजि ऊर्जा में वृद्धि होती है।

समीकरण (16.17) को तीन बिंदु आवेशों के लिए निम्न प्रकार से लिखा जा सकता है

$$U = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q_1q_2}{r_{12}} + \frac{q_1q_3}{r_{13}} + \frac{q_2q_3}{r_{23}}\right) \qquad (16.19)$$

इस भांति हम किसी भी बिंदु आवेश संख्या के निकाय की स्थितिज ऊर्जा की गणना कर सकते हैं।

समीकरणों (16.3) और(16.13) को संयोजित करने पर हमें एक समान विद्युत क्षेत्र में रखे द्विध्रुव की स्थितिज ऊर्जा के लिए निम्न सूत्र प्राप्त होता है

$$U_\theta = -pE\cos\theta = -\mathbf{p.E} \qquad (16.20)$$

जहाँ **p** विद्युत क्षेत्र **E** में द्विध्रुव आघूर्ण है और θ , **p** तथा **E** के बीच का कोण है।

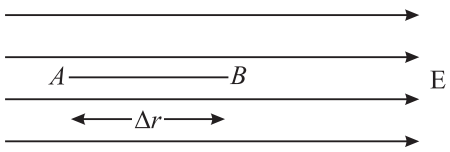
16.2 विद्युत क्षेत्र और विद्युत विभव में संबंध

एक समान विद्युत क्षेत्र में दो बिंदुओं A और B पर विचार कीजिए जिनके बीच की दूरी Δr है। परिभाषा के अनुसार दो बिंदुओं A और B के बीच विभवान्तर ΔV एकांक धनावेश को A से B तक ले जाने में किए गए कार्य के बराबर होता है।

$\Delta V =$ (धनावेश पर लगने वाला बल) $\times (AB) \quad = \mathbf{E}.\,\Delta\mathbf{r} = E(\Delta r)\cos 180^{\circ}$
$= -\mathbf{E}\,\Delta\mathbf{r}$

या
$$\mathbf{E} = -\frac{\Delta V}{\Delta r} \qquad (16.21)$$

ऋणात्मक चिह् दर्शाता है कि विद्युत क्षेत्र के विरुद्ध कार्य किया जाता है।



अत: किसी बिंदु पर विद्युत क्षेत्र उस बिन्दु पर विभव की दूरी के साथ परिवर्तन की दर का ऋणात्मक मान होता है। विभव कम होने की दिशा को हम क्षेत्र की दिशा कहते हैं। याद रखिए कि विद्युत विभव एक अदिश राशि है लेकिन विभव प्रवणता एक सदिश राशि है क्योंकि यह आंकिक रूप से विद्युत क्षेत्र के बराबर है।

उपरोक्त संबंध की सहायता से एकसमान विद्युत क्षेत्र के लिए हम लिख सकते हैं :

$$E = \frac{V_A - V_B}{d} \qquad (16.22)$$

यहां पर V_A और V_B क्रमश: A व B बिंदुओं पर, जिनके बीच पृथक्करण दूरी d है, विभव के मान हैं।

उदाहरण 16.1 : एक 10 वोल्ट की बैटरी है। एक 1.6×10^{-19} C के धनावेश को इसके ऋणात्मक सिरे से धनात्मक सिरे तक ले जाने में कितना कार्य किया जाएगा?

हल : समीकरण (16.2) के अनुसार,

$$V_{AB} = W_{AB} \text{ èk } q_O$$

चूंकि $V_{AB} = 10$ V और $q_0 = 1.6 \times 10^{-19}$ C, अत:

$$W_{AB} = (10\text{V}) \times (1.6 \times 10^{-19}\text{C})$$

$$= 1.6 \times 10^{-18} \text{ J जूल}$$

उदाहरण 16.2 : एक बिंदु आवेश निर्देशांकों के मूल स्थान (0, 0) पर स्थित है। बिंदु x पर विद्युत विभव 400 V और विद्युत क्षेत्र का परिणाम 150 N C^{-1} है। x तथा q के मानों की गणना करें।

हल : विद्युत क्षेत्र

$$E = \frac{V}{x}$$

$$150 = \frac{400}{x}$$

और $$x = 2.67 \text{ m}$$

स्मरण करें कि विद्युत क्षेत्र निम्न व्यंजक द्वारा दिया जाता है

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{x^2}$$

हम इसमें $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9 \times 10^9$ N C^{-2} m^2, $E = 150$ N C^{-1} और $x = 2.67$ m प्रतिस्थापित करते हैं:

$$q = \frac{(150\text{N C}^{-1}) \times (2.67\text{m})^2}{9 \times 10^9 \text{ N C}^{-2}}$$

$$= 11.9 \times 10^{-8} \text{ C}$$

पाठगत प्रश्न 16.1

1. एक R त्रिज्या के धात्विक गोले की सतह पर $+q$ आवेश समान रूप से वितरित है। गोले के केन्द्र से r (> R) दूरी पर विभव का मान क्या है?
2. जब एक बिंदु आवेश को q बिन्दु आवेश के चारों ओर r त्रिज्या के वृत्त में घुमाया जाता है। किए गए कार्य की गणना कीजिए।

3. एक क्षेत्र में विद्युत विभव का V का मान स्थिर है। उस क्षेत्र में विद्युत क्षेत्र के बारे में आप क्या कह सकते है?
4. यदि किसी बिंदु पर विद्युत क्षेत्र शून्य हो तो क्या आवश्यक रूप से उस बिंदु पर विभव शून्य होगा?
5. क्या दो समविभव तल एक दूसरे को काट सकते हैं?

आवेशों के चालन के आधार पर पदार्थ मुख्य रूप से दो समूहों में रखे जा सकते हैं। चालक और विद्युत रोधी ठोस। पदार्थ में विद्युत चालन समान्यतया मुक्त इलेक्ट्रॉनों के कारण होता है और तरल पदार्थों में आयनों के कारण होता है। चालकों में मुक्त इलेक्ट्रॉन (आवेश वाहक) पाये जाते हैं जिनके कारण विद्युत क्षेत्र आरोपित किए जाने पर विद्युत धारा प्रवाहित होती है। धातु अच्छे चालक हैं। जिन पदार्थों में कोई मुक्त आवेश वाहक नहीं होते उन्हें विद्युत रोधी कहा जाता है। लकड़ी, आबनूस, काँच, क्वाट्र्ज, अभ्रक, आदि सामान्य विद्युत रोधी हैं। ऐसे पदार्थ जिनकी चालकता चालकों और विद्युत रोधियों के बीच की होती है **अर्धचालक** कहलाते हैं। अच्छे चालकों और अच्छे विद्युत रोधियों के बीच विद्युत चालकता का अनुपात 10^{20} की कोटि का होता है। आइए, अब यह जाने कि चालक विद्युत क्षेत्र में कैसा व्यवहार करते हैं।

16.2.1 स्थिर विद्युत क्षेत्र में चालकों का व्यवहार

चालकों में इलेक्ट्रॉन होते हैं जो अपने परमाणुओं के साथ मजबूती से जुड़े नहीं होते। ये चालक के अंदर घूमने के लिए स्वतंत्र होते हैं। लेकिन इलेक्ट्रॉनों (आवेशों) का विद्युत क्षेत्र की अनुपस्थिति में एक स्थान से दूसरे स्थान पर नेट स्थानान्तरण नहीं होता। चालक को स्थिर विद्युत साम्यावस्था में माना जाता है।

चित्र 16.7 (a) को देखें जिसमें बाह्य विद्युत क्षेत्र E में एक चालक को रखा हुआ दर्शाया गया है। मुक्त इलैक्ट्रॉन विद्युत क्षेत्र की विपरीत दिशा में त्वरित होते हैं। इसके कारण चालक के तल ABCD में इलेक्ट्रॉन जमा हो जाते हैं और तल EFGH इलेक्ट्रॉनों के निष्कासन के कारण धनावेशित हो जाता है। ये आवेश (ऋणावेश ABCD तल में और धनावेश EFGH तल में) अपना स्वंय का क्षेत्र बनाते हैं जो E की दिशा के विपरीत दिशा में होते हैं। इलेक्ट्रॉनों का EFGH तल से ABCD तल की ओर स्थानान्तरण तब तक होता रहता है जब तक कि E का मान E_1 के बराबर नहीं हो जाता है। यह स्थिर विद्युत साम्यावस्था है जो कि सामान्यतया 10^{-16} सेंकड में प्राप्त हो जाती है (स्थापित हो जाती है)। अत: हम कह सकते हैं कि साम्यावस्था लगभग तुरंत ही स्थापित हो जाती है। यदि कोई चालक खोखला हो तो उसके अंदर विद्युत क्षेत्र शून्य होता है। चित्र (16.7(b))

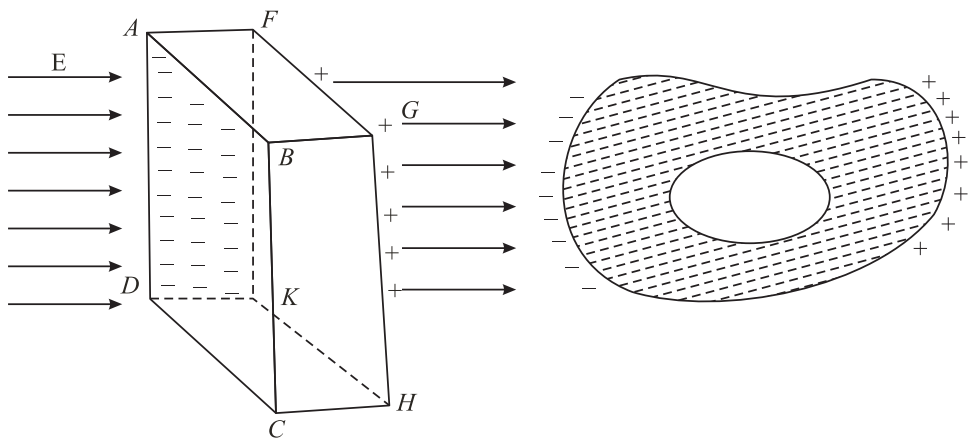
ये परिणाम एक आवेशित चालक या बाह्य विद्युत क्षेत्र के कारण एक उदासीन चालक पर प्रेरित आवेश की स्थिति में सत्य होते हैं।

चालक के इस गुण को *स्थिर विद्युत रक्षण* में बाह्य विद्युत क्षेत्र से एक विशेष क्षेत्र की रक्षा के लिए उपयोग किया जाता है। संवेदनशील यंत्रों को बाह्य विद्युत के प्रभाव से बचाने के लिए इन्हें खोखले चालकों में बंद किया जाता है। इसीलिए तड़ित विद्युत से बचने के लिए

कार या बस के अंदर रहना बाहर रहने की अपेक्षा अधिक सुरक्षित है। कार या बस का धात्विक कवच तड़ित विद्युत से स्थिर विद्युत सुरक्षा प्रदान करता है।

स्थिर विद्युत साम्य में चालकों के निम्न गुण होते हैं:

- चालक के अंदर कोई विद्युत क्षेत्र नहीं होता है।
- आवेशित चालक के बाहर विद्युत क्षेत्र चालक की सतह के लम्बवत होता है और यह चालक के आकार पर निर्भर नहीं करता है।
- चालक में केई भी आवेश इसकी सतह पर ही होता है।



(a) (b)

चित्र.16.7 : स्थिर विद्युत रक्षण: (a) बाह्य विद्युत क्षेत्र E मुक्त इलेक्ट्रानों को तल ABCD पर खींच लेता है। तल EFGH जिसमें इलैक्ट्रॉनों की कमी हो जाती है, धनावेशित हो जाता है। लेकिन चालक के अंदर परिणामी विद्युत क्षेत्र शून्य होता है। (b) यदि एक अनियमित आकार का चालक अंदर से खोखला हो तो इसके अंदर क्षेत्र शून्य होता है।

16.3 धारिता

मान लीजिये हमारे पास दो चालक है जिनमें समान परिमाण लेकिन विपरीत प्रकृति के आवेश $+Q$ और $-Q$ हैं। उनके बीच विभवान्तर V है। ऐसे दो चालकों के निकाय को संधारित्र कहते हैं। प्रयोगों द्वारा पाया गया है कि विभवान्तर आवेश की मात्रा का समानुपाती होता है। आवेश बढ़ने के साथ विभवान्तर भी बढ़ता है लेकिन इनका अनुपात स्थिर रहता है। इस अनुपात को संधारित्र की **धारिता** कहते हैं।

$$C = Q / V \qquad (16.23)$$

धारिता को दो में से किसी एक चालक के आवेश व दो चालकों के बीच विभवान्तर के अनुपात के रूप में परिभाषित किया जाता है। यह एक संधारित्र की आवेश संग्रह करने की क्षमता का मापक है।

मात्रकों की SI प्रणाली में, धारिता को फैरड में मापा जाता है। धारिता 1 फैरड कहलाती है यदि 1 कूलॉम आवेश द्वारा 1 वोल्ट का विभवान्तर हो जाय।

$$1 \text{ फैरड} = \frac{1 \text{ कूलॉम}}{1 \text{ वोल्ट}} \qquad (16.24)$$

पिछले अध्याय में आपने पढ़ा कि कूलॉम आवेश की एक बहुत बड़ी इकाई है। इसका तात्पर्य है कि फैरड धारिता की एक बहुत बड़ी इकाई है। सामान्यतया हम धारिता का मान माइक्रोफैरड या पिको फैरड में व्यक्त करते हैं

$$1 \text{ माइक्रोफैरेड} = 10^{-6} \text{ फैरेड, जिसे लिखा जाता है } \mu F$$

$$1 \text{ पिकोफैरेड} = 10^{-12} \text{ फैरेड, जिसे लिखा जाता है } pF$$

किसी विद्युत परिपथ में एक संधारित्र को बराबर लम्बाई की दो समान्तर रेखाओं द्वारा निरुपित किया जाता है।

16.3.1 एक गोलीय चालक की धारिता

r त्रिज्या के एक गोले को q आवेश दिया गया। माना कि गोले का विभव V है, तब

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r}$$

चूंकि $C = q/V$, अत:

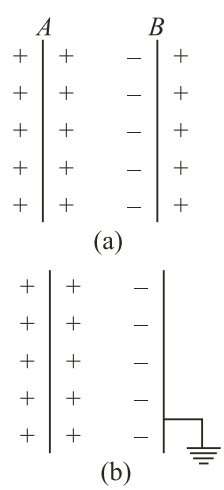
$$C = \frac{q}{q/4\pi\varepsilon_0 r} = 4\pi\varepsilon_0 r = \frac{r}{9\times10^9} \qquad (16.25)$$

यह दर्शाता है कि गोलीय संधारित्र की धारिता इसकी त्रिज्या के समानुपाती होती है और इसका आंकिक मान त्रिज्या को 9×10^9 से विभाजित करने पर प्राप्त होता है, जहां पर त्रिज्या का मान मीटर में लिया जाता है। उदाहरणार्थ, एक 0.18 m त्रिज्या के गोले की धारिता

$$C = \frac{0.18}{9} \times 10^{-9}\,F = 20\ pF$$

16.3.2 संधारित्रों के प्रकार

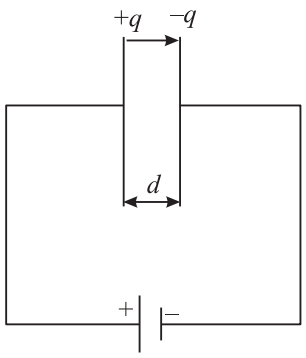
अपनी भौतिकी की प्रयोगशाला में आप अनेक प्रकार के संधारित्रों को देखेंगे। आपके शहर की विद्युत आपूर्ति प्रणाली भी संधारित्रों का प्रयोग करती है। ये रेडियो, टी.वी., प्रवर्धकों तथा दोलकों जैसी युक्तियों में भी महत्वपूर्ण घटकों की तरह कार्य करते हैं। एक संधारित्र दो चालकों से मिलकर बना होता है जिनमें से एक आवेशित होता है और दूसरा समान्यतया भूसंपर्कित होता है। संधारित्र के सिद्धांत को समझने के लिए हम एक विद्युतरोधी पृथक्कृत धात्विक प्लेट A के बारे में विचार करते हैं। इसे कुछ धनावेश (q) प्रदान किया जाता है जिससे इसका अधिकतम विभव (V) हो जाता है (इसके बाद आवेश दिये जाने पर वह लीक हो जाता है)। प्लेट की धारिता q/V है।



चित्र.16.8 : संधारित्र का कार्य-सिद्धांत

अब आप एक दूसरी प्रथक्कृत धात्विक प्लेट B को A के समीप लाइये। प्रेरण द्वारा B के A के समीप वाले (A की ओर वाले) तल में ऋणावेश उत्पन्न होता है और B के A के दूर वाले तल में बराबर परिमाण का धनावेश आ जाता है। प्रेरित ऋणावेश A के विभव को कम करना चाहता है और प्रेरित धनावेश A के विभव को बढ़ाना चाहता है। जब B को भूसंपर्कित कर दिया जाता है तो (चित्र 16.8) B पर प्रेरित धनआवेश मुक्त होने के कारण पृथ्वी की ओर प्रवाहित हो जाता है (वास्तव में ऋणावेश पृथ्वी से प्लेट की ओर प्रवाहित होता है) प्लेट पर धनावेश गतिहीन रहते हैं लेकिन ऋणावेश बने रहेंगे क्योंकि ये A के धनावेश से बंधे हैं। इस प्रेरित ऋणावेश के कारण A का विभव कम हो जाता है लेकिन धारिता बढ़ जाती है।

अत: हम इस निष्कर्ष पर पहुंचते हैं कि *एक विद्युतरोधी चालक की धारिता को इसके निकट एक अनावेशित भूसंपर्कित चालक को लाकर बढ़ाया जा सकता है*। यह संधारित्र का सिद्धांत है। संधारित्रों का उपयोग विद्युत आवेश की बड़ी मात्रा को अर्थात विद्युत ऊर्जा को एक थोड़े समय अंतराल के लिए एक छोटे से स्थान पर संचित करने के लिए किया जाता है। एक समांतर प्लेट संधारित्र में धातु की दो समांतर प्लेटें होती हैं जिनमें से प्रत्येक का क्षेत्रफल A होता है और जो एक छोटी-सी दूरी d से परस्पर पृथकृत होते हैं। उनके बीच के स्थान में कोई कोई विद्युत रोधी माध्यम जैसे हवा, कागज, अभ्रक, काँच आदि होता है। प्लेटों को बैटरी के दो सिरों से जोड़ दिया जाता है जैसे कि चित्र 16.9 में दर्शाया गया है। जब संधारित्र पूर्ण रूप से आवेशित हो जाता है तो इन प्लेटों पर धनावेश $(+q)$ और ऋणावेश $(-q)$ आ जाता है। इन आवेशों के कारण इनके बीच में एकसमान विद्युत क्षेत्र E स्थापित हो जाता है। जब प्लेटों के बीच की दूरी प्लेटों के आकार की तंत्र में बहुत कम हो तो प्लेटों की सीमाओं में विद्युत क्षेत्र की विकृति को नगण्य मान लिया जा सकता है।



चित्र. 16.9: एक समांतर प्लेट संधारित्र

यदि किसी एक प्लेट का पृष्ठ आवेश घनत्व σ हो तो उनके बीच कार्य करने वाले बल का परिमाण होगा

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{q}{\varepsilon_0 A}$$

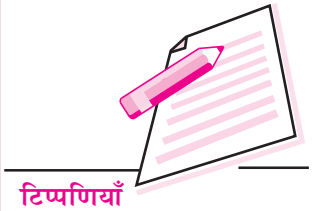
और प्लेटों के बीच का विभवान्तर होगा

$$V = Ed$$

अत: ऐसे समांतर प्लेट संधारित्र की धारिता जिसके दो प्लेटों के बीच की दूरी तथा जिनके बीच केवल वायु है;

$$C_0 = \frac{q}{V} = \frac{q}{qd/\varepsilon_0 A}$$

$$= \frac{\varepsilon_0 A}{d} \qquad (16.26)$$



यह दर्शाता है कि समान्तर प्लेट संघारित्र की धारिता प्लेटों के क्षेत्रफल A के समानुपाती और उनके बीच की दूरी d के व्युक्रमानुपाती होती है। इसका अर्थ यह हुआ कि अधिक धारिता के लिए प्लेटों का क्षेत्रफल अधिक होना चाहिए और उनके बीच की दूरी d कम होनी चाहिए।

यदि प्लेटों के बीच के माध्यम को परावैद्युत द्रव्य से, जिसकी विद्युतशीलता ε हो भर दिया जाए तो उस स्थिति में समान्तर प्लेट संघारित्र की संधारिता होगी

$$C = \frac{\varepsilon A}{d} = \frac{K\varepsilon_0 A}{d}$$

जहाँ ε माध्यम की विद्युतशीलता और K माध्यम का परावैद्युतांक है। अत:

$$C = KC_0 \qquad (16.27)$$

यदि संधारित्र को एक परावैद्युतांक K वाले परावैद्युत पदार्थ से भर दिया जाए तो संधारित्र की धारिता वायु का निर्वात में संधारिता की K गुना हो जाएगी।

16.3.3 आपेक्षिक विद्युतशीलता या परावैद्युताँक

कूलॉम के नियम के अनुसार निर्वात में r दूरी से पृथक्कृत दो आवेशों q_1 और q_2 के बीच लगने वाला बल

$$F_V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r^2} \qquad (16.28)$$

जहां पर ε_0 निर्वात की विद्युतशीलता है। यदि इसी दूरी पर स्थित इन्हीं आवेशों के बीच एक माध्यम हो तो उनके बीच अन्योन्यक्रिया बल होगा

$$F_m = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{q_1 q_2}{r^2} \qquad (16.29)$$

समीकरणों (16.28) और (16.29) का संयोजन करने पर हमे प्राप्त होता है

$$\frac{F_v}{F_m} = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} = \varepsilon_r \qquad (16.30)$$

जहां ε_r (या K) माध्यम की आपेक्षिक विद्युतशीलता है। इसे माध्यम का पैरावैद्युतांक भी कहते हैं। हम परावैद्युताँक को एक निश्चित दूरी से पृथक्कृत दो आवेशों के बीच निर्वात में लगने वाले स्थिर विद्युत बल और उनके बीच द्रव्य माध्यम रख दिए जाने की स्थिति में लगने वाले बल के अनुपात के रूप में भी परिभाषित कर सकते हैं।

परावैद्युतांक को निम्नवत् भी परिभाषित किया जा सकता है:

$$K = \frac{\text{प्लेटों के बीच परावैद्युत पदार्थ होने पर धारिता}}{\text{प्लेटों के बीच निर्वात होने पर धारिता}}$$

$$= \frac{C_m}{C_0}$$

अत:

$$C_m = KC_0 \qquad (16.31)$$

धातुओं के लिए $K = \infty$, और अभ्रक के लिए $K \approx 6$, और कागज के लिए $K = 3.6$.

16.4 संधारित्रों का संयोजन

संधारित्र विद्युत परिपथ के बहुत ही महत्वपूर्ण अवयव हैं। परिपथों में भिन्न-भिन्न धारिताओं के संधारित्रों की आवश्यकता पड़ती है। कभी-कभी एक इच्छित धारिता का संधारित्र उपलब्ध नहीं होता है। ऐसी स्थितियों में उपलब्ध संधारित्रों के संयोजन से हम वाँछित मान का संधारित्र बना सकते हैं। संधारित्रों के संयोजन की दो अति सामान्य विधियां हैं:

- श्रेणी संयोजन
- पार्श्व संयोजन

अब हम इनके बारे में ज्ञान प्राप्त करते हैं।

16.4.1 संधारित्रों का पार्श्व संयोजन

पार्श्व क्रम में प्रत्येक संधारित्र की एक (प्रथम) प्लेट को एक बिंदु A पर और सभी की दूसरी प्लेट को बिंदु B पर जोड़ा जाता है जैसा चित्र (16.10) में दर्शाया गया है।

मान लीजिए बिन्दुओं A और B के बीच विभवान्तर V लगाया गया है। ध्यान दीजिए इस प्रकार के संयोजन में सभी संधारित्रों की दो प्लेटों के बीच का विभवान्तर V है। अत: इनके आवेश भिन्न-भिन्न होंगे जो कि निम्न भांति होंगे:

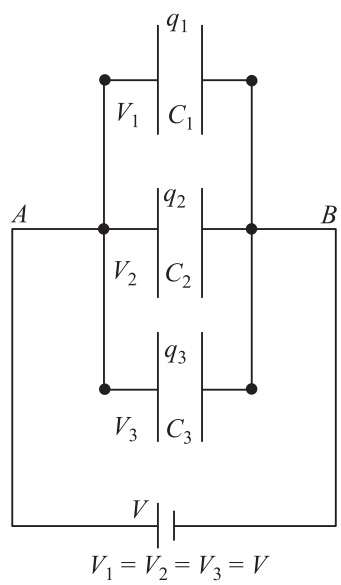
$$q_1 = C_1 V$$
$$q_2 = C_2 V$$
$$q_3 = C_3 V \qquad (16.32)$$

सभी संधारित्रों में कुल आवेश

$$q = q_1 + q_2 + q_3$$
$$q = (C_1 + C_2 + C_3 + \ldots)V \quad (16.33)$$

अत: यदि C_p पार्श्व संयोजन तुल्य धारिता हो तो

$$q = C_p V$$



चित्र. 16.10 :पार्श्व क्रम में जुड़े संधारित्र

इन संबंधों से हमें प्राप्त होता है

$$q = C_p V = (C_1 + C_2 + C_3)V$$

जिससे संबंध प्राप्त होता है

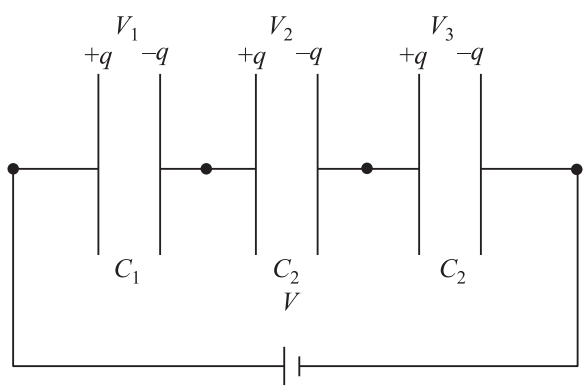
$$C_p = C_1 + C_2 + C_3 = \sum_{i=1}^{n} C_i \qquad (16.34)$$

इस प्रकार हम देखते हैं कि बहुत से संघारित्रों के पार्श्व संयोजन की तुल्य धारिता उनकी पृथक-पृथक धारिताओं के योग के बराबर होती है।

याद रखिए कि पार्श्व संयोजन में, सभी संधारित्रों का विभवान्तर समान होता है लेकिन आवेश उनकी धारिताओं के अनुपात मे वितरित हो जाता है। ऐसा संयोजन आवेश संग्रह करने के लिए प्रयुक्त होता हे।

16.4.2 संधारित्रों का श्रेणी संयोजन

संधारित्रों के श्रेणी संयोजन में पहले संधारित्र की पहली प्लेट को विद्युत स्रोत से जोड़ा जाता है। पहले संधारित्र की दूसरी प्लेट को दूसरे संधारित्र की पहली प्लेट से जोडा जाता है और इसी प्रकार यह सिलसिला आवश्यकतानुसार वाँछित मान के लिए जारी किया जा सकता है। अंतिम संधारित्र की दूसरी प्लेट को भूसंपर्कित कर दिया जाता है (चित्र 16.11) माना लीजिए स्रोत द्वारा संधारित्र C_1 की प्रथम प्लेट के भीतरी को $+q$ ईकाई आवेश प्रदान किया जाता है। विद्युत प्रेरण द्वारा इसकी दूसरी प्लेट पर $-q$ आवेश और प्लेट के बाहर की ओर $+q$ आवेश उत्पन्न होगा जो कि C_2 में प्रवाहित हो जाता है और यह क्रम चलता रहता है चित्र 16.00) इस प्रकार प्रत्येक संधारित्र में q मात्रा का आवेश आ जाता है। चूंकि इन सभी संधारित्रों की धारितायें भिन्न हैं, अत: इन दो प्लेटों के बीच विभवान्तर भिन्न-भिन्न होंगे। अत:



चित्र.16.11 : श्रेणी संयोजन में संधारित्र, प्रत्येक संधारित्र में आवेश की मात्रा समान है

$$V_1 = \frac{q}{C_1},\ V_2 = \frac{q}{C_2},\ V_3 = \frac{q}{C_3} \qquad (16.35)$$

यदि C_s इस श्रेणी संयोजन की कुल धारिता हो तो,

$$V = \frac{q}{C_s}$$

और

$$V = V_1 + V_2 + V_3 \qquad (16.36)$$

अत:
$$\frac{q}{C_s} = \frac{q}{C_1} + \frac{q}{C_2} + \frac{q}{C_3}$$

या
$$\frac{1}{C_s} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \qquad (16.37)$$

श्रेणी क्रम में जुड़े n संधारित्रों के लिए हम लिख सकते हैं

$$\frac{1}{C_s} = \sum_{i=1}^{1} \frac{1}{C};$$

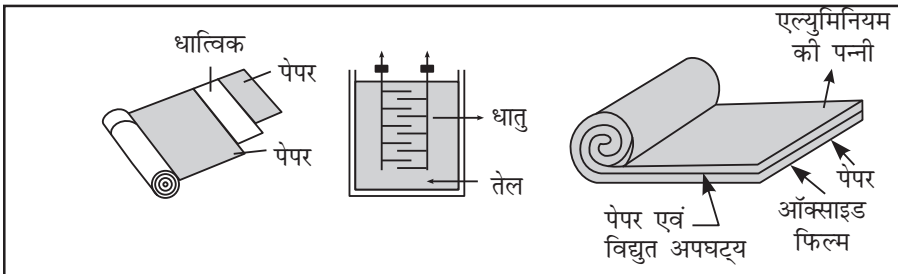
अत: **श्रेणी क्रम में अनेकों संधारित्रों की परिणामी धारिता का व्युत्क्रम सभी संधारित्रों की अपनी-अपनी धारिताओं के व्युत्क्रमों के योग के बराबर होता है।** समी. 16.37 से स्पष्ट हो जाता है कि Cs का मान C_1, C_2 व C_3 में से छोटी धारिता से भी कम है। ध्यान दीजिये कि **श्रेणी क्रम में सभी संधारित्रों में समान आवेश रहता है लेकिन उनकी प्लेटों के बीच विभवान्तर अलग-अलग होता है जो कि उनकी धारिताओं का व्युत्क्रमानुपाती होता है।**

विविध प्रकार के संधारित्र

सामान्यतया तीन प्रकार के संधारित्र व्यावसायिक उपयोग में लाये जाते हैं। इनका विन्यास चित्र 16.12 में दर्शाया गया है।

1. **पेपर संधारित्र:** पैराफीन द्वारा संसेचित बहुत बड़े और पतले पेपर (या मायलर) को उपयुक्त आकार (आयाताकार) में काटा जाता है। धातु की अनेक बारीक पन्नियां भी उसी आकार में काटी जाती हैं। फिर इन्हें एकान्तर क्रम में एक के ऊपर एक बिछाया जाता है। बाहरी शीट मायलर, फिर इसके ऊपर धात्विय पन्नी, फिर माइलर के क्रम में रखी जाती हैं। इस पूरे तंत्र को एक बेलन के रूप में मोड़ दिया जाता है और इस प्रकार एक छोटी युक्ति का निर्माण हो जाता है।

2. **धात्विक पट्टी संधारित्र:** बहुत सी धातुओं की पक्तियों को एकान्तर क्रम में दो धातु की छड़ों से चित्र 16.11b के अनुसार जोड़कर सिलिकॉन तेल में डुबो दिया जाता है जो कि प्लेटों के बीच परावैद्युत का काम करता है। उच्च वोल्टता वाले संधारित्र प्राय: इसी प्रकार के होते हैं। माइक्रो फैरड धारिता के परिवर्ती संधारित्र भी इसी प्रकार के होते हैं। उनमें परावैद्युत पदार्थ के रूप में हवा होती है। प्लेटों के एक समुच्चय को नियत रखा जाता है और दूसरे समुच्चय को चलनशील बनाया जाता है। चलनशील प्लेटों को घुमाने पर उनका प्रभावी क्षेत्रफल परिवर्तित होता है जिसके फलस्वरूप धारिता परिवर्तित हो जाती है। आप ऐसे संधारित्र रेडियो रिसीवर में देख सकते हैं। परिवर्ती धारिता विभिन्न रेडियो स्टेशनों की ट्यूनिंग में काम आती है।



चित्र.16.12 : विभिन्न प्रकार के संधारित्र : a) पेपर संधारित्र, b) परिवर्तनी संधारित्र c) विद्युत अपघट्य संधारित्र

3. **विद्युत अपघट्य संधारित्र:** विद्युत अपघट्य संधारित्र को चित्र 16.12 (c) में दर्शाया गया है। एक धात्वीय पन्नी को एक बेलन के आकार में इस प्रकार लपेटा जाता है कि इसकी दो परतों के बीच सदैव एक अंतर बना रहता है। इस तंत्र को एक विद्युत अपघट्य विलयन में डुबो दिया जाता है। यह विलयन आयनों के कारण चालक होता है। विद्युत अपघट्य और धात्विक पन्नी के बीच एक वोल्टेज लगाई जाती है। विद्युत अपघट्य के चालक गुण के कारण पन्नी पर विद्युतरोधी आक्साइड की पतली परत बन जाती है। यह आक्साइड परत एक परावैद्युत पदार्थ का काम करती है। चूंकि यह परावैद्युत परत अत्यंत पतली होती है, इस तंत्र से बड़े परिमाण (मात्रा) में धारिता प्राप्त की जा सकती है। इस प्रकार के संधारित्र में धनात्मक और ऋणात्मक सिरों को इंगित करना आवश्यक है, संधारित्र को गलत जोड़ दिए जाने पर ऑक्साइड की परत नष्ट हो जाती है और संधारित्र एक चालक की भांति कार्य करने लगता है। इस प्रकार का संधारित्र का उपयोग कम वोल्टेज पर बहुत अधिक आवेश संग्रहण के लिए किया जाता है।

उदाहरण 16.3 : किसी समान्तर प्लेट वायु संधारित्र की धारिता 22.0 μF है। प्लेटों के बीच की दूरी d है। प्लेटों के बीच में $d/2$ मोटाई की एक $K = 5$ परावैद्युतॉक की पट्टी रखी जाती है। प्रभावी धारिता की गणना कीजिये।

हल: हवा में संधारित्र की धारिता

$$C_0 = \frac{\varepsilon_0 A}{d} = 22.0\ \mu\text{F}$$

नये तंत्र को दो संधारित्रों का श्रेणी संयोग माना जा सकता है:

$$C_1 = \frac{K\varepsilon_0 A}{d/2} = \frac{2K\varepsilon_0 A}{d} = 2\,KC_0$$

और

$$C_2 = \frac{\varepsilon_0 A}{d/2} = \frac{2\varepsilon_0 A}{d} = 2C_0$$

प्रभावी धारिता C

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

या
$$C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$$
$$= \frac{2KC_0 \times 2C_0}{2KC_0 + 2C_0}$$
$$= \frac{2KC_0}{K+1}$$
$$= \frac{10 \times 22 \times 10^{-6}\text{F}}{6}$$
$$= 36.7\ \mu\text{F}$$

पाठगत प्रश्न 16.2

1. धारिता की विमायें लिखिये।
2. एकसमान विद्युत क्षेत्र E में d दूरी से पृथक्कृत दो बिंदुओं के बीच विभवान्तर क्या होगा?
3. एक वायु संधारित्र से संबंधित राशियां C_0, E_0 व V_0 हैं। ये C, E और V से कैसे संबंधित हैं उस स्थिति में जबकि उपरोक्त संधारित्र में K परावैद्युतांक का पदार्थ भर दिया जाता है?
4. वायु से भरे संधारित्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिये जबकि प्लेटों के बीच दूरी 50 cm है और उसकी धारिता का मान 1.0 μF है।

16.4.3 एक संधारित्र में संचित ऊर्जा

एक संधारित्र के चार्जिंग (आवेशन) की कल्पना ऐसे की जा सकती है कि मानो किसी बाह्य कारक, जैसे बैटरी द्वारा संधारित्र की धनावेशित प्लेट की ओर से इलेक्ट्रॉनों को निकाल कर उन्हें ऋणावेशित प्लेट को स्थानान्तरित किया जा रहा हो। इस आवेश के स्थानान्तरण में कुछ कार्य किया जाता है जो कि संधारित्र में स्थिर विद्युत स्थितिज ऊर्जा के रूप में संचित हो जाता है। यह ऊर्जा बैटरी (संचित रासायनित ऊर्जा) से प्राप्त होती है। जब इस संधारित्र को एक प्रतिरोधक के जरिए निरोविशत किया जाता है तो ऊर्जा ऊष्मा के रूप में निकलती है।

मान लीजिये एक अनावेशित संधारित्र को एक बैटरी से जोड़ देने पर वह अधिकतम q आवेश संचित करता है। चार्जिंग धीरे-धीरे होती है। संधारित्र की प्लेटों के बीच प्रारंभिक विभवान्तर शून्य और अंतिम विभवान्तर V है। पूरी प्रक्रिया के अंतराल में औसत विभवान्तर
$$\frac{0+V}{2} = \frac{V}{2}$$
$$= \frac{q}{2C}$$

चार्जिंग (आवेशन) में किया गया कार्य,

$$W = \text{आवेश} \times \text{विभवान्तर}$$

$$= q\,\frac{q}{2C} = \frac{1}{2}\,\frac{q^2}{C}$$

अत: स्थितिज ऊर्जा

$$U = \frac{1}{2}qV = \frac{1}{2}\,\frac{q^2}{C} = \frac{1}{2}CV^2 \qquad (16.38)$$

यह ऊर्जा प्लेटों के बीच विद्युत क्षेत्र में संचित हो जाती है। संचित ऊजा धारिता की समानुपाती होती है। यह विभवान्तर बढ़ने के साथ बढ़ती है। लेकिन प्रत्येक संधारित्र एक निश्चित सीमा तक ही ऊर्जा संग्रह कर सकता है विभवान्तर का मान एक सीमा से अधिक हो जाने पर स्वत: विसर्जन प्रारम्भ हो जाता है। आवेशित संधारित्र की प्लेटों को छूना खतरनाक है। संधारित्र आपके शरीर के जरिये विसर्जित हो सकता है जिससे एक विद्युत झटका लगता है। ऐसा झटका यदि पूर्णावेशित उच्च धारिता मान के संधारित्रों से लगे तो वह प्राणघातक हो सकता है।

16.5 परावैद्युत पदार्थ और परावैद्युत ध्रुवण

हम जानते हैं कि परावैद्युत पदार्थ अचालक होते है जो विद्युत प्रभाव को बिना चालन के पारगमित कर देते हैं। परावैद्युत दो प्रकार के होते हैं: अध्रुवीय और ध्रुवीय। आइये अब हम इनके बारे में जानने का प्रयास करें।

(a) अध्रुवीय परावैद्युत पदार्थ

इस प्रकार के परावैद्युत पदार्थों में अणुओं के धनात्मक आवेश का केन्द्र ऋणात्मक आवेश के केन्द्र का संपाती होता है। सामान्य अवस्था में प्रत्येक अणु का द्विध्रुव आघूर्ण शून्य होता है। ये अणु अधिकतर सममित होते हैं, जैसे नाइट्रोजन, आक्सीजन, बैन्जीन, मीथेन आदि।

(b) ध्रुवीय परावैद्युत पदार्थ

ध्रुवीय परावैद्युत पदार्थों के अणुओं की आकृति असमित होती है, एक जैसे जल, अमोनिया, हाइड्रोक्लोरिक अम्ल आदि। इन अणुओं में धनात्मक एवं ऋणात्मक आवेशों के केन्द्र एक दूसरे से किसी निश्चित दूरी पर होते हैं और इनका एक निश्चित द्विध्रुव आघूर्ण होता है।

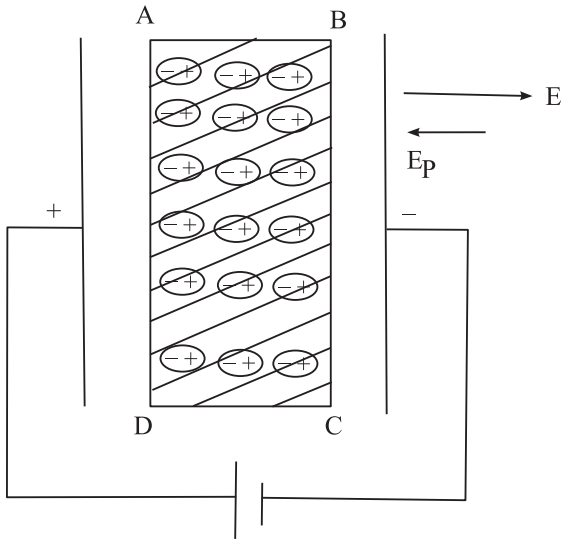
जब बाह्य विद्युत क्षेत्र **E** में अध्रुवीय परावैद्युत पदार्थ रखे जाते हैं तो प्रत्येक धनात्मक आवेश के अणु का केन्द्र **E** की विपरीत दिशा में विस्थापित होता है। बाह्य विद्युत क्षेत्र के कारण अध्रुवीय परावैद्युत अणु में धनात्मक और ऋणात्मक आवेशों के केन्द्रों के बीच कुछ दूरी हो जाती है तब परावैद्युत ध्रुवित कहलाता है और प्रत्येक अणु में एक छोटा सा द्विध्रुव आघूर्ण प्रेरित हो जाता है। यथार्थ में बाह्य विद्युत क्षेत्र के कारण बल जो आवेश केन्द्रों को दूर करता है केन्द्रों के आकर्षण बल से संतुलित हो जाता है (साम्यावस्था स्थापित हो जाती है) और अणु ध्रुवित हो जाता है। अणु द्वारा प्राप्त प्रेरित द्विध्रुव आघूर्ण के मान को हम निम्न प्रकार लिख सकते हैं।

$$\mathbf{p} = \alpha\, \varepsilon_0 \mathbf{E}$$

जहां α अनुक्रमानुपाती नियतांक है और परमाण्विक/आण्विक ध्रुवणता कहलाता है। मान लीजिये कि संधारित्र की प्लेटों के मध्य विद्युत क्षेत्र E में अध्रुवीय पदार्थ की पट्टी ABCD रखी गयी है जैसा कि चित्र 16.13 में दर्शाया गया है। परावैद्युत पट्टी ध्रुवित हो जाती है। परावैद्युत अणुओं के नाभिक ऋणात्मक प्लेट की ओर और इलेक्ट्रॉन धनात्मक प्लेट की ओर विस्थापित हो जाते हैं। ध्रुवण के कारण परावैद्युत के अंदर विद्युत क्षेत्र $\mathbf{E}_p$ उत्पन्न हो जाता है जिसकी दिशा E के विपरीत होती है। अत: अध्रुवीय परावैद्युत की उपस्थिति में प्लेटों के मध्य विद्युत क्षेत्र घट जाता है अर्थात् ध्रुवित परावैद्युत में प्रभावी विद्युत क्षेत्र का मान

$$\mathbf{E}(\text{प्रभावी}) = \mathbf{E} - \mathbf{E}_p \qquad (16.39)$$

इस प्रकार संधारित्र की प्लेटों के बीच विभवान्तर कम हो जाता है (क्योंकि $V = Ed$), तथा उसके फलस्वरूप संधारित्र की धारिता बढ़ जाती है (क्योंकि $C = q/V$).



चित्र.16.13 : आवेशित संधारित्र की प्लेटों के बीच एक परावैद्युत पट्टी

स्थिर वैद्युकता के अनुप्रयोग

विज्ञान एवं प्रौद्योगिकी के कई क्षेत्रों में लाभप्रद सहायता करने के साथ ही स्थिर वैद्युकता विद्युत चुम्बकत्व के सिद्धांत की आधारशिला है।

- संधारित्र अधिकतर इलेक्ट्रॉनिक एवं इलेक्ट्रिक परिपथों के आवश्यक अवयव हैं।ये विद्युत संप्रेषण में एक निर्णायक भूमिका अदा करते हैं।
- आवेश का पता करने के लिए प्रयोग की गयी एक सरल युक्ति स्वर्ण पत्र विद्युत दर्शी ने कॉस्मिक किरण-अनुसंधान का मार्ग प्रशस्त किया।
- बैंजामिन फ्रैंकलिन द्वारा आविष्कृत तड़ित चालक ऊँचे भवनों को तड़ित विद्युत के आघातों से बचाता है।
- फोटो प्रतिलिपि बनाने का उपकरण स्थिर वैद्युकता के सिद्धांत पर कार्य करता है।

पाठगत प्रश्न 16.3

1. एक $C_1 = 12$ mF और दूसरा $C_2 = 4$ mF धारिता के संधारित्र संयोजित किये गये हैं। तंत्र की प्रभावी धारिता ज्ञात कीजिये जब उन्हें (a) श्रेणीक्रम में जोड़ा गया है (b) पार्श्व क्रम में जोड़ा गया है।

2. चार संघारित्रों को आपस में चित्र 16.13 की भांति जोड़ा गया है। तंत्र की तुल्य धारिता ज्ञात कीजिये।

3. एक वायु संधारित्र $C = 4$ mF एक 12V बैटरी से जुड़ा है। ज्ञात करें

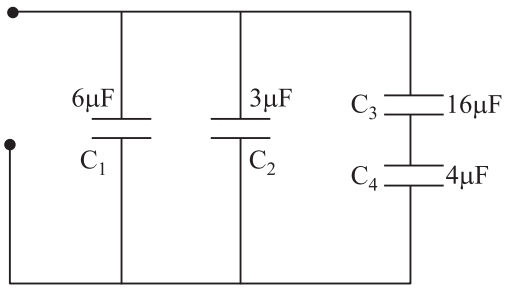
   (a) इसके पूर्णावेशित होने पर Q का मान?

   (b) प्लेटों पर आवेश का मान जब इसकी प्लेटों के बीच K=5 स्थिर वैद्युताँक का परावैद्युत पदार्थ भर दिया जाए।

   (c) प्लेटों के बीच विभवान्तर

   (d) नये संधारित्र की धारिता

4. एक समान्तर प्लेट संधारित को एक बैटरी से जोड़कर V विभवान्तर तक आवेशित किया जाता है। बैटरी को हटाने के बाद, प्लेटों के बीच के खाली स्थान पर K परावैद्युतांक की पट्टी रख दी जाती है जो पूरी खाली जगह को घेर लेती है। संघारित्र में कितनी ऊर्जा संग्रहीत है? (a) पहली स्थिति में (b) दूसरी स्थिति में (c) कौन अधिक है और क्यों?



चित्र 16.14 : संधारित्रों का संयोजन

आपने क्या सीखा

- स्थिर वैद्युत क्षेत्र संरक्षी होता है।
- विद्युत क्षेत्र से किसी बिंदु पर विभव एक इकाई धनावेश को अनंत से उस दूरी तक लाने में किए गए कार्य के बराबर होता है।
- किसी स्थिर विद्युत क्षेत्र में एक आवेश को एक बिंदु से दूसरे बिंदु तक स्थानान्तरित करने में किया गया कार्य पथ पर निर्भर नहीं करता है।
- यदि एक परीक्षण आवेश को अनंत से विद्युत क्षेत्र के किसी बिंदु तक लाने में किया गया कार्य 1 जूल हो तो उस बिंदु पर विभव का मान 1 वोल्ट होता है।

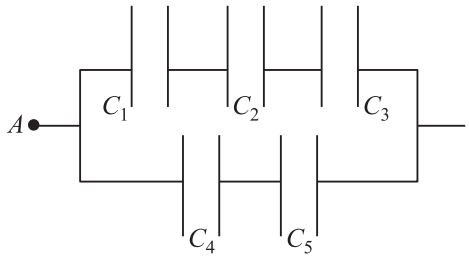
- किसी द्विध्रुव की विषुवत रेखीय स्थिति में किसी भी बिंदु पर विभव का मान शून्य होता है।
- एक समविभव तल में प्रत्येक बिंदु का विभव समान होता है।
- विद्युत क्षेत्र में किसी बिन्दु पर विभव की दूरी के साथ ऋणात्मक परिवर्तन की दर को विभव प्रणवता कहते हैं। यह क्षेत्र का परिमाण बताती है।
- स्थिर वैद्युत रक्षण दिक्स्थान में किसी क्षेत्र को बाह्य विद्युत प्रभाव से बचाने की घटना है।
- किसी चालक की धारिता इसके पदार्थ पर निर्भर नहीं करती वरन इसके माध्यम की प्रकृति पर निर्भर करती है।
- एक समान्तर प्लेट संधारित्र को हवा या निर्वात के बजाय K परावैद्युताँक के द्रव्य से भर देने पर संधारित्र की धारिता K गुना बढ़ जाती है।
- आपेक्षिक विद्युतशीलता परावैद्युत माध्यम वाले संधारित्र की धारिता और निर्वात माध्यम में संधारित्र की धारिता का अनुपात है।
- संधारित्रों के श्रेणी संयोजन में तुल्य धारिता सबसे कम धारिता से भी कम होती है।
- अध्रुवीय परावैद्युतों की उपस्थिति के कारण, संधारित्र की प्लेटों के बीच क्षेत्र घट जाता है।

पाठांत प्रश्न

1. एक $q = 20\ \mu C$ के बिंदु आवेश से 30 cm दूरी पर स्थित एक बिंदु पर विभव का मान ज्ञात कीजिये।
2. एक समबाहु त्रिभुज के तीन कोनों पर 200 μC मान के तीन आवेश q_1, q_2 और q_3 रखे हुए हैं। एक भुजा की लंबाई 10cm है। इस निकाय की स्थितिज ऊर्जा ज्ञात कीजिए।
3. 3mm से पृथक्कृत प्लेटों के बीच विभवान्तर 12.0 V है। इस निकाय की स्थितिज ऊर्जा ज्ञात कीजिए।
4. दो आवेश $+e$ व $-e$ के आयन एक-दूसरे से 4.0×10^{-10} m की दूरी पर स्थित हैं। इस निकाय की स्थितिज ऊर्जा ज्ञात कीजिए।
5. एक समान्तर प्लेट संधारित्र की दो प्लेटों A व B के बीच विभवान्तर 15 V है। एक प्रोटॉन ($m = 1.67 \times 10^{-27}$ kg) को A से B.की ओर ले जाया जाता है। बिंदु B के पास प्रोटॉन की चाल ज्ञात कीजिए।
6. विमीय विधि से दिखाइए कि Vqऔर $(½)mv^2$ तुल्य हैं? यहाँ संकेतों के सामान्य अर्थ हैं।
7. किन स्थितियों में समान्तर प्लेट संधारित्र की प्लेटों के बीच विद्युत क्षेत्र समान होता है?
8. एक r त्रिज्या का गोला $+q$ आवेश से आवेशित है। एक आवेश q_0 को इसके व्यास के एक सिरे से दूसरे सिरे तक ले जाने में किये गये कार्य की गणना कीजिए।

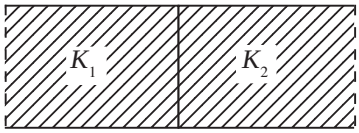
9. एक समान्तर प्लेट संधारित्र की धारिता C_0 व दो प्लेटों के बीच विभवान्तर V_0 है। एक प्लेट पर आवेश $+q_0$ है व प्लेटों के बीच की दूरी d है। एक K=3 मान का परावैद्युत प्लेटों के बीच भर दिया जाता है। निम्न में से कौन सी राशियां बदलेंगी और क्यों: (i) धारिता (ii) आवेश (iii) विभवान्तर (iv) क्षेत्र घनत्व?

10. संधारित्रों के निम्न संयोजन को देखिये। A व B के बीच विभवान्तर 16V है।

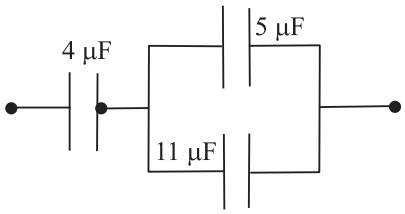


यदि $C_1 = 2\ \mu F$, $C_2 = 4\ \mu F$, $C_3 = 8\ \mu F$, $C_4 = 3\ \mu F$, $C_5 = 3\mu F$ हो तो ज्ञात कीजिए (a) A व B के बीच प्रभावी धारिता (b) प्रत्येक संधारित्र पर आवेश (c) प्रत्येक संधारित्र के दोनों प्लेटों के बीच विभवान्तर

11. एक वायु संधारित्र की धारिता 8μF है। दो समान आकार के परावैद्युत द्रव्य प्लेटों के बीच के स्थान को चित्र की भांति भर देते हैं परावैद्युतांक $K_1 = 3.0$ और परावैद्युतांक $K_2 = 6.0$। नये संधारित्र की धारिता ज्ञात कीजिए।



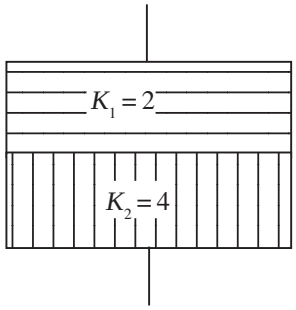
12. नीचे दियाये गये निकाय की तुल्य धारिता का मान ज्ञात कीजिए।



13. एक 3.0 μF परिमाण के संधारित्र 12.0 V तक आवेशित किया जाता है। फिर एक K = 7 मान के परावैद्युत पदार्थ से इसके खाली स्थान को भर दिया जाता है। दोनों दशाओं संचित ऊर्जा का अनुपात ज्ञात कीजिए।

14. एक $P = 3.5 \times 10^{-15}$ Cm द्विध्रुव आपूर्ण वाले द्विध्रुव को एक समान विद्युत क्षेत्र $E = 2.0 \times 10^4\ NC^{-1}$ में रखा जाता है। द्विध्रुव क्षेत्र से 60° का कोण बनाता है A (a) द्विध्रुव की स्थितिज ऊर्जा ज्ञात कीजिये (b) द्विध्रुव पर बल आघूर्ण का मान ज्ञात कीजिए।

15. एक समान्तर प्लेट संधारित्र की धारिता 12μF है। दो प्लेटों के बीच की दूरी 8mm है। दो समान आकार के भिन्न-भिन्न परावैद्युतॉक के परावैद्युत पदार्थ संधारित्र के खाली स्थान को निम्न प्रकार भरते हैं। नये संधारित्र की धारिता ज्ञात कीजिए।



पाठगत प्रश्नों के उत्तर

16.1

1. $r\,(r > R)$ पर विभव

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r}$$

2. एक बिंदु आवेश के चारों ओर क्षेत्र की गोलीय सममिति होती है। अत: गोले का पृष्ठ सर्वत्र समविभव होता है। एक समविभव तल में आवेश के चलने में कोई कार्य नहीं किया जाता है।

3. $E = -\frac{dV}{dr}$ चूंकि V का मान स्थिर है, E का मान शून्य है।

अत: समीकरण (16.22) के अनुसार (16.22) :

$E = \frac{V_A - V_B}{d}$। चूंकि $V_A = V_B$, E का मान शून्य होगा।

4. नहीं आवश्यक रूप से नहीं। जब $E = 0$, विभव का मान या तो शून्य होता है या स्थिर होता है।

5. नहीं, दो समविभव तल कभी भी एक दूसरे को नहीं काटते हैं, क्योंकि ऐसी स्थिति में कटान बिंदु पर विद्युत क्षेत्र की दिशा को दर्शाने के लिए हम दो लम्ब खींच सकते हैं जो कि विद्युत क्षेत्र की दो भिन्न-भिन्न दशाओं को दर्शायेगा।

16.2

1. $C = \frac{Q}{V} = \frac{Q}{\frac{\text{किया गया कार्य}}{\text{आवेश}}} = \frac{Q \times Q}{\text{किया गया कार्य}}$

$= \frac{Q^2}{\text{N.m.}}$

मूल मात्रक

$A = \frac{C}{s}$

$\therefore$ $C^2 = A^2 s^2$ और न्यूटन = द्रव्यमान $\times$ त्वरण = $kg \frac{m}{s^2}$

धारिता $= \frac{C^2}{Nm} = \frac{A^2 s^2}{kg \frac{m^2}{s^2}} = \frac{A^2 s^4}{kg\, m^2}$

$= A^2 s^4 (kg\, m^2)^{-1}$

2. एक समान्तर प्लेट संधारित्र में E का मान प्लेटों के बीच एक समान है। प्लेटों के बीच विभवान्तर

$V_A - V_B = E \times d.$

3. C_0, E_0, V_0 वायु संधारित्र के लिए

C, E, V परावैद्युत संधारित्र के लिए

$k = \frac{C}{C_0}, k = \frac{V_0}{V}$ $k = \frac{E_0}{E}$.

4. $C = 1.0\ \mu F = 1.0 \times 10^{-6}$ F.

$d = 50$ cm $= 0.5$m.

$C = \frac{\varepsilon_0 A}{d}$

$\therefore$ $A = \frac{Cd}{\varepsilon_0}$। चूंकि $\varepsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}$,

$A = \frac{1.0 \times 10^{-6} \times 0.5}{8.85 \times 10^{-12}}$

$$= \frac{5\times10^{-7}}{8.85\times10^{-12}}$$

$$= 0.56 \times 10^5 \text{ m}^2$$

16.3

1 (a) 3 mF (b) 16 mF 2. 12.2μF

3. (a) 96mC (b) 0.480 C (c) 12 v (d) 40 mF

4. (a) $\frac{1}{2} C_0 V_0^2$ (b) $\frac{1}{2}\frac{(C_0V_0)^2}{C_0R} = \frac{1}{2k}C_0V_0^2$

(c) पहली स्थिति में ऊर्जा अधिक है क्योंकि यही ऊर्जा परावैद्युत को अंदर खींचने में प्रयुक्त होती है।

पाठांत प्रश्नों के उत्तर

1. 6×10^5 V.
2. 1.08×10^4 J.
3. 4×103 V m $^{-1}$
4. -5.76×10^{-19} J
5. 1.4×109 m s^{-2}

10. (a) $\frac{37}{14}$μF, (b) $\frac{128}{7}$μC, $\frac{128}{7}$μC, $\frac{128}{7}$μC, 24μC,

(c) $\frac{64}{7}$V, $\frac{32}{7}$V, $\frac{16}{7}$V, 8V, 8V

11. 36 μF.
12. $\frac{16}{5}$ μF.
13. 1 : 7
14. (a) 3.5×10^{-11} J (b) 6×10^{-11} N m.
15. 32 μF

17

विद्युत धारा

अपने दैनिक जीवन में विभिन्न गतिविधियों के लिए हम विद्युत का प्रयोग करते हैं। विद्युत बल्ब तथा ट्यूब-लाइट से हमारे घरों में रोशनी होती है। हम टेप रिकॉर्डर या रेडियो पर संगीत सुनते हैं। टेलीविजन पर विभिन्न कार्यक्रम देखते हैं। बिजली के पंखे और कूलर की ठंडी हवा का आनंद लेते हैं। विद्युत पंपों को खेत की सिंचाई के लिए प्रयोग करते हैं। वास्तव में विद्युत मानव को विज्ञान की एक अद्वितीय देन है। हम आधुनिक संसार में विद्युत के बिना जीवन की कल्पना नहीं कर सकते। घर में हमने देखा होगा कि स्विच ऑन करते ही विद्युत बल्ब चमकने लगता है। ऐसा कैसे होता है? स्विच का कार्य क्या है?

इस माड्यूल के पूर्ववर्ती अध्यायों में आपने स्थिर विद्युत आवेश और उनके प्रभावों के बारे में पढ़ा। विद्युत आवेश संधारित्रों में संग्रहीत होता है। इस अध्याय में आप गतिशील आवेशों के बारे में पढ़ेंगे। आप यह भी जानेंगे कि किसी चालक के गुजरनते हुए आवेश का प्रवाह इस पर लगे विभवान्तर पर निर्भर करता है। आप परिपथों में धारा वितरण एवं इनके निर्धारक नियमों के बारे में भी अध्ययन करेंगे। प्राथमिक एवं द्वितीयक सेलों के विषय में प्रारंभिक जानकारी भी आपकी इस पाठ में प्राप्त होगी।

भौतिकी एक प्रायोगिक विज्ञान है और प्रकृति के नियमों के अनावरण में इसने जो प्रगति की है वह सिद्धान्तों के सत्यापन अथवा प्रायोगिक परिणामों को पुन: प्राप्त करने की हमारी क्षमता के कारण संभव हो पाई है। इसी से उपकरणों एवं तकनीकों में सतत सुधार संभव हो पाए हैं। इस पाठ में आप विभवमापी के बारे में भी जानेंगे जो एक अत्यन्त बहुउपयोगी यन्त्र है। इस का उपयोग संतुलन विधि द्वारा प्रतिरोध एवं emf मापन के लिए किया जा सकता है।

उद्देश्य

इस पाठ को पढ़ने के बाद आप-

- ओम के नियम का कथन कर सकेंगे और ओमी और अन-ओमी प्रतिरोधों में अंतर कर पाएंगे;

- प्रतिरोधों के श्रेणी और समान्तर क्रम में संयोजनों के लिए तुल्य प्रतिरोध का मान प्राप्त कर सकेंगे;
- प्राथमिक एवं द्वितीयक सेलों में भेद कर सकेंगे;
- वर्ण कोड के आधार पर प्रतिरोध का मान ज्ञात कर सकेंगे;
- किरखौफ के नियमों को बंद विद्युत परिपथों के लिए प्रयोग कर सकेंगे;
- अज्ञात प्रतिरोध ज्ञात करने के लिए ह्वीटस्टोन सेतु समीकरण प्रयोग कर सकेंगे; तथा
- विभवमापी के सिद्धांत की व्याख्या कर सकेंगे और इसे विद्युत वाहक बल और सेल के आंतरिक प्रतिरोध के मापन में प्रयोग कर सकेंगे।

मुक्त एवं बद्ध इलेक्ट्रॉन

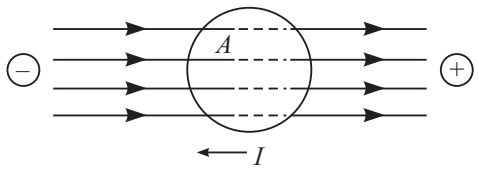
एक परमाणु विद्युतीय रूप से उदासीन होता है। इसमें जितने ऋणावेशित इलेक्ट्रॉन नाभिक के चारों ओर घूमते हैं उतने ही घनावेशित प्रोटोन इसके नाभिक में उपस्थित रहते हैं। इलेक्ट्रॉन नाभिक के साथ कूलॉम बल के कारण बंधे रहते हैं और इसके चारों ओर बंद कक्षाओं में चक्कर लगाते हैं।

इलेक्ट्रॉन नाभिक से जितना अधिक दूर होगा उसे नाभिक से बांधे रखने वाला बल उतना ही क्षीण होगा। अत: बाह्यतम कक्ष में इलेक्ट्रॉन बहुत ही क्षीण बल द्वारा नाभिक के साथ बंधे रहते हैं। इनको संयोजक इलेक्ट्रॉन कहते हैं। धात्विक ठोसों में संयोजक इलेक्ट्रॉन एक निम्न विभावान्तर लगाने पर गति के लिए स्वतंत्र हो जाते हैं।

17.1 विद्युत धारा

आप पूर्ववर्ती अध्याय में पढ़ चुके हैं कि जब किसी चालक पर विभवान्तर लगाया जाता है तो चालक में एक विद्युत क्षेत्र उत्पन्न हो जाता है। चालक में मुक्त इलेक्ट्रॉन क्षेत्र की दिशा के विपरीत गति करते हैं। इससे विद्युत धारा बनती है। *धनावेश के चलने की दिशा को धारा की दिशा* मानने की परिपाटी है। इलेक्ट्रॉन विपरीत दिशा में गति करते हैं। धारा की परिशुद्ध व्याख्या करने के लिए हम मानते हैं कि आवेश A क्षेत्रफल की सतह के लंबवत गति करते हैं, जैसा कि चित्र 17.1 में दर्शाया गया है। किसी पृष्ठ क्षेत्रफल से प्रवाह की दिशा के लंबवत आवेश प्रवाह की दर को धारा कहते हैं। यदि Δt समय मे Δq आवेश प्रवाहित होता है तो औसत धारा निम्न प्रकार से परिभाषित की जाती है।

$$I_{av} = \frac{\Delta q}{\Delta t} \qquad (17.1)$$



चित्र. 17.1 : एक चालक के क्षेत्रफल A से आवेशों की गति। परिपार्टी के अनुसार, घनावेशों के चलने की दिशा को विद्युत धारा की दिशा माना जाता है, इलेक्ट्रान इसके विपरीत दिशा में गति करते हैं

यदि आवेशों के प्रवाह की दर समय के साथ बदलती है तो धारा भी समय के साथ बदलती है। तात्क्षणिक धारा निम्न प्रकार से व्यक्त की जाती है:

$$I = \frac{dq}{dt} \tag{17.2}$$

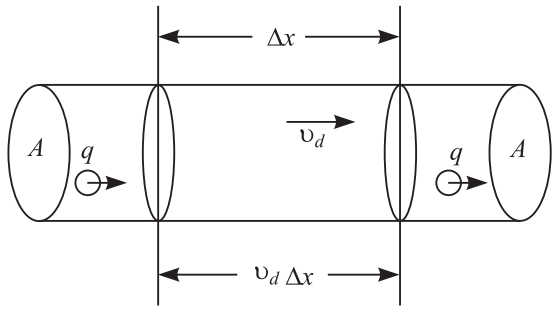
एक चालक से गुजरने वाली धारा, धारा की दिशा के लंबवत रखी सतह से गुजरने वाले आवेश प्रवाह की दर है।

धारा का SI मात्रक एम्पीयर है। इसका संकेत A है,

$$1 \text{ एम्पीयर} = \frac{1 \text{ कूलॉम}}{1 \text{ सेकेन्ड}} \tag{17.3}$$

विद्युत धारा के छोटे मात्रक मिली एम्पीयर, $mA = 10^{-3}A$, तथा माइक्रो एम्पीयर, $1\ \mu A = 10^{-6}A$, हैं। धारा ऋणावेशों (इलेक्ट्रॉनों) के प्रवाह के कारण हो सकती है जैसे कि धातुओं में, यह धनात्मक आवेशों (प्रोटॉनों)के प्रवाह के कारण भी हो सकती है जैसे प्रोटॉन त्वरकों में। एक अर्धचालक में इलेक्ट्रान और होल्स का प्रवाह धारा का सृजन करता है। होल्स क्रिस्टल में इलेक्ट्रॉनों की रिक्तियाँ हैं, इन्हें धनावेशित माना जाता है। इनमें इलेक्ट्रॉन के बराबर ही आवेश होता है। आप इनके बारे में बाद में पढ़ेंगे।

हम एकA अनुप्रस्थ काट के क्षेत्रफल वाले बेलन की कल्पना करते हैं जैसा कि चित्र 17.2 में दर्शाया गया है।



चित्र. 17.2 : आवेश *A* क्षेत्रफल से v_d चाल से गुजरते हैं ।Δx लंबाई में आवेशों की संख्या $nA\, v_d\, \Delta t$ है।

Δx लंबाई के लिए आयतन का अंश $A\Delta x$ है। अब यदि प्रति इकाई आयतन n हो तो इस आयतन अंश में इलेक्ट्रॉनों की संख्या $nA\Delta x$होगी। इस आयतन में कुल आवेश $\Delta q = nA\Delta xe$ *जहां* e इलेक्ट्रॉन का आवेश है। यदि इलेक्ट्रॉन आरोपित विभवान्तर के कारण v_d चाल से अपवाह करें तो Δt समय में तय की गयी दूरी $\Delta x = v_d\, \Delta t$ । Δx के इस मान को Δq के व्यंजक में प्रतिस्थापित करने पर

$$\Delta q = nAe\, v_d\, \Delta t$$

अत:

$$\frac{\Delta q}{\Delta t} = I = nAev_d \tag{17.4}$$

17.2 ओम का नियम

1828, में ओम ने किसी चालक के सिरों के बीच लगाए गए विभावान्तर एवं चालक में उत्पन्न धारा के संबंध का अध्ययन किया। उन्होंने इस संबंध को एक नियम का रुप दिया जिसे ओम का नियम कहते है।

जॉर्ज साइमन ओम
(1787–1854)

जर्मन भैतिक शास्त्री, जार्ज साइमन ओम अपने नियम के लिए प्रसिद्ध हैं। उन्होंने तापीय और विद्युत प्रवाह के बीच सादृश्यता मानकर इस नियम को स्थापित किया। उन्होंने साइरन का सिद्धांत, क्रिस्टलों में ध ुवित प्रकाश के व्यतिकरण के क्षेत्र में भी महत्वपूर्ण योगदान दिया। प्रतिरोध का मात्रक ओम उनके नाम से जाना जाता है।

इस नियम के अनुसार किसी चालक से गुजरने वाली विद्युत धारा उस चालक के सिरों के बीच लगाए गए विभवान्तर की अनुक्रमानुपाती होती है बशर्ते कि भौतिक स्थितियों ताप व दाब अपरिवर्तित रहें। यदि V लगाया गया विभावान्तर व I प्रवाहित होने वाली धारा हो तो ओम के नियमानुसार

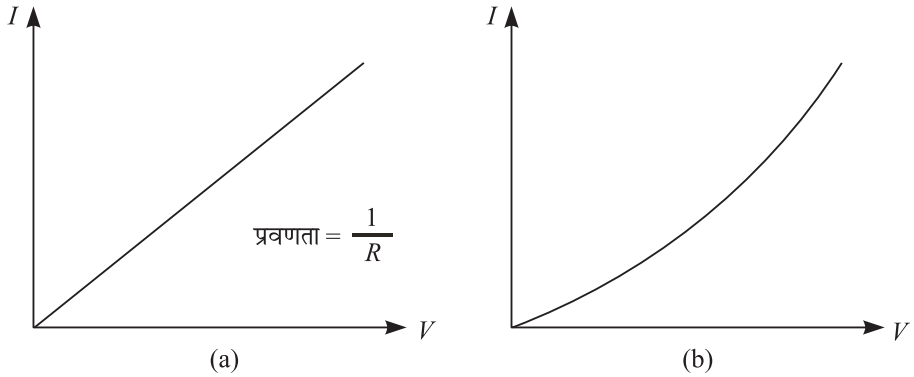
$$V \propto I$$

या

$$V = RI$$

$$\Rightarrow \quad \frac{V}{I} = R \qquad (17.5)$$

जहां पर आनुपातिकता स्थिरांक R चालक की प्रतिरोध निरूपित करता है। प्रतिरोध किसी चालक का वह गुण है जो इससे गुजरने वाली विद्युत धारा का विरोध करता है। धात्विक चालक के लिए V-I ग्राफ एक सीधी रेखा है, चित्र 17.3 (a)।



चित्र. 17.3 : a) ओमीय युक्ति के लिए V-I ग्राफ b) डायोड के लिए V-1 ग्राफ। डायोड ओम के नियम का पालन नहीं करते।

प्रतिरोध की SI इकाई ओम है। इसे Ω (ओमेगा) संकेत से दर्शाया जाता है।

1 ओम = 1 वोल्ट/1 एम्पीयर

अधिकांश धातुएं ओम के नियम का पालन करती हैं। प्रतिरोधक जो ओम के नियम का पालन नहीं करते उन्हें अन्-ओमीय कहा जाता है। निर्वात डायोड, अर्धचालक डायोड, ट्रॉजिस्टर्स ऐसी अन्-ओमीय युक्तियों (उपकरणों) के उदाहरण हैं। अर्धचालक डायोड के लिए वोल्टेज की कम मात्राओं के लिए भी ओम का नियम लागू नहीं होता। चित्र 17.3(b) एक अर्धचालक उपकरण के लिए *V-I* ग्राफ दर्शाता है।

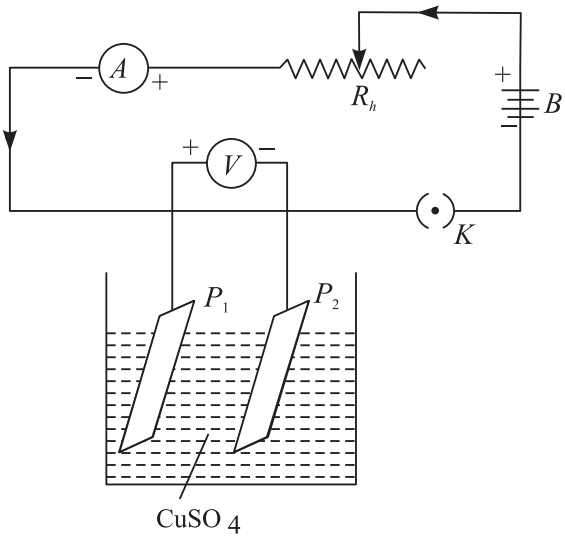
क्रियाकलाप 17.1

उद्देश्य : एक विद्युत अपघट्य से गुजरने वाली विद्युत के चालन का अध्ययन करना।

आवश्यक सामग्री – अमीटर, वोल्टमीटर, कॉपर सल्फेट विलयन युक्त जार, दो तांबे की पट्टियाँ, एक बैटरी, प्लग कुंजी, जोड़ने वाली तार व धारा नियंत्रक (रिहोस्टेट)

कैसे आरम्भ करें:

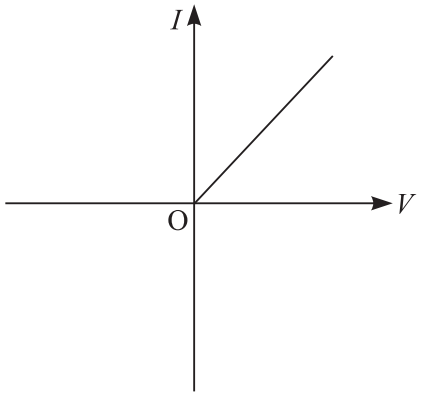
1. चित्र 17.4 की भांति उपकरण व्यवस्थित करें।
2. खुली कुंजी (ऑफ) की स्थिति में अमीटर और वोल्टमीटर के पाठयांक लें।
3. कुंजी को चालू करें (बंद करें) और पुनः V व I के पाठ्यांक लें।
4. धारा नियंत्रक के सर्पी संपर्क की सहायता से अमीटर के पाठ्यांक को बदलें और वोल्टीमीटर के संगत पाठ्यांक लें।
5. इस क्रिया को 4-5 बार दोहरायें और अमीटर व वोल्टमीटर के पाठ्यांक लें तथा प्लेटों P_1 और P_2, के बीच की (a) दूरी बदलकर (b) विलयन में डूबे प्लेटों के क्षेत्रफल को बदलकर और (c) विद्युत अपघट्य की सांद्रता बदलकर प्रयोग की पुनरावृत्ति करें।
6. प्रत्येक स्थिति के लिए *I–V* ग्राफ खींचिए।



चित्र. 17.4 : एक विद्युत अपघट्य के कारण विद्युत चालन

आप क्या निष्कर्ष निकालते हैं?

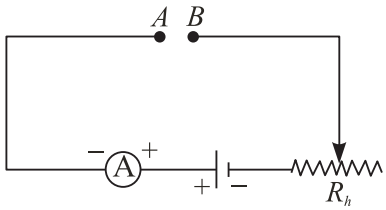
- *I–V* ग्राफ मूल बिन्दु से गुजरती हुई एक सीधी रेखा है जिसका तात्पर्य यह है कि आयनीकृत विलयन ओमीय प्रतिरोधक की भांति कार्य करता है।
- ग्राफ की प्रवणता प्लेटों के मध्य स्थित विद्युत अपघट्य विलयन के आयतन पर निर्भर करती है और इसके परिवर्तन के साथ तेजी से बदलती है। इसका आशय यह हुआ कि एक विद्युत अपघट्य का प्रतिरोधन केवल इसकी प्रकृति पर निर्भर करता है वरन् इलेक्ट्रोडों के क्षेत्रफल और उनके बीच की दूरी पर भी निर्भर करता है।



चित्र. 17.5 : *आयनित विलयन के लिए I–V ग्राफ*

17.2.1 प्रतिरोध तथा प्रतिरोधकता

अब हम उन कारकों का अध्ययन करते हैं जो एक चालक के प्रतिरोध को प्रभावित करते है। आप दो सरल प्रयोग कर सकते हैं। इन प्रयोगों को करने के लिए चित्र 17.6 की भांति एक परिपथ बनाएं।



चित्र 17.6 : एक चालक के प्रतिरोध को प्रभावित करने वाले कारकों के अध्ययन के लिए विद्युत परिपथ

क्रियाकलाप 17.2

एक समान अनुप्रस्थ काट के क्षेत्रफल वाला एक लम्बा तार लेकर इसमें से l_1, l_2, l_3, आदि लंबाइयों के टुकड़े काटकर उन्हें A व B के बीच संयोजित करें और प्रत्येक लंबाई के लिए विद्युत धारा की माप लें। तदुपरांत I और I/l के बीच ग्राफ खींचे। आप पाएंगे कि ग्राफ एक सरल रेखा के रूप में प्राप्त होता है। लंबे तार अपने में से कम धारा को प्रवाहित होने देते हैं। आप यह कह सकते हैं कि लंबे तार अपेक्षाकृत अधिक प्रतिरोध आरोपित करते हैं चित्र 17.7 (a)। गणितीय रूप से

$$R \propto l \qquad (17.6)$$

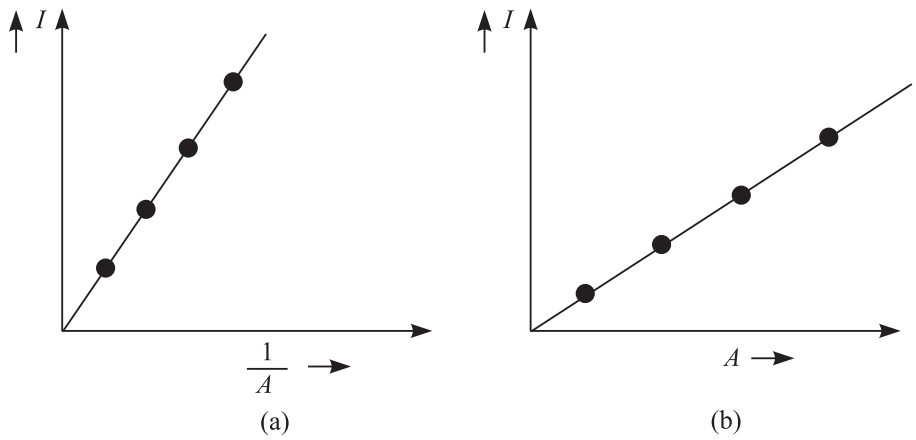


Fig. 17.7 : a) I और $1/I$ के बीच ग्राफ एक सरल रेखा है। बड़े तार अपने से होकर कम धारा को प्रवाहित होने देते हैं b) धारा व अनुप्रस्थ काट के क्षेत्रफल के बीच ग्राफ प्रदर्शित करता है कि बड़े क्षेत्रफल से ज्यादा धारा प्रवाहित होती है।

क्रियाकलाप 17.3

एक ही पदार्थ व समान लंबाई के भिन्न-भिन्न अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल A_1, A_2, A_3 आदि के तार लें। तारों को A और B के बीच संयोजित करें और प्रत्येक के संगत विद्युत धारा का मापन करें। फिर I और A के बीच ग्राफ खींचें। यह एक सीधी रेखा के रूप में मिलता है। बड़े अनुप्रस्थ काट के तार अपने से होकर अधिक धारा प्रवाहित होने देते हैं। अत: आप कह सकते है कि अधिक अनुप्रस्थ काट वाले तार कम प्रतिरोध उत्पन्न करते हैं। चित्र 17.4 *(b)*। गणितीय रुप से हम लिख सकते हैं कि

$$R \propto \frac{1}{A} \qquad (17.7)$$

समी. (17.6) व (17.7) को संयोजित करने पर

$$R \propto \frac{\ell}{A}$$

या

$$R = \rho \frac{\ell}{A} \qquad (17.8)$$

जहां पर एक नियत ताप पर किसी पदार्थ के लिए ρ का मान नियत है। इसे पदार्थ का *विशिष्ट प्रतिरोध* या *प्रतिरोधकता* कहते हैं। पदों को पुर्नव्यवस्थित करने पर हम लिख सकते हैं

$$\rho = \frac{RA}{\ell} \qquad (17.9)$$

यदि $\ell = 1\text{m}$ और $A = 1\text{m}^2$, तब $\rho = R$ ओममीटर। अत: किसी पदार्थ की प्रतिरोधकता उस पदार्थ के एक मीटर लंबे व एक वर्ग मीटर अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल वाले तार द्वारा लगाया गया प्रतिरोध है।

प्रतिरोधकता का मात्रक ओम-मीटर (Ωm) है। प्रतिरोधकता का व्युत्क्रम **चालकता** कहलाता है:

$$\sigma = \frac{1}{\rho} \qquad (17.10)$$

चालकता का मात्रक Sm^{-1} है।

प्रतिरोधकता पदार्थ की प्रकृति पर निर्भर करती है लेकिन इसकी विभाओं का इस पर कोई प्रभाव नहीं पड़ता जबकि चालक का प्रतिरोध इसकी विमाओं और पदार्थ की प्रकृति दोनों पर निर्भर करता है। अब आप निम्न उदाहरणों का ध्यानपूर्वक अध्ययन करें।

उदाहरण 17.1 : हमारे घरों में विद्युत धारा 220V पर भेजी जाती है। एक बल्ब का प्रतिरोध ज्ञात करें यदि धारा का मान 0.2A है।

हल :

$$R = \frac{V}{I} = \frac{220 \text{ वोल्ट}}{0.2 \text{ एम्पीयर}} = 1100\ \Omega$$

उदाहरण 17.2 : एक चालक तार की अनुप्रस्थ काट से प्रति सेकंड 6.0×10^{16} इलेक्ट्रॉन गुजरते हैं। तार की विद्युत धारा का मान ज्ञात करें।

हल : एक अनुप्रस्थ काट से प्रति सेकंड गुजरने वाला आवेश

$\Delta Q = ne = 6.0 \times 10^{16} \times 1.6 \times 10^{-19}$ C $= 9.6 \times 10^{-3}$C

$$\therefore \qquad I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{9.6 \times 10^{-3} C}{1 s}$$
$$= 9.6 \times 10^{-3} A$$
$$= 9.6 \text{ mA}$$

उदाहरण 17.3 : दो तांबे के तारों A और B की लंबाई समान है। A का व्यास B के व्यास का दो गुना है। उनके प्रतिरोधों की तुलना करें।

हल :

$$R_A = \rho \frac{\ell}{\pi r_A^2} \text{ और } R_B = \rho \frac{\ell}{\pi r_B^2}$$

$$\therefore \qquad \frac{R_A}{R_B} = \frac{r_B^2}{r_A^2}$$

चूँकि A का व्यास $= 2 \times B$ *का व्यास या* $r_A = 2r_B$। अत:

B का प्रतिरोध A के प्रतिरोध का 4 गुना है।

उदाहरण 17.4 : एक चालक तार की लंबाई 60.0 m और इसकी त्रिज्या 0.5 सेन्टीमीटर है। इसके सिरों के बीच 5.0 वोल्ट विभवान्तर 2.5 अम्पीयर की धारा उत्पन्न करता है। तार के पदार्थ की प्रतिरोधकता ज्ञात करें।

हल :

$$R = \frac{V}{I} = \frac{5.0\,V}{2.5\,A} = 2.0\ \Omega$$

तार की त्रिज्या = 0.5 cm = 5.0×10^{-3} m

अनुप्रस्थ काट का क्षेत्रफल $A = \pi R^2 = 3.14 \times (5.0 \times 10^{-3})^2 \text{ m}^2 = 78.5 \times 10^{-6} \text{ m}^2$

$$\therefore \qquad \rho = \frac{2.0 \times 78.5 \times 10^{-6}\ \Omega\text{m}^2}{60.0 \text{ m}} = 2.6 \times 10^{-6}\ \Omega\text{m}$$

पाठगत प्रश्न 17.1

1. (a) एक तांबे के तार में एक सेल की सहायता से I धारा स्थापित की जाती है। यदि तार की लंबाई को दो गुना कर दी जाए तो धारा का मान क्या होगा?

   (b) यदि तार के अनुप्रस्थ काट का क्षेत्रफल आधा कर दिया जाए तो धारा का मान क्या होगा?

2. एक l लंबाई व A अनुप्रस्थ काट के क्षेत्रफल के तार की प्रतिरोधकता $2 \times 10^{-8}\Omega$m. है। इसी पदार्थ के $2l$ लंबाई व $2A$ अनुप्रस्थ कार के क्षेत्रफल वाले तार के लिए प्रतिरोधकता का मान क्या होगा?

3. 3m लंबाई और 2cm^2 अनुप्रस्थ काट के तार के सिरों पर 8 V का विभावान्तर लगाने पर 0-15 A धारा प्राप्त होती है। तार का प्रतिरोध व प्रतिरोधकता ज्ञात करें।

4. क्या सभी चालक ओम के नियम का पालन करते हैं? अपने उत्तर के पक्ष में उदाहरण दें।

5. एक चालक तार की अनुप्रस्थ काट से प्रति सेंकड 5×10^{17} इलेक्ट्रॉन बाएं से दाएं की ओर प्रवाहित हो रहे हैं। धारा का मान व दिशा ज्ञात करें।

17.3 प्रतिरोधकों का संयोजन

एक विद्युत परिपथ में अनेक उपकरण साथ जुड़े होते हैं। जैसे बैटरियां, प्रतिरोधक, संधारित्र, प्रेरक, डायोड, ट्रॉजिस्टर आदि। इनको परिपथ अवयव कहते है। ये अवयव अकेले या संयोजन में अनेक कार्य करने के साथ-साथ परिपथ में धारा को नियंत्रित करते हैं। इन्हें प्रतिरोधक ओर प्रतिघाती इन दो घटकों में वर्गीकृत किया जाता है। सर्वाधिक सामान्य प्रतिरोधक घटक प्रतिरोध, कुंजियां, धारा नियंत्रक, प्रतिरोध कुंडलियां, प्रतिरोध बक्स तथा संयोजक तार होते हैं। प्रतिघाती घटकों में संधारित्र, प्रेरक तथा ट्रांफार्मर सम्मिलित होते हैं। पिछले अध्याय में आपने सीखा कि किस तरह संधारित्रों का संयोजन आवेश व वोल्टेज नियंत्रित करने में प्रयोग किया जा सकता है। अब हम धारा व वोल्टेज नियंत्रण में प्रतिरोधकों के संयोजन पर चर्चा करते हैं। प्रतिरोध कों के दो प्रकार के संयोजन सामान्य उपयोग में लाए जाते हैं: श्रेणी संयोजन व सामान्तर संयोजन। हम एक संयोजन के तुल्य प्रतिरोध को उस एकल प्रतिरोध से परिभाषित करते हैं जो कि अपने सिरों पर समान विभावान्तर लगाने पर दिए गए संयोजन के बराबर ही धारा प्रवाहित होने दे।

17.3.1 श्रेणी संयोजन

आप कई प्रतिरोधकों को श्रेणी क्रम में एक दूसरे के साथ इस प्रकार जोड़ सकते हैं जिससे कि उनमें समान धारा प्रवाहित हो। चित्र 17.8 में दो प्रतिरोधकों R_1 और R_2 को श्रेणी क्रम में जोड़ा गया है। इस संयोजन के सिरों को एक बैटरी के A व D पर जोड़ दिया गया है। मान लें कि V वोल्ट की बैटरी से जोड़े जाने पर इस श्रेणी संयोजन से I धारा प्रवाहित होती है। तब R_1 और R_2 के सिरों में V_1 व V_2 विभान्तर पैदा हो जाते हैं।

तब $V_1 = IR_1$ और $V_2 = IR_2$। *लेकिन* V_1 व V_2 का योग V के बराबर है अर्थात्

$$\Rightarrow \qquad V = V_1 + V_2 = I R_1 + I R_2$$

यदि श्रेणी संयोजन का तुल्य प्रतिरोध R हो तो

$$V = IR = I(R_1 + R_2)$$

या

$$R = R_1 + R_2$$

यह विन्यास बहुत से प्रतिरोधकों के लिए भी बनाया जा सकता है। उस स्थिति में

$$R = R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + \cdots \qquad (17.11)$$

अर्थात श्रेणीक्रम में प्रतिरोधकों का तुल्य प्रतिरोध उनके एकल प्रतिरोधों के योग के बराबर होता है।

यदि हम किसी प्रतिरोधक (जैसे विद्युत बल्ब) के सिरों पर नियत वोल्टेज के स्रोत से कम मान की वोल्टेज लगाना चाहें तो हमें इसके श्रेणी क्रम में एक दूसरा प्रतिरोधक (बल्ब) जोड़ना पड़ेगा।

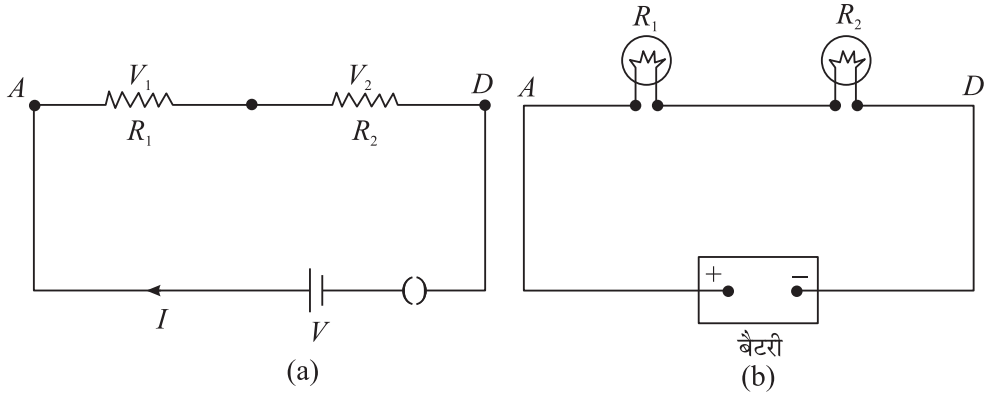
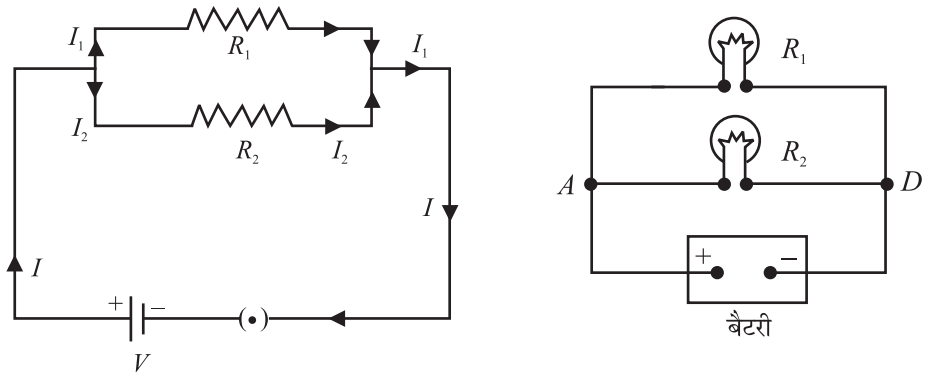


Fig. 17.8 : (a) बैटरी के साथ श्रेणी क्रम में जुड़े दो प्रतिरोधक (b) श्रेणी क्रम में जुड़े दो बल्बों (लैंपों) को एक दिष्ट स्रोत के साथ जोड़ा गया है।

17.3.2 समान्तर संयोजन

आप प्रधिरोधकों के एक ओर के सिरे साथ जोड़ कर व दूसरी ओर के सिरों को एक साथ जोड़कर उनका समान्तर संयोजन कर सकते हैं? समान्तर संयोजन में सभी प्रतिरोधकों के सिरों के बीच विभवान्तर समान रहता है। चित्र 17.9 R_1 और R_2 प्रतिरोधों के दो प्रतिरोधकों का समांतर संयोजन दर्शाता है। मान लेते हैं कि यह संयोजन V वोल्ट की बैटरी से जोड़ा जाता है और यह स्रोत से I धारा खींचता है। बिन्दु A पर



चित्र. 17.9 : a) समान्तर क्रम से जुड़े दो प्रतिरोधक b) बैटरी के साथ समान्तर क्रम में जुड़े दो लेंपों को दी जाने वाली वोल्टेज समान है।

मुख्य धारा दो भागों में बंट जाती है। माना कि R_1 व R_2 से गुजरने वाली धाराएं क्रमशः I_1 और I_2 हैं। तब $I_1 = V/R_1$ और $I_2 = V/R_2$.

मुख्य धारा I_1 व I_2 का योग है। अतः हम लिख सकते हैं

$$\Rightarrow \qquad I = I_1 + I_2 = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2}$$

$$I = \frac{V}{R} = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2}$$

$$\therefore \qquad \frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \qquad (17.12a)$$

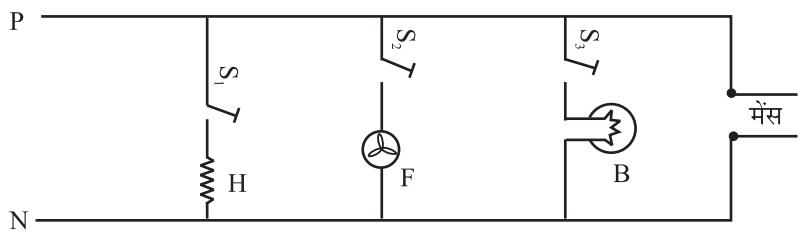
या समीकरण (17.12a) से $$R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \qquad (17.12b)$$

यदि प्रतिरोधकों की संख्या अधिक हो तो संबंध का रूप निम्न प्रकार हो जाता है:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \ldots \qquad (17.13)$$

हम यह निष्कर्ष निकालते हैं कि *समान्तर संयोजन में तुल्य प्रतिरोध* का व्युत्क्रम संयोजन के सभी अवयव प्रतिरोधों के व्युत्क्रमों के योग के बराबर होता है।

ध्यान दें कि समान्तर क्रम में तुल्य प्रतिरोध का मान सबसे कम परिमाण के संयोजित प्रतिरोध क के प्रतिरोध से भी कम होता है। आप इस तथ्य का आसानी से एक सरल विद्युत परिपथ, जिसमें 2 Ω के प्रतिरोधक को 2r की बैटरी से जोड़ दिया गया है, की सहायता से समझ सकते हैं। यह प्रतिरोधक 1 एम्पीयर की धारा खींचता है। जब इसके समांतर क्रम में एक 2Ω का प्रतिरोधक लगा दिया जाता है तो वह भी समय धारा खींचता है। अत: परिपथ का प्रतिरोध आधा हो जाता है। जब हम समान्तर क्रम में प्रतिरोधकों की संख्या में वृद्धि करते हैं तो परिपथ का प्रतिरोध कम होता चला जाता है व ली जाने वाली धारा की मात्रा बढ़ती चली जाती है। हमारे घरों में लेंपों, पंखों, हीटर आदि को समान्तर क्रम में जोड़ा जाता है और प्रत्येक का अपना अलग स्विच होता है। प्रत्येक के सिरों के बीच का विभवान्तर समान रहता है और उनके कार्य एक दूसरे के कारण प्रभावित नहीं होते हैं। जब हम बल्ब या पंखों का स्विच ऑन करते हैं तो घर के विद्युत परिपथ प्रतिरोध कम होता है और मेन्स से खींची गयी धारा बढ़ती जाती हैं (चित्र 17.10)।



चित्र. 17.10 : घर में उपकरणों का विन्यास ये 220 वाट मेन सप्लाई के साथ समान्तर क्रम में जोड़े गए हैं। मेन सप्लाई से कुल ली गई धारा का मान प्रत्येक उपकरण के द्वारा ली गई धाराओं के योग के बराबर होता है।

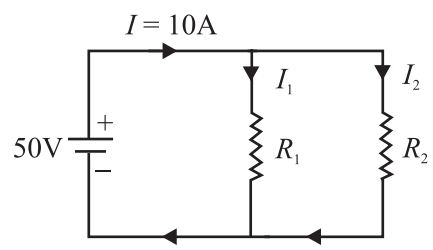
उदाहरण 17.5 :चित्र 17.11 में दिखाये गये परिपथ के लिए R_2 व इससे गुजरने वाली धारा I_2 का मान ज्ञात करें।

हल: यदि R_1 व R_2 के समान्तर संयोजन का तुल्य प्रतिरोध R हो तो

$$R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{10 R_2}{10 + R_2}$$

ओम के नियमानुसार

$$R = \frac{50}{10} = 5\Omega$$



चित्र. 17.11 : समान्तर क्रम में प्रतिरोधक

$$\therefore \quad \frac{10 R_2}{10 + R_2} = 5 \quad \Rightarrow \; 10 R_2 = 50 + 5 R_2 \quad \text{or} \quad R_2 = 10\,\Omega$$

क्योंकि धारा R_1 व R_2 के बीच समान मात्रा में बंटती है, अत: $I_2 = 5A$

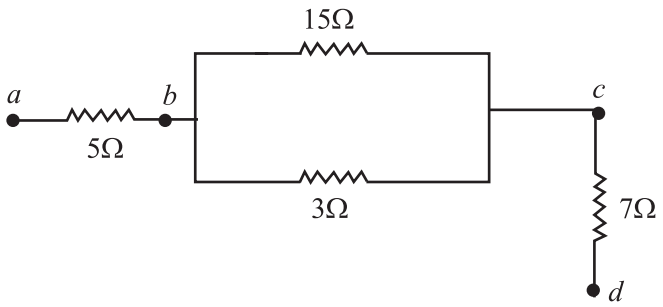
उदाहरण 17.6 : चित्र (17.12) में दर्शाये गए परिपथ के लिए A और B बिन्दुओं के बीच तुल्य प्रतिरोध ज्ञात करें।

हल : 15Ω व 3Ω प्रतिरोधक समान्तर क्रम में लगे हैं। अत: इस संयोजन का तुल्य प्रतिरोध

$$R_1 = \frac{15 \times 3}{15+3}\Omega = \frac{45}{18} = \frac{5}{2} = 2.5\Omega$$

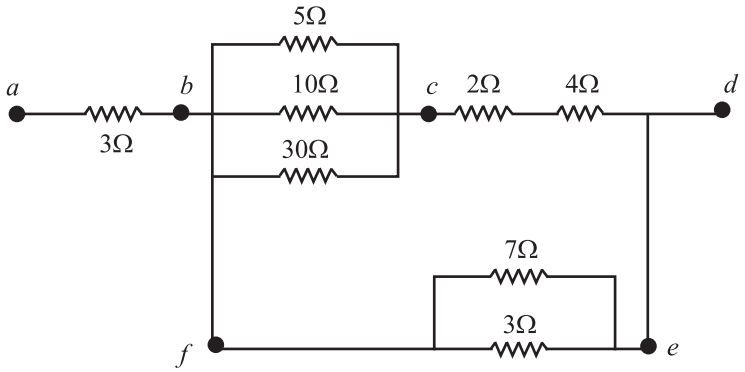
अब हम 5Ω, 2.5Ω व 7Ω के प्रतिरोधों को श्रेणीक्रम में संयोजित मान सकते हैं। अत: कुल प्रतिरोध

$$R = (5 + 2.5 + 7) = 14.5\ \Omega$$



चित्र. 17.12: प्रतिरोधकों के श्रेणी व समान्तर संयोजनों का समूहन

उदाहरण 17.7 : चित्र 17.13 में दर्शाए गए विन्यास के संदर्भ में (i) बिन्दु *b* व *c* के बीच तुल्य प्रतिरोध (ii) *c* व *d* के बीच तुल्य प्रतिरोध (iii) *a* व *e* के बीच तुल्य प्रतिरोध ज्ञात करें।



चित्र. 17.13 : प्रतिरोधकों के श्रेणी व समान्तर संयोजनों का समूहन

हल :

(i) प्रतिरोधक समान्तर क्रम में (5Ω, 10Ω and 30Ω) जुड़े हैं। इसलिए इनका तुल्य प्रतिरोध

$$\frac{1}{R_1} = \frac{1}{5} + \frac{1}{10} + \frac{1}{30} = \frac{6+3+1}{30} = \frac{10}{30}\Omega$$

या $$R_1 = 3\ \Omega$$

(ii) 2Ω व 4Ω प्रतिरोध के प्रतिरोधक श्रेणीक्रम में हैं। अतः इनका तुल्य प्रतिरोध

$$R_2 = (2 + 4) = 6\Omega$$

(iii) इसी प्रकार 7Ω व 3Ω प्रतिरोध समान्तर क्रम में हैं

$$\frac{1}{R_3} = \frac{1}{7} + \frac{1}{3} = \frac{3+7}{21} = \frac{10}{21}$$

या

$$R_3 = \frac{21}{10}\Omega = 2.1\ \Omega$$

अब हम R_1 व R_2 को श्रेणीक्रम में मान सकते हैं।

$$R_4 = R_1 + R_2 = (3 + 6) = 9\Omega$$

अब R_4 और R_3 समान्तर क्रम में हैं। अतः तुल्य प्रतिरोध

$$\frac{1}{R_5} = \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{9} + \frac{1}{2.1}$$

$$= \frac{1}{9} + \frac{10}{21} = \frac{37}{63}$$

$$R_5 = \frac{63}{57}\Omega = 1.70\ \Omega$$

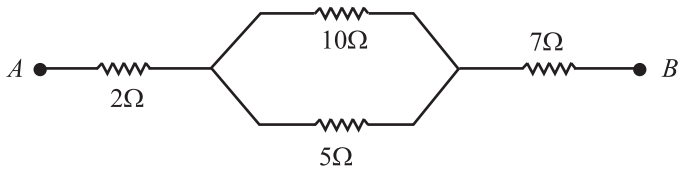
(iv) R_5 व 3Ω (a व b के बीच) श्रेणीक्रम में हैं। अतः

$$R = (1.70 + 3) = 4.79\ \Omega$$

टिप्पणी : सुविधा के लिए प्रत्येक गणना के बाद नए तुल्य परिपथ खींच लेने चाहिएं।

पाठगत प्रश्न 17.2

1. आपके कमरे में दो बल्ब व एक पंखा है। ये श्रेणी क्रम में जुड़े है या समान्तर क्रम में? क्यों?
2. कस्बों में विद्युत आपूर्ति सामान्यतया 220V पर होती है। कभी-कभी वोल्टेज 300 V तक बढ़ जाती है जिससे आपके टी.वी. व अन्य जुगतों को हानि पहुँच सकती है। आप अपने उपकरणों को बचाने के लिए क्या सरल सावधानी बरत सकते हैं?
3. A व B बिंदुओं के बीच तुल्य प्रतिरोध का मान ज्ञात करें।



17.4 प्रतिरोधकों के प्रकार

अधिकतर इलेक्ट्रॉनिक या विद्युत परिपथों में धारा नियंत्रण के लिए प्रतिरोधको की आवश्यकता होती है। प्रतिरोधक सामान्यतया दो प्रकार के होते हैं:

- कार्बन प्रतिरोधक और
- तार लिपटे प्रतिरोधक

तार लिपटे प्रतिरोधकों में वांछित प्रतिरोध मान के अनुसार प्रतिरोध तार (मैंगनिन, कौन्स्टेन्टन या नाइक्रोम) की निश्चित लंबाई को अचालक बेलन पर प्रेरणहीन बनाने के लिए दोहरा करके लपेटा जाता है।

कार्बन प्रतिरोधक बनाने के लिए किसी उपयुक्त बंधनकारक युक्त कार्बन को बेलन के रूप में सांचित करते हैं तथा इसे विद्युत परिपथ में जोड़ने के लिए इसके सिरों पर तार की लीड जोड़ दी जाती है। प्रतिरोधकों को उनके प्रतिरोध की मात्रानुसार वर्ण कोड प्रदान किया जाता है।

पहले दो रंग प्रतिरोध मान के पहले दो अंको को दर्शाते है।

तीसरा रंग दस की घात के रूप में प्रतिरोध के गुणक का मान दर्शाता है।

चौथा तथा अंतिम रंग प्रतिरोधक की सहय्यता (टालरेंस) को दर्शाता है जो कि सुनहरे रंग के लिए 5 प्रतिशत, सिल्वर रंग के लिए 10 % और (प्रतिरोधक के) कायिक रंग के लिए 20 प्रतिशत है।

मान लीजिए कि प्रतिरोधक के चार रंग, नीला, सलेटी, हरा व सिल्वर हैं।

पहला अंक 6 (नीला) होगा।

दूसरा अंक 8 (सलेटी) होगा।

तीसरा रंग (गुणक) 10^5 (हरा)

चौथा रंग (सहय्यता) = 10% (सिल्वर)

अत: प्रतिरोध का मान होगा :

$$68 \times 10^5 \pm 10\%$$

$$= 68 \times 10^5 \pm (68 \times 10^5 \times 10/100)$$

$$= 68 \times 10^5 \pm 68 \times 10^4$$

$$= (6.8 \pm 0.68)\ M\Omega$$

तालिका 17.1 : प्रतिरोधकों का वर्ण कोड

रंग	अंक	गुणक
काला	0	1
भूरा	1	10^1
लाल	2	10^2
नारंगी	3	10^3
पीला	4	10^4
हरा	5	10^5
नीला	6	10^6
बैंगनी	7	10^7
सलेटी	8	10^8
सफेद	9	10^9

17.5 प्रतिरोधों की ताप निर्भरता

किसी चालक की प्रतिरोधकता इसके ताप पर निर्भर करती है। अधिकतर धातुओं के लिए प्रतिरोधकता ताप वृद्धि के साथ बढ़ती है और एक सीमा के अंदर यह संबंध रैखिक होता है:

$$\rho = \rho_0 [1 + \alpha (T - T_0)] \qquad (17.14)$$

जहां पर ρ वा ρ_0 क्रमशः ताप T व T_0 पर प्रतिरोधकताएं हैं। ताप °C में लिए जाते है। T_o संदर्भ ताप है। α को प्रतिरोधकता का ताप गुणांक कहते हैं। इसका मात्रक प्रति डिग्री सेल्सियस है।

अतिचालक

प्रतिरोधकता की ताप निर्भरता से प्रेरित होकर वैज्ञानिकों ने बहुत कम ताप पर पदार्थों के व्यवहार का अध्ययन करना प्रारंभ किया। उन्होंने पाया कि कुछ धातुओं और उनकी मिश्रध ातुओं की प्रतिरोधकता एक निश्चित ताप के नीचे पूर्णतया लुप्त हो जाती है; इस ताप को संक्रमण ताप कहते हैं जिसका किसी धातु के लिए एक विशेष मान होता है। ऐसे पदार्थों में धारा एक बार प्रवाहित होने के बाद बाह्य स्रोत हटा लेने पर भी सदा के लिए बनी रहती है। इस प्रकार के पदार्थों को **अतिचालक** कहते हैं।

शीघ्र ही यह महसूस किया गया कि कमरे के ताप पर हम अतिचालक बना सकें तो इससे पूरे तकनीकी क्षेत्र में क्रांतिकारी परिवर्तन आ जाएगा। इनको उच्च ताप अतिचालक नाम दिया गया है। उदाहरण के तौर पर ऊर्जा सक्षम अतिचालक कुंडलिनियों से बने शक्तिशाली विद्युत चुम्बक एक चुम्बकीय पथ के ऊपर वाहनों को ऊपर उठा सकते हैं जिससे कि उच्च चाल का परिवहन तंत्र संभव है।

अत: उच्च ताप पर अतिचालकों के निर्माण के प्रयास किए जा रहे हैं। अब तक किए गए प्रयास यह दर्शाते हैं कि तांबा, बेरियम और इट्रियम के ऑक्साइड अच्छी संभावनाएं दर्शाते हैं। –153°C पर अस्तित्व बनाये रखने वाला एक अतिचालक ($T_2Ba_2Ca_2Cu_3O_{10}$) विकसित किया गया है। भारत इस क्षेत्र में अग्रणी बनकर अनुसंधान कर रहा है।

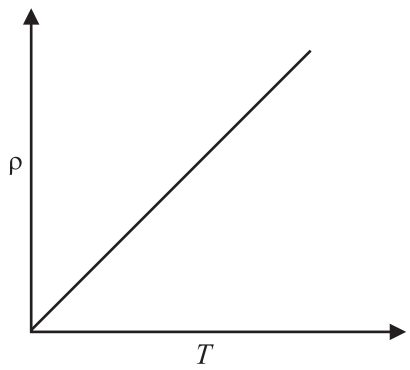
प्रतिरोधकता के ताप गुणांक का व्यंजक प्राप्त करने के लिए समीकरण 17.14 को इस प्रकार लिखा जा सकता है:

$$\rho = \rho_0 + \rho_0 \alpha (T - T_0)$$

या

$$\alpha = \frac{(\rho - \rho_0)}{\rho_0 (T - T_0)} = \frac{1}{\rho_0}\frac{\Delta\rho}{\Delta T}$$

जहां $\Delta\rho = (\rho - \rho_0)$ और $\Delta T = T - T_0$.



(a)

चित्र. 17.14(c) :धातु के लिए प्रारुपिक प्रतिरोधकता ताप ग्राफ

चालक का प्रतिरोध प्रतिरोधकता का समानुपाती होता है। प्रतिरोध का तापीय परिवर्तन निम्न प्रकार लिखा जा सकता है।

$$R = R_0 [1 + \alpha (T - T_0)] \qquad (17.15)$$

दो भिन्न तापों T_1 व T_2 के संगत प्रतिरोध

$$R_1 = R_0 [1 + \alpha (T_1 - T_0)] \qquad (17.16)$$

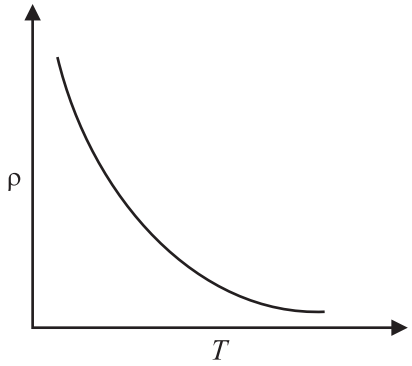
और

$$R_2 = R_0 [1 + \alpha (T_2 - T_0)] \qquad (17.17)$$

इन समीकरण को संयुक्त करने पर, हम प्रतिरोधकता के ताप गुणांक के लिए निम्न व्यंजक लिख सकते हैं।

$$\alpha = \frac{(R_2 - R_1)}{R_0 (T_2 - T_1)} = \frac{1}{R_0}\frac{\Delta R}{\Delta T} \qquad (17.18)$$

यदि $R_0 = 1\Omega$ और $(T_2 - T_1) = 1°C$, तब $\alpha = (R_2 - R_1)$. इस प्रकार प्रतिरोध का तापीय गुणांक **1Ω प्रतिरोध के 0° C पर रखे तार के प्रतिरोध मान में 1° C ताप परिवर्तन होने पर होने वाले परिवर्तन के बराबर होता है।** धातुओं का यह गुण प्रतिरोध थर्मामीटर बनाने में काम आता है। मिश्रधातुओं की प्रतिरोधकता भी ताप के साथ बढ़ती है।



(b)

चित्र. 17.14(b) : अर्धचालकों की प्रतिरोधकता ताप वृद्धि के साथ घटती है।

लेकिन यह वृद्धि धातुओं की अपेक्षा बहुत कम होती है। मैंगनिन, कॉन्सटेन्टन व नाइक्रोम मिश्रधातुओं के

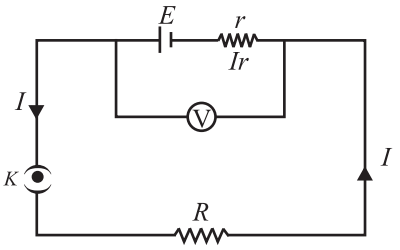
लिए प्रतिरोधकता का ताप गुणांक बहुत ही कम ($\sim 10^{-6}\,°C^{-1}$) होता है और प्रतिरोधकता बहुत अधिक होती है। अत: ये पदार्थ मानक स्तर के प्रतिरोध तार बनाने के लिए प्रयुक्त होते हैं। अर्धचालकों जैसे जर्मनियम व सिलिकॉन भी प्रतिरोधकताएं धातुओं और विद्युतरोधकों के बीच की होती है। सामान्यतया अर्धचालकों की प्रतिरोधकता ताप वृद्धि के साथ कम होती है [चित्र 17.15(b)]। इनके प्रतिरोध का ताप गुणांक ऋणात्मक होता है। इसकी विस्तृत व्याख्या आगे चलकर अर्धचालकों के पाठ में की जाएगी।

17.6 विद्युत वाहक बल (emf) और विभवान्तर

किसी सेल या बैटरी के सिरों के बीच खुले परिपथ में विभवान्तर उस सेल या बैटरी का विद्युत वाहक बल कहलाता है। नीचे दिए गए क्रियाकलाप द्वारा आप विद्युत वाहक बल और विभवान्तर के अंतर को भली-भांति समझ पाएंगे।

क्रियाकलाप 17.4

एक प्रतिरोधक R व कुंजी K के परिपथ में एक सेल जोड़ें। एक उच्च प्रतिरोध का वोल्टमीटर सेल के समान्तर क्रम में जोड़ा जाता है जैसा कि चित्र 17.15 में दिखाया गया है। जब कुंजी K बंद की जाती है तो वोल्टमीटर का पाठ्यांक कम हो जाएगा। क्या आप वोल्टमीटर के पाठ्यांक में इस कमी का कारण बता सकते हैं? वास्तव में जब कुंजी K खुली होती है तो सेल व वोल्टमीटर लूप यानी परिपथ में वोल्टमीटर के उच्च प्रतिरोध के कारण कोई धारा प्रवाहित नहीं होती। अत: वोल्टमीटर का पाठ्यांक सेल के विद्युत वाहक बल E के बराबर है जो कि सेल के सिरो के बीच विभवान्तर है जबकि इससे परिपथ में कोई धारा प्राप्त नहीं की जाती। जब कुंजी K बंद की जाती है तो सेल के अंदर व बाहर दोनों में धारा प्रवाहित होने लगती है। सेल एक प्रतिरोध r लगाता है जिसे सेल का *आंतरिक प्रतिरोध* कहते हैं। मान लें कि परिपथ में I धारा प्रवाहित हो रही है। धारा प्रवाहित होने के कारण आंतरिक प्रतिरोध r पर विभावान्तर Ir होता है जो कि सेल के विरुद्ध कार्य करता है। अत: बैटरी के सिरों के बीच वोल्टमीटर का पाठ्यांक होगा:



चित्र. 17. 15

$$E - Ir = V$$

या

$$E = V + Ir \qquad (17.19)$$

अत: सेल से धारा खींची जाने की स्थिति में सेल का विद्युत वाहक बल बाह्य प्रतिरोध के सिरों पर विभवान्तर से सदैव अधिक होता है जब तक कि आंतरिक प्रतिरोध शून्य न हो।

किसी सेल का विद्युत वाहक बल निम्न बातों पर निर्भर करता है:

- सेल में प्रयुक्त विद्युत अपघट्य;
- इलैक्ट्रोड् का पदार्थ; और
- सेल का ताप

ध्यान दें कि सेल का विद्युत वाहक बल सेल के आकार, अर्थात् प्लेटों के क्षेत्रफल तथा उनके बीच की दूरी पर निर्भर नहीं करता है। अत: दो विभिन्न आकारों के (बड़ा व छोटा) सेलों के विद्युत वाहक बल समान हो सकते हैं- यदि इलैक्ट्रोडों का पदार्थ और विद्युत अपघट्य समान हों।

बड़े आकार के सेल अपने से होकर गुजरने वाली धारा का अधिक प्रतिरोध करते हैं परंतु उन्हें अधिक लम्बे समय तक प्रयोग किया जा सकता है।

उदाहरण 17.8 : जब एक बैटरी से 0.5A, एम्पीयर की धारा खींची जाती है तो उसके सिरों कें बीच विभवान्तर 20V होता है और जब 2.0A धारा खींची जाती है तो विभवान्तर 16V रह जाता है। सेल का विद्युत वाहक बल व आतंरिक प्रतिरोध परिकलित कीजिए।

हल : माना E और r बैटरी का विद्युत वाहक बल एवं आतंरिक प्रतिरोध हैं; जब इससे I खींची जाती है तो सेल के सिरों पर विभवान्तर = Ir। तब हम इस प्रकार लिख सकते हैं:

$$V = E - Ir$$

$I = 0.5\text{A}$ और $V = 20$ वोल्ट के लिए

$$20 = E - 0.5\,r \qquad \text{(i)}$$

$I = 2.0\text{A}$ और $V = 16$ वोल्ट के लिए, हम लिख सकते हैं

$$16 = E - 2r \qquad \text{(ii)}$$

इन समीकरणों को पुन: इस प्रकार लिखा जा सकता है

$$2E - r = 40$$

और

$$E - 2r = 16$$

इन समीकरणों को हल करने पर

$$E = 21.3\text{ V और } r = 2.67\Omega$$

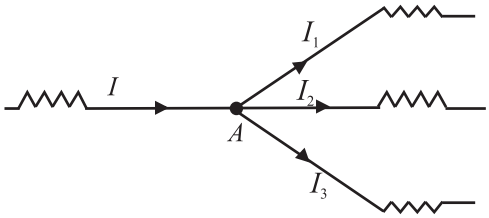
17.7 किरखौफ के नियम

ओम का नियम सरल परिपथों के लिए धारा-वोल्टेज संबंध को दर्शाता है। लेकिन जटिल परिपथों में ओम के नियम के प्रयोग द्वारा धारा वितरण ज्ञात करना कठिन है। सन् 1842 में किरखौफ ने निम्न दो नियम बनाए जिनके द्वारा जटिल विद्युत परिपथों या विद्युत नेटवर्क में धारा वितरण ज्ञात किया जा सकता है।

गुस्टाव रॉबर्ट किरखौफ
(1824–1887)

जर्मन वैज्ञानिक किरखौफ का आधारभूत योगदान कृष्णिका विकिरण व स्पेक्ट्रोस्कोपी में था। लेकिन उन्होंने अन्य क्षेत्रों में भी योगदान दिया। इस अध्याय में आप जटिल विद्युत परिपथों के विश्लेषण के लिए उनके नियमों का अध्ययन करेंगे। बुंसन स्पेक्ट्रम विश्लेषण की सहायता से उन्होंने रूबीडियम व सीजियम की खोज की।

(i) **किरखौफ का प्रथम नियम (जंक्शन नियम):** इसके अनुसार किसी विद्युत नेटवर्क में किसी जंक्शन (बिंदु) की ओर आने वाली धाराओं का योग इससे दूर जाने वाली धाराओं के योग के बराबर होता है।



चित्र. 17.16 :किरखौफ का प्रथम नियम: एक जंक्शन की ओर आने वाली धाराओं का योग जंक्शन से दूर जाने वाली धाराओं के योग के बराबर होता है।

चित्र 17.16 को देखें। यदि हम बिन्दु A पर पहुंचने वाली धाराओं को धनात्मक और इससे दूर जाने वाली धाराओं को ऋणात्मक लें तो

$$I = I_1 + I_2 + I_3$$

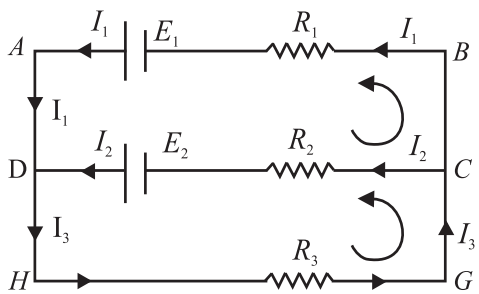
या $$I - (I_1 + I_2 + I_3) = 0 \qquad (17.20)$$

या दूसरे शब्दों में किसी जंक्शन पर सभी धाराओं का बीजगणितीय योग शून्य होता है। किरखौफ का नियम बतलाता है कि किसी भी बिंदु पर अचर धारा प्रवाहित होने की स्थिति में कोई आवेश एकत्रित नहीं होते हैं। किसी भी समय में किसी बिंदु की ओर आने वाले कुल आवेश व उससे दूर जाने वाले कुल आवेश बराबर होने चाहिए।

(ii) **किरखौफ का दूसरा नियम:** यह नियम विद्युत परिपथों में ऊर्जा संरक्षण के सिद्धांत का एक अनुप्रयोग है। यह नियम बतलाता है कि ***विद्युत नेटवर्क के किसी बंद लूप में धाराओं और प्रतिरोधों के गुणनों का बीजीय योग लूप में लगने वाले विद्युत वाहक बलों के बीजीय योग के बराबर होता है।***

इस नियम को उपयोग में लाते समय हम एक बिंदु से प्रारम्भ करते हैं और या तो दक्षिणवर्त या वामावर्त चलकर उसी बिंदु पर पहुँचते हैं। जब हम धारा की दिशा में चलते हैं तो धारा व प्रतिरोध का गुणन धनात्मक लिया जाता है। विद्युत वाहक बल धनात्मक लिया जाता है जब हम सेल से होकर ऋणात्मक इलैक्ट्रोड से धनात्मक इलेक्ट्रोड की ओर चलते है। गणितीय रूप में आप इसे इस प्रकार लिख सकते हैं।

$$IR = E \qquad (17.21)$$



चित्र. 17.17 : किरखौफ के दूसरे नियम को दर्शाने के लिए एक नेटवर्क

हम चित्र 17.17 में दिये गए विद्युत नेटवर्क पर विचार करते हैं। बंद लूप *ADCBA* के लिए हम लिख सकते हैं।

$$I_1R_1 - I_2R_2 = E_1 - E_2$$

इसी प्रकार लूप *DHGCD के लिए*

$$I_2R_2 + (I_1 + I_2)\, R_3 = E_2$$

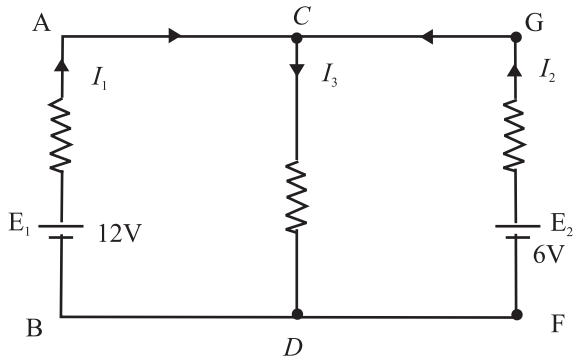
और लूप *AHGBA के लिए*

$$I_1R_1 + I_3\, R_3 = E_1$$

D बिंदु पर $\qquad I_1 + I_2 = I_3$

अधिक व्यापक रूप में किरखौफ के नियम का कथन इस प्रकार दिया जा सकता है: ***किसी परिपथ के बंद लूप में सभी विभवान्तरों का बीजीय योग शून्य होता है।***

उदाहरण 17.9 :चित्र 17.18 में दिए गए नेटवर्क पर विचार करें। नेटवर्क को दो बैटरियों द्वारा विद्युत धारा आपूर्ति की जाती है। I_1, I_2 और I_3. धाराओं के मान ज्ञात कीजिए। धाराओं की दिशाएं तीर द्वारा प्रदर्शित हैं।



चित्र. 17.18 : प्रतिरोधको और बैटरियों के एक नेटवर्क में धाराओं की गणना

हल: जंक्शन C के लिए किरखौफ का प्रथम नियम लगाने पर प्राप्त होता है।

$$I_1 + I_2 - I_3 = 0 \quad \text{(i)}$$

बंद लूपों $ACDBA$ और $GCDFG$ के लिए किरखौफ का दूसरा नियम लगाने पर

$$5I_1 + 2I_3 = 12 \quad \text{(ii)}$$

और

$$3I_2 + 2I_3 = 6 \quad \text{(iii)}$$

समीकरण (iii) को समीकरण (ii) में से घटाने पर

$$5I_1 - 3I_2 = 6 \quad \text{(iv)}$$

समी. (i) को 2 गुणा करके समी. (ii) में जोड़ने पर

$$7I_1 + 2I_2 = 12 \quad \text{(v)}$$

समी (i) को 2 और समी. (v) को 3 से गुणा करके जोड़ने पर हम प्राप्त करते हैं।

$$31I_1 = 48$$

या

$$I_1 = 1.548\text{A}$$

I_1 का मान समी. (5) में रखने पर, हमें प्राप्त होता है

$$I_2 = 0.582\text{A}$$

और समी. (i) से

$$I_3 = I_1 + I_2 = 2.13\text{A}$$

17.6.1 प्राथमिक एवं द्वितीयक सेलों के संबंध में प्रारंभिक जानकारी

हम देख चुके हैं कि किसी चालक में लगातार धारा प्रावाहित करने के लिए हमें इसके सिरों के बीच विभवान्तर बनाकर रखना पड़ता है। इस काम के लिए, आमतौर पर हम एक युक्ति का उपयोग करते है, जिसे रासायनिक सेल कहते हैं।

रासायनिक सेल दो प्रकार के होते हैं:

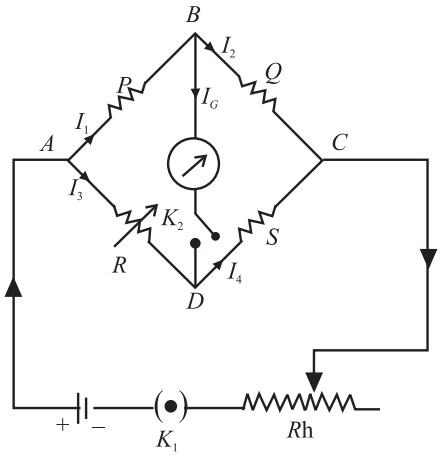
(i) **प्राथमिक सेल:** इन सेलों में रासायनिक ऊर्जा सीधे विद्युत ऊर्जा में रूपान्तरित होती है। इस्तेमाल करने से प्राथमिक सेल के पदार्थ खर्च हो जाते हैं और इसलिए इनको पुन: आवेशित करके उपयोग में नहीं लाया जा सकता। शुष्क सेल, डेनियल सेल, वोल्टाई सेल आदि प्राथमिक सेलों के उदाहरण हैं।

(ii) **द्वितीयक सेल:** ये ऐसे सेल होते हैं जिनमें विद्युत ऊर्जा को एक उत्क्रमणीय रासायनिक अभिक्रिया के रूप में संचयित किया जाता है। जब सेल का उपयोग धारा प्राप्त करने के लिए किया जाता है तो यह रासायनिक अभिक्रिया विपरीत दिशा में होती है और मूल पदार्थ फिर से प्राप्त हो जाते हैं। इसलिए इन सेलों को बार-बार आवेशित किया जा सकता

है। एसिड संचायक बैटरी, जिसका उपयोग हम इन्वर्टर या कार में करते हैं, द्वितीयक सेलों का समुच्चय ही होती है।

17.7.1 व्हीटस्टोन ब्रिज

जैसा कि आप जानते हैं किसी विद्युत परिपथ में एक वोल्टमीटर व अमीटर प्रयोग करके ओम के नियम से प्रतिरोध ज्ञात किया जा सकता है। लेकिन निम्न प्रतिरोधकों के लिए यह मापन परिशुद्ध नहीं भी हो सकता है। इस कठिनाई को दूर करने के लिए हम ह्वीटस्टोन ब्रिज का उपयोग करते हैं। यह चार प्रतिरोधों का एक विन्यास होता है जिसके द्वारा किसी एक प्रतिरोध का मापन अन्य तीन प्रतिरोधों के रुप में किया जाता है। चित्र 17.19 पर विचार करें जहाँ



चित्र 17.19 : ह्वीटस्टोन ब्रिज की संतुलन अवस्था में गैल्वेनोमीटर में कोई धारा प्रवाहित नहीं होती

(i) P और Q दो समायोज्य प्रतिरोध हैं जो ब्रिज की दो अनुपाती भुजाओं AB और BC से जुड़े हैं।

(ii) R एक समायोज्य ज्ञात प्रतिरोध है। ब्रिज की भुजा AD को ज्ञात भुजा कहते हैं।

(iii) S मापन किया जाने वाला अज्ञात प्रतिरोध है। ब्रिज की CD भुजा अज्ञात भुजा कहलाती है।

(iv) एक सुग्राही गैल्वेनोमीटर G को एक कुंजी k_2 के साथ ब्रिज की BD भुजा में जोड़ा जाता है।

(v) एक बैटरी E को एक कुंजी K_1 के साथ भुजा AC में जोड़ा जाता है। भुजाएं AC तथा AB संयुग्मी भुजाएं कहलाती है।

कुंजिओं को बंद करने पर, सामान्य अवस्था में, गैल्वेनोमीटर में कुछ धारा प्रवाहित होती है जिससे आप धारामापी में कुछ विक्षेप प्राप्त करते हैं। यह प्रदर्शित करता है कि बिन्दुओं B तथा D के मध्य कुछ विभवान्तर है। अब हम निम्न तीन अवस्थाओं पर विचार करेंगे।

(i) **बिंदु B बिंदु D की अपेक्षा अधिक विभव पर है:** धारा B बिंदु D की ओर बहेगी और गैल्वेनोमीटर में एक ओर विक्षेप होगा।

(ii) **बिंदु *B* बिंदु *D* की अपेक्षा कम विभव पर है :** धारा *D* से *B* की ओर बहेगी और धारामापी में विपरीत दिशा में विक्षेप होगा।

(iii) **दोनों बिन्दुओं *B* व *D* का विभव समान है:** इस दशा में धारामापी में कोई धारा प्रवाहित नहीं होगी और उसमें कोई विक्षेप नहीं होगा अर्थात धारामापी शून्य विक्षेप की स्थिति में है। इस स्थिति में ह्वीटस्टोन ब्रिज *संतुलित अवस्था* में कहलाता है।

बिंदु B तथा D समान विभव पर तभी होंगे जब P के सिरों पर विभव पात R के सिरों पर विभव पात के बराबर होगा। अत: शून्य विक्षेप की स्थिति में

$$I_1 P = I_3 R \qquad (17.22)$$

लेकिन $$I_1 = I_2 + I_G$$

तथा $$I_4 = I_3 + I_G \qquad (17.23)$$

जंक्शन B एवं D पर करखौफ के प्रथम नियम को लगाने पर शून्य विक्षेप ($L_G = 0$) की स्थिति में हमें प्राप्त होता है

$$I_1 = I_2$$

और $$I_3 = I_4 \qquad (17.24)$$

इसी प्रकार *Q* के सिरों पर विभव पात व *S* के सिरों पर विभव पात बराबर होगा। अत:

$$I_2 Q = I_4 S \qquad (17.25)$$

समी (17.22) को समी. (17.25) से भाग देने पर

$$\frac{I_1 P}{I_2 Q} = \frac{I_3 R}{I_4 S} \qquad (17.26)$$

समी. (17.24) का उपयोग करने पर

$$\frac{P}{Q} = \frac{R}{S} \qquad (17.27)$$

यह ह्ववीटस्टोन ब्रिज के संतुलन की स्थिति है। समीकरण (17.27) से अज्ञात प्रतिरोध *S* का मान

$$S = \frac{QR}{P}$$

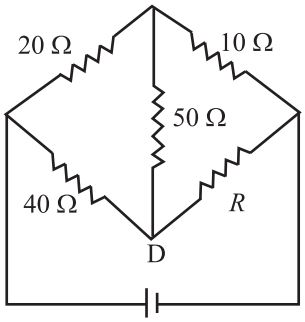
आप आसानी से देख सकते हैं कि व्हीटस्टोन ब्रिज से प्रतिरोध मापन की निम्नांकित विशेषताएं हैं:

(i) समी.. (17.27) द्वारा दी गई संतुलन अवस्था (शून्यविक्षेप अवस्था) आरोपित वोल्टेज पर निर्भर नहीं करती है। दूसरे शब्दों में , यदि आप सेल का विद्युत वाहक बल बदल देते है तो संतुलन नहीं बदलेगा।

(ii) प्रतिरोध मापन धारावाही के अंशाकन की यथार्थता पर निर्भर नहीं करता है। धारामापी का तो केवल शून्य विक्षेप सूचक (धारा संसूचक) की भांति उपयोग किया जाता है।

व्हीटस्टोन ब्रिज द्वारा मापन की यथार्थता को प्रभावित करने वाला मुख्य कारक उसकी सुग्राहिता है जिससे शून्य विक्षेप स्थिति में परिवर्तन को संसूचित किया जा सकता है। यह पाया गया है कि जब ब्रिज प्रतिरोध यथासंभव लगभग बराबर होते हैं तो उनकी सुग्राहिता अधिकतम होती है।

उदाहरण 17.9: चित्र 17.20 में R का मान ज्ञात करें। जब 50Ω के प्रतिरोधक में कोई धारा प्रवाहित न हो रही हो।



चित्र 17.20: जब 50Ω प्रतिरोधक से कोई धारा नहीं गुजरती तो ब्रिज संतुलित होता है।

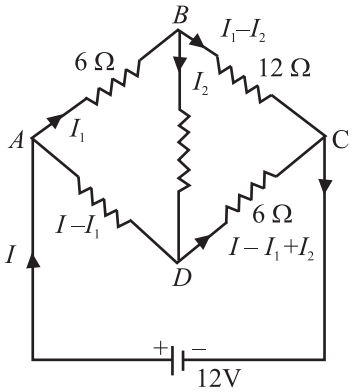
हल: यह व्हीटस्टोन ब्रिज से समतुल्य परिपथ है जिसमें गैल्वेनोमीटर को 50Ω के प्रतिरोधक से बदल दिया गया है। ब्रिज संतुलित है। चूँकि 50Ω के प्रतिरोधक में कोई भी धारा नहीं है:

$$\frac{20}{10} = \frac{40}{R}$$

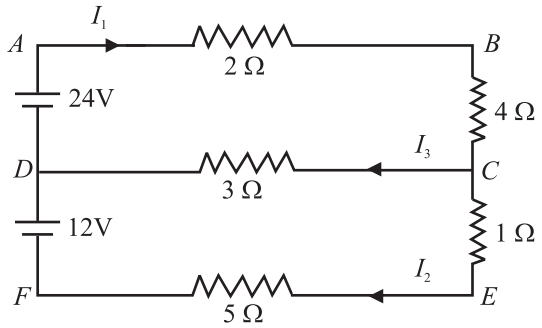
या $$R = \frac{40 \times 10}{20} = 20\Omega$$

पाठगत प्रश्न 17.3

1. *AB*, *AD* व *BD* भुजाओं में धारा के मान ज्ञात करें।



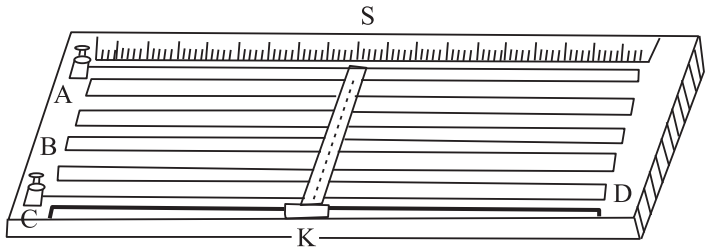
2. निम्न परिपथ की जांच करके I_1, I_2 तथा I_3 के मान ज्ञात करें



अब आप वोल्टमीटर की सहायता से किसी विद्युत स्रोत का विद्युत वाहक बल या किसी परिपथ अवयव के सिरों पर विभवान्तर मापना जान चुके हैं (एक आदर्श वोल्टमीटर का प्रतिरोध अनंत होना चाहिए जिससे कि यह किसी विद्युत वाहक बल स्रोत के सिरों पर लगाए जाने पर उससे कोई धारा न खींचे)। व्यावहारिक दृष्टि से ऐसा वोल्टमीटर बनाना संभव नहीं है जो स्रोत से कोई धारा न खींचे। इस कठिनाई को दूर करने के लिए हम एक विभवमापी का प्रयोग करते हैं जो स्रोत से कोई धारा नहीं लेता और मापन कर सकता है। इसमें शून्य विक्षेप विधि उपयोग में लाई जाती है। विभवमापी का उपयोग किसी सेल के आतंरिक प्रतिरोध परिपथ में बहने वाली धारा तथा प्रतिरोधों की तुलना के लिए होता है।

17.8.1 विभवमापी का वर्णन

विभवमापी में एक लकड़ी का बोर्ड होता है जिसमें बड़ी संख्या में (प्राय: दस) एक समान अनुप्रस्थ काट के परस्पर समान्तर तार खिंचकर बंधे रहते हैं। तार मैंगनिन या नाइक्रोम का होता है। ये तार मोटी तांबे की पट्टियों से श्रेणीक्रम में जुड़े रहते हैं। इस प्रकार सभी तार मिलकर एक अकेले तार की भांति कार्य करते हैं जिसकी लंबाई सभी तारों की लंबाई के योग के बराबर होती है। तारों के अंतिम सिरों पर संयोजी पेंच लगे रहते हैं। लकड़ी के बोर्ड पर तारों के समान्तर एक मीटर स्केल लगा होता है। तारों पर एक विसर्पी कुंजी खिसकती है जिससे किसी भी तार के किसी भी बिंदु पर क्षुर धार संपर्क किया जा सकता है। विसर्पी कुंजी में एक संकेतक होता है जो स्केल पर घूमता है। यह क्षुर धार संपर्क की स्थिति पढ़ता है। A और B तार के सिरे हैं। K विसर्पी कुंजी और S स्केल है। विसर्पी कुंजी छड़ CD पर खिसकती है।



चित्र 17.21 : विभवमापी को दर्शाने वाला आरेख

17.8.2 विभवमापी द्वारा मापन का सिद्धांत

मान लीजिए हमारे पास विद्युत वाहक बल का एक स्थाई स्रोत (जैसे एक संचायक सेल), l लम्बाई के एक समान प्रतिरोध के तार AB के सिरों से जुड़ा है। संचायक का धनात्मक सिरा A पर जुड़ा हुआ है (चित्र 17.22)। तार में होकर एक स्थिर धारा I प्रवाहित होती है। AB पर विभवान्तर का मान

$$V_{AB} = RI$$

यदि r प्रति एकांक लंबाई का प्रतिरोध है तथा K तार के प्रति एंकाक लंबाई पर विभवपात है तो

$$R = r\ell$$

और

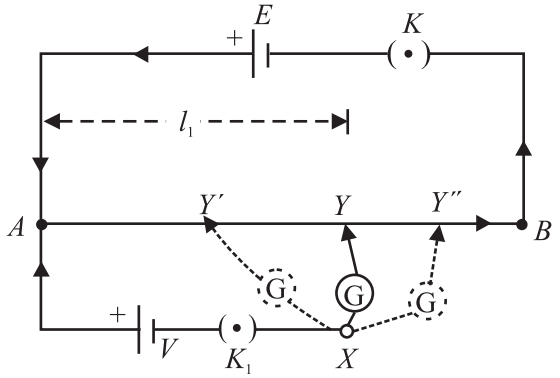
$$E = k\,\ell$$

या

$$k = \frac{E}{\ell}$$

तार की ℓ_1 लंबाई पर विभवपात

$$V_1 = k\ell_1 = \frac{E}{\ell}\ell_1 \qquad (17.28)$$



चित्र 17.22 : एक सेल के सिरों का विभवान्तर मापने के लिए विभवमापी परिपथ

अत: विभवपात A से B की ओर दूरी बढ़ने (धनात्मक से ऋणात्मक सिरे की ओर) पर रेखीय रुप में बढ़ता है।

मान लीजिए हम एक अज्ञात वोल्टेज V को मापना चाहते हैं। सेल का धनात्मक सिरा A पर जोड़ देते हैं और ऋणात्मक सिरा धारामापी से होकर विसर्पी कुंजी से जोड़ते हैं जिसका परिवर्ततीय संपर्क Y है। स्मरण रहे कि $V > E$ के लिए शून्य विक्षेप बिंदु प्राप्त करना संभव नहीं होगा। अत: हम विद्युत वाहक बल E(>V) वाले एक मानक सेल का प्रयोग करते हैं, जैसा कि चित्र 17.22 में दर्शाया गया है। इसे जांचने के लिए कुंजियों k व k_1 को लगाइए और विसर्पी कुंजी को सिरों A तथा B पर दबाइए। धारामापी को दोनों सिरों पर विपरीत दिशाओं में विक्षेप का प्रदर्शन करना चाहिए। यदि ऐसा है तो परिपथ सही है।

मान लीजिए माप विसर्पी कुंजी को A से B की ओर चलाना प्रारम्भ करते हैं। Y′ स्थिति में मान लीजिए तार की लंबाई AY′ पर विभवपात वोल्टेज V. से कम है। तब वोल्टेज V के कारण लूप $AY'XA$ में धारा का मान AY′ में विभवान्तर के कारण धारा के मान से अधिक होता है। अत: धारामापी में एक ओर धारा प्रवाहित होती है। फिर विसर्पी कुंजी को और दूर मान लीजिए Y″ तक चलाया जाता है जिससे AY″ पर विभवपात वोल्टेज V से अधिक हो धारामापी दूसरी दिशा में विक्षेप देता है। अब Y और Y″ के बीच में विसर्पी कुंजी को धीरे-धीरे घुमाया जाता है। बिन्दु Y पर स्थिति इस प्रकार की होती है कि AY″ पर विभवपात ठीक V के बराबर हो जाता है। तब बिंदु X और Y समान विभव पर हो जाते हैं जिससे धारामापी

में कोई विक्षेप नहीं होता है। अर्थात शून्य विक्षेप की स्थिति आ जाती है। यदि आप AY की लंबाई l_1 लें तो

$$V = k\ell_1 = \frac{E\ell_1}{\ell} \qquad (17.29)$$

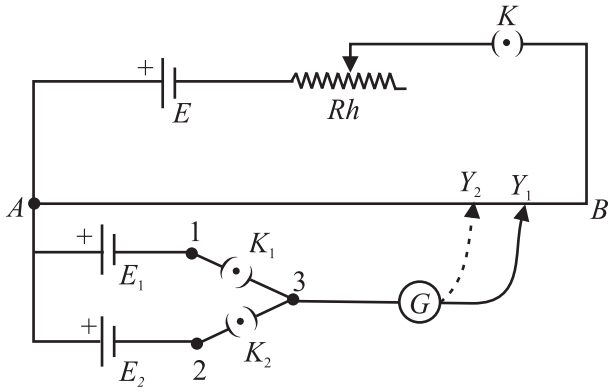
इस प्रकार बिना धारा प्रवाहित हुए ही एक अज्ञात वोल्टेज V का मान ज्ञात किया जा सकता है।

एक विभवमापी के निम्न लाभ हैं:

- जब विभवमापी संतुलित होता है तो मापन किए जाने वाले परिपथ, में कोई धारा नहीं बहती है।
- यह जिस परिपथ में जोड़ा जाता है उसकी दशा में परिवर्तन नहीं करता है।
- इसमें मापन के लिए शून्य विक्षेप की स्थिति उपयोग की जाती है, अत: धारामापी के अंशांकन की आवश्यकता नहीं रहती।

17.8.3 विभवमापी द्वारा दो सेलों के विद्युत वाहक बलों की तुलना करना

आप एक विभवभावी प्रयोग करके सेल का विद्युत वाहक बल ज्ञात करना सीख चुके हैं। उसी तकनीक को आगे बढ़ाकर हम दो सिलों के विद्युत वाहक बलों की तुलना करेंगे। उदाहरण के लिए हम एक डेनियल सेल व एक लेक्लांशी सेल लेते हैं। मान लीजिए इनके विद्युत वाहक बल क्रमश: E_1 और E_2 हैं। परिपथ 17.23 की भांति विभवमापी को परिपथ में जोड़ते हैं। एक E_1 विद्युत वाहक बल के सेल को कुंजी के 1 व 3 सिरों के बीच प्लग लगाकर परिपथ में जोड़ते हैं। जैसा कि पहले बताया जा चुका है, विभवमापी के तार पर विसर्पी कुंजी को खिसकाकर संतुलन बिंदु ज्ञात कर लेते हैं। मान लीजिए कि संतुलन बिंदु Y_1 पर है तथा लंबाई $AY_1 = l_1$। फिर विद्युत वाहक बल E_2 के दूसरे सेल को कुंजी के 2 व 3 सिरों के मध्य प्लग लगाकर परिपथ से जोड़ते हैं। पुन: संतुलन प्राप्त करते हैं। मान लीजिए यह बिंदु Y_2 पर प्राप्त होता है, तथा लंबाई $AY_2 = l_2$



चित्र. 17.23 : E_1 और E_2 सेलों के विद्युत वाहक बलों की तुलना। सेल E का विद्युत वाहक बल E_1 और E_2 के अलग-अलग मानों से अधिक होना चाहिए।

विभवमापी का सिद्धांत लगाने पर हम लिख सकते हैं

$$E_1 = kl_1 \text{ and } E_2 = kl_2$$

जहां पर k तार AB.की विभवमापी प्रवणता है। अत:

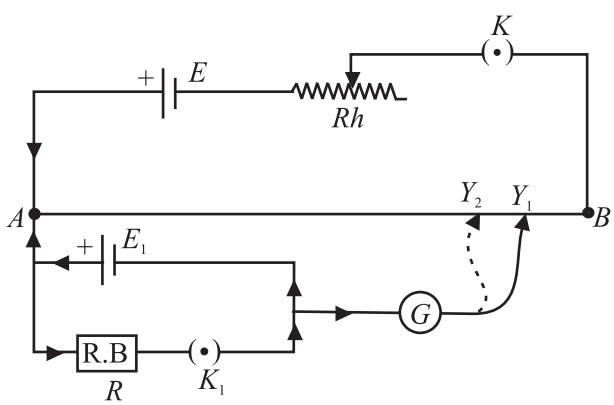
$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{\ell_1}{\ell_2} \qquad (17.30)$$

17.8.4 सेल का आंतरिक प्रतिरोध ज्ञात करना

आप जान चुके हैं कि सेल अपने में से होकर प्रवाहित होने वाली धारा पर प्रतिरोध लगाता है जो प्राय: अत्यधिक न्यून होता है। यह प्रतिरोध सेल का आंतरिक प्रतिरोध कहलाता है और सेल के आकार पर निर्भर करता है। अर्थात द्रव में डूबी प्लेटों के क्षेत्रफल, प्लेटों के बीच की दूरी तथा सेल में प्रयुक्त विद्युत अपघट्य की साँद्रता पर निर्भर करता है।

अब हम सीखेंगे कि विभवमापी के उपयोग से किस तरह एक सेल का आंतरिक प्रतिरोध मापा जाता है। चित्र 17.24 को देखें। यह E_1 विद्युत वाहक बल वाले एक सेल के आंतरिक प्रतिरोध $'r'$ को मापने के लिए परिपथ आरेख को दर्शाता है। सेल के समान्तर क्रम में एक प्रतिरोध बक्स और एक कुंजी K_1 जोड़ें। प्राथमिक परिपथ में एक मानक सेल, एक धारा नियंत्रक और एक दिशीय कुंजी K होती है। जैसे ही कुंजी K बंद की जाती है तार AB से होकर धारा I प्रवाहित होती है। कुंजी K_1 खुली रखी जाती है और विसर्पी कुंजी को सरकाकर सेल के साथ संतुलन स्थिति ज्ञात कर लेते हैं। मान लीजिये यह Y_1. पर है। यदि $AY_1 = l_1$. तब

$$E_1 = kl_1 \qquad (17.31a)$$



चित्र. 17.24 : एक सेल के आंतरिक प्रतिरोध का मापन

अब कुंजी K_1 बंद कर दी जाती है। इससे सेल में प्रतिरोध उत्पन्न हो जाता है। सेल E_1 के कारण लूप RK_1E_1 में धारा I_1 प्रवाहित होगी। इस धारा I का मान ओम के नियम से

$$I_1 = \frac{E_1}{R+r}$$

जहां r सेल का आतंरिक प्रतिरोध है। अब सेल के सिरों का विभवान्तर V_1 उसके विद्युत वाहक बल E_1 से $I_1 r$ परिमाण से कम है। V_1 का मान है

$$V_1 = I_1 R = \frac{E_1}{R+r} R$$

अब मुख्य परिपथ की धारा I को बिना बदले विभवान्तर V_1 को विभवमापी के तार पर संतुलित होते हैं। संतुलन बिंदु Y_2 पर प्राप्त होता है जहां $AY_2 = l_2$ तथा

$$V_1 = kl_2 \qquad (17.31b)$$

समीकरण 17.30 और समीकरण 17.33 की सहायता से हमें निम्न संबंध प्राप्त होता है

$$\frac{E_1}{V_1} = \frac{\ell_1}{\ell_2} = \frac{R+r}{R}$$

या

$$r = R\left(\frac{l_1}{l_2} - 1\right) \qquad (17.32)$$

इस प्रकार R_1, l_1 और l_2 ,का मान ज्ञात होने पर r का मान ज्ञात किया जा सकता है।

उदाहरण 17.10 : विभवमापी के तार की लंबाई 5 m है। यह एक नियत विद्युत वाहक बल की बैटरी से जोड़ा गया है। डेनियल सेल के लिए शून्य विक्षेप बिंदु 100 cm पर प्राप्त होता है। यदि तार की लम्बाई 7 m रखी जाए तब शून्य विक्षेप स्थिति क्या होगी?

हल: मान लीजिए कि बैटरी का विद्युत वाहक बल E वोल्ट है। 5 m लंबाई के लिए विभव प्रवणता

$$k_1 = \frac{E}{5} \text{ Vm}^{-1}$$

जब विभवमापी के तार की लंबाई 7 m ली जाती है तब विभव प्रणवता का मान होगा।

$$k_2 = \frac{E}{7} \text{ Vm}^{-1}$$

अब यदि शून्य विक्षेप स्थिति l_2 मीटर पर प्राप्त होता है तो

$$E_1 = k_2 \ell_2 = \frac{E}{7} \ell_2$$

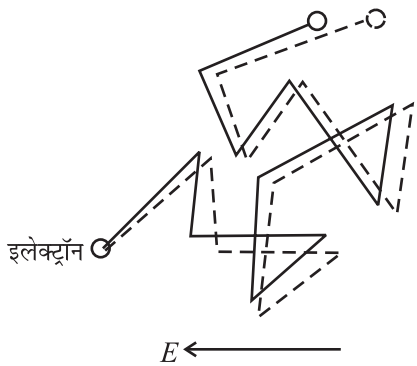
यहां पर एक ही सेल से दो विन्यासों में संतुलन प्राप्त किया गया है। अत:

$$\frac{E}{5} = \frac{E}{7} \ell_2$$

$$\Rightarrow \qquad \ell_2 = 7/5 = 1.4\text{m}$$

17.9 इलेक्ट्रॉनों का अपवाह वेग

अब हम धातुओं में विद्युत चालन की सूक्ष्मदर्शीय छवि को समझने का प्रयास करते हैं। यहां पर एक सरल प्रतिरूप लिया जा रहा है। इस प्रतिरूप का महत्त्व इस तथ्य में निहित है कि यह ओम के नियम की पुष्टि करता है।



चित्र. 17.25 :एक विद्युत क्षेत्र में रखे चालक में इलेक्ट्रॉनों का अपवाह।

हम मानते हैं कि धात्विक ठोसों में परमाणुओं का एक नियमित आवर्ती विन्यास होता है। प्रत्येक परमाणु सामान्यत: मुक्त इलेक्ट्रॉनों का योगदान देता है जिन्हें चालन इलेक्ट्रॉन भी कहते हैं। ये इलेक्ट्रॉन पदार्थ के सम्पूर्ण आयतन में सादृच्छिक ढंग से गति करने को स्वतंत्र होते हैं। लगभग उसी प्रकार जैसे कि गैस के अणु किसी पात्र में मुक्त रूप से विचरण करते हैं। इसी कारण से कभी-कभी चालन इलेक्ट्रॉनों को *इलेक्ट्रॉन गैस* भी कहा जाता है। चालन इलेक्ट्रानों की औसत गति लगभग $10^6 ms^{-1}$ के कोटि की होती हैं।

विद्युत क्षेत्र की अनुपस्थिति में चालक से कोई धारा प्रवाहित नहीं होती है, क्योंकि मुक्त इलेक्ट्रॉनों का *औसत वेग* शून्य है। $+x$ दिशा में चलने वाले इलेक्ट्रॉनों की संख्या $-x$ दिशा में चलने वाले इलेक्ट्रॉनों की संख्या के बराबर होती है। अत: किसी दिशा में आवेश का नेट प्रवाह नहीं होता।

चालन इलेक्ट्रॉन ठोस के परमाणुओं से बार-बार टकराते हैं। मुक्त इलेक्ट्रॉन विद्युत क्षेत्र की दिशा के विपरीत गति करते हैं। इलेक्ट्रॉनों का औसत अपवाह वेग $10^{-4} ms^{-1}$ की कोटि का होता है। यह इलेक्ट्रानों के दो क्रमिक संघट्टों के बीच के वेग की तुलना में बहुत कम होता है। विद्युत क्षेत्र लगाए जाने पर, चालन इलेक्ट्रॉन त्वरित हो जाते हैं। इलेक्ट्रॉनों द्वारा प्राप्त की गई अतिरिक्त ऊर्जा परमाणुओं के साथ संघट्ट में क्षय हो जाती है। परमाणु ऊर्जा प्राप्त करते हैं और अधिक तेजी से कंपन करते हैं। चालक गर्म हो जाता है। चित्र 17.25 दर्शाता है कि विद्युत क्षेत्र के लगाए जाने पर इलेक्ट्रॉनों की गति कैसे परिवर्तित होती है।

अब हम चालन इलेक्ट्रानों के अपवाह वेग के लिए एक व्यंजक प्राप्त करेंगे।

माना e और m क्रमश: इलेक्ट्रॉन का आवेश व द्रव्यमान हैं और E विद्युत क्षेत्र है। इलेक्ट्रॉन पर लगने वाला बल eE है। अत: इलेक्ट्रॉन पर लगने वाला त्वरण होगा।

$$\mathbf{a} = \frac{e\mathbf{E}}{m}$$

यदि संघट्टों के बीच का औसत समय τ हो तो

$$\boldsymbol{v}_d = \frac{e\mathbf{E}}{m}\tau$$

समीकरण (17.4) के प्रयोग द्वारा इस परिणाम से हम धारा का व्यंजक ज्ञात कर पाते हैं:

$$I = -neAv_d$$

$$= -neA\frac{eE}{m}\tau$$

$$= -\frac{Ane^2E}{m}\tau$$

चूँकि विद्युत क्षेत्र विभव की ऋणात्मक स्थानिक प्रवणता $\left(E = -\frac{\partial V}{\partial r}\right)$ है। धारा के व्यंजक को हम निम्न प्रकार से लिख सकते हैं।

$$I = +\frac{ne^2A}{m}\frac{V}{\ell}\tau \qquad (17.33)$$

$$\Rightarrow \qquad \frac{V}{I} = \frac{m}{ne^2\tau}\frac{\ell}{A} = R \qquad (17.34)$$

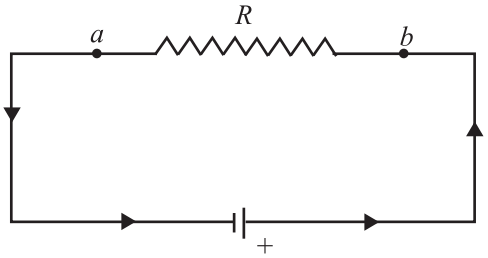
समीकरण (17.34) दर्शाता है कि चालन धारा ओम के नियम का पालन करती है।

समीकरण (17.4) के प्रयोग द्वारा इस परिणाम को हम निम्न प्रकार व्यक्त कर सकते हैं।

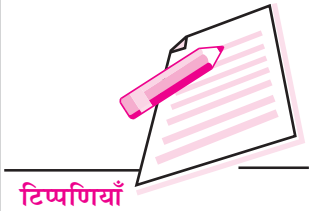
$$\rho = \frac{1}{\sigma} = \frac{m}{ne^2\tau} \qquad (17.35)$$

17.10 विद्युत परिपथ में ऊर्जा की खपत

हम नीचे दर्शाए गए परिपथ पर विचार करते हैं जहां एक बैटरी को एक बाहरी प्रतिरोधक के साथ जोड़ दिया गया है (चित्र 17.26) धनावेश (मान्यता के अनुसार) प्रतिरोधक में विद्युत धारा की दिशा में प्रवाहित होते है व बैटरी के अंदर ऋणात्मक सिरों से धनात्मक सिरे की ओर प्रवाहित होते हैं। दो बिंदुओं के बीच विभावान्तर आवेशों को गतिज ऊर्जा प्रदान करता है। ये गतिशील आवेश प्रतिरोधक में परमाणुओं (आयनों) से टकराते हैं और इस तरह अपनी गतिज ऊर्जा का एक भाग खो देते हैं। यह ऊर्जा प्रतिरोधक के ताप के साथ बढ़ती है। गतिशील आवेशों की ऊर्जा की क्षतिपूर्ति बैटरी की रासायनिक ऊर्जा के व्यय द्वारा होती है।



चित्र. 17.26 : बैटरी व प्रतिरोधक युक्त परिपथ ऊर्जा की खपत दो बिंदुओं a व *b* के बीच विभवान्तर व प्रतिरोधक से गुजरने वाली धारा पर निर्भर करती है



एक ΔQ मात्रा के गतिशील आवेश के प्रतिरोधक से गुजरने पर स्थितिज ऊर्जा के ह्रास की दर

$$\frac{\Delta U}{\Delta t} = V\frac{\Delta Q}{\Delta t} = VI \qquad (17.36)$$

जहां पर I विद्युत धारा और V प्रतिरोधक के सिरों के बीच विभवान्तर है।

यह माना जाता है कि संयोजक तारों का प्रतिरोध नगण्य होता है। कुल ह्रास प्रतिरोधक R में ही होता है। ऊर्जा खपत की दर को शक्ति के रूप में परिभाषित करते हैं:

$$P = VI$$

चूँकि $V = IR$

$$P = I^2R = V^2/R \qquad (17.37)$$

शक्ति का SI मात्रक वाट (w) है।

ऊष्मा के रूप में चालक में क्षय हुई विद्युत शक्ति को *जूल ऊष्मा* कहते है। उत्पन्न ऊष्मा (i) धारा के वर्ग यानि I^2 की समानुपातिक है (ii) चालक के प्रतिरोध R की समानुपातिक है और (iii) वह समय t जब तक धारा प्रवाहित की जाती है, उसके समानुपातिक है।

कथन $Q = I^2 Rt$, धारा के तापीय प्रभाव के लिए जूल का नियम कहलाता है।

उदाहरण: 17.11 : आपके घर में 220 वोल्टेज की आपूर्ति के साथ 60W का बल्ब जुड़ा है। बल्ब द्वारा उपभोग में लाई गई शक्ति, बल्ब के तंतु का प्रतिरोध व बल्ब से गुजरने वाली धारा का मान ज्ञात कीजिए।

हल : हम जानते हैं कि $I = P/V$

$$\therefore \quad = \frac{60\text{W}}{220\text{V}} = \frac{3}{11}\text{A} = 0.27\text{A}$$

बल्ब का प्रतिरोध

$$R = \frac{V}{I}$$

$$= \frac{220V}{3/11A}$$

$$= \frac{220\times 11}{3}\Omega = 807\Omega$$

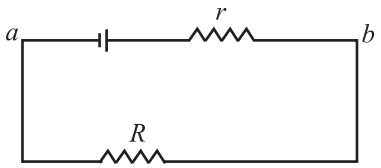
बल्ब प्रति सेंकड 60J ऊर्जा का उपयोग करता है। एक घंटे में यह 60 Wh और एक दिन में $60 \times 24 = 1440$ ऊर्जा है। एक दिन में ऊर्जा की खपत =1.440 WH आम व्यक्ति की भाषा में, इसे 1.4 इकाई ऊर्जा कहते हैं।

पाठगत प्रश्न 17.4

1. जब सेल से ली जाने वाली धारा बढ़ जाती है तो इसकी प्लेटों के बीच विभवान्तर घट जाता है। क्यों?

2. एक धात्विक तार का प्रतिरोध 20° C पर 30Ω व 40° C व 30.16Ω है। प्रतिरोध का ताप गुणांक ज्ञात कीजिए।

3. एक सेल का विद्युत वाहक बल 5.0 V व परिपथ में R 4.5Ω है। यदि a व b बिंदुओं के बीच विभवान्तर 3.0 V हो तो सेल का आतंरिक प्रतिरोध r ज्ञात करें।



4. एक विभवमापी परिपथ में एक अज्ञात विद्युत वाहक बल मापे जाने पर A से 45cm पर शून्य विक्षेप स्थिति प्राप्त होती है। परिपथ में एक 102V का सेल जोड़ दिए जाने पर यह शून्य विक्षेप स्थिति A से 30 cm पर चला जाता है। एक मानक सेल E हमेशा परिपथ में स्थिर धारा प्रवाहित करता है। अज्ञात विद्युत वाहक बल का मान ज्ञात करें।

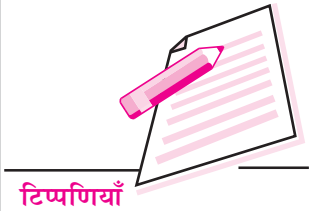
5. एक विभवमापी परिपथ का प्रयोग दो सेलों E_1 व E_2 के विद्युत वाहक बलों की तुलना के लिए किया जाता है। शून्य विक्षेप स्थिति E_1 व E_2 के लिए क्रमशः 30 cm व 45 cm पर प्राप्त होते हैं। यदि $E_2 = 3.0$ V तो E_1 का मान ज्ञात करें।

6. एक 0.30A की धारा एक 500Ω के प्रतिरोध से होकर गुजरती है। प्रतिरोधक में कितनी ऊर्जा का क्षय होता है?

7. आपके पास दो विद्युत बल्ब हैं जिनमें 40W, 220V और 100W, 220 V छपा है। 220 V विद्युत आपूर्ति के लिए प्रत्येक बल्ब की धारा व प्रतिरोध का मान ज्ञात करें।

आपने क्या सीखा

- अपवाह वेग वह वह औसत वेग है जिससे किसी चालक में विद्युत क्षेत्र लगाने पर इलेक्ट्रॉन विद्युत क्षेत्र की विपरीत दिशा में गति करते हें।
- चालक के किसी अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल में बहने वाली विद्युत धारा उस क्षेत्रफल के एक ओर से दूसरी ओर स्थानांतरित होने वाले आवेश की दर होती है। धारा का मात्रक एम्पियर है जो A से व्यक्त होता है।



- ओम के नियम के अनुसार यदि भौतिक स्थितियां जैसे ताप व दाब आदि समान रहें तो किसी चालक से प्रवाहित होने वाली धारा विभवान्तर के समानुपाती होती है।
- V/I अनुपात को प्रतिरोध कहते हैं और इसे R से व्यक्त करते हैं। प्रतिरोध का मात्रक ओम है। इसे Ω से दर्शाया जाता है।
- यदि किसी चालक के प्रतिरोध के लिए V/I का मान स्थिर न होकर लगाई गई वोल्टेज पर निर्भर करता है तो इस प्रतिरोधक को अन् ओमीय प्रतिरोध कहते हैं।
- किसी पदार्थ की प्रतिरोधकता (या विशिष्ट प्रतिरोध) उस पदार्थ के एक मीटर लंबे और एक वर्ग मीटर अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल वाले तार द्वारा लगाया गया प्रतिरोध है। इसका मात्रक ओम-मीटर है।
- प्रतिरोधकों के श्रेणी संयोजन के लिए तुल्य प्रतिरोध सभी प्रतिरोधों के योग के बराबर होता है।
- समान्तर क्रम में प्रतिरोधकों के संयोजन के लिए तुल्य प्रतिरोध का व्युत्क्रम सभी प्रतिरोध कों के अलग-अलग प्रतिरोधों के व्युत्क्रम का योग होता है।
- प्राथमिक सेलों को पुनरावेशित करके बार-बार उपयोग में नहीं लाया जा सकता जबकि द्वितीयक सेलों को बार-बार पुनरावेशित किया जा सकता है।
- किरखौफ के नियम जटिल विद्युत परिपथों का एक व्यवस्थित ढंग से अध्ययन करने में सहायक होते हैं। प्रथम नियम बताता है कि किसी एक बिंदु की ओर आने वाली धाराओं और उस बिंदु से दूर जाने वाली धाराओं का योग बराबर होता है।

  नियम II बतलाता है कि किसी बंद विद्युत परिपथ में सभी विभवान्तरों का कुल योग शून्य होता है।
- व्हीटस्टोन ब्रिज की सहायता से अज्ञात प्रतिरोध (S) के मान को (P, Q और R) प्रतिरोधों से इसकी तुलना करके ज्ञात किया जा सकता है। संतुलन की स्थिति में

  $P/Q = R/S.$
- किसी सेल का विद्युत वाहक बल उसके सिरों के उस विभवान्तर के बराबर होता है जब इससे कोई परिपथ न जुड़ा हो।
- विभवमापी बिना धारा प्रवाहित किए वोल्टेज मापता है। इसलिए एक ऐसे स्रोत, जिसका आंतरिक प्रतिरोध काफी अधिक है, के विद्युत वाहक बल को मापने में भी इसका उपयोग हो सकता है।
- किसी चालक में इलेक्ट्रॉनों का अपवाह वेग इस प्रकार से सूत्रबद्ध होता है: $\upsilon_d = -\frac{eE}{m}\tau$.
- एक विद्युत परिपथ में जूल तापन के कारण शक्ति की खपत होती है

$$P = VI = I^2R = \frac{V^2}{R}$$

पाठांत प्रश्न

1. बाह्य विद्युत क्षेत्र के प्रभाव से एक धात्विक चालक में मुक्त इलेक्ट्रॉनों के अपवाह की व्याख्या करें व अपवाह वेग के लिए व्यंजक प्राप्त करें।

2. विद्युत धारा की परिभाषा दीजिए और ओम के नियम की विवेचना कीजिए।

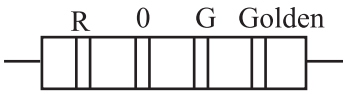
3. चालक की प्रतिरोधकता की परिभाषा दीजिए। एक तार का प्रतिरोध कैसे उसके पदार्थ की प्रतिरोधकता, इसकी लंबाई व अनुप्रस्थ काट के क्षेत्रफल पर निर्भर करता है?

4. विद्युत चालकता की परिभाषा दीजिए। इसका मात्रक लिखिए। किसी चालक की चालकता कैसे उसके मुक्त इलेक्ट्रॉनों के संख्या घनत्व पर निर्भर करती है?

5. ओमीय व अन्-ओमीय प्रतिरोधों में अंतर स्पष्ट कीजिए। अन्-ओमीय प्रतिरोधों के कुछ उदाहरण दीजिए।

6. पदार्थ की प्रतिरोधकता पर ताप का क्या प्रभाव पड़ता है? ताप बढ़ने पर पदार्थ की विद्युत चालकता क्यों घटती हैं?

7. चित्र में प्रदर्शित प्रतिरोधक पर बाएं पढ़े जाने वाले रंग लाल, नारंगी, हरा व स्वर्णिम हैं। कलर कोड के अनुसार इसका प्रतिरोध क्या है?



8. R_1, R_2, R_3 प्रतिराधों के तीन प्रतिरोधक (i) श्रेणी क्रम (ii) समान्तर क्रम में जुड़े है। प्रत्येक दशा में तुल्य प्रतिरोध का मान ज्ञात करें।

9. किसी सेल के इलेक्ट्रॉनों के बीच विद्युत वाहक बल और विभवान्तर में क्या अंतर है? दोनों के बीच संबंध स्थापित कीजिए।

10. प्राथमिक एवं द्वितीयक सेलों के बीच अन्तर की व्याख्या कीजिए।

11. एक विद्युत नेटवर्क में धाराओं का विद्युत वाहक बलों को नियंत्रित (निर्धारित) करने के लिए किरखौफ के नियम क्या हैं?

12. प्रतिरोध मापन के लिए व्हीटस्टोन विधि का सिद्धांत दीजिए।

13. विभवमापी के सिद्धांत की विवेचना कीजिए।

14. विभवमापी की सहायता से आप एक अज्ञात विभव का मान कैसे ज्ञात करेंगे?

15. दो सैलों के विद्युत वाहक बल की तुलना के लिए विभवमापी विधि का वर्णन कीजिए।

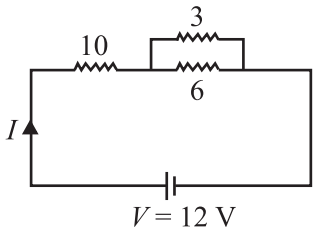
16. एक विभवमापी की सहायता से आप एक सेल का आंतरिक प्रतिरोध कैसे ज्ञात करेंगे? सेल के आंतरिक प्रतिरोध के लिए कौन से कारक उत्तरदायी होते हैं?

17. 1 m लंबे व 0.1 mm त्रिज्या वाले तार का प्रतिरोध 100Ω है। उसके पदार्थ की प्रतिरोध कता ज्ञात कीजिए।

18. 4m लंबे तथा $1mm^2$ अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल वाले तार में 2A एम्पीयर धारा प्रवाहित हो रही है। यदि तार के पदार्थ के प्रत्येक घन मीटर में 10^{29} मुक्त इलेक्ट्रॉन है तो एक इलेक्ट्रॉन द्वारा तार की पूरी लंबाई को पार करने में लगे औसत समय की गणना कीजिए।

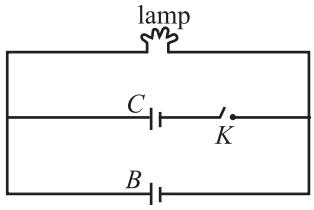
19. मान लीजिए आपके पास तीन प्रतिरोधक हैं जिनमें से प्रत्येक का मान 30Ω है। उन सभी प्रतिरोधकों की सूची बनाइये जो इनकी सहायता से प्राप्त किए जा सकते है।

20. 6.0V विद्युत वाहक बल तथा 1Ω आंतरिक प्रतिरोध वाली बैटरी को जब बाह्य प्रतिरोधक से जोड़ा जाता है तो उसके सिरों के बीच का विभवान्तर गिरकर 5.8V हो जाता है। बाह्य प्रतिरोधक का प्रतिरोध ज्ञात कीजिए।



21. चित्र में दिखाए गए परिपथ के लिए धारा I व तुल्य प्रतिरोध R का मान ज्ञात कीजिए।

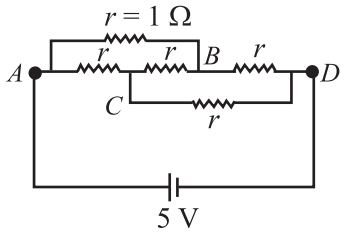
22. दाएं चित्र में दर्शाए गए विद्युत नेटवर्क में एक बल्ब एक संधारित्र व एक बैटरी लगे हैं। बैटरी से सीधे जोड़े जाने पर बल्ब जलता है। इस परिपथ के स्विच को बंद कर देने पर क्या होगा?



23. निम्न व्हीटस्टोन ब्रिज संतुलित है। गणना कीजिए।

(a) परिपथ के तुल्य प्रतिरोध R का मान

(b) AB और DC में भुजाओं विद्युत धारा



पाठगत प्रश्नों के उत्तर

17.1

1. (a) धारा आधी हो जाती है क्योंकि तार का प्रतिरोध दोगुना हो जाता है।

   (b) धारा का मान दोगुना हो जाता है क्योंकि प्रतिरोध आधा हो जाता है।

2. प्रतिरोधकता तार के पदार्थ का गुण है। यह तार की लंबाई या अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल में परिवर्तन के साथ नहीं बदलता।

   $\rho = 2 \times 10^{-8}\ \Omega m$

3. $R = \dfrac{V}{I} = \dfrac{8}{0.15} = \dfrac{800}{15} = 53.3\,\Omega$

   $R = \dfrac{P\ell}{A}$ $\quad \dfrac{800}{15}$ $\quad \dfrac{3}{2\times10^{-4}}$ $\quad \dfrac{800\times2\times10^{-4}}{15\times3} = 35.5\times10^{-4}\ \Omega m.$

4. नहीं केवल धात्विक चालक ही एक सीमा तक ओम के नियम का पालन करते हैं। अध चालक और विद्युत अपघट्य ओम के नियम का पालन नहीं करते हैं।

5. $I = \frac{q}{\tau} = \frac{n|e|}{t} = \frac{5\times10^{17}\times1.6\times10^{-19}}{1}\text{A} = 0.8\times10^{-3}\text{A} = 0.8\text{ mA}$

धारा की दिशा इलेक्ट्रॉनों के प्रवाह की दिशा के विपरीत अर्थात् दाएं से बाएं होती है।

17.2

1. समान्तर क्रम में 1 एक ऐसी स्थिति में वे अपने कार्यों के लिए आवश्यक विभिन्न धाराएं खींच सकते हैं और विभिन्न स्विचों की सहायता से स्वतंत्र रूप से कार्य कर सकते है।

2. हम एक वोल्टेज स्टेबलाइजर (स्थिरक) का प्रयोग करते हैं।

3. $R = R_1 + \frac{R_2R_3}{R_2+R_3} + R_4 = 2 + \frac{10}{3} + 7 = 12.3\ \Omega$

17.3

1. *ABCDA* लूप के लिए किरखौफ के दूसरे नियम का प्रयोग करने पर

$2I_1 + 4I_1 + 3I_3 = 24$

$6I_1 + 3I_3 = 24 \quad ...(1) \quad \Rightarrow \quad 2I_1 + I_3 = 8 \quad ....(1)$

इसी प्रकार लूप *DCBFD* के लिए हम लिख सकते हैं

$-3I_3 + 6I_2 = 12 \quad \Rightarrow \quad 2I_2 - I_3 = 4 \quad ...(2)$

जंक्शन *D* पर किरखौफ के पहले नियम का प्रयोग करने पर

$I_2 + I_3 = I_1$

समीकरण (1) में रखने पर–

$2I_2 + 3I_3 = 8$

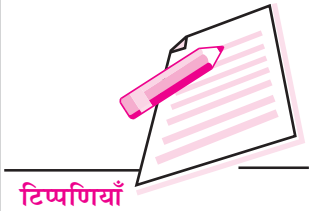
$2I_2 - I_3 = 4$

$4I_3 = 4$

$I_3 = 1A$

समी. (2) में रखने पर

$2I_2 = 5 \Rightarrow I_2 = 2.5\text{ A}$



2. $\frac{P}{Q} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$ और $\frac{R}{S} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

$$\frac{P}{Q} = \frac{R}{S}$$

$\therefore$ ब्रिज संतुलित हैं

अत: $V_B = V_D$ और $I_2 = 0$

$$I_1 = \frac{V}{I} = \frac{12}{18} = \frac{2}{3}\text{A}$$

और

$$I - I_1 = \frac{12}{9} = \frac{4}{3}\text{A}$$

17.4

1. $V = E - Ir$ I का मान बढ़ने पर V घटता है।

2. $R_{20} = R_0\,(1 + 20\,\alpha)$

$$R_{40} = R_0\,(1 + 40\alpha)$$

$$\frac{R_{40}}{R_{20}} = \frac{1 + 40\,\alpha}{1 + 20\,\alpha}$$

$$\frac{1 + 40\,\alpha}{1 + 20\,\alpha} = \frac{30.16}{30} = 1 + \frac{0.16}{30}$$

$$1 + \frac{20\,\alpha}{1 + 20\,\alpha} = 1 + \frac{0.16}{30}$$

$$\frac{20\,\alpha}{1 + 20\,\alpha} = \frac{0.16}{30}$$

वज्र गुणन करने पर $600\alpha = 0.16 + 3.2\alpha$

$$\Rightarrow \quad \alpha \simeq \frac{0.16}{600} = 2.67 \times 10^{-4}\,\text{K}^{-1}$$

3. $I = \frac{V}{R} = \frac{3}{4.5} = \frac{30}{45} = \frac{2}{3}\text{A}$

$$V = \quad -Ir \qquad 3 \quad 5 \quad \frac{2}{3}r$$

$$\therefore r = \frac{2 \times 3}{2} = 3\Omega$$

4. $\frac{E_2}{E_1} = \frac{\ell_2}{\ell_1}$ $\frac{1.02}{E_1}$ $\frac{30}{45}$ E_1 0.51 $\frac{3}{2}$ 1.53V

5. $\frac{E_2}{E_1} = \frac{\ell_2}{\ell_1}$

$\frac{E_1}{3} = \frac{2}{3}$

$E_1 = 2\ V$

6. $P = IV$

$= 3 \times 0.3 \times 500$

$= 45$ WaH.

7. $I = \frac{P}{V}$ I_1 $\frac{40}{220}$ $\frac{2}{11}$A और $I_2 = \frac{100}{220} = \frac{5}{11}$A

$R = \frac{V^2}{P}$ I_1 $\frac{40}{220}$ $\frac{2}{11}$A $\frac{V^2}{P}$ R_1 $\frac{220 \times 220}{40}$ 1210

और $R_2 = \frac{220 \times 220}{100} = 484\Omega$

पाठांत प्रश्नों के उत्तर

17. $3.14 \times 10^{-6}\ \Omega$m. 18. 32 ms.

19. (i) सभी प्रतिरोधक श्रेणी क्रम में हैं; तुल्य प्रतिरोधक 90Ω है।

(ii) सभी प्रतिरोधक समांतर क्रम में हैं; तुल्य प्रतिरोध 10Ω है।

(iii) एक प्रतिरोधक श्रेणी क्रम में जबकि अन्य दो प्रतिरोधक समांतर क्रम में जुड़े हैं, तुल्य प्रतिरोध 45Ω है।

(iv) दो प्रतिरोधक श्रेणी क्रम में और एक प्रतिरोधक उनके समांतर क्रम में जुड़ा है; तुल्य प्रतिरोध 20Ω है।

20. 29Ω 21. $I = 1$A, $R = 12\Omega$

23. (a) $R = r = 1\Omega$ (b) $I = 2.5$A

18

विद्युत चुंबकत्व तथा विद्युतधारा के चुंबकीय प्रभाव

पाठ 15 में आपने देखा कि आवेशित छड़ें कागज के छोटे-छोटे टुकड़ों को किस प्रकार आकर्षित करती हैं। आप चुंबकों से भी खेले होंगे। ये वे पदार्थ हैं जो छोटे-छोटे लोहे के टुकड़ों को आकर्षित करते हैं। क्या आपने विद्युत तथा चुंबकत्व के मध्य किसी संबंध के बारे में कभी सोचा है? इनके मध्य संबंध की खोज ऑर्स्टेड ने 1820 में की थी। अब हम निश्चित रूप से जानते हैं कि चुंबकत्व और विद्युत में घनिष्ठ संबंध है।

इस पाठ में आप चुंबकों के व्यवहार और उनके प्रयोगों तथा विद्युत धारा के चुंबकीय प्रभावों के बारे में जानेंगे। धारा का वहन करने वाले चालकों तथा चुंबकीय क्षेत्र में गतिमान आवेशों पर भी चर्चा की जाएगी। इन सिद्धांतों के आधार पर हम मोटरों जैसी विद्युत युक्तियों तथा ऐमीटर, वोल्टमीटर, गैल्वेनोमीटर जैसी मापन युक्तियों की कार्य पद्धति पर चर्चा करेंगे।

उद्देश्य

इस पाठ के अध्ययन के पश्चात् आप:

- चुबंकीय क्षेत्र और उसके SI मात्रक को परिभाषित कर सकेंगे;
- पृथ्वी के चुंबकीय क्षेत्र के अवयवों को सूचीबद्ध कर सकेंगे और उनके मध्य संबंध दर्शा पाएंगे;
- धारा के चुंबकीय प्रभाव तथा ऑर्स्टेड के प्रयोग का वर्णन कर सकेंगे;
- बायो-सावर्ट नियम की परिभाषा और उसके अनुप्रयोग की व्याख्या कर सकेंगे;
- ऐम्पियर परिपथयी नियम की व्याख्या कर सकेंगे और उसके अनुप्रयोगों का वर्णन कर पाएंगे;
- एकसमान विद्युत क्षेत्र एवं चुंबकीय क्षेत्र में आवेशित कण की गति का वर्णन कर सकेंगे;
- साइक्लोट्रॉन की रचना एवं कार्यविधि की व्याख्या कर सकेंगे;

- एक समान चुंबकीय क्षेत्र में स्थित धारा वाहक चालक द्वारा अनुभव किए गए बल के लिए व्यंजक व्युत्पन्न कर सकेंगे;
- परस्पर समांतर स्थित दो अनंततः लंबे धारा वाहक चालकों के मध्य बल के लिए व्यंजक व्युत्पन्न कर पाएंगे; और
- गैलवेनोमीटर, ऐमीटर तथा वोल्टमीटर के कार्य सिद्धांत की व्याख्या कर सकेंगे।

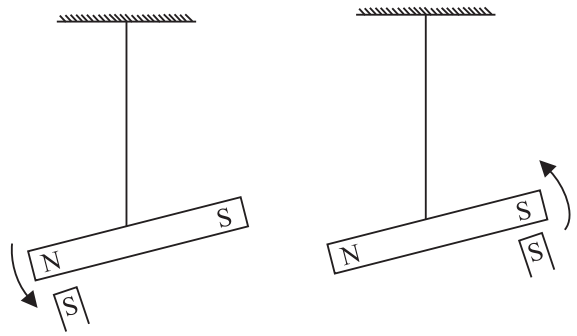
18.1 चुंबक और उनके गुणधर्म

चुंबकत्व की परिघटना 600 BC से ही युनानियों को ज्ञात थी। उन्होंने देखा कि मैग्नेटाइट (Fe_3O_4) कहलाने वाले, कुछ पत्थर; लोहे के टुकड़ों को आकर्षित करते हैं। प्रकृति में पाए जाने वाले मैग्नेटाइट के ये टुकड़े; प्राकृतिक चुंबक कहलाते हैं। प्राकृतिक चुंबक दुर्बल होते हैं परंतु लोहा, निकेल, कोबाल्ट जैसे पदार्थ प्रबल स्थायी चुंबकों में परिणित किए जा सकते हैं। सभी चुंबकों में चाहे वे प्राकृतिक हो या कृत्रिम, समान गुण होते हैं। आप चुम्बकों के मूलभूत गुणधर्मों से परिचित होंगे। पूर्णता की दृष्टि से हम यहां उनकी पुनरावृत्ति कर रहे हैं:

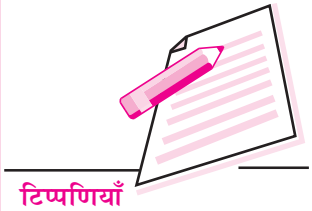
(i) **दैशिक गुणधर्म :** जब किसी लघु दंड चुंबक को उसके द्रव्यमान-केंद्र से स्वतंत्र रूप से इस प्रकार लटकाया जाता है कि वह ऊर्ध्व अक्ष के प्रति घूर्णन कर सके तो वह सदैव लगभग भौगोलिक उत्तर-दक्षिण दिशा में ठहरता है।

(ii) **आकर्षी गुणधर्म :** लोहा, निकैल तथा कोबाल्ट जैसे पदार्थों के छोटे-छोटे टुकड़ों को चुंबक आकर्षित करता है। आकर्षण-बल, चुंबक के सिरों के निकटस्थ बिंदुओं पर अधिकतम होता है। ये बिंदु चुंबक के ध्रुव कहलाते हैं। स्वतंत्र रूप से लटके हुए चुंबक में वह ध्रुव जो भौगोलिक उत्तर की ओर दिष्ट होता है, **उत्तरी ध्रुव** और जो ध्रुव भौगोलिक दक्षिण की ओर दिष्ट होता है वह **दक्षिणी ध्रुव** कहलाता है। क्या ये दैक्षिक और आकर्षी गुणध र्म यह नहीं बताते कि हमारी पृथ्वी भी चुंबक की तरह कार्य करती है? वास्तव में ऐसा ही है।

(iii) दो चुंबकों में विपरीत ध्रुव परस्पर आकर्षित तथा समान ध्रुव परस्पर प्रतिकर्षित होते हैं (चित्र 18.1)।



चित्र. 18.1 : दो-चुंबकों के विपरीत ध्रुव परस्पर आकर्षित तथा समान ध्रुव परस्पर प्रतिकर्षित करते हैं।



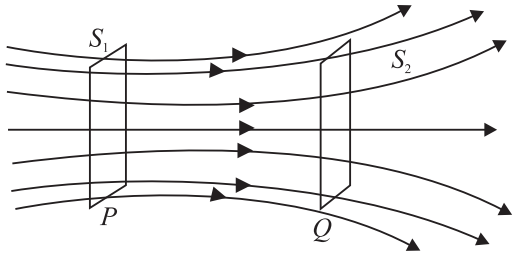
(iv) चुंबक के ध्रुवों को अलग नहीं किया जा सकता, अर्थात चुंबकीय क्षेत्र प्रदान करने वाला सरलतम नमूना एक चुंबकीय द्वि-ध्रुव होता है।

(v) जब किसी चुंबक को लोहे के टुकड़े के समीप लाया जाता है तो लोहे के टुकड़े का समीपस्थ सिरा विपरीत ध्रुवता ग्रहण कर लेता है और सुदूर सिरे की ध्रुवता वही रहती है। यह परिघटना **चुंबकीय प्रेरण** कहलाती है।

18.1.1 चुंबकीय क्षेत्र रेखाएं

चुंबकों के मध्य अथवा किसी चुंबक और लोहे के टुकड़े के मध्य अन्योन्य क्रियाएं मूलत: सुदूर क्रिया निरुपित करती है। इसे चुंबकीय क्षेत्र के पदों में समझा जा सकता है। क्षेत्र की दिशा और परिमाण को स्पष्ट रूप से देखने की अत्यंत सुविधाजनक विधि, क्षेत्र रेखाओं को खींचना है:

- किसी बिंदु पर चुंबकीय क्षेत्र सदिश **B** की दिशा, उस बिंदु पर क्षेत्र-रेखा की स्पर्श रेखा द्वारा व्यक्त की जाती है।
- रेखाओं के अनुलंब स्थित किसी पृष्ठ के इकाई क्षेत्रफल से होकर गुजरने वाली रेखाओं की संख्या, उस क्षेत्र में चुंबकीय क्षेत्र की प्रबलता के आनुपातिक होती हैं। अत: वह चुंबकीय क्षेत्र **B** प्रबल होगा जहां कि क्षेत्र रेखाएं परस्पर समीप हैं और जहां ये रेखाएं दूर-दूर हैं वहां क्षेत्र दुर्बल होगा।

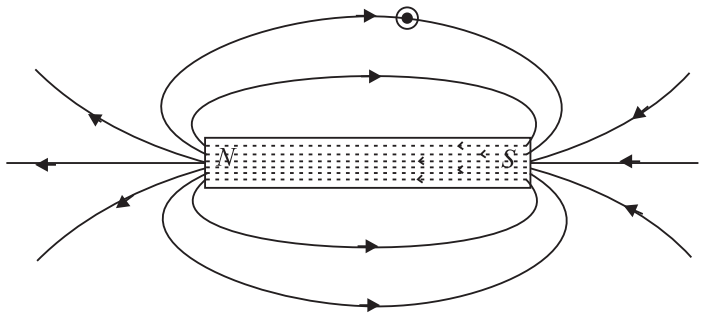


चित्र 18.2: दो समांतर पृष्ठों से होकर गुजरने वाली चुंबकीय क्षेत्र रेखाएं

चित्र 18.2 में कुछ क्षेत्र रेखाएं दर्शाई गई हैं जो समांतर पृष्ठ S_1 और S_2 से होकर गुजर रही हैं। S_1 का पृष्ठ क्षेत्रफल वही है जो S_2 का पृष्ठ क्षेत्रफल है। परंतु S_2 से होकर गुजरने वाली रेखाओं की तुलना में S_1 से होकर गुजरने वाली रेखाओं की संख्या अधिक है। अत: S_1 से होकर प्रति इकाई गुजरने वाली रेखाओं की संख्या, S_2 से होकर प्रति इकाई गुजरने वाली रेखाओं की संख्या से अधिक है। इस प्रकार हम कह सकते हैं कि Q के चारो ओर चुंबकीय क्षेत्र की तुलना में, P के चारों ओर का चुंबकीय क्षेत्र प्रबल है।

- चुंबक के बाहर, क्षेत्र रेखाएं उत्तरी ध्रुव से दक्षिणी ध्रुव की ओर तथा चुंबक के अंदर ये रेखाएं दक्षिणी ध्रुव से उत्तरी ध्रुव की ओर गमन करती हुई संवृत वक्र बनाती हैं। (चित्र 18.3)

- दो चुंबकीय क्षेत्र रेखाएं कभी भी परस्पर नहीं काटती।



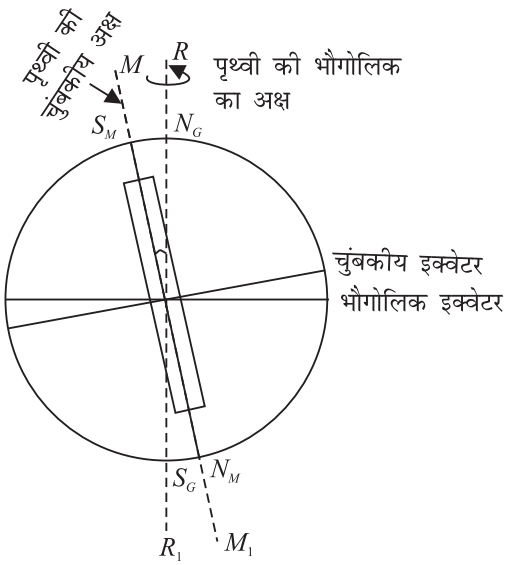
चित्र. 18.3 : दंड चुंबक की चुंबकीय क्षेत्र रेखाएं

पाठगत प्रश्न 18.1

1. आपको एक चुंबक दिया हुआ है। आप उसके उत्तरी ध्रुव का कैसे पता लगाएंगे?
2. आपको समान दिखने वाले दो लोह दंड दिए हुए हैं। इनमें एक चुंबक है। केवल इन्हीं दो का प्रयोग करके आप कैसे पता लगाएंगे कि इनमें से चुंबक कौन सा है?
3. आपके पास एक धागा और दो दंड चुंबक हैं। इन दोनों चुंबकों की ध्रुवताओं को ज्ञात करने की एक विधि का वर्णन कीजिए।

पृथ्वी का चुंबकीय क्षेत्र

चुंबकों के दैशिक गुणधर्म की व्याख्या यह मान कर की जा सकती है कि पृथ्वी एक चुंबक की तरह व्यवहार करती है; अर्थात यह मान सकते हैं कि पृथ्वी के अंदर एक विशाल दंड चुंबक स्थित है। इस चुंबक का दक्षिणी ध्रुव भौगोलिक उत्तरी ध्रुव के निकट और चुंबकीय उत्तरी ध्रुव भौगोलिक दक्षिणी ध्रुव के निकट है। पृथ्वी की घूर्णन-अक्ष RR_1 तथा पृथ्वी की चुंबकीय अक्ष MM_1 है।



चित्र. 18.4 : पृथ्वी का चुंबकीय क्षेत्र

क्रियाकलाप 18.1

चुंबकीय सुई के साथ प्रयोग कीजिए। (आप वास्तव में ऐसे ग्लोब के साथ भी प्रयोग कर सकते हैं जिसकी घूर्णन अक्ष के अनुदिश, दंड चुंबक स्थित हो तथा जिसका उत्तरी ध्रुव, दक्षिण की ओर रखा हो। सुई को स्वतंत्र रूप से इस प्रकार लटकाइए कि यह क्षैतिज और ऊर्ध्वसमतलों में घूर्णन कर सके। यदि सुई पृथ्वी के पृष्ठ के विषुवत वृत के समीप होगी तो यह क्षैतिज समतल में ठहर जाएगी। अब इस सुई को उत्तरी गोलार्ध में स्थित स्थानों पर ले जाया जाता है। जैसे-जैसे हम भौगोलिक उत्तरी ध्रुव की ओर जाते हैं चुम्बकीय सुई ऊर्ध्व समतल में घूम जाती है और उसका उत्तरी ध्रुव पृथ्वी की ओर झुक जाता है। अंत में कैनेडा में में हडसन खाड़ी के समीपस्थ किसी बिंदु पर सुई का उत्तरी ध्रुव ऊर्ध्वत: नीचे की दिशा में होगा। उत्तर से 6° पूर्व की ओर यह स्थान, पृथ्वी के चुंबक का दक्षिणी ध्रुव माना जाता है। यह स्थान पृथ्वी के भौगोलिक उत्तरी ध्रुव से लगभग 650 km दूर है। यदि हम उसी चुंबकीय सुई को दक्षिणी गोलार्ध के स्थानों पर ले जाए तो सुई का दक्षिणी ध्रुव नीचे की ओर झुक जाएगा यह स्थान भौगोलिक दक्षिण से 650 km पश्चिम की ओर दिष्ट होगा। यह बिंदु पृथ्वी के चुंबक का उत्तरी ध्रुव माना जा सकता है। **इससे यह निष्कर्ष निकलता है कि पृथ्वी की चुंबकीय अक्ष, भौगोलिक अक्ष के संपाती नहीं है।**

पृथ्वी की चुंबकीय अक्ष का महत्वपूर्ण पहलू यह है कि यह स्थिर नहीं है। इसका परिमाण और दिशा, समय के साथ बदलता रहता है।

पृथ्वी के चुंबकीय क्षेत्र के अवयव

पृथ्वी के चुंबकीय क्षेत्र का वर्णन करने के लिए तीन मापन योग्य राशियों का प्रयोग किया जाता है। ये पृथ्वी के चुंबकीय क्षेत्र के अवयव कहलाते हैं:

(a) आनति या नति (δ);

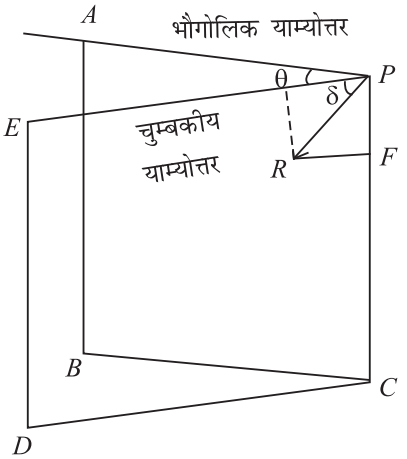
(b) दिक्पात (θ); तथा

(c) पृथ्वी के क्षेत्र का क्षैतिज घटक (B_M);

(a) आनति या नति

यदि आप चुंबकीय सुई को किसी स्थान पर स्वतंत्र रूप से लटकाएं तो आप देखेंगे कि सुई क्षैतिज समतल में नहीं ठहरती। यह पृथ्वी के क्षेत्र की परिणामी तीव्रता की ओर दिष्ट होगी।

चित्र 18.5 में समतल $PCDE$ दर्शाया गया है जो पृथ्वी के पृष्ठ पर स्थित बिंदु P पर चुंबकीय याम्योत्तर (अर्थात पृथ्वी के चुंबक के उत्तरी और दक्षिणी ध्रुवों से होकर गुजरने वाला ऊर्ध्व समतल)



चित्र 18.5: पृथ्वी के चुम्बकीय क्षेत्र के अवयव

है। उसी प्रकार *PABC* भौगोलिक याम्योत्तर (अर्थात भौगोलिक उत्तरी और दक्षिणी ध्रुवों से होकर गुजरने वाला ऊर्ध्व समतल) है। *PR*, बिंदु P पर पृथ्वी के चुंबकीय क्षेत्र का परिमाण और दिशा निरूपित करता है। ध्यान दें कि *PR*, क्षैतिज दिशा के साथ δ कोण बनाता है। यह कोण पृथ्वी के पृष्ठ पर स्थित P पर आनति या नति कहलाता है। वह कोण जो पृथ्वी का चुंबकीय क्षेत्र, चुबंकीय याम्योत्तर में क्षैतिज दिशा के साथ बनाता है नति या **आनति कहलाता** है।

(b) दिक्पात:

चित्र 18.5 का पुन: अवलोकन करें। समतल *PCDE* में पृथ्वी के चुंबकीय क्षेत्र सदिश *(PR)* शामिल है। समतलों *PCDE* तथा *PABC* के मध्य कोण; बिंदु P पर दिक्पात कहलाता है। यह कोण θ द्वारा दर्शाया गया है।

वह कोण जो चुंबकीय याम्योत्तर किसी स्थान पर भौगोलिक याम्योत्तर के साथ बनाता है, उस स्थान पर दिक्पात कहलाता है।

(c) क्षैतिज घटक:

चित्र 18.5 में बिंदु *P* पर *PR* परिणामी चुंबकीय क्षेत्र है। परिमाण और दिशा में पृथ्वी के चुंबकीय क्षेत्र का क्षैतिज घटक *PH* के द्वारा और ऊर्ध्व घटक *PF* के द्वारा निरूपित किया गया है। मान लीजिए कि बिंदु P पर चुंबकीय क्षेत्र B है। अब क्षैतिज घटक,

$$B_H = B\cos\delta \qquad (18.1)$$

तथा ऊर्ध्व घटक,

$$B_V = B\sin\delta \qquad (18.2)$$

समीकरणों (18.1) और (18.2) का वर्ग करके जोड़ने पर,

$$B_H^2 + B_V^2 = B^2\cos^2\delta + B^2\sin^2\delta = B^2 \qquad (18.3)$$

समीकरण (18.2) को समीकरण (18.1)से विभाजित करने पर,

$$\frac{B_V}{B_H} = \tan\delta \qquad (18.4)$$

18.2 विद्युत तथा चुंबकत्व: मौलिक संकल्पनाएं

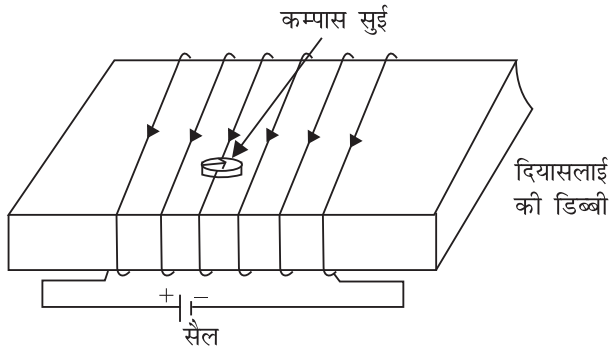
आप जानते हैं कि चालक के सिरों के मध्य विभवांतर के कारण चालक में इलेक्ट्रॉनों के प्रवाह से विद्युत धारा बनती है। चालक में प्रवाहित होने वाली धारा उसके आसपास के क्षेत्र में स्थित मुक्त चुंबकीय सुई पर बल लगाती है। चुंबकीय सुई एक चुंबक के द्वारा भी प्रभावित होती है अत: हम कहते हैं कि धारा वाहक चालक के चारों ओर चुंबकीय क्षेत्र B दृष्टिगत होता है। इस पाठ में बाद में आप इनके बारे में तथा चुंबकशीलता जैसे शब्दों के बारे में जानेंगे।

18.2.1 विद्युत धारा के चारो ओर चुंबकीय क्षेत्र

एक सरल प्रयोग कीजिए।

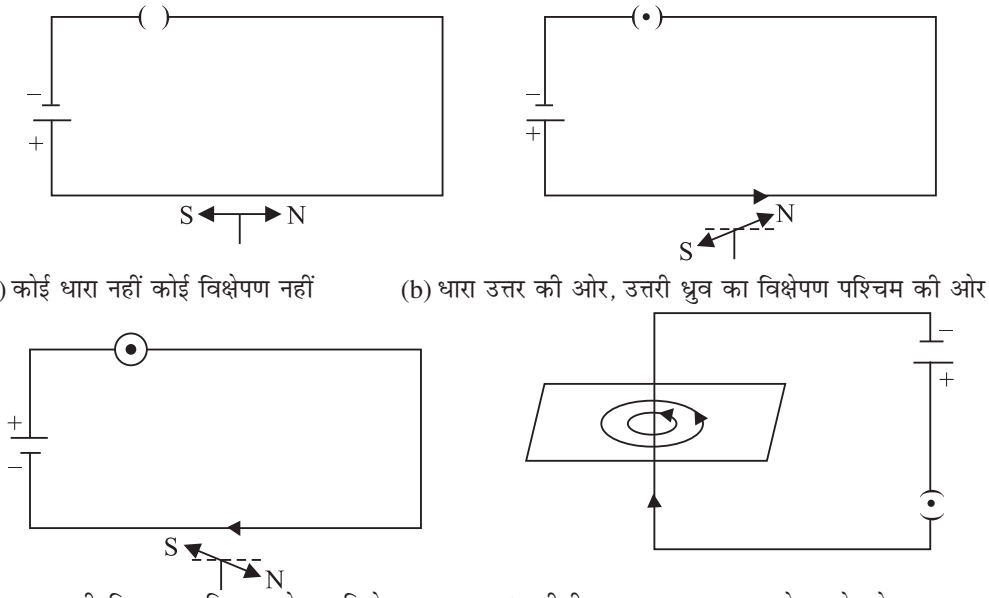
क्रियाकलाप 18.2

1.5 वोल्ट की एक बैटरी, लगभग 1 *m* लम्बा तार, कम्पास सुई (दिक्सूचक) और एक दियासलाई की डिब्बी लीजिए। इस डिब्बी के आधार पर तार के 60-65 लपेटें कुंडलित कीजिए। कुंडलनों के नीचे चित्र 18-6 में दर्शाए गए अनुसार कम्पास सुई को रख दीजिए। अब इस दियासलाई की डिब्बी को मेज पर इस प्रकार रखिए ताकि तार उत्तर-दक्षिण दिशा में रहे। तार के मुक्त सिरों को बैटरी से जोड़ दीजिए। देखिए अब सुई क्या करती है? आप देखेंगे कि सुई विक्षेप दर्शा रही है। इसका यह अर्थ हुआ कि कुंडली में और उसके चारों ओर चुंबकीय क्षेत्र है। बैटरी के टर्मिनलों को बदलने पर विक्षेप, विपरीत दिशा में हो जाएगा। जब तार में कोई धारा नहीं होती तो कम्पास सुई उत्तर-दक्षिण दिशा दर्शाती है (देखिए चित्र 18.7a, b एवं c)



चित्र. 18.6 : विद्युत धारा के कारण चुंबकीय क्षेत्र का निदर्शन

जब कम्पास सुई को ऊर्ध्व धारा वाहक तार के समीप लाया जाता है तो चुंबकीय क्षेत्र रेखाएं तार के चारों ओर सकेंद्री वृत के रूप में होती है जैसा कि चित्र 18.7 (d) में दर्शाया गया है।



(a) कोई धारा नहीं कोई विक्षेपण नहीं

(b) धारा उत्तर की ओर, उत्तरी ध्रुव का विक्षेपण पश्चिम की ओर

(c) धारा की दिशा उत्क्रमित करने पर विक्षेपण दिशा भी उत्क्रमित

(d) सीधी धारा वाहक चालक के चारो ओर वृत्ताकार क्षेत्र रेखाएं

चित्र. 18.7 : धारा वाहक चालक के चारो ओर चुंबकीय क्षेत्र

कापेनहगेन डेनमार्क में भौतिकी के प्रोफेसर हंस क्रिश्चियन ऑरस्टेड ने 1820 में इसी प्रकार के प्रयोगों द्वारा सिद्ध किया कि धारा वाहक चालक के चारो ओर चुंबकीय क्षेत्र होता है।

18.3 बायो-सावर्ट नियम

बायो-सावर्ट नियम चालक में धारा और आकाश में स्थित किसी बिंदु के चारों ओर परिणामी चुंबकीय क्षेत्र के मध्य मात्रात्मक संबंध व्यक्त करता है। धारा वाहक चालक का प्रत्येक भाग; बिंदु के चारों ओर चुंबकीय क्षेत्र में अपना योगदान देता है। इस प्रकार बिंदु पर B का नेटमान, चालक के अलग-अलग भागों का संयुक्त प्रभाव होता है। जैसा कि चित्र 18.8 में दर्शाया गया है कि किसी धारा वाहक चालक के कारण नेट चुंबकीय क्षेत्र, $\Delta\ell$ लम्बाई के प्रत्येक अत्यन्त सूक्ष्म अवयव से उत्पन्न योगदानों का सदिश योगफल होता है।

प्रयोग दर्शाते हैं कि किसी अवयव $\Delta\ell$ के कारण क्षेत्र B निम्नलिखित पर निर्भर करता है:-

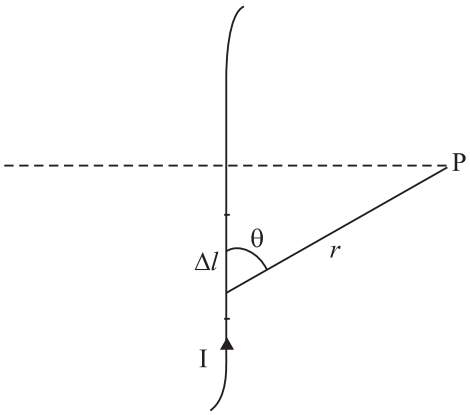
(a) चालक से होकर प्रवाहित धारा, I के समानुपाती;
(b) अवयव की लम्बाई $\Delta\ell$ के समानुपाती;
(c) अवयव $\Delta\ell$ से प्रेक्षण बिंदु P तक की दूरी (r) के वर्ग के व्युत्क्रमानुपाती होता है; और
(d) अवयव और अवयव को प्रेक्षण बिंदु से मिलाने वाली रेखा के मध्य कोण θ की sin के समानुपाती होता है।

इस प्रकार हम लिख सकते हैं:

$$|\Delta B_0| \propto \frac{I\,\Delta\ell \sin\theta}{r^2}$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi}\,\frac{I\,d\ell \sin\theta}{r^2} \qquad (18.5)$$

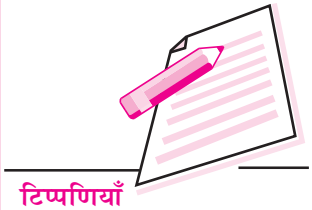
जब कि μ_0 निर्वात की पारगम्यता है। इसका मान $4\pi \times 10^{-7}\ WA^{-1}m^{-1}$ होता है। वायु की परगम्यता का मान भी लगभग μ_0 के बराबर होता है।



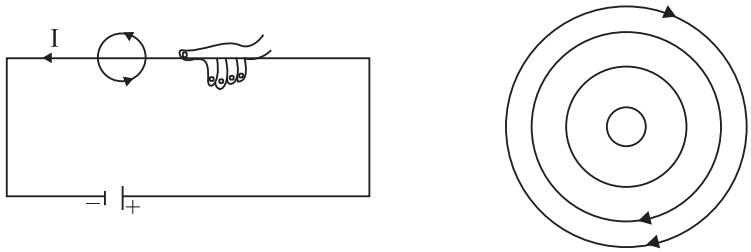
चित्र 18.8: धारा अवयव $\Delta\ell$ के कारण बिन्दु P पर चुम्बकीय क्षेत्र

यदि चालक को वायु के अतिरिक्त किसी अन्य माध्यम में रखा जाए तो क्षेत्र के मान में परिवर्तन हो जाता है और यह $|\mathbf{B}| = \mu|\mathbf{B_0}|$ के द्वारा व्यक्त किया जाता है। यहां μ माध्यम की पारगम्यता है।

B की दिशा: किसी बिंदु पर चुंबकीय क्षेत्र, सदिश राशि होती है। B की दिशा दक्षिण हस्त पकड़ नियम लागू करके ज्ञात की जा सकती है। इस नियम को लागू करने के लिए, कुछ सरल उदाहरणों में उत्पन्न क्षेत्र की दिशा पर विचार करना चाहिए। जैसा कि चित्र 18.9 (a) में दिखाया गया है तार को अपने सीधे हाथ से इस प्रकार



पकड़िए ताकि अंगूठा, धारा की दिशा में रहे। तब हाथ की मुड़ी हुई उंगलियां, चुंबकीय क्षेत्र की दिशा में दिष्ट होंगी। कागज पर चुंबकीय क्षेत्र निरुपित करने के लिए विचार कीजिए कि धारा, कागज के समतल में प्रवाहित हो रही है। तब दक्षिण हस्त नियम के अनुसार क्षेत्र-रेखाएं, कागज के समतल में होगी। [चित्र 18.9 (b)]



(a) (b)

चित्र. 18.9 :चुंबकीय क्षेत्र की दिशा : (a) दक्षिण हस्त नियमः अंगूठा धारा की दिशा में है, क्षेत्र रेखाएं मुड़ी हुई उंगलियों की दिशा में हैं तथा (b) जब धारा कागज के समतल के लम्बवत् दिशा में होती है तो दक्षिण हस्त नियम के अनुसार, क्षेत्र रेखाएं, कागज के समतल में होंगी।

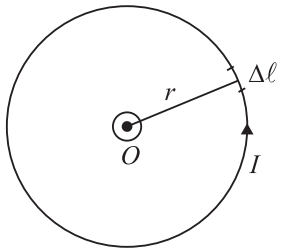
18.3.1 बायो-सावर्ट नियम के अनुप्रयोगः

अब आपको ज्ञात हो गया होगा कि बायो-सावर्ट नियम से चुंबकीय क्षेत्र का परिमाण प्राप्त होता है। अब हम इस नियम का अनुप्रयोग, विभिन्न आकार के चालकों के चारों ओर क्षेत्र ज्ञात करने के लिए करेंगे। ध्यान दें कि चालक के विभिन्न खंडों से उत्पन्न निवल (नेट) क्षेत्र को परिकलित करने के लिए हमें प्रत्येक खंड से उत्पन्न क्षेत्र-योगदानों को जोड़ना होगा। हम पहले धारा वाहक वृत्ताकार कुंडली पर विचार करेंगे और उसके केंद्र पर चुंबकीय क्षेत्र परिकलित करेंगे।

(a) धारा वाहक वृत्ताकार कुंडली के केंद्र पर चुंबकीय क्षेत्र : चित्र 18.10 का अवलोकन कीजिए। इसमें धारा I के वहन करने वाली त्रिज्या r की वृत्ताकार कुंडली दर्शाई गई है। इसके केंन्द्र O पर चुंबकीय क्षेत्र परिकलित करने के लिए, हम पहले इस वृत्ताकार कुंडली में धारा वाहक अल्प अवयव पर विचार करेंगे। धारा अवयव $\Delta \ell$ और r के मध्य कोण 90° है। हमें समीकरण (18.5) से पता है कि $\Delta\ell$ के कारण केंद्र O पर क्षेत्र निम्नलिखित होगा:

$$|\Delta \mathbf{B}| = \frac{\mu_0}{4\pi} I \frac{\Delta\ell}{r^2} \sin 90^\circ$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi} I \frac{\Delta\ell}{r^2} \qquad (\text{as } \sin 90^\circ = 1)$$



चित्र. 18.10: धारा वाहक वृत्ताकार कुंडली

$\Delta\mathbf{B}$ की दिशा, कुंडली के समतल के अभिलंब है। चूंकि वृत्ताकार कुंडली के प्रत्येक अवयव के कारण क्षेत्र एक ही दिशा में होगा, अत: लूप के केंद्र पर सभी योगदानों को जोड़कर परिणामी क्षेत्र प्राप्त किया जाता है। अत:

$$|\mathbf{B}| = |\mathbf{B}| = \frac{\mu_0 I}{4\pi r^2}\ \Sigma\ \Delta\ell = \frac{\mu_0 I}{4\pi r^2}\ .\ 2\pi r$$

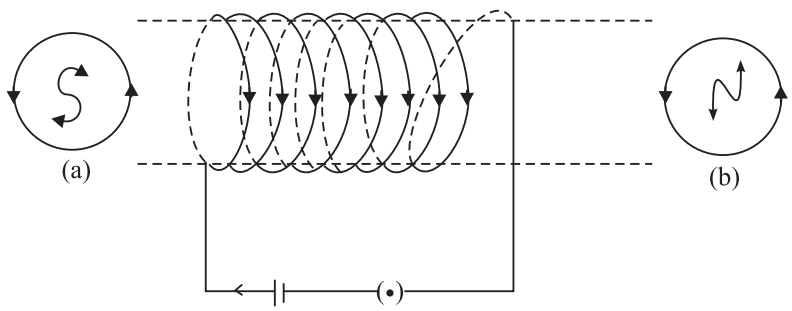
इस प्रकार r त्रिज्या की धारावाही कुंडली के केंद्र पर चुंबकीय क्षेत्र,

$$|\mathbf{B}| = \frac{\mu_0}{2r} I \qquad (18.6)$$

यदि कुंडली में तार के एक से अधिक पाश हो (मान लीजिए n लपेटे हैं) तो क्षेत्र निम्नलिखित के द्वारा व्यक्त किया जाएगा।

$$|\mathbf{B}| = \frac{\mu_0\ nI}{2r}$$

चित्र 18.7 में दिए गए नियम का प्रयोग कर आप नेट क्षेत्र की दिशा की जांच कर सकते हैं। आप कुंडली के किसी भी खंड में दक्षिण हस्त नियम का उपयोग कर वही परिणाम प्राप्त कर सकते हैं। धारावाहक कुंडली के कारण चुंबकीय क्षेत्र की दिशा के अभिनिर्धारण की एक अन्य सरल विधि तथाकथित छोर नियम है जो चित्र 18.11 (a, b) में दर्शाया गया है।



चित्र 18.11: चुंबकीय क्षेत्र की दिशा: छोर नियम

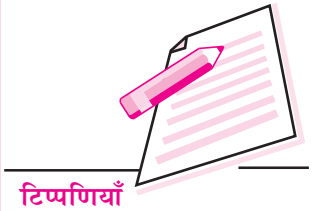
जब कोई प्रेक्षक किसी भी सिरे से वृत्ताकार कुंडली को देखता है तो उसे धारा दक्षिणावर्ती दिशा में प्रवाहित होती मालूम होती है और कुंडली का फलक, तुल्य चुंबक के दक्षिण ध्रुव की भांति आचरण करता है अर्थात् B की ओर दिष्ट होता है। इसके विपरीत यदि धारा वामावर्ती दिशा में प्रवाहित होती प्रतीत हो तो कुंडली का फलक तुल्य चुंबक के उत्तरी ध्रुव की भांति आचरण करता है, अर्थात क्षेत्र उस सिरे से बाहर की ओर दिष्ट होता है।

पाठगत प्रश्न 18.2

1. निम्नलिखित के द्वारा उत्पन्न क्षेत्र के बारे में आप क्या कहेंगे?

   (i) अचल इलेक्ट्रॉन?

   (ii) गतिमान इलेक्ट्रॉन



2. किसी चालक में इलेक्ट्रॉन तापीय ऊर्जा के कारण लगातार गतिमान रहते हैं। वे चुंबकत्व क्यों नहीं दर्शाते, जब तक उनके मध्य विभवांतर नहीं लगाया जाता?

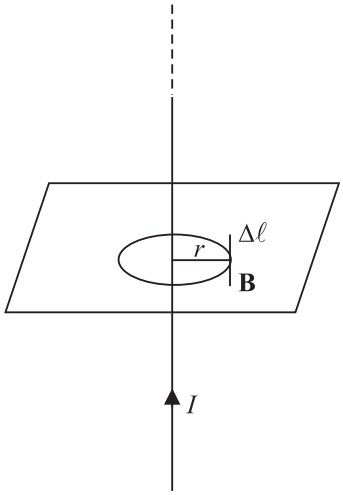
3. किसी लंबे तार में धारा प्रवाहित हो रही है। पहले इसे एक लपेटे का वृत्ताकार रूप दिया गया है और फिर उसे अपेक्षाकृत कम त्रिज्या के दो लपेटों की कुंडली में परिणित किया गया है। क्या कुंडली के केंन्द्र पर चुंबकीय क्षेत्र में परिवर्तन होगा? यदि हाँ, तो कितना?

18.4 ऐम्पियर का परिपथीय नियम

कुछ सरल परिस्थितियों में धारा वाहक चालक के चारो ओर चुंबकीय क्षेत्र परिकलित करने के लिए ऐम्पियर का परिपथीय नियम एक अन्य प्रभावशाली विधि है।

ऐम्पियर परिपथीय नियम के अनुसार किसी संवृत लूप के चारों ओर चुंबकीय क्षेत्र का रेखा-समाकल, कुल धारा I का μ_0 गुना होता है। गणितीयत: हम लिख सकते हैं कि,

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\ell = \mu_0 I \quad (18.7)$$



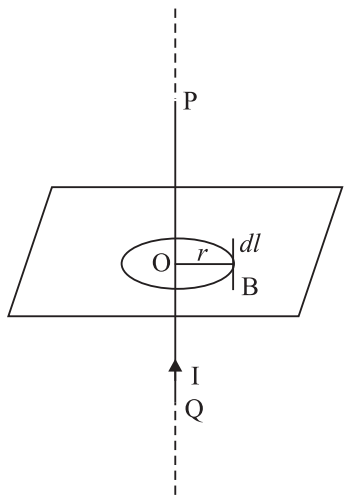
चित्र. 18.12 : *ऐम्पियर का परिपथीय नियम*

ध्यान दें कि यह मान, संवृत पाश के आमाप और आकार पर निर्भर नहीं करता।

एन्ड्रे मेरी ऐम्पियर
(1775 – 1836)

फ्रांसीसी भौतिकीविद्, गणितज्ञ एवं रसायनज्ञ ऐम्पियर एक प्रतिभाशाली बालक थे। उन्होंने 12 वर्ष की आयु में उन्नत गणित में प्रवीणता प्राप्त की। उनमें प्रायोगिक कौशल और सैद्धांतिक कुशाग्रता का अद्भुत मिश्रण था। ऐम्पियर ने यथार्थ प्रयोग किए और अपने परिणामों को वैद्युत गतिकी के सिद्धांत के रूप में प्रस्तुत किया जो विद्युत और उसके चुंबकीय प्रभावों का गणितीय संरूपण है। धारा के मात्रक को ऐम्पियर नाम उन्हीं के सम्मान में दिया गया है। वह अपने कार्य और विचारों में तल्लीय रहते थे और उन्होंने सम्मानों और पुरस्कारों की कभी परवाह नहीं की। एक बार वह सम्राट नैपोलियन के रात्रि भोज के निमंत्रण को भूल गये। उनके समाधि प्रस्तर पर लिखा है: "Tendun felix" (अंत में प्रसन्न) जिससे प्रतीत होता है कि उन्होंने अत्यंत श्रमसाध्य और परेशानी का जीवन व्यतीत किया। परंतु इससे उनकी सृजनात्मकता में कोई कमी नहीं आई।

18.4.1 ऐम्पियर के परिपथीय नियम के अनुप्रयोग



चित्र. 18.13: अनंत लम्बाई का धारा वाहक चालक

अब हम दो सरल अवस्थाओं में चुंबकीय क्षेत्र प्राप्त करने के लिए ऐम्पियर के परिपथीय नियम का अनुप्रयोग करेंगे।

(a) अनंत लम्बाई के धारा वाहक चालक के कारण चुंबकीय क्षेत्र

चित्र 18.13 का अवलोकन करें। इसमें अनंत लम्बाई के धारा वाहक चालक POQ को दर्शाया गया है जो धारा I का वहन कर रहा है। चालक के चारो ओर चित्र में दर्शाए गए समतल में त्रिज्या r के वृत्ताकार लूप पर विचार कीजिए। तब,

$$\Sigma \mathbf{B}.d\ell = B\,2\pi r$$

ऐम्पियर के परिपथीय नियम को लागू करने पर, हम लिख सकते हैं:

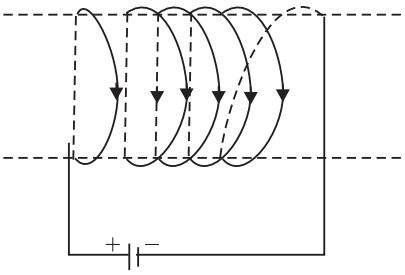
$$|\mathbf{B}|\ 2\pi r = \mu_o I$$

अथवा

$$|\mathbf{B}| = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \qquad (18.8)$$

यह व्यंजक अनंत लम्बाई के धारा वाहक चालक के चारो ओर चुंबकीय क्षेत्र व्यक्त करता है। मोटरों, जेनरेटरों, खिलौनों, पंखा वाइन्डिगों, ट्रांसफार्मरों तथा वैद्युतचुंबकों आदि में परिनालिकाओं और टोरॉइडों का प्रचुरता से प्रयोग होता है। इनका उपयोग एक समान चुंबकीय क्षेत्र उपलब्ध कराने में होता है। जब हमें अधिक क्षेत्र की आवश्यकता होती है तो कुंडली के अंदर एक मृदु लोहा रख दिया जाता है।

(b) परिनालिका से उत्पन्न चुंबकीय क्षेत्र:

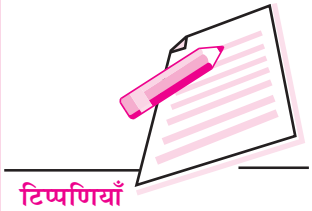


चित्र. 18.14 : परिनालिका

परिनालिका एक ऐसी सीधी कुंडली है जिसमें सार्व अक्ष पर एक सीधी रेखा में अनेक लूप व्यवस्थित रहते हैं जैसा कि चित्र 18.14 में दिखाया गया है। हम जानते हैं कि किसी तार से होकर प्रवाहित धारा I उसके चारो ओर एक चुंबकीय क्षेत्र स्थापित करती है। मान लीजिए कि किसी परिनालिका की लम्बाई ℓ और उसमें फेरों की संख्या N हैं। उसकी अक्ष के अनुदिश (चित्र 18.14) परिनालिका के अंदर चुंबकीय क्षेत्र परिकलित करने के लिए, हम इसे अत्यधिक त्रिज्या वाले टोरॉइडी परिनालिका का एक परिच्छेद मान सकते हैं। इस प्रकार

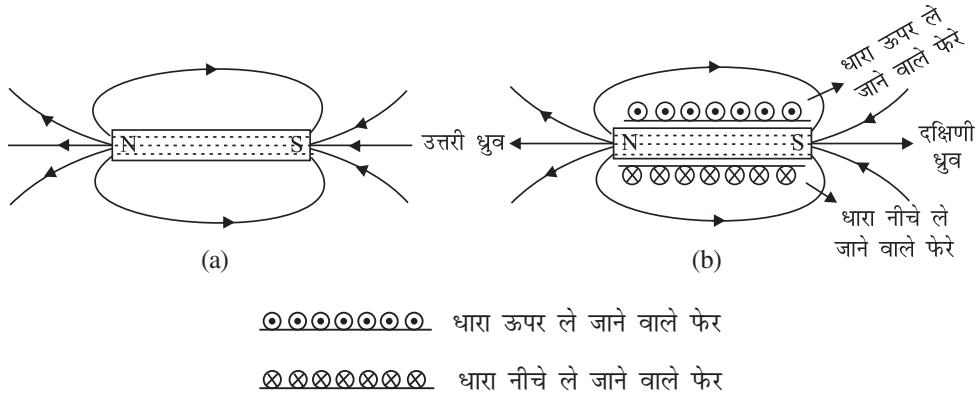
$$|\mathbf{B}| = \mu_o\ nI$$

क्षेत्र की दिशा परिनालिका की अक्ष के अनुदिश है। सीधी परिनालिका परिमित होती है। अत: $|\mathbf{B}| = \mu_o\ nI$, परिनालिका के अंदर उसके केंद्र के समीप होगा। अल्प त्रिज्या वाली परिनालिकाओं के लिए, सिरों पर, B का परिमाण इस प्रकार व्यक्त किया जा सकता है:



$$|\mathbf{B}| = \frac{\mu_0 n I}{2}$$

परिनालिका एक दंड चुंबक की भांति व्यवहार करती है और इसका चुंबकीय क्षेत्र चित्र 18. 15 में दर्शाए अनुसार है।



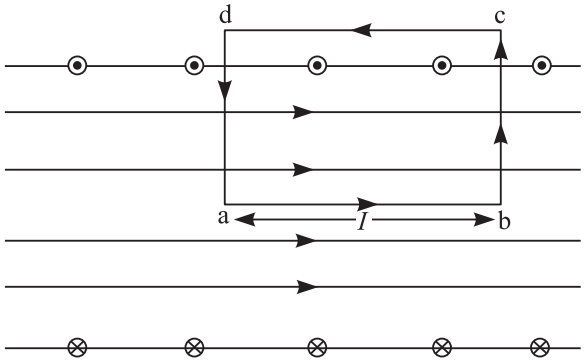
चित्र. 18.15: परिनालिका दंड चुंबक की भांति व्यवहार करती है : (a) दंड चुंबक द्वारा उत्पन्न चुंबकीय क्षेत्र तथा; (b) धारा वाहक परिनालिका द्वारा उत्पन्न चुंबकीय क्षेत्र

18.4.2 ऐम्पियर के परिपथीय नियम के अनुप्रयोग

(b) ऋजुरेखीय परिनालिका में उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र

परिनालिका एक सार्वत्रिक सरल रेखीय अक्ष के ऊपर अनेक वृत्ताकार फेरे लपेट कर बनाई गई कुण्डली होती हैं (देखें चित्र 18.16)। हम जानते हैं कि जब किसी चालक में धारा I प्रवाहित होती है तो इसके चारों ओर एक चुम्बकीय क्षेत्र उत्पन्न हो जाता है। माना कि परिनालिका की लम्बाई ℓ है और इसमें N फेरे हैं।

परिनालिका के अन्दर इसके मध्य में चुम्बकीय क्षेत्र एकसमान और अक्ष के समान्तर है। किन्तु परिनालिका के बाहर क्षेत्र इतना क्षीण है कि हम उसे नगण्य मान सकते हैं। ये कथन विशेषकर एक ऐसी परिनालिका के लिए सत्य कहे जाएंगे जिसकी लम्बाई उसके व्यास की तुलना में बहुत अधिक है। एक लम्बी परिनालिका के लिए, जिसके फेरे बहुत सटा सटाकर और एक समान रूप से लपेटे गए हैं, इसके अन्दर चुम्बकीय क्षेत्र सभी जगह काफी हद तक एक समान है और बाहर शून्य है।



चित्र 18.16

हम एक आयताकार लूप $abcd$ लेते हैं जैसा कि चित्र 18.4.2 में दर्शाया गया है। पथ ab के अनुदिश चुम्बकीय क्षेत्र एक समान है। इसलिए, इस पथ के लिए $\mathbf{B}\cdot d\ell = B\ell$ पथ cd के अनुदिश क्षेत्र शून्य ले सकते हैं क्योंकि यह अत्यन्त क्षीण है। अत: इस पथ के अनुदिश $\mathbf{B}\cdot d\ell = 0$। दोनों छोटी भुजाएं bc एवं da $\mathbf{B}\cdot d\ell$ में योगदान नहीं करतीं क्योंकि या तो $\mathbf{B}$ शून्य है (परिनालिका के बाहर) या $d\ell$ के लम्बवत् (परिनालिका के अन्दर)।

यदि परिनालिका की प्रति लम्बाई इकाई में फेरों की संख्या n हो तो ℓ लम्बाई के आयताकार लूप में फेरों की संख्या $n\ell$ होगी। यदि परिनालिका के प्रत्येक लूप में धारा i हो तो लूप में से होकर पार जाने वाली कुल धारा $n\ell i$ होगी। ऐम्पियर के परिपथीय नियम के अनुसार,

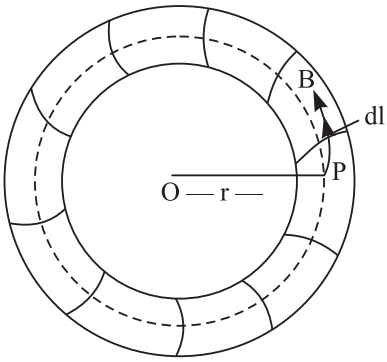
$$\sum \mathbf{B}\cdot d\ell = \mu_0(nli)$$

अथवा $$B\ell = \mu_0 nli$$

अथवा $$B = \mu_0 ni$$

(c) किसी टोरोयड का चुम्बकीय क्षेत्र

टोरोयड मूलत: एक सिरा विहीन परिनालिका है और इसे एक ऋजुरेखीय परिनालिका को वृत्ताकार रूप में मोड़कर निर्मित किया जाता है।



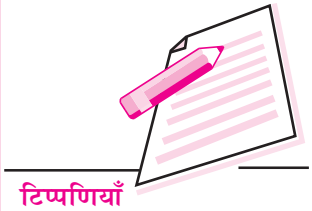
चित्र 18.17

माना कि हम टोरोयड के अन्दर बिन्दु P पर चुम्बकीय क्षेत्र ज्ञात करना चाहते हैं जिसकी केन्द्र O से दूरी r है। बिन्दु P से होकर गुजरने वाला एक वृत्त खींचिए जो टोरोयड के साथ समकेन्द्रिक हो। हर जगह चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा इस वृत्त के हर बिन्दु पर स्पर्श रेखा द्वारा व्यक्त होगी तथा इसका परिमाण सभी बिन्दुओं पर समान होगा। इसलिए हम इसे ऐसे लिख सकते हैं:

$$\sum \mathbf{B}\cdot d\ell = \sum Bd\ell = B\sum d\ell$$

परन्तु $\sum d\ell = 2\pi r$ = वृत्ताकार पथ की परिधि

इसलिए, $$\sum \mathbf{B}\cdot d\ell = 2\pi rB$$



यदि N फेरों की कुल संख्या तथा i टोरोयड के प्रत्येक फेरे में प्रवाहित होने वाली धारा हो तो वृत्तीय पथ से घिरे क्षेत्र के आर पार जाने वाली कुल धारा Ni होगी। अत: ऐम्पियर के परिपथीय नियम से

$$\sum \mathbf{B} \cdot d\ell = \mu_0 Ni$$

अथवा
$$2\pi r B = \mu_0 Ni$$

अथवा
$$B = \frac{\mu_0 Ni}{2\pi r}$$

18.4.3 विद्युत चुम्बक और उनकी प्रबलता को प्रभावित करने वाले कारक

हम देख चुके हैं कि एक धारावाही परिनालिका एक चुम्बक की भांति व्यवहार करती है जिसका एक सिरा, इसमें प्रवाहित होने वाली धारा के अनुरूप उत्तर-ध्रुव की भाँति व्यवहार करता और दूसरा सिरा दक्षिणी ध्रुव की भाँति। इस प्रकार के चुम्बकों की ध्रुवता का निर्धारण सिरों के नियम द्वारा किया जाता है और चुम्बकीय क्षेत्र की प्रबलता का सूत्र है:

$$|\mathbf{B}| = \mu_0 nI$$

जहाँ μ_0 मुक्त आकाश की प्रबलता है, n इकाई लम्बाई में फेरों की संख्या है तथा I परिनालिका में प्रवाहित होने वाली धारा है।

स्पष्टत: परिनालिका तभी तक चुम्बक रहती है जब तक इसमें धारा प्रवाहित होती है। अत: एक धारावाही परिनालिका विद्युत चुम्बक कहलाती है।

इसकी प्रबलता निम्नलिखित कारकों पर निर्भर करती है:

(i) परिनालिका की प्रति इकाई लम्बाई में फेरों की संख्या; और

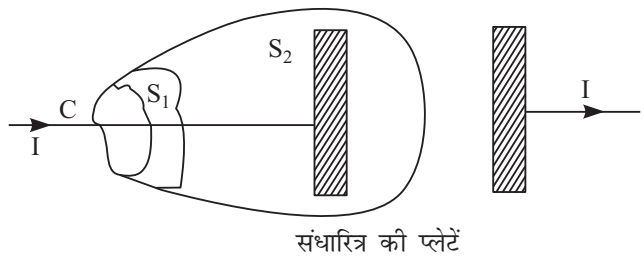
(ii) इसमें प्रवाहित होने वाली धारा

यह भी ध्यान दिया जाना चाहिए कि किसी विद्युत चुम्बक के चुम्बकीय क्षेत्र की प्रबलता इसके अन्दर मृदु लौह क्रोड प्रविष्ट कराने से बढ़ जाती है।

18.4.4 विस्थापन धारा की संकल्पना

विस्थापन धारा की संकल्पना मैक्सवेल द्वारा प्रस्तावित की गई थी। जैसा कि हम जानते हैं चालन धारा चुम्बकीय क्षेत्र उत्पन्न करती है। तथापि, मैक्सवेल के अनुसार, खाली स्थान में (जहाँ चालन धारा विद्यमान नहीं होती) चुम्बकीय क्षेत्र विस्थापन धारा के कारण उत्पन्न होता है, जिसमें चालन धारा की तरह आवेशों का प्रवाह नहीं होता।

एक सरल परिपथ पर विचार कीजिए जिसमें एक छोटा सा समान्तर प्लेट संधारित्र धारा I द्वारा आवेशित किया जा रहा है।



चित्र 18.18

परिरेखा C और पृष्ठ S_1 पर ऐम्पियर का परिपथीय नियम लागू करें तो हम पाते हैं–

$$\oint \mathbf{B}\cdot d\ell = \mu_0 I$$

किन्तु यदि हम ऐम्पियर का परिपथीय नियम परिरेखा C और पृष्ठ S_2 पर लागू करें तो इस पृष्ठ के पार जाने वाली कोई धारा नहीं है इसलिए हमें प्राप्त होता है

$$\oint \mathbf{B}\cdot d\ell = 0$$

उपर्युक्त दो समीकरणों में परस्पर विरोधाभास है। इस विरोधाभास को दूर करने के लिए मैक्सवेल ने माना कि संधारित्र की दोनों प्लेटों के बीच भी एक प्रकार की धारा का अस्तित्व होता है। उन्होने इस धारा को विस्थापन धारा कहा और दर्शाया कि यह धारा समय के साथ विद्युत क्षेत्र में होने वाले परिवर्तनों के कारण अस्तित्व में आती है।

विस्थापन धारा का एक सरल व्यञ्जक नीचे दिए अनुसार व्युत्पन्न किया जा सकता है। समान्तर प्लेट संधारित्र पर विचार कीजिए। माना कि संधारित्र की प्लेटों पर किसी क्षण t पर आवेश q है

संधारित्र के अन्दर विद्युत क्षेत्र होगा–

$$E = \frac{q}{A\varepsilon_0}$$

यहाँ A प्लेटों के पृष्ठ का क्षेत्रफल है। इसलिए संधारित्र से गुजरने वाला वैद्युत-फ्लक्स है:

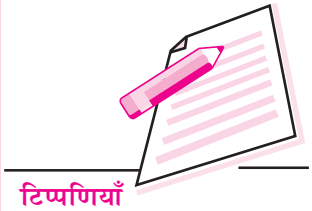
$$\phi_E = EA = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

तात्क्षणिक फ्लक्स के परिवर्तन की दर को लिखा जा सकता है

$$\frac{\Delta\phi_E}{\Delta t} = \frac{1}{\varepsilon_0}\frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{I}{\varepsilon_0}$$

अत:, हम लिख सकते हैं

$$\varepsilon_0 \frac{\Delta\phi_E}{\Delta t} = I$$



यह दर्शाता है कि बाँई ओर का व्यञ्जक धारा के समतुल्य है, जो हालांकि चालन धारा I के बराबर तो है लेकिन इससे भिन्न हैं क्योंकि यह मुक्त आवेशों की गति से संबद्ध नहीं है। इसे विस्थापन धारा कहा जाता है। चालन धारा I के विपरीत विस्थापन धारा तब उत्पन्न होती है जब विद्युत क्षेत्र और इसलिए वैद्युत फ्लक्स समय के साथ परिवर्तित होता है।

विस्थापन धारा को चालन धारा I में जोड़ कर, मैक्सवेल ने ऐम्पियर के परिपथी नियम को परिवर्द्धित किया और इसे निम्नलिखित रूप में व्यक्त किया:

$$\sum \mathbf{B}\cdot d\ell = \mu_0\left(I + \varepsilon_0 \frac{\Delta\phi_E}{\Delta t}\right)$$

ऐम्पियर के नियम का मैक्सेवेल द्वारा किया गया परिवर्द्धन बताता है कि चालन धारा के अतिरिक्त समय के साथ परिवर्तित होता विद्युत क्षेत्र भी चुम्बकीय क्षेत्र उत्पन्न कर सकता है।

उदाहरण 18.1 : 50 cm लंबी किसी परिनालिका में कुंडलनों की तीन परते हैं और प्रत्येक परत में 250 फेरे हैं। सबसे निचली परत की त्रिज्या 2cm है। यदि इससे होकर प्रवाहित धारा 4.0 A हो तो **B** का परिमाण परिकलित कीजिए:

a) परिनालिका के केंद्र के समीप अक्ष पर और उसकी अक्ष के अनुदिश;

b) अक्ष पर सिरों के समीप; तथा

c) मध्य के समीप परिनालिका के बाहर

हल:

a) केंद्र पर या उसके समीप,

$$B = \mu_o nI = 4\pi \times 10^{-7} \times \frac{3\times 250}{0.5} \times 4 = 16\pi \times 1500 \times 10^{-7}\ \text{T} = 24\pi \times 10^{-4}\ \text{T}$$

b) सिरों पर,

$$B_{\text{सिरे}} = \frac{1}{2}\ B_{\text{केन्द्र}} = 12\pi \times 10^{-4}\ \text{T}$$

c) परिनालिका के बाहर क्षेत्र शून्य होगा।

उदाहरण 18.2 12A के धारा वाहक लंबे सीधे-तार से वह दूरी परिकलित कीजिए जहां चुंबकीय क्षेत्र 3×10^{-5} T होगा।

हल :

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \quad \Rightarrow r = \frac{\mu_0 I}{2\pi B}$$

$$\therefore \qquad r = \frac{2\times 10^{-7} \times 12}{3\times 10^{-5}} = 0.25\ \text{m}$$

पाठगत प्रश्न 18.3

1. चुंबकीय क्षेत्र की बल रेखाओं को खींच कर हमें निम्नलिखित के बारे में जानकारी मिलती है:

   a) केवल क्षेत्र की दिशा

   b) केवल क्षेत्र का परिमाण

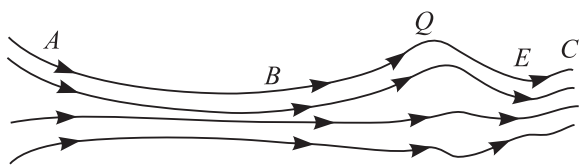
   c) क्षेत्र की दिशा तथा परिमाण दोनों;

   d) क्षेत्र का बल;

2. बायो-सावर्ट नियम और ऐम्पियर परिपथीय नियम में क्या समानता है?

3. किसी असमान चुंबकीय क्षेत्र की निम्नलिखित आरेखित बलरेखाओं में किस बिंदु पर क्षेत्र

   i) एकसमान? ii) सबसे दुर्बल? iii) सबसे प्रबल होगा?



चित्र. 18.19 : एक प्ररूपी चुंबकीय क्षेत्र

4. 10 cm लंबी किसी परिनालिका के अंदर 0.002T का चुंबकीय क्षेत्र स्थापित किया जाना है जबकि उससे होकर 3A की धारा प्रवाहित हो रही है। अपेक्षित फेरों की संख्या परिकलित कीजिए।

4. एम्पियर परिपथीय नियम का प्रयोग करके किसी टोरोयड के कारण चुम्बकीय क्षेत्र का व्यंजक प्राप्त कीजिए।

18.5 किसी चुंबकीय क्षेत्र में गतिमान आवेश पर बल

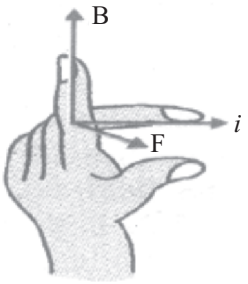
कोई आवेशित पिंड जब किसी चुंबकीय क्षेत्र में गति करता है तो वह बल का अनुभव करता है। गतिमान आवेश द्वारा अनुभव किया गया यह बल लोरेन्ट्स बल कहलाता है। चुंबकीय क्षेत्र **B** में वेग $\boldsymbol{v}$ से गतिमान, आवेश +q वाले किसी कण पर लोरेन्ट्स बल इस प्रकार व्यक्त किया जा सकता है:

$$\mathbf{F} = q\,(\boldsymbol{v} \times \mathbf{B}) \qquad (18.9)$$

$$|\mathbf{F}| = q\,v\,B \sin\theta \qquad (18.10)$$

जबकि θ , v और **B** की दिशाओं के मध्य कोण है। F की दिशा फ्लेमिंग वाम हस्त नियम द्वारा दर्शाई जा सकती है। फ्लेमिंग वाम हस्त नियम के अनुसार यदि हम तर्जनी को ऊपर की ओर उठाए तथा वाम हस्त की मध्य उंगली और अँगूठे परस्पर समकोण बनाते हुए इस प्रकार

रखे कि तर्जनी, चुंबकीय क्षेत्र की दिशा की ओर और मध्य उँगली धन आवेशित कण की दिशा की ओर दिष्ट हों तो अंगूठा लोरेन्ट्स बल की ओर दिष्ट होगा। (चित्र. 18.20)।



चित्र 18.20: फ्लेमिंग का बाएं हाथ का नियम

ध्यान देने योग्य कुछ महत्वपूर्ण बिंदु:

1. **F** एक यांत्रिक बल है जिसके परिणामस्वरूप कर्ष (खिंचाव) और अपकर्ष (धक्का) उत्पन्न होता है।
2. बल की दिशा फ्लेमिंग वाम हस्त नियम द्वारा व्यक्त की जाती है।
3. आवेश ऋणात्मक होने पर मध्य उँगली, गति की दिशा के विपरीत दिष्ट होगी।
5. यदि आवेश रुक जाता है तो बल तत्काल शून्य हो जाता है।
6. जब आवेश क्षेत्र B के अनुदिश गमन करते हैं तो बल शून्य हो जाता है।
7. जब आवेश, क्षेत्र के अनुलंब गति करते हैं तो बल अधिकतम होता है : $F = qvB$

18.5.1 एकसमान चुंबकीय क्षेत्र में धारा वाहक चालक पर बल

लोरेन्ट्स बल की संकल्पना को एक समान चुंबकीय क्षेत्र B में रखे धारा वाहक चालकों पर भी आसानी से विस्तारित किया जा सकता है। मान लीजिए कि चुंबकीय क्षेत्र, कागज के समतल के समांतर है और धारा I का वहन करने वाला लम्बाई $\Delta\ell$ का चालक, क्षेत्र के अभिलंबवत् स्थित है। यह भी मान लीजिए कि धारा अपवाह वेग $\boldsymbol{v}_d$ के साथ नीचे की ओर प्रवाहित हो रही है। अत: धारा के लिए उत्तरदायी प्रत्येक मुक्त इलेक्ट्रॉन लोरेन्ट्स बल $\mathbf{F} = e\,\mathbf{v}_d . \mathbf{B}$ का अनुभव करता है।

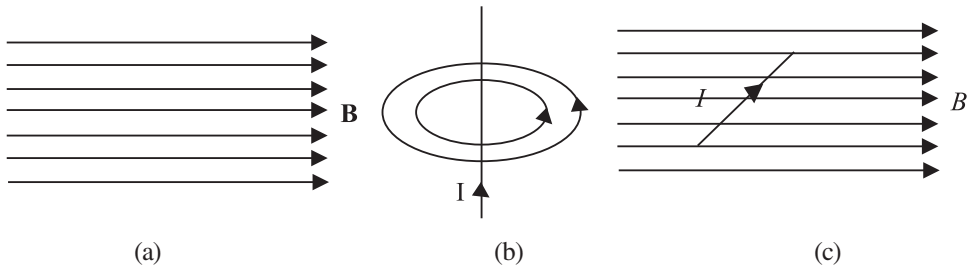
यदि चालक में N मुक्त इलेक्ट्रॉन हों तो इस पर निवल (नेट) बल होगा,

$$F = N\,e\,v_d\,B = nA\,\Delta\ell\,ev_d\,B \qquad (18.11)$$

जबकि n प्रति इकाई आयतन में मुक्त इलेक्ट्रॉनों की संख्या व्यक्त करता है। परंतु, $neAv_d = I$ है। अत:

$$F = I\,\Delta\ell\,B \qquad (18.12)$$

यदि चालक B के साथ कोण θ बनाता है तो $|\mathbf{F}| = I\,\Delta\ell\,B\sin\theta$



चित्र 18.21: (a) एक समान चुंबकीय क्षेत्र, (b) धारा वाहक प्रेरक के द्वारा तथा (c) धारा वाहक चालक पर बल

बल की दिशा को पुन: फ्लेमिंग वाम हस्त नियम द्वारा व्यक्त किया जा सकता है।

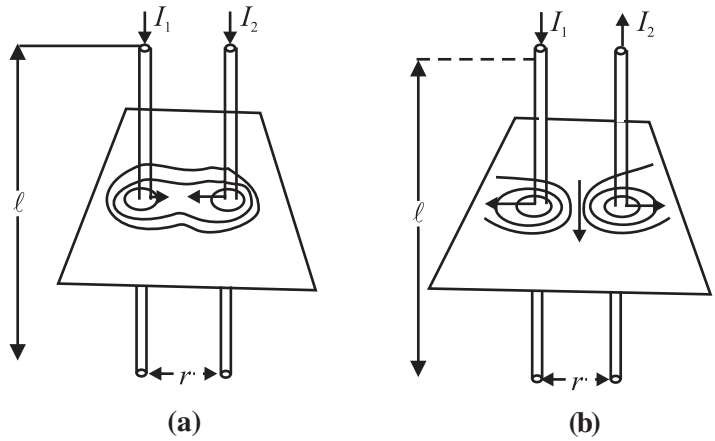
समीकरण (18.12) का प्रयोग, धारा वाहक चालक द्वारा अनुभव किए गए बल के पदों में चुंबकीय क्षेत्र के मात्रक को परिभाषित करने में किया जा सकता है। पदों को पुन: व्यवस्थित करने पर हम लिख सकते है:

$$B = \frac{F}{I\Delta\ell}$$

चूंकि F न्यूटन में, I ऐम्पियर में और $\Delta\ell$ मीटर में हैं अत: B का मात्रक $NA^{-1}\,m^{-1}$ होगा जो टेसला T कहलाता है।

18.5.2 दो समांतर धारा वाहक तारों के मध्य बल

अब आप जान गए हैं कि प्रत्येक धारा वाहक चालक के परिवेश में चुंबकीय क्षेत्र होता है। इसका यह अर्थ हुआ कि यह निकटवर्ती धारा वाहक चालक पर बल डालेगा। परस्पर समांतर स्थित दो धारा वाहक चालकों के मध्य बल, पारस्परिक होता है और इसकी प्रकृति चुंबकीय होती है। धारा वाहक चालक पर कोई नेट विद्युत आवेश नहीं होता अत: यह ऐसे दूसरे तार के साथ विद्युत अन्योन्यक्रिया नहीं कर सकता।



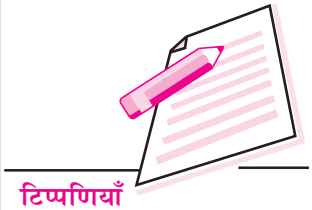
चित्र 18.22: धारा वाहक दो समांतर तारों के मध्य बल का प्रायोगिक निदर्शन

चित्र 18.22 में क्रमश: I_1 और I_2 धाराओं का वहन करने वाले दो समांतर तार दर्शाए गए हैं जो दूरी r से पृथकित हैं। एक तार से दूरी r पर चुंबकीय क्षेत्र $B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r}$ होगा। इसी प्रकार दूसरे तार से दूरी r पर चुंबकीय क्षेत्र $B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi r}$ होगा।

ये क्षेत्र, तारों की लम्बाई के अनुलंब हैं अत: दूसरे धारा वाहक चालक की लम्बाई l पर बल निम्नलिखित के द्वारा व्यक्त किया जाएगा:

$$F = B\,I\,\ell = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r}\,I_2\,\ell$$

अथवा प्रति इकाई लम्बाई बल, $= \frac{\mu_0\,I_1\,I_2}{2\pi r}$



$$\frac{F}{\ell} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi r} \text{ होगा} \qquad (18.13)$$

जब धारा एक ही दिशा में हों तो बल आकर्षी और धाराओं के विपरीत दिशा में होने पर ये बल प्रतिकर्षी होते हैं। समीकरण (18.13) का प्रयोग धारा के मात्रक को परिभाषित करने में किया जा सकता है। यदि

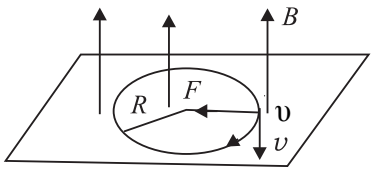
If $I_1 = I_2 = 1\text{A}$, $l = 1\text{m}$ तथा $r = 1\text{m}$, हो तो

$$F = \frac{\mu_0}{2\pi} = 2 \times 10^{-7}\,\text{N}$$

इस प्रकार यदि दो तार समान धारा का वहन कर रहे हों और वे निर्वात अथवा वायु में 1 m की दूरी पर रखे जाएं और वे 2×10^{-7} Nm^{-1} के पारस्परिक बल का अनुभव करें तो प्रत्येक तार में प्रवाहित धारा एक ऐम्पियर होगी।

18.5.3 एकसमान क्षेत्र में आवेशित कण की गति

अब हम ऐसी विभिन्न परिस्थितियों के बारे में सोच सकते हैं जिनमें कोई गतिमान आवेशित कण अथवा धारा वाहक चालक, किसी चुंबकीय क्षेत्र में लोरेन्ट्स बल का अनुभव करे। किसी पिंड पर बल द्वारा किया गया कार्य, गति की दिशा के अनुलंब होता है तो कहा जाएगा कि कोई कार्य नहीं हुआ है। अतः कण की चाल υ और उसकी गतिज ऊर्जा उतनी ही बनी रहेगी जितनी क्षेत्र में गति करते समय थी यद्यपि उसका विक्षेपण हो गया है। इसके विपरीत क्षेत्र में आवेशित कण की चाल और ऊर्जा, कण पर क्षेत्र द्वारा बल के कारण सदैव प्रभावित होगी। कोई आवेशित कण चुंबकीय क्षेत्र के अनुलंब गति करते समय वर्तुल पथ का अनुसरण करता है (चित्र 18.23)। क्योंकि यह प्रत्येक स्थिति में गति की दिशा से समकोण पर बल का अनुभव करता है। हमें ज्ञात है कि चुंबकीय बल $q\upsilon B$ कण को अभिकेंद्री बल $(m\upsilon^2/R)$ प्रदान करता है जिसके कारण वह वृत्त में गति करता रहता है। अतः हम लिख सकते हैं कि,



चित्र 18.23: एक समान चुंबकीय क्षेत्र में आवेशित कण का पथ

$$q\,\upsilon B = \frac{m\upsilon^2}{R}$$

पुनः व्यवस्थित करने पर,

$$R = \frac{m\upsilon}{q\,B} \qquad (18.14)$$

किसी एक समान चुंबकीय क्षेत्र में आवेशित कण द्वारा अनुरेखित पथ की त्रिज्या, इसके संवेग $(m\upsilon)$ के अनुक्रमानुपाती और उसके आवेश तथा चुंबकीय क्षेत्र के व्युत्क्रमानुपाती होती है। इसका यह अर्थ हुआ कि संवेग जितना अधिक होगा, वृत्त उतना ही बड़ा होगा और क्षेत्र जितना अधिक प्रबल होगा वृत्त उतना ही छोटा होगा। वर्तुल पथ में कण के घूर्णन का आवर्तकाल निम्नलिखित के द्वारा व्यक्त किया जा सकता है:

$$T = \frac{2\pi R}{\upsilon} = \frac{2\pi m}{Bq} \qquad (18.14\ a)$$

ध्यान दें कि आवर्तकाल कण के वेग और कक्षा की त्रिज्या पर निर्भर नहीं करता। इसका यह अर्थ हुआ कि कण यदि एक बार चुंबकीय क्षेत्र में हो तो वह उतनी ही त्रिज्या के वृत के अनुदिश चक्कर लगाता रहेगा। यदि m, B, q, अपरिवर्ती रहें तो υ और R में परिवर्तन होने पर भी आवर्तकाल परिवर्तित नहीं होता। अब विचार कीजिए कि निम्नलिखित अवस्थाओं में R और T का क्या होगा: a) क्षेत्र B को प्रबल कर दिया जाए; b) क्षेत्र B को दुर्बल कर दिया जाए; c) क्षेत्र B का अस्तित्व न हो; d) B की दिशा परिवर्तित कर दी जाए; e) चुंबकीय क्षेत्र में कण, उच्चतर चाल से प्रवेश करें; f) B के साथ कोण बनाता हुआ कण प्रवेश करें; तथा g) आवेशित कण पर आवेश समाप्त हो जाए।

18.5.4 एकसमान विद्युत तथा चुम्बकीय क्षेत्रों में आवेशित कण की गति

(a) विद्युत क्षेत्र में गति

किसी एक समान विद्युत क्षेत्र में E में q आवेश युक्त कण पर लगने वाला बल,

$$\mathbf{F} = q\mathbf{E}$$

अत:, इस बल के प्रभाव से यह आवेशित कण त्वरित होगा। इस त्वरण का मान होगा,

$$\mathbf{a} = \frac{\mathbf{F}}{m} = \frac{q\mathbf{E}}{m}$$

यह त्वरण बल की दिशा में होगा। यदि आवेश धनात्मक है तो इसका त्वरण क्षेत्र की दिशा में होगा और यदि आवेश ऋणात्मक है तो त्वरण क्षेत्र की विपरीत दिशा में होगा। गति के समीकरणों के उपयोग द्वारा आवेशित कण के वेग तथा विस्थापन का परिकलन किया जा सकता है:

$$v = u + \left(\frac{qE}{m}\right)t$$

$$s = ut + \frac{1}{2}\left(\frac{qE}{m}\right)t^2$$

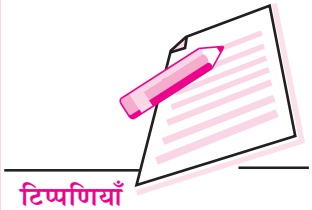
जहाँ t समय को निर्दिष्ट करता है।

(b) चुम्बकीय क्षेत्र में गति

अनुच्छेद 18.5.3 (पृष्ठ 104, पुस्तक 2) के अनुसार किसी चुम्बकीय क्षेत्र में आवेशित कण पर लगने वाले बल का मान होता है

$$F = qBv\sin\theta$$

जहाँ θ, वेग तथा चुम्बकीय क्षेत्र के बीच का कोण है।

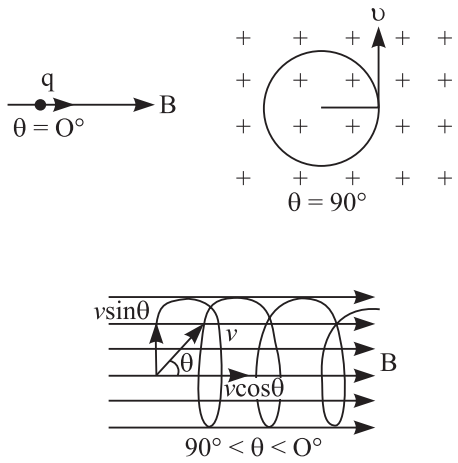


यदि $\theta = 0$, तो $F = 0$ और आवेशित कण सरल रेखा के अनुदिश किसी स्थिर चालसे गमन करेगा।

यदि $\theta = 90°$, तो F का मान अधिकतम होगा और इस बल की दिशा, फ्लेमिंग के वाम हस्त नियम के अनुसार उस समतल के लम्बवत् होगी जिसमें **v** एवं **B** विद्यमान है, तथा आवेशित कण एक वृत्ताकार पथ में स्थिर चाल तथा आवृत्ति से घूर्णन करेगा।

यदि $\theta \neq 0° \neq 90°$, तो कण का वेग क्षेत्र की लम्बवत् दिशा में $v\sin\theta$ तथा क्षेत्र की समान्तर दिशा में $v\cos\theta$ होगा। अतः कण सर्पिल पथ में गति करेगा।

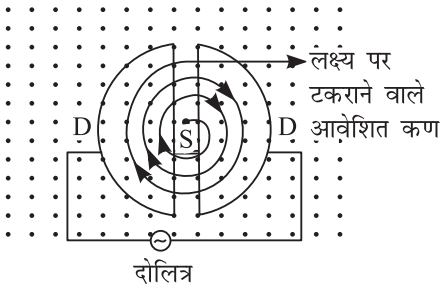
उपरोक्त विवेचन से हमें यह ज्ञात होता है कि, चुम्बकीय क्षेत्र किसी गतिमान आवेश की चाल में परिवर्तन नहीं करता, यह केवल कण की गति की दिशा में परिवर्तन करता है।



चित्र 18.24

18.5.5 साइक्लोट्रॉन

साइक्लोट्रॉन, ई. ओ. लॉरेन्स द्वारा 1929 में आविष्कृत एक ऐसी युक्ति है जिसका उपयोग आवेशित कणों (जैसे प्रोटॉन, ड्यूट्रॉन या एल्फा कणों) को त्वरित करने के लिये किया जाता है। इसमें धातु की दो अर्धवृत्ताकार खोखली डिस्क DD होती हैं। इनका आकार अंग्रेजी के अक्षर 'D' से मिलता जुलता है, इसलिए इन्हें 'डी' कहा जाता है। इनके बीच में कुछ रिक्त स्थान होता है, जिससे ये एक-दूसरे से पृथक्कृत रहती हैं। इन 'डी' को एक वायुरिक्त कक्ष में रखा जाता है।



चित्र 18.25

'डी' के तल की लम्बवत् दिशा में एक विद्युत चुम्बक द्वारा (जिसके ध्रुव सपाट होते हैं) चुम्बकीय क्षेत्र उत्पन्न किया जाता है (आरेख में यह पृष्ठ से बाहर की ओर दर्शाया गया है)। एक दोलित्र के द्वारा दो 'डी' के बीच में द्रुत दोलनी विभवान्तर आरोपित किया जाता है। इससे दोनों 'डी' के बीच के रिक्त स्थान में एक दोलनी विद्युत क्षेत्र उत्पन्न हो जाता है।

दो 'डी' के बीच के रिक्त स्थान में q आवेश युक्त m द्रव्यमान के एक कण पर विचार कीजिए। विद्युत क्षेत्र के कारण यह कण किसी एक 'डी' की ओर त्वरित होता है। 'डी के भीतर यह कण अर्ध वृत्ताकार पथ में दक्षिणावर्त दिशा में एक स्थिर चाल से गति करता है। यदि दोलित्र की आवृत्ति, आवेशित कण के परिक्रमण की आवृति के बराबर हो तो, यह कण दो 'डी' के बीच रिक्त स्थान में उस क्षण पहुँचेगा जब विद्युत क्षेत्र की दिशा के उलट जाने के कारण सामने वाला 'डी' ऋणात्मक हो जाता है।

आवेशित कण के परिक्रमण की आवृति समीकण 18.14a के अनुसार,

$$v = \frac{1}{T} = \frac{v}{2\pi R} = \frac{Bq}{2\pi m}$$

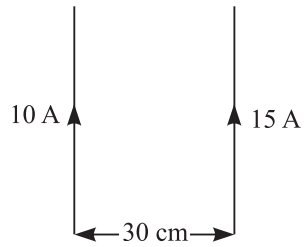
जहाँ, B चुम्बकीय क्षेत्र है।

इसे साइक्लोट्रॉन आवृत्ति भी कहा जाता है और v_c से निर्दिष्ट किया जाता है। जब $v_c = v_o =$ दोलित्र की आवृति, तो कण रिक्त स्थान में उस क्षण पहुँचता है जब सामने वाले 'डी' के विभव का चिन्ह उल्टा हो जाता है। इस स्थिति को साइक्लोट्रॉन अनुनाद स्थिति कहा जाता है। इस के कारण, कण ऊर्जा प्राप्त करता है जिससे यह और अधिक त्रिज्या के वृत्त में गति करने लगता है। ऊर्जा में इस वृद्धि को अनेक बार दोहराया जा सकता है।

इस प्रकार, कण की ऊर्जा तथा उसके पथ (मार्ग) की त्रिज्या लगातार बढ़ती जाती है। किन्तु, इस पथ की अधिकतम त्रिज्या 'डी की त्रिज्या R के द्वारा परिसीमित होती है। उच्च ऊर्जा के आवेशित कण अन्ततः 'डी' में बने द्वार से बाहर निकल आते हैं।

उदाहरण 18.3 : चित्र 18.21 का अवलोकन कर, धारा 10A तथा 15A, का वहन करने वाले तारों के मध्य बल परिकलित कीजिए यदि इन तारों की लम्बाई 5m है। इस बल की प्रकृति कैसी होगी?

हल : जब दो लंबे समांतर तारों में एक ही दिशा में धारा प्रवाहित हो तो तार परस्पर आकर्षित होते हैं और आकर्षण बल निम्नलिखित के द्वारा व्यक्त किया जाएगा।

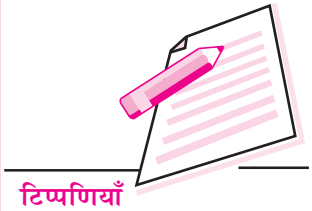


चित्र 18.26

$$\frac{F}{\ell} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi r} = \frac{2\times10^{-7}\times10\times15}{3} = 10^{-4}\ \text{N m}^{-1}$$

$$\therefore F = 5\times10^{-4}\ \text{N}$$

बल की प्रकृति आकर्षी है।



उदाहरण 18.4 : 3×10^7 m s^{-1} के वेग से कोई इलेक्ट्रॉन अपने अनुलंब, 0.2 T, के एक समान चुंबकीय क्षेत्र में वर्तुल पथ तय करता है। इस पथ की त्रिज्या परिकलित कीजिए।

हल :

हमें ज्ञात है कि,
$$R = \frac{mv}{Bq}$$

यहां, $m_e = 9 \times 10^{-31}$ kg, $e = 1.6 \times 10^{-19}$ C, $v = 3 \times 10^7$ m s^{-1} तथा $B = 0.2$ T. अतः

$$R = \frac{9 \times 10^{-31} \times 3 \times 10^7}{0.2 \times 1.6 \times 10^{-19}}$$

$$= 0.85 \times 10^{-3}$$

$$= 8.5 \times 10^{-4} \text{ m}$$

पाठगत प्रश्न 18.4

1. प्रोटॉनों की कोई धारा इलेक्ट्रॉनों की धारा के समांतर परंतु विपरीत दिशा में गति कर रही है। इनके मध्य बल की प्रकृति कैसी है?
2. विद्युत तथा चुंबकीय क्षेत्र दोनों किसी इलेक्ट्रॉन को विक्षेपित करते हैं। इनमें क्या अंतर है?
3. कोई पिंड किसी ऊर्ध्व स्प्रिंग से लटका है। यदि इस स्प्रिंग से होकर धारा प्रवाहित की जाए तो पिंड की स्थिति पर क्या प्रभाव पड़ेगा?
4. साइक्लोट्रॉन किस प्रकार आवेशित कणों को त्वरित करता है?

18.6 द्विध्रुव के रूप में धारा पाश

आपको ध्यान होगा कि कुंडली के केंद्र पर क्षेत्र समीकरण (18.6) के द्वारा निम्नलिखित प्रकार से व्यक्त किया जा सकता है:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2r}$$

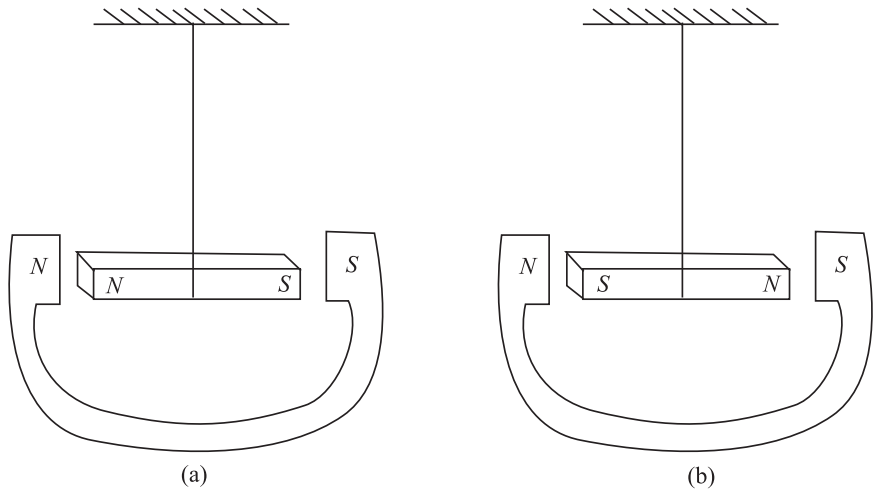
अंश और हर को $2\pi r^2$, से गुणा करने पर हम इसे इस प्रकार लिख सकते हैं:

$$B = \frac{\mu_0\, 2I\,.\,\pi r^2}{4\pi r^3} = \frac{\mu_0\, 2\, I\, A}{4\pi r^3} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2M}{r^3}$$

जबकि A कुंडली का क्षेत्रफल तथा M चुंबकीय आघूर्ण है। यह दर्शाता है कि धारा का वहन करने वाली कुंडली, एक चुंबकीय द्विध्रुव की भांति व्यवहार करती है जिसमें उत्तर व दक्षिण ध्रुव हैं। पाश का एक फलक उत्तर ध्रुव और दूसरा फलक दक्षिण ध्रुव की भांति व्यवहार करता है। आइए, एक सरल क्रिया कलाप करें:

क्रियाकलाप 18.3

दंड चुंबक को किसी अश्वनाल चुंबक के ध्रुव-खंडों के मध्य, धागे द्वारा लटकाइए जैसा कि चित्र 18.27 के द्वारा दर्शाया गया है।



चित्र. 18.27 : अश्व नाल चुंबक के मध्य निलंबित दंड चुंबक

यदि दंड चुंबक को चित्र 18.27 (a) में दर्शाए गए अनुसार थोड़ा सा अलग-बगल विस्थापित किया जाए तो क्या होगा? चूंकि सदृश ध्रुव, प्रतिकर्षित होते हैं अत: दंड चुंबक एक बलाघूर्ण का अनुभव करेगा और 180° के कोण से घूमकर चित्र 18.27 में दर्शाए अनुसार संरेखित हो जाएगा। चूंकि धारा पाश एक चुंबक की भांति व्यवहार करता है अत: यह बाह्य क्षेत्र में उसी प्रकार संरेखित हो जाएगा। आप स्थिर वैद्युतिकी के अध्याय में निम्नलिखित समीकरणों का अध्ययन कर चुके हैं। किसी द्विध्रुव से उसकी अक्ष पर स्थित सुदूर बिंदु पर विद्युत क्षेत्र इस प्रकार व्यक्त किया जा सकता है:

$$\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\mu_0}\frac{2\mathbf{P}}{x^3} \qquad (18.15\ b)$$

धारा वाहक कुंडली के कारण चुंबकीय क्षेत्र,

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2\,\mathrm{NIA}}{x^3} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2\mathbf{M}}{x^3} \qquad (18.15\ c)$$

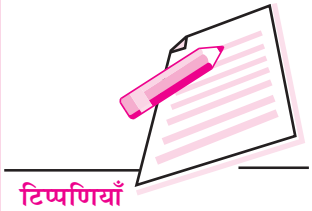
जबकि **M** चुंबकीय द्विध्रुव आघूर्ण है।

इन व्यंजकों की तुलना से हमें निम्नलिखित अनुरुपताएं प्राप्त होती हैं:

- धारा लूप एक चुंबकीय द्विध्रुव की भांति व्यवहार करता है जिसका चुंबकीय आघूर्ण निम्नलिखित है:

$$\mathbf{M} = \mathrm{NIA} \qquad (18.15\ (d)$$

- चुंबकीय द्विध्रुव के ध्रुवों की भांति धारा पाश के दोनों पार्श्वों को अलग-अलग नहीं किया जा सकता।



- एक समान चुंबकीय क्षेत्र में कोई चुंबकीय द्विध्रुव किसी एकसमान विद्युत क्षेत्र में विद्युत द्विध्रुव की भांति ही व्यवहार करता है।
- चुंबकीय द्विध्रुव में द्विध्रुव की भांति ही चारो ओर चुंबकीय क्षेत्र होता है।

इस प्रकार, किसी अक्षीय बिंदु पर चुंबकीय द्विध्रुव के कारण उत्पन्न चुंबकीय क्षेत्र, निम्नलिखित व्यंजक के द्वारा व्यक्त किया जाएगा:

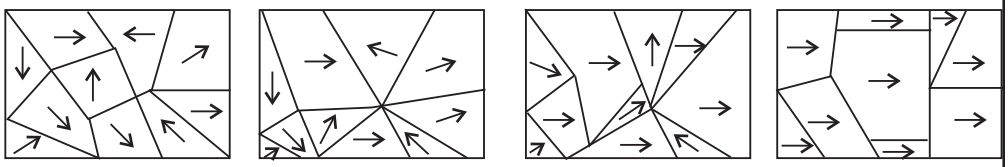
$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2\mathbf{M}}{x^3} \qquad (18.16)$$

जबकि किसी मध्यवर्ती बिंदु पर क्षेत्र निम्नलिखित होगा:

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{\mathbf{M}}{x^3} \qquad (18.17)$$

द्रव्य में चुंबकत्व

चुंबकीय क्षेत्र में सामग्री के व्यवहार के आधार पर हम उन्हें मोटे तौर पर तीन संवर्गों में विभाजित कर सकते हैं: (i) **प्रति चुंबकीय** पदार्थ में चुंबक द्वारा क्षीण प्रतिकर्षण होता है; (ii) **अनुचुंबकीय पदार्थ** में चुंबक द्वारा क्षीण आकर्षण होता है; (iii) **लोह चुंबकीय पदार्थ**, चुंबक द्वारा प्रबल रूप से आकर्षित होते हैं। लोह, निकैल और कोबाल्ट जैसे पदार्थ लोह चुंबकीय कहलाते हैं। अब हम पदार्थ के लोह चुंबकीय, व्यवहार के बारे में विस्तार से अध्ययन करेंगे। लोह चुंबकीय पदार्थ दुर्बल चुंबकीय क्षेत्र में रखे जाने पर भी चुंबक बन जाते हैं। क्योंकि उनके परमाणु, स्थायी चुंबकीय द्विध्रुव की भांति व्यवहार करते हैं। इन परमाणु द्विध्रुवों की प्रवृत्ति किसी बाह्य क्षेत्र में परस्पर समांतर संरेखित होने की होती है। ये द्विध्रुव परस्पर स्वतंत्र नहीं होते। प्रत्येक द्विध्रुव अपने परिवेशी द्विध्रुव की उपस्थिति का अनुभव करता है। इस अन्योन्य क्रिया की सही व्याख्या केवल क्वांटम यांत्रिकी के आधार पर की जा सकती है। हालांकि, निम्नलिखित विवरण के आधार पर लोह चुंबकीय पदार्थ में छोटे-छोटे क्षेत्र होते हैं जो डोमेन कहलाते हैं। किसी डोमेन में सभी चुंबकीय द्विध्रुव संरेखित रहते हैं और डोमेनों का चुम्बकत्व अधिकतम होता है। परंतु डोमेन यादृच्छिकत: अभिविन्यस्त रहते हैं। परिणाम स्वरूप किसी प्रतिदर्श का कुल चुंबकीय आघूर्ण शून्य होता है। जब हम बाह्य चुंबकीय क्षेत्र लगाते हैं तो ये डोमेन थोड़ा सा घूर्णन कर स्वंय, क्षेत्र की दिशा में संरेखित हो जाते हैं जिससे परिणामी चुंबकीय आघूर्ण प्राप्त होता है। यह प्रक्रम नीचे चित्र 18.28 में दर्शाए गए सरल आरेख द्वारा आसानी से समझा जा सकता है।



$\mathbf{B} = 0$ (a) $\mathbf{B} > 0$ (b) $\mathbf{B} >> 0$ (c) $\mathbf{B} >>> 0$ (d)

चित्र 18.28 : लोह चंबकीय पदार्थ में डोमेन

चित्र 18.28 (a) में दस डोमेन दर्शाए गए हैं। सरलता को ध्यान में रखकर हम एक द्विविमीय उदाहरण लेते हैं। सभी डोमेन इस प्रकार दिष्ट हैं कि प्रतिदर्श का कुल चुंबकन शून्य है। आकृति 18.28 (b) में बाह्य चुंबकीय क्षेत्र लागू करने के बाद की स्थिति दर्शाई गई है। डोमेनों की परिसीमाएं (डोमेन की दीवारें) इस प्रकार पुनर्गठित हो जाती हैं कि क्षेत्र की दिशा में चुंबकीय आघूर्ण वाले डोमेन का आमाप, अन्य डोमेन दीवारों की कीमत पर बड़ा हो जाता है। बाह्य क्षेत्र की प्रबलता बढ़ाने पर, अनुकूल डोमेनों के आमाप में वृद्धि हो जाती है और डोमेन के अभिविन्यास में किंचित परिवर्तन हो जाता जिसके फलस्वरूप अधिक चुंबकन हो जाता चित्र [18.28 (c)] है। अति प्रबल अनुप्रयुक्त क्षेत्र के प्रभाव में लगभग समग्र आयतन, एकल डोमेन के रूप में व्यवहार करता है जिससे संतृप्त चुंबकन प्राप्त होता है। जब बाह्य क्षेत्र हटा लिया जाता है तो प्रतिदर्श में नेट चुंबकत्व बना रहता है। लोह चुंबकीय प्रतिदर्शों में डोमेनों को उच्च शक्ति सूक्ष्मदर्शी द्वारा आसानी से देखा जा सकता है।

जब लोह चुंबकीय पदार्थ के ताप में किसी नियत क्रांतिक मान से अधिक वृद्धि की जाती है तो पदार्थ अनुचुंबकीय बन जाता है। यह क्रांतिक ताप, क्यूरी ताप Te कहलाता है। सारणी 18.1 में लोह चुंबकीय पदार्थ और उनके क्यूरी ताप दिये गये हैं।

सारणी 18.1: लोह चुम्बकीय पदार्थ और उनके क्यूरी ताप

पदार्थ	क्यूरी ताप T_c (K)
लोहा	1043
निकेल	631
कोबाल्ट	1394
गैडोलिनियम	317
Fe_2O_3	893

उदाहरण 18.5 : चुंबकीय आघूर्ण का अल्पतम मान बोर मैग्नेटॉन $\mu_B = \frac{eh}{4\pi m}$ कहलाता है। यह एक मूल नियतांक है। इसका मान परिकलित कीजिए:

हल:

$$\mu_B = \frac{eh}{4\pi m}$$

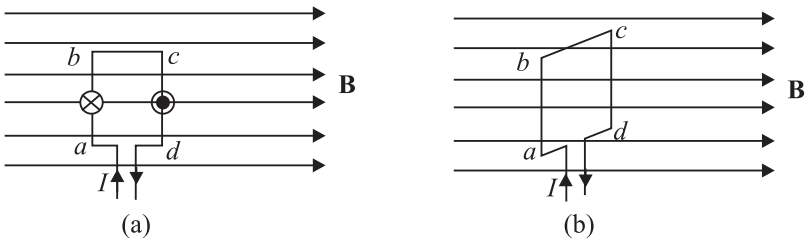
$$= \frac{(1.6\times10^{-19}\,C)\times(6.6\times10^{-34}\,Js)}{4\times3.14\times(9\times10^{-31}\,kg)}$$

$$= 9.34\times10^{-24}\ J\ T^{-1}$$

18.6.1 धारा लूप पर बल-आघूर्ण

धारा का वहन करने वाले तार के लूप को किसी एकसमान चुंबकीय क्षेत्र (**B**) में रखा गया है। यह किसी नेट बल का अनुभव नहीं करता। परंतु इस पर एक बल-आघूर्ण क्रिया करता है। इस बल-आघूर्ण की प्रवृत्ति पाश को घूर्णित कर इसके समतल को, क्षेत्र की दिशा के अनुलंब लाने की होती है। इसी सिद्धांत के आधार पर सभी विद्युत मोटर तथा मीटर आदि कार्य करते हैं।

हम आयताकार धारावाहक लूप की प्रत्येक भुजा पर बल की जांच करते हैं जहां समतल, एकसमान चुंबकीय क्षेत्र B के समांतर (चित्र 18.29 (a) है।



चित्र 18.29 : आयताकार लूप की भुजा पर बल ज़ब (a) पाश, क्षेत्र के समांतर है, और जब (b) कुंडली, क्षेत्र के अनुलंब है।

ad और *bc* भुजाएँ B के समांतर हैं। अत: उन पर कोई बल क्रिया नहीं करेगा। भुजाएं ab तथा cd हालांकि B के अनुलंब है अत: ये अधिकतम बल का अनुभव करेंगी। हम ab और cd पर बल की दिशा आसानी से ज्ञात कर सकते हैं।

वास्तव में, $|\mathbf{F}_{ab}|=|\mathbf{F}_{cd}|$ और ये विपरीत दिशाओं में क्रिया करते हैं। अत: लूप पर कोई नेट बल नहीं है। चूंकि $\mathbf{F}_{ab}$ और $\mathbf{F}_{cd}$ एक ही रेखा के अनुदिश क्रिया नहीं करते अत: वे लूप पर बल आघूर्ण डालते हैं इसी कारण वह घूम जाता है। यह बात चुंबकीय क्षेत्र में किसी भी आकार के धारा लूप पर लागू होती है।

यदि लूप का समतल चुंबकीय क्षेत्र के अनुलंब हो तो उस पर न तो कोई नेट बल और ना ही कोई बल आघूर्ण (देखिए चित्र 18.29 (b)) होगा।

$$\text{बल आघूर्ण} = \text{बल} \times \text{बल के मध्य लांबिक दूरी}$$

$$= B\,IL.\,b \sin\theta$$

चित्र 18.30 का अवलोकन करें जिसमें धारा *I* को वहन करने वाला लूप *PQRS* दर्शाया गया है। चुंबकीय क्षेत्र B और कुंडली *n* के समतल के अभिलंब के मध्य कोण θ है। तब, बल आघूर्ण,

$$\boldsymbol{\tau} = NBIL\,b \sin\theta$$

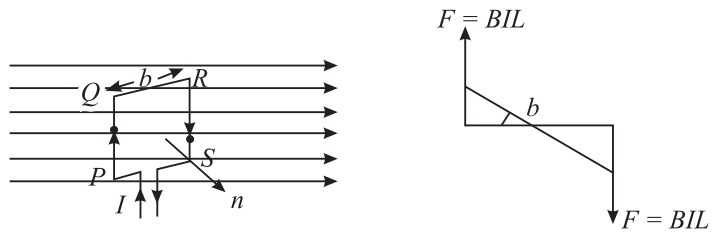
जबकि *N* कुंडली पर फेरों की संख्या है। हम पुन: निम्नलिखित रूप में लिख सकते है:

$$|\boldsymbol{\tau}| = NBI\,A \sin\theta \qquad (18.18)$$

जबकि *A*, कुंडली का क्षेत्रफल = *L x b*

$$|\boldsymbol{\tau}| = |\mathbf{B}|\,|\mathbf{M}|\,\sin\theta \qquad (18.19)$$

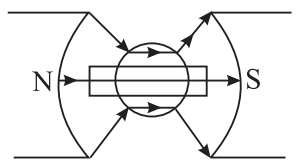
जबकि $\mathbf{M} = NI\mathbf{A}$ है जो धारा वाहक कुंडली का चुंबकीय आघूर्ण कहलाता है। इस प्रकार हम देखते हैं कि बल-आघूर्ण *B,A,I,N* तथा θ पर निर्भर करता है।



चित्र 18.30 : धारावाहक पाश पर बल आघूर्ण

यदि चुंबकीय क्षेत्र में लूप का एक समान घूर्णन वांछनीय हो तो हमें अपरिवर्ती बल आघूर्ण चाहिए। यदि कुंडली का समतल सदैव चुंबकीय क्षेत्र के अनुदिश या समांतर हो बलयुग्म लगभग अपरिवर्ती होगा। ऐसा करने के लिए चुंबक के ध्रुवीय टुकड़ों की मोड़ कर और उसके केंद्र पर मृदु लोह क्रोड रखा जाता है ताकि त्रिज्य क्षेत्र प्राप्त हो।

लूप के अंदर स्थित मृदु लोह क्रोड से भी चुंबकीय क्षेत्र प्रबल और एक समान हो जाता है जिससे अधिक बल-आघूर्ण प्राप्त होता है (चित्र 18.30)।



चित्र 18.31: त्रिज्य क्षेत्र में किसी कुंडली पर अपरिवर्ती बल-आघूर्ण

18.6.1.1 चुम्बकीय द्विध्रुव

चुम्बकीय द्विध्रुव से तात्पर्य है

(i) तार की धारावाही वृत्ताकार कुण्डली, तथा

(ii) एक छोटा छड़ चुम्बक

किसी बिन्दु पर चुम्बकीय द्विध्रुव के कारण चुम्बकीय क्षेत्र-

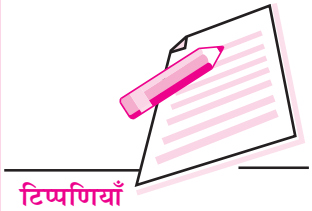
(i) द्विध्रुव की अक्ष पर इसके केन्द्र से r दूरी पर स्थित बिन्दु पर होगा:

$$|\mathbf{B}| = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2\mathbf{M}}{r^3}$$

(ii) द्विध्रुव की समद्विभाजक रेखा पर r दूरी पर स्थित किसी बिन्दु पर होगा:

$$|\mathbf{B}| = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{\mathbf{M}}{r^3}$$

इसका अर्थ है कि चुम्बकीय क्षेत्र की अक्ष के परित: बेलनाकार (सिलिंडिरिकल) सममिति है।



18.6.1.2 एकसमान चुम्बकीय क्षेत्र में स्थित चुम्बकीय द्विध्रुव पर बल-आघूर्ण

अनुभाग 18,6 में हम देख चुके हैं कि धारा पाश (लूप) चुम्बकीय द्विध्रुव की भाँति व्यवहार करता है। 18.6.1 में हमने यह भी देखा है कि किसी एकसमान चुम्बकीय क्षेत्र में स्थित धारापाश पर एक बल-आघूर्ण लगता है जिसका मान होता है;

$$\tau = \mathbf{M} \times \mathbf{B}$$

$$\Rightarrow \qquad |\tau| = |\mathbf{M}| \times |\mathbf{B}| \sin\theta$$

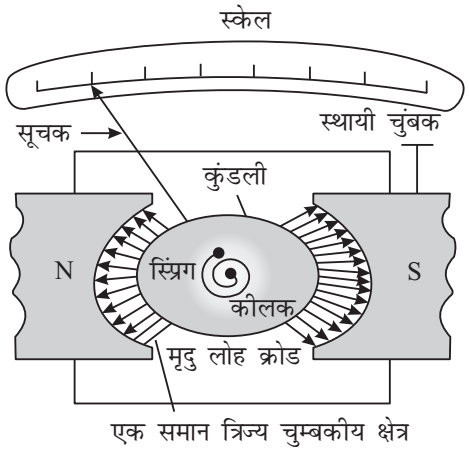
τ की दिशा उस समतल के अभिलम्बवत् होती है जिसमें **M** तथा **B** स्थित हैं, यह दिशा दक्षिण-हस्त स्क्रू नियम द्वारा ज्ञात की जा सकती है।

नोट कीजिये कि इन व्यंजकों में, $\mathbf{M} = NI\mathbf{A}$.

जहाँ **A** की दिशा दक्षिण हस्त नियम द्वारा ज्ञात की जाती है।

18.6.2 गैल्वेनोमीटर

अब तक आपने जो कुछ सीखा है इससे किसी ऐसे यंत्र के बारे में सोच सकते है जिससे किसी भी परिपथ में धारा का संसूचन किया जा सके। परिशुद्धत: ऐसी युक्ति गैल्वेनोमीटर कहलाती है जो इस सिद्धांत पर आधारित है कि धारा का वहन करने वाली कुंडली को जब चुंबकीय क्षेत्र में रखा जाता तो बल आघूर्ण का अनुभव करती है। गैल्वेनोमीटर में अचुंबकीय फ्रेम पर लपेटी हुई एक कुंडली होती है। इस कुंडली के अंदर एक मृदु लोहे का सिलिंडर रखा जाता है। इस व्यवस्था को ऐसे दो कीलकों पर आधार प्रदान किया जाता है जो सूचक युक्त स्प्रिंगों से जुड़े रहते हैं। इसे अश्वनाल चुंबक के ध्रुव टुकड़ों के मध्य रखा जाता है जो त्रिज्य क्षेत्र प्रदान करते है। चल कुंडली गैल्वेनोमीटर के कार्य सिद्धांत को समझने के लिए स्मरण करें कि जब किसी कुंडली से होकर धारा प्रवाहित होती है तो उस पर क्रिया करने वाले बल आघूर्ण के प्रभाव में वह घूम जाती है। स्प्रिंग से प्रत्यानयन बल और इस प्रकार प्रत्यानयन बल आघूर्ण स्थापित हो जाता है। यदि व्यावर्तन कोण (Angle of twist) α और k प्रति इकाई व्यावर्त प्रत्यानयन बलआघूर्ण हो, (जो व्यावर्तनी स्थिरांक कहलाता है,) तो



चित्र 18.32 : चल कुंडली गैल्वेनोमीटर

हम लिख सकते है; $NBIA \sin\theta = k\,\alpha$

चूंकि $\theta = 90^o$, $\sin\theta = 1$. अतः

$$NBIA = k\alpha$$

अथवा
$$\frac{INBA}{k} = \alpha \qquad (18.20)$$

और
$$I = \frac{k\alpha}{INBA},$$

जबकि, $\frac{k}{INBA}$ गैल्वेनोमीटर स्थिरांक कहलाता है। इससे यह निष्कर्ष निकलता है कि,

$$\alpha \propto I$$

अर्थात; गैलवेनोमीटर में उत्पन्न विक्षेपण उससे होकर प्रवाहित धारा के आनुपातिक होगा बशर्ते कि $N, B\ A$ और k अपरिवर्ती हों। अनुपात α/I गैल्वेनोमीटर की सुग्राहिता कहलाता है। इसे, प्रति इकाई धारा से उत्पन्न कुंडली में विक्षेपण से परिभाषित किया जाता है। धारा जितनी प्रबल होगी बल आघूर्ण भी उतना ही प्रबल होगा और कुंडली अधिक घूमेगी। अत्यल्प (बहुत ही कम) (अर्थात $0.1\mu A$ कोटि) धारा को प्रति उत्तरित करने के लिए गैल्वेनोमीटर निर्मित किए जा सकते हैं।

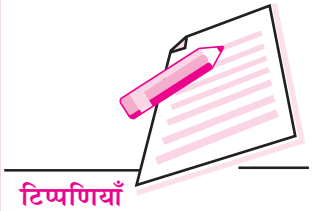
गैल्वेनोमीटर की सुग्राहिता : अधिक सुग्राही गैल्वेनोंमीटर प्राप्त करने के लिए;

- N का मान अधिक होना चाहिए;
- B का मान अधिक, एकसमान और त्रिज्य होना चाहिए;
- कुंडली का क्षेत्रफल अधिक होना चाहिए; और
- व्यावर्तनी स्थिरांक अल्प होना चाहिए;

N और A के मान एक सीमा से अधिक नहीं बढ़ाए जा सकते। N और A के अधिक मानों से वैद्युतीय तथा जड़त्वीय प्रतिरोध और गैल्वेनोमीटर के आमाप में वृद्धि हो जाएगी। प्रबल अश्वनाल चुंबल का प्रयोग कर और कुंडली को मृदु लोह क्रोड पर आरोपित कर B के मान में वृद्धि की जा सकती है। क्वाट्र्ज और फॉस्फर ब्रान्ज जैसी सामग्री का प्रयोग कर α के मान में कमी की जा सकती है।

18.6.3 ऐमीटर तथा वोल्टमीटर

(a) ऐमीटर : ऐमीटर, समुचित ढंग से शंट किया गया गैल्वेनोमीटर होता है। इसका स्केल अंशांकित होता है जो परिपथ में धारा का मान दर्शाता है। किसी गैल्वेनोमीटर को ऐमीटर में परिणत करने के लिए अल्प प्रतिरोधी तार को गैल्वेनोमीटर के साथ पार्श्व-संयोजित किया जाता है। शंट का प्रतिरोध, ऐमीटर के परास पर निर्भर करता है और निम्नलिखित प्रकार से परिकलित किया जा सकता है:



मान लीजिए गैल्वेनोमीटर का प्रतिरोध G और गैल्वेनोमीटर में स्केल-विभाजनों की संख्या N है। k दक्षता अंक अथवा गैल्वेवोमीटर में एक स्केल विक्षेपण के लिए धारा है। गैल्वेनों मीटर के पूरे स्केल पर विक्षेपण उत्पन्न करने के लिए धारा $I_g = Nk$ होगी।

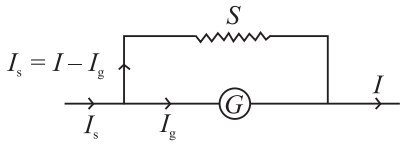
यदि गैल्वेनोमीटर द्वारा मापी जाने वाली अधिकतम धारा I है तो चित्र 18.28 के अनुसार बिंदुओं A और B के मध्य वोल्टता इस प्रकार व्यक्त की जाएगी।

$$V_{AB} = Ig\,G = (I - I_g)\,S$$

ताकि

$$S = \frac{Ig\,G}{I - Ig} \qquad (18.21)$$

जबकि S शंट प्रतिरोध है।



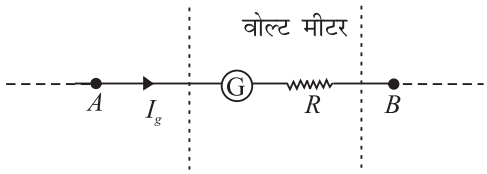
चित्र 18.33 : ऐमीटर के रूप में कार्य करने वाला शंट युक्त गैल्वेनोमीटर.

चूंकि G और S पार्श्व क्रम में संयोजित हैं अत: ऐमीटर का प्रभावी प्रतिरोध R इस प्रकार व्यक्त किया जाएगा: $R = \dfrac{GS}{G+S}$.

चूंकि शंट प्रतिरोध अल्प है अत: गैल्वेनोमीटर और शंट का संयुक्त प्रतिरोध बहुत कम होता है अत: गैल्वेनोमीटर के प्रतिरोध की तुलना में ऐमीटर का प्रतिरोध कम होता है। आदर्श ऐमीटर का प्रतिरोध लगभग नगण्य होता है। इसी कारण जब इसे किसी परिपथ में श्रेणीक्रम में संयोजित किया जाता है तो बिना किसी प्रेक्षणीय कमी के समग्र धारा इससे होकर प्रवाहित हो जाती है।

(b) वोल्टमीटर : वोल्टमीटर का प्रयोग किसी परिपथ में दो बिंदुओं के मध्य विभवांतर के मापन में किया जाता है। गैल्वेनोमीटर कुंडली के साथ उच्च प्रतिरोध को श्रेणी क्रम में संयोजित कर गैल्वेनोमीटर को वोल्टमीटर में परिणत किया जा सकता है जैसा कि चित्र 18.29 में दर्शाया गया है। प्रतिरोध का मान वोल्टमीटर के परास पर निर्भर करता है और निम्नलिखित प्रकार से परिकलित किया जा सकता है:

गैल्वेनोमीटर कुंडली के साथ उच्च प्रतिरोध R श्रेणी क्रम में संयोजित है:



चित्र 18.34 : वोल्टमीटर के रूप में गैल्वेनोमीटर

यदि AB के मध्य विभवान्तर V वोल्ट हो तो वोल्टमीटर का कुल प्रतिरोध G+R होगा। ओम नियम के अनुसार हम लिख सकते हैं;

$$I_g (G + R) = V$$

अथवा
$$G + R = \frac{V}{I_g}$$

$$\Rightarrow \quad R = \frac{V}{I_g} - G \qquad (18.22)$$

इसका यह अर्थ हुआ कि यदि गैल्वेनोमीटर की कुंडली के साथ प्रतिरोध R को श्रेणी क्रम में संयोजित कर दिया जाए तो यह वोल्टमीटर की भांति कार्य करेगा जिसका परास 0-V वोल्ट होगा।

अब गैल्वेनोमीटर की वही मापनी जो रूपान्तरण से पहले अधिकतम विभव $I_g \times G$ का मापन कर रही थी, वोल्टमीटर में रूपान्तरण के बाद विभव V का मापन करेगी। इसका तदनुसार अंशाकन किया जा सकता है। वोल्टमीटर का प्रतिरोध, गैल्वेनोमीटर के प्रतिरोध से अधिक होता है। वोल्टमीटर का प्रभावी प्रतिरोध इस प्रकार व्यक्त किया जा सकता है;

$$R_V = R + G$$

आदर्श वोल्टमीटर का प्रतिरोध अनंत होता है। परिपथ में जिन बिंदुओं के मध्य विभवपात का मापन करना हो इसे पार्श्व संयोजित किया जाता है। यह किसी धारा का **आहरण** नहीं करेगा। परंतु गैल्वेनोमीटर की कुंडली विक्षेपित होगी। ऐसा असंभव लगता है। जरा सोचिए;

उदाहरण 18.6 : 8.0 cm, त्रिज्या और 30 फेरों की कोई वृत्ताकार कुंडली 6.0 A की धारा का वहन कर रही है। यह कुंडली 1.0 T के एकसमान क्षैतिज चुंबकीय क्षेत्र में ऊर्ध्वाधरत: निलंबित है। क्षेत्र रेखाएं, कुंडली के अभिलंब के साथ 90° का कोण बनाती हैं। कुंडली को मुड़ने से रोकने के लिए लगाए गए प्रति बल-आघूर्ण के परिमाण को परिकलित कीजिए।

हल : यहां, $N = 30$, $I = 6.0$ A, $B = 1.0$ T,

$\theta = 90°$, $r = 8.0$ cm $= 8 \times 10^{-2}$ m

कुंडली का क्षेत्रफल $(A) = \pi r^2 = \frac{22}{7} \times (8 \times 10^{-2})^2 = 2.01 \times 10^{-2}$ m^2

$$\text{बल आघूर्ण} = N\,I\,B\,A \sin\theta$$
$$= 30 \times 6 \times 1{:}\,0 \times (2.01 \times 10\text{–}\mathbf{2}) \times \sin 90°$$
$$= 30 \times 6 \times (2.01 \times 10^{-2})$$
$$= 3.61 \text{ N m}$$

उदाहरण 18.7 : 12.0 Ω प्रतिरोध की कुंडली युक्त कोई गैल्वेनोमीटर 2.5 mA की धारा पर पूरे स्केल पर विक्षेपण दर्शाता है। आप इसे

(a) 0 – 2A परास के ऐमीटर और ?

(b) 0 – 10 वोल्ट परास के वोल्टमीटर में कैसे रूपान्तरित करेंगे ?

हल : (a) यहां $G = 12.0\ \Omega$, $I_g = 2.5\ \text{mA} = 2.5 \times 10^{-3}\ \text{A}$,

तथा $I = 2\ \text{A}$, $S = ?$

समीकरण (18.21) से हमें ज्ञात है,

$$S = \frac{I_g G}{I - I_g} = \frac{2.5\times10^{-3}\times12}{2 - 2.5\times10^{-3}} = 15 \times 10^{-3}\ \Omega$$

अत:0–2V, पठन के ऐमीटर में गैल्वेनोमीटर को रूपान्तरित करने के लिए उसकी कुंडली के साथ

$15 \times 10^{-3}\ \Omega$ प्रतिरोध शंट को पार्श्व-संयोजित किया जाना चाहिए।

(b) वोल्टमीटर में रूपान्तरण के लिए मान लीजिए प्रतिरोध R को श्रेणी-संयोजित किया गया है।

तब
$$R = \frac{V}{I_g} - G = \frac{10}{2.5\times10^{-3}} - 12 = 4000 - 12 = 3988\ \Omega$$

इस प्रकार गैल्वेनोमीटर को वोल्टमीटर में रुपान्तरित करने के लिए 3988 Ω के प्रतिरोध को श्रेणीक्रम में संयोजित किया जाना चाहिए।

पाठगत प्रश्न 18.5

1. त्रिज्य चुंबकीय क्षेत्र क्या होता है?
2. किसी चल कुंडली गैल्वेनोमीटर में मृदु लोह क्रोड का मुख्य कार्य क्या होता है?
3. ऐमीटर, वोल्टमीटर अथवा गैल्वेनोमीटर में से निम्नतम प्रतिरोध किसका होता है? व्याख्या कीजिए।
4. 20 Ω प्रतिरोध की कुंडली के गैल्वेनोमीटर में पूरे स्केल पर विक्षेपण के लिए 20 mA धारा की आवश्यकता है। इस गैल्वेनोमीटर से होकर 3A की अधिकतम धारा प्रवाहित करने के लिए, कितने प्रतिरोध को किस प्रकार संयोजित किया जाना चाहिए?

आपने क्या सीखा

- प्रत्येक चुंबक में दो ध्रुव होते हैं। इन्हें अलग नहीं किया जा सकता।
- चुंबकीय द्विध्रुव से तात्पर्य (i) ऐसा चुंबक है जिसका द्विध्रुव आघूर्ण $M = m\ell$ (ii) ऐसी धारावाहक कुंडली जिसका द्विध्रुव आघूर्ण $\mathbf{M} = NI\mathbf{A}$ है।
- चुंबकीय द्विध्रुव के अक्ष पर चुंबकीय क्षेत्र, $\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2\mathbf{M}}{x^3}$ के द्वारा विषुवत रेखा पर चुंबकीय क्षेत्र, $\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2\mathbf{M}}{x^3}$ के द्वारा व्यक्त किया जाता है।
- एकसमान चुंबकीय क्षेत्र में चुंबकीय द्विध्रुव उसी प्रकार व्यवहार करता है जिस प्रकार एकसमान विद्युत क्षेत्र में विद्युत द्विध्रुव व्यवहार करता है अर्थात् यह किसी नेट बल का अनुभव न करके बल-आघूर्ण,

  $\tau = \mathbf{M} \times \mathbf{B}$ का अनुभव करता है।
- पृथ्वी का चुंबकीय क्षेत्र तीन मूल राशियों के द्वारा पूर्णतः वर्णित किया जा सकता है जो पृथ्वी के चुंबकीय क्षेत्र के अवयव कहलाते हैं:

  – आनति कोण

  – दिक्पात कोण तथा

  – पृथ्वी के क्षेत्र का क्षैतिज घटक
- प्रत्येक धारा वाहक चालक अपने चारों ओर एक चुंबकीय क्षेत्र विकसित करता है। यह चुंबकीय क्षेत्र बायो-सावर्ट नियम के द्वारा व्यक्त किया जाता है;

$$|dB| = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{dl \sin\theta}{r^2}$$

- चुंबकीय क्षेत्र का मात्रक टेसला है।
- धारावाही सपाट कुंडली के केंद्र पर क्षेत्र, $|B| = \frac{\mu_0 I}{2r}$ के द्वारा व्यक्त किया जाता है। ऐम्पियर का परिपथीय नियम किसी चालक के चारों ओर चुंबकीय क्षेत्र का परिमाण व्यक्त करता है: $\oint \vec{\mathbf{B}} . d\boldsymbol{l} = \mu_0 I$
- गतिमान आवेश q पर लारेन्ट्ज बल $\boldsymbol{F} = \boldsymbol{q}(\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B})$ होता है और इसकी दिशा फ्लेमिंग वाम हस्त नियम द्वारा दर्शाई जाती है।
- लम्बाई L और चुंबकीय क्षेत्र B में धारा I का वहन करने वाले तार पर यांत्रिक बल, $F = B\,I\,L$ होता है।

- धाराओं I_1 और I_2 का वहन करने वाले समांतर सीधे चालकों के मध्य प्रति इकाई पारस्परिक बल, $\frac{F}{L} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi r}$ होता है।
- किसी टोरोयड के कारण चुम्बकीय क्षेत्र, $B = \frac{\mu_0 N_i}{2\pi r}$
- आवेशित कण एक वृत्ताकार पथ का अनुरेखण करता है जिसकी त्रिज्या $R = \frac{mv}{Bq}$ होती है।
- साइक्लोट्रॉन आवेशित कणों को तीव्र गति से त्वरित करने की एक युक्ति है।
- साइक्लोट्रॉन की आवृत्ति, $\nu_c = \frac{Bq}{2m\pi}$
- धारा लूप एक चुंबकीय द्विध्रुव की भांति व्यवहार करता है।
- चुंबकीय क्षेत्र में स्थित कोई धारा वाहक कुंडली, बल आघूर्ण का अनुभव करती है जिसे निम्नलिखित के द्वारा व्यक्त किया जाता है:

$$\tau = N B\ I A \sin\theta$$
$$= N B I A, (\text{if } \theta = 90^\circ)$$

- गैल्वेनोमीटर का प्रयोग परिपथ में विद्युत धारा के संसूचन में होता है।
- ऐमीटर एक शंट युक्त गैल्वेनोमीटर होता है और वोल्टमीटर ऐसा गैल्वोनोमीटर होता है जिसमें उच्च प्रतिरोध श्रेणी क्रम में संयोजित रहता है। धारा, ऐमीटर के द्वारा और विभवांतर, वोल्टमीटर के द्वारा मापा जाता है।

पाठांत प्रश्न

1. सामग्री का एक छोटा टुकड़ा चुंबक के समीप लाया गया है। सामग्री के सामने 'हाँ' अथवा 'नहीं' लिखकर रिक्त स्थानों को भरकर निम्नलिखित सारणी को पूरा कीजिए:

सामग्री	प्रतिकर्षण		आकर्षण	
	दुर्बल	प्रबल	दुर्बल	प्रबल
प्रतिचुंबकीय				
अनुचुंबकीय				
लोह चुंबकीय				

2. आपको दो दंड चुंबकों को परस्पर एक साथ किसी डिब्बे में पैक करना है। इन्हें आप कैसे पैक करेंगे और क्यों?

N S अथवा N S

N S S N

3. दो ध्रुवों के मध्य चुंबकीय बल 80 इकाई है। इन ध्रुवों के मध्य दूरी दुगनी कर दी गई है। अब इसके मध्य बल कितना होगा?

4. दंड चुंबक की लम्बाई 10 cm और उसकी अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल 1.0 cm^2 है। चुम्बकन तीव्रता $I = 10^2$ A/m है। ध्रुव प्रबलता परिकलित कीजिए।

5. दो सर्वसम चुंबकों में एक के सिरे को दूसरे के सिरे के साथ मिलाकर एक सीधी रेखा में इस प्रकार रखा गया हैं कि दोनों के उत्तरीध्रुव आमने सामने हैं। बल रेखाएं खींचिए जबकि कोई अन्य क्षेत्र उपस्थित नहीं है।

6. वे बिंदु उदासीन बिंदु कहलाते हैं जहां चुंबक का चुंबकीय क्षेत्र, पृथ्वी के चुंबकीय क्षेत्र के क्षैतिज घटक के बराबर और विपरीत होता है?

   (a) जब दंड चुंबक को चुंबकीय याम्योत्तर में इस प्रकार रखा जाता है कि उत्तरी ध्रुव उत्तर की ओर दिष्ट हो तो उदासीन बिंदुओं की स्थिति ज्ञात कीजिए।

   (b) जब दंड चुंबक को चुंबकीय याम्योत्तर में इस प्रकार रखा जाता है कि उत्तरी ध्रुव दक्षिण की ओर दिष्ट हो तो उदासीन बिंदुओं की स्थिति ज्ञात कीजिए।

7. यदि 10 cm लंबे दंड चुंबक को दो टुकड़ों में इस प्रकार काटा जाता है कि प्रत्येक टुकड़े की लम्बाई 5 cm हो तो पुराने दंड चुंबक की तुलना में नए दंड चुंबक की ध्रुव प्रबलता कैसी होगी?

8. किसी 10 cm लंबे दंड चुंबक की ध्रुव प्रबलता 10 A m है। दंड चुंबक के केंद्र से 30 cm की दूरी पर अक्ष पर स्थित किसी बिंदु पर चुंबकीय क्षेत्र परिकलित कीजिए।

9. आप कैसे दर्शाएंगे कि धारावाहक चालक के चारो ओर चुंबकीय क्षेत्र होता है। किसी स्थान विशेष पर आप उसका परिमाण और दिशा कैसे ज्ञात करेंगे?

10. किसी चुंबकीय क्षेत्र में गतिमान आवेशित कण पर कोई बल क्रिया करता है परंतु इस बल से कण की चाल में कोई परिवर्तन नहीं होता। ऐसा क्यों है?

11. धारा का वहन करने वाले लंबे सीधे तार के समांतर गतिमान आवेशित कण, क्या किसी क्षण बल का अनुभव करता है?

12. किसी तार से होकर 10 ऐम्पियर की धारा प्रवाहित हो रही है। यह 5T के चुंबकीय क्षेत्र के अनुलंब रखा गया है। इसकी 1/10 m लम्बाई पर बल परिकलित कीजिए।

13. एक लंबा सीधा तार 12 ऐम्पियर की धारा प्रवाहित का कर रहा है। इस तार से 48 cm की दूरी पर चुंबकीय क्षेत्र की प्रबलता परिकलित कीजिए।

14. दो समांतर तार परस्पर 0.05m की दूरी पर स्थित हैं और प्रत्येक की लंबाई 3 m है। प्रत्येक तार में एक दिशा में 5A की धारा प्रवाहित हो रही है। तारों पर क्रिया करने वाला बल परिकलित कीजिए। इस बल की प्रकृति पर भी टिप्पणी दीजिए।

15. 50cm लंबी परिनालिका के केंन्द्र पर चुंबकीय क्षेत्र 4.0×10^{-2} NA^{-1} m^{-1} है जब उससे होकर 8.0A की धारा प्रवाहित होती है। परिनालिका में लपेटों की संख्या परिकलित कीजिए।

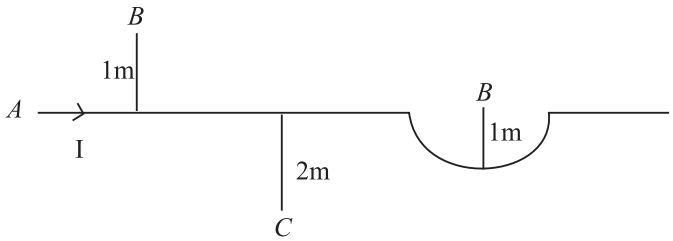
16. दो सर्वसम गैल्वेनोमीटर में से एक ऐमीटर में और दूसरा मिलीऐमीटर में परिणित किया गया है। इनमें किस के शंट का प्रतिरोध अधिक होगा?

17. किसी गैल्वेनोमीटर का प्रतिरोध 20 ओम है और यह 0.005A की धारा पर पूरे स्केल का विक्षेपण देता है। 1 A की धारा को मापने के लिए इसे ऐमीटर में रुपान्तरित करने के लिए शंट का मान परिकलित कीजिए। ऐमीटर का प्रतिरोध क्या होगा?

18. कोई इलेक्ट्रॉन 5×10^{-11} त्रिज्या की वृत्ताकार कक्षा में 7.0×10^{15} परिक्रमण प्रति सेकंड की दर से गतिमान है। कक्षा के केंद्र पर चुंबकीय क्षेत्र B परिकलित कीजिए।

19. 200 फेरों और 0.16m त्रिज्या की सपाट वृत्ताकार कुंडली के केंद्र पर चुंबकीय क्षेत्र परिकलित कीजिए जब कि यह 4.8 ऐम्पियर की धारा का वहन कर रही हो।

20. चित्र 18.30 का अवलोकन कर A, B और C पर चुंबकीय क्षेत्र परिकलित कीजिए।



चित्र. 18.35

पाठांत प्रश्नों के उत्तर

18.1

1. धागे की सहायता से किसी चुंबक को उसके द्रव्यमान केंद्र से निलंबित कीजिए। इसे साम्य में आने दीजिए। भौगोलिक उत्तर की ओर दिप्ट करने वाला चुंबक का सिरा उसका उत्तरी ध्रुव कहलाता है।

2. दो दंडों के सिरों को पास-पास लाइए। यदि उनके मध्य आकर्षण होता है तो इनमें दंड चुंबक और दूसरी लोहे की दंड है। इनमें से एक दंड को मेज पर लिटाइए और उसकी लंबाई के अनुदिश दूसरे दंड को एक सिरे से दूसरे सिरे तक स्पर्श करते हुए ले जाइए। यदि एक समान बल का अनुभव हो तो हाथ में पकड़ा हुआ दंड, चुंबक होगा और मेज पर लिटाया गया दंड, लोह का टुकड़ा होगा। यदि एकसमान बल का अनुभव न हो तो स्थिति विपरीत होगी।

3. किसी एक दंड चुंबक को धागे से लटका कर हम उसका दक्षिणी ध्रुव ज्ञात कर सकते हैं। तब दूसरे चुंबक का सिरा जो पहले दंड द्वारा प्रतिकर्षित हुआ है उसका दक्षिणी ध्रुव होगा।

18.2

1. (i) विद्युत (ii) चुंबकीय तथा विद्युत

2. साम्य में कोई चालक उदासीन होता है अर्थात उस पर नेट विद्युत धारा नहीं होती। अपनी सादृच्छिक गति के कारण तापीय इलेक्ट्रॉनों में उत्पन्न चुंबकीय क्षेत्र रद्द हो जाता है।

3. पहले उदाहरण में तार की लम्बाई $l_1 = 2\,\pi r$ है। परंतु $l_2 = (2\pi\, r_2)2$.

लेकिन $l_1 = l_2$

$$\therefore\ 2\pi r = 4\pi r_2 \ \Rightarrow\ r_2 = \frac{r}{2}$$

का प्रयोग $|B| = \dfrac{\mu_0\, nI}{2r}$ का प्रयोग करके

$$|B_1| = \frac{\mu_0\, I}{2r}, \qquad |B_2| = \frac{\mu_0 .2.I}{2\times\frac{r}{2}} = \frac{\mu_0\, I}{2r} = 4\,B$$

अर्थात 2 फेरों वाली कुंडली के केंद्र पर चुंबकीय क्षेत्र, पहले उदाहरण में चुंबकीय क्षेत्र की अपेक्षा चार गुना प्रबल होगा।

18.3

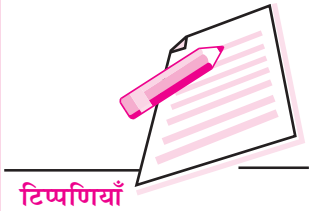
1. c
2. दोनों नियम धारा वाहक चालकों के कारण चुंबकीय क्षेत्र विनिर्दिष्ट करते हैं।
3. (i) B, (ii) A, (iii) C.
4. $B = \mu_0 \dfrac{n}{\ell} I \Rightarrow 4\pi \times \dfrac{10^{-7}\times n}{0.1m} \times 3\text{A} = 0.002$ अथवा $n = \dfrac{.0002\times 10^7}{12\pi} = 50$ turns

18.4

1. बल की प्रकृति आकर्षी होगी क्योंकि प्रोटॉनों की धारा, विपरीत दिशा में इलेक्ट्रॉनों के तुल्य है।
2. किसी गतिमान आवेश पर चुंबकीय क्षेत्र द्वारा लगाया गया बल, आवेश की गति के अनुलंब होगा और आवेश पर बल द्वारा किया गया कार्य शून्य होगा। इस कारण आवेश की गतिज ऊर्जा में कोई परिवर्तन नहीं होता। विद्युत क्षेत्र में विक्षेपण, क्षेत्र की दिशा में होता है। अत: क्षेत्र रेखाओं की दिशा में आवेश त्वरित हो जाता है।
3. स्प्रिंग के प्रत्येक फेरे में धारा की दिशा समान होती हैं चूंकि एक ही दिशा में पार्श्व धाराएं आकर्षण बल डालती हैं अत: फेरे समीप आ जाते हैं और पिंड ऊपर की ओर उठ जाता है चाहे स्प्रिंग में धारा की दिशा कोई भी हो।

18.5

1. त्रिज्य चुंबकीय क्षेत्र वह है जिसमें कुंडली का समतल, चुंबकीय क्षेत्र के समांतर होता है।
2. ऐसा करने से मृदु लोह क्रोड से होकर प्रबलता में वृद्धि हो जाती है जिससे गैल्वेनोमीटर की सुग्राहिता में भी वृद्धि हो जाती है।



3. ऐमीटर का प्रतिरोध निम्नतम जबकि वोल्टमीटर का प्रतिरोध अधिकतम होता है। ऐमीटर में निम्न प्रतिरोध गैल्वोनोमीटर की कुंडली के साथ पार्श्व संयोजित जबकि वोल्टमीटर में गैल्वेनोमीटर की कुंडली के साथ उच्च प्रतिरोध श्रेणी संयोजित रहता है।

4. निम्न प्रतिरोध R_s कुंडली के साथ पार्श्व क्रम में संयोजित होना चाहिए:

$$R_s = \frac{G\,I_g}{I - I_g} = \frac{20\times 20\times 10^{-3}}{3 - 20\times 10^{-3}} = 0.13\ \Omega$$

पाठगत प्रश्नों के उत्तर

1. 10^{-2} T m^{-1}

7. उतना ही

8. 2.3×10^{-6}T

12. 5 N

13. 5 μN

14. 10^{-4} N m^{-1} का आकर्षी बल

15. $\frac{625}{\pi}$ फेरे

17. 0.1Ω.

18. 4.48 πT

19. 1.2π mT

20. $B_A = 2 \times 10^{-7}$ T, $B_B = \pi \times 10^{-7}$ T तथा $B_C = 10^{-7}$ T.

19

विद्युत चुम्बकीय प्रेरण तथा प्रत्यावर्ती धारा

हमें उपलब्ध ऊर्जा का सबसे अधिक सुविधाजनक रूप विद्युत है। यह हमारे घर को प्रकाशित करती है, रेलगाड़ी चलाती है, संचार युक्तियों को प्रचालित करती है और हमारे जीवन को सुखमय बनाती है। हम अपने घरों में जिन विद्युत साधित्रों का उपयोग करते हैं उनकी सूची बहुत लम्बी है। क्या आपने कभी सोचा है कि विद्युत किस प्रकार उत्पन्न होती है?

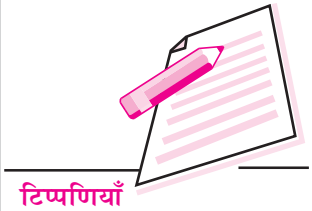
जल विद्युत, जेनरेटर द्वारा उत्पन्न होती है जो स्वंय, जल ऊर्जा का प्रयोग करने वाली टरबाइन द्वारा प्रचालित होता है। कोयला, गैस अथवा नाभिकीय ईधन शक्ति केन्द्र में जेनरेटर को चलाने के लिए टरबाइन में भाप का प्रयोग होता है। नगर के उपकेंद्र से बिजली हमारे घरों तक केबिलों द्वारा पहुँचती है। क्या आपने कभी विद्युत उपकेन्द्र देखा है? वहां कौन सी बड़ी-बड़ी मशीनें संस्थापित रहती हैं? ये मशीनें ट्रांसफार्मर कहलाती हैं। जेनरेटर और ट्रांसफार्मर मूलत: वे युक्तियां हैं जिनसे हमें विद्युत आसानी से उपलब्ध होती है। ये युक्तियां वैद्युत चुंबकीय प्रेरण के सिद्धांत पर आधारित हैं।

इस पाठ में आप वैद्युत चुंबकीय, प्रेरण, उसके नियामक नियमों और उस पर आधारित युक्तियों के बारे में अध्ययन करेंगे। आप विद्युत जेनरेटरों एवं ट्रांसफार्मरों की रचना और कार्यपद्धति तथा हमें विद्युत शक्ति उपलब्ध कराने में उनकी भूमिका के बारे में भी अध्ययन करेंगे। भंवर धारा और उसके अनुप्रयोग का संक्षिप्त विवरण भी आप इस पाठ में प्राप्त करेंगे।

उद्देश्य

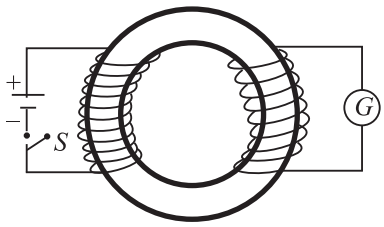
इस पाठ का अध्ययन करने के बाद आप

- सरल प्रयोगों के द्वारा वैद्युत चुंबकीय प्रेरण की परिघटना की व्याख्या कर सकेंगे;
- वैद्युत चुंबकीय प्रेरण के फैराडे नियम और लेन्ज नियम की व्याख्या कर सकेंगे;
- भंवर धाराओं और उनके अनुप्रयोगों की व्याख्या कर सकेंगे;



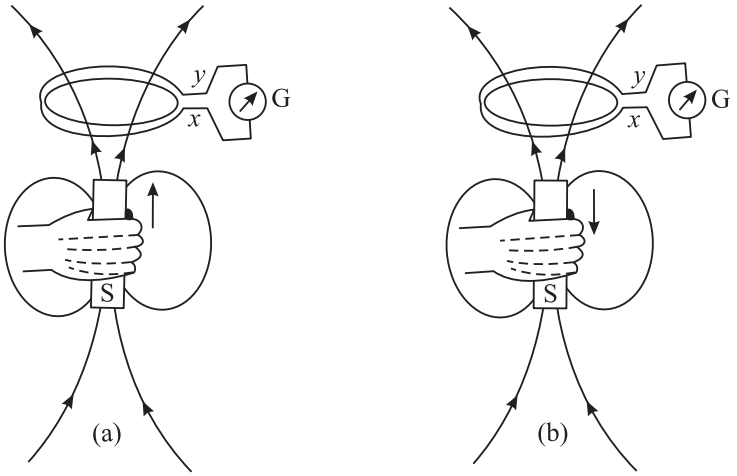
- आत्मप्रेरण और अन्योन्य प्रेरण की परिघटनाओं का विवरण दे सकेंगे;
- *ac* तथा *dc* जेनरेटरों की कार्यपद्धति का विवरण प्रस्तुत कर सकेंगे;
- (i) प्रतिरोधक, (ii) प्रेरक तथा / अथवा,(iii) संधारित्र युक्त ac परिपथों में वोल्टता तथा धारा के मध्य संबंध स्थापित कर सकेंगे;
- श्रेणी LCR परिपथों का विश्लेषण कर सकेंगे; तथा
- ट्रांसफार्मरों की कार्यपद्धति की व्याख्या और उनकी दक्षता में सुधार की विधियां बता सकेंगे;

19.1 वैद्युत चुंबकीय प्रेरण



चित्र 19.1: लोहे के वलय के चारो ओर दो कुंडलियां लपेटी हुई हैं। स्विच के बंद होने या खुलने पर गैल्वेनोमीटर एक क्षण के लिए विक्षेपित होता है।

पिछले पाठ में आपने पढ़ा कि तार में स्थिर धारा के प्रवाह से स्थिर चुंबकीय क्षेत्र उत्पन्न होता है। फैराडे ने प्रारंभ में गलत सोचा कि स्थिर चुंबकीय क्षेत्र से विद्युत धारा उत्पन्न हो सकती है। चुंबकीय प्रेरित धाराओं पर अपने कुछ अन्वेषणों में उसने जिस व्यवस्था का प्रयोग किया वह चित्र 19.1 में दिखाई व्यवस्था के सदृश थी। बाईं ओर की कुंडली में धारा प्रवाहित करने से उत्पन्न चुंबकीय क्षेत्र, लोह–वलय में संकेन्द्रित रहता है। दाहिनी ओर की कुंडली, गैल्वेनोमीटर G से संयोजित है जो उस परिपथ में प्रेरित धारा की उपस्थिति दर्शाता है। यह देखा गया कि स्थिर धारा प्रवाहित होने पर G में कोई विक्षेपण नहीं हुआ परंतु जब बाएं परिपथ में स्विच S को बंद किया गया तो गैल्वेनोमीटर ने क्षणिक विक्षेपण दर्शाया। उसी प्रकार स्विच S को खोलने पर क्षणिक विक्षेपण देखा गया परंतु इसकी दिशा विपरीत थी। इससे यह निष्कर्ष निकलता है कि धारा तब ही प्रेरित होती है जब बाएं परिपथ में धारा के कारण चुंबकीय क्षेत्र में परिवर्तन होता है।



चित्र 19.2 : (a) जब चुंबक कुंडली की ओर ले जाया जाता है तो कुंडली में धारा का प्रेरण; तथा (b) जब चुंबक को कुंडली से दूर ले जाया जाता है तो विपरीत दिशा में धारा का प्रेरण;

परिवर्तन का महत्व चित्र 19.2 में दिखाई गई व्यवस्था के द्वारा भी निदर्शित किया जा सकता है। यदि कुंडली के सापेक्ष चुंबक, विरामावस्था में है तो कुंडली में कोई धारा प्रेरित नहीं होगी। परंतु जब चुंबक को कुंडली की ओर ले जाया जाता है तो चित्र 19.2(a) में व्यक्त दिशा में धारा प्रेरित होगी। इसी प्रकार जब चुंबक को कुंडली से दूर ले जाया जाता है तो धारा विपरीत दिशा में प्रेरित होती है जैसा कि चित्र 19.2 (b) में दिखाया गया है। ध्यान दें कि दोनों ही उदाहरणों में चुंबकीय क्षेत्र, कुंडली के आस-पास बदल जाता है। यदि कुंडली को चुंबक के सापेक्ष खिसकाया जाता है तो कुंडली मं प्रवाहित होती हुई धारा भी देखी जा सकती है। परिपथ में ऐसी धाराओं की उपस्थिति, कुंडली के मुक्त सिरों अर्थात x और y के मध्य प्रेरित विद्युत वाहक बल (emf) का अस्तित्व दर्शाती है।

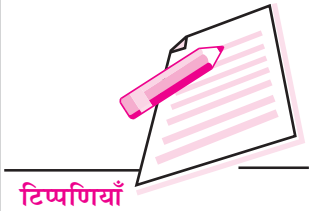
यह परिघटना जिसमें चुंबकीय क्षेत्र विद्युत वाहक बल (emf) को प्रेरित करता है, विद्युत चुंबकीय प्रेरण कहलाती है। फैराडे की प्रतिभा ने इस कार्य के महत्व को पहचाना जो उसने बाद में भी जारी रखा। इस परिघटना का मात्रात्मक विवरण, फैराडे के वैद्युत चुंबकीय नियम के नाम से ज्ञात हैं। अब हम इनकी चर्चा करेंगे।

माइकल फैराडे
(1791-1867)

ब्रिटिश प्रायोगिक वैज्ञानिक माइकल फैराडे एक ऐसे प्रतिभाशालीव्यक्ति का उदाहरण है जिसने केवल परिश्रम, धैर्य और विज्ञान तथा मानवता के प्रति निष्ठा के आधार पर उच्च स्थान प्राप्त किया। उसने अपने कैरियर का प्रारंभ एक जिल्दसाज के यहां शिक्षु के रूप में किया। जिल्दसाजी के लिए आई विज्ञान की पुस्तको को उसे पढ़ने का अवसर मिला। उसने अपने नोट सर हम्फ्री डेवी को भेजे। डेवी ने इस नवयुवक की प्रतिभा को तत्काल मान्यता देते हुए उसे रॉयल इन्स्टीट्यूट में अपना स्थायी सहायक नियुक्त किया। सर हम्फ्री डेवी ने स्वंय स्वीकार किया कि उसके जीवन की सबसे बड़ी खोज माइकल फैराडे थी। उसका ऐसा सोचना ठीक ही था क्योंकि फैराडे ने ऐसे कुछ आधारभूत अनुसंधान किए जिनके फलस्वरूप विद्युत युग का आगमन हुआ। उसी के अनुसंधानों के फलस्वरूप विद्युत जेनरेटरों, ट्रांसफार्मरों और विद्युत मोटरों का अविष्कार हुआ और विद्युत अपघटन संभव हो सका।

19.1.1 फैराडे के वैद्युत चुंबकीय प्रेरण नियम

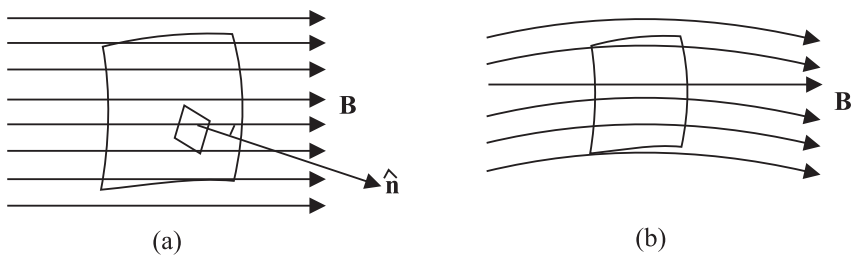
परिवर्ती चुंबकीय क्षेत्र और प्रेरित विद्युत वाहक बल के मध्य संबंध, कुंडली के पृष्ठ से संबद्ध चुंबकीय अभिवाह (Magnetic Flux) ϕ_B के पदों में व्यक्त किया जाता है। अब आप पूछेंगे कि चुंबकीय अभिवाह क्या है? **चुंबकीय अभिवाह** ϕ_B को परिभाषित करने के लिए चित्र 19.3 (a) का अवलोकन करें जिसमें **ds** क्षेत्रफल का एक प्ररुपी अत्यणु अवयव दर्शाया गया है। नियत पृष्ठ को इन अत्यणु अवयवों में विभाजित माना जा सकता है। **ds** की दिशा, उस बिंदु पर पृष्ठ के अभिलंब होती है। स्थिर विद्युतिकी के सादृश्य पर हम अवयव क्षेत्र **ds** के लिए चुंबकीय अभिवाह $d\phi_B$ को इस प्रकार परिभाषित कर सकते हैं:



$$d\phi_B = \mathbf{B}.\mathbf{ds} \qquad (19.1a)$$

संपूर्ण पृष्ठ के लिए चुंबकीय अभिवाह, संपूर्ण पृष्ठ पर ऐसे सभी योगदानों का संकलन कर प्राप्त किया जा सकता है। इस प्रकार,

$$\phi_B = \sum \mathbf{B}.\mathbf{ds} \qquad (19.1b)$$



चित्र 19.3: (a) अत्यणु क्षेत्र ds के लिए चुंबकीय अभिवाह को $d\phi_B = \mathbf{B}.\mathbf{ds}$, के द्वारा तथा (b) पृष्ठ का चुंबकीय अभिवाह पृष्ठ को प्रतिच्छेदित करने वाली रेखाओं की संख्या के आनुपातिक होता है।

चुंबकीय अभिवाह का SI मात्रक वेबर (Wb), है, जबकि 1 Wb = 1 Tm^2.

विद्युत रेखाओं के सादृश्य और जैसा कि आकृति 19.3b, में दिखाया गया है किसी पृष्ठ को प्रतिच्छेदित करने वाली चुंबकीय रेखाओं की संख्या, उस पृष्ठ से होकर गुजरने वाले अभिवाह के आनुपातिक होती हैं।

फैराडे नियम के अनुसार किसी तार के पाश के मध्य कोई emf तब प्रेरित होता है जबकि पाश द्वारा परिबद्ध पृष्ठ से जुड़े चुंबकीय अभिवाह में समय के साथ परिवर्तन होता है। प्रेरित emf का परिमाण, चुंबकीय अभिवाह में परिवर्तन-दर के आनुपातिक होता है। गणित की भाषा में हम लिख सकते हैं,

$$|\varepsilon| = \frac{d\phi_B}{dt} \qquad (19.3)$$

इससे स्पष्ट होता है कि चुंबकीय अभिवाह का मात्रक वेबर (Wb) और emf का मात्रक वोल्ट V परस्पर इस प्रकार संबंधित हैं: 1V = 1Wb s^{-1}.

अब विचार कीजिए कि किसी पास-पास रखे फेरों की कुंडली में emf प्रेरित किया गया है। ऐसी कुंडली में प्रत्येक फेरा, सन्निकटत: एकल पाश की भांति व्यवहार करता है। प्रत्येक फेरे में प्रेरित emf निर्धारित करने के लिए हम फैराडे नियम को लागू कर सकते हैं। चूंकि फेरे श्रेणीक्रम में हैं अत: कुंडली में प्रेरित कुल विद्युत वाहक बल Er, प्रत्येक फेरे में प्रेरित emf के योगफल के बराबर होगा। हम यह मान लेते हैं कि कुंडली इतनी सघन कुंडलित है कि कुंडली के प्रत्येक फेरे से संबद्ध चुंबकीय अभिवाह का किसी क्षण मान समान होगा। तब प्रत्येक फेरे में समान emf प्रेरित होगा और N फेरों वाली कुंडली में प्रेरित कुल emf निम्नलिखित समीकरण के द्वारा व्यक्त किया जाएगा।

$$|\varepsilon_r| = N|\varepsilon| = N\frac{d\phi_B}{dt} \qquad (19.4)$$

जबकि ϕ_B कुंडली के एकल फेरे से संबद्ध चुंबकीय अभिवाह है।

अब हम फैराडे नियम को कुछ विशिष्ट उदाहरणों में लागू करते हैं।

उदाहरण 19.1 : 35 mm त्रिज्या और 75 फेरों की वृत्ताकार कुंडली की अक्ष, एकसमान चुंबकीय क्षेत्र के समांतर है। क्षेत्र का परिमाण 25 mT से 50 mT तक 250 मिली सेकंड में अचर दर से परिवर्तित होता है। इस समय-अंतराल में कुंडली में प्रेरित emf का परिमाण निर्धारित कीजिए।

हल : चूंकि चुंबकीय क्षेत्र एकसमान और कुंडली की अक्ष के समांतर है अत: प्रत्येक फेरे से संबद्ध अभिवाह निम्नलिखित समीकरण के द्वारा व्यक्त किया जाएगा:

$$\phi_B = B\pi R^2$$

जबकि R फेरे की त्रिज्या है। समीकरण 19.4 का प्रयोग करने पर हम देखते हैं कि कुंडली में प्रेरित emf निम्नलिखित होगा:

$$|\varepsilon_r| = N\frac{d\phi_B}{dt} = N\frac{d(\boldsymbol{B}\pi R^2)}{dt} = N\,\pi\,R^2\frac{dB}{dt} = N\,\pi R^2\,\frac{B_2 - B_1}{t}$$

अत: कुंडली में प्रेरित emf का परिमाण,

$|\varepsilon_r| = 75\pi\,(0.035\text{m})^2\,(0.10\text{T/s}) = 0.030\text{V} = 30\text{mV}$ होगा

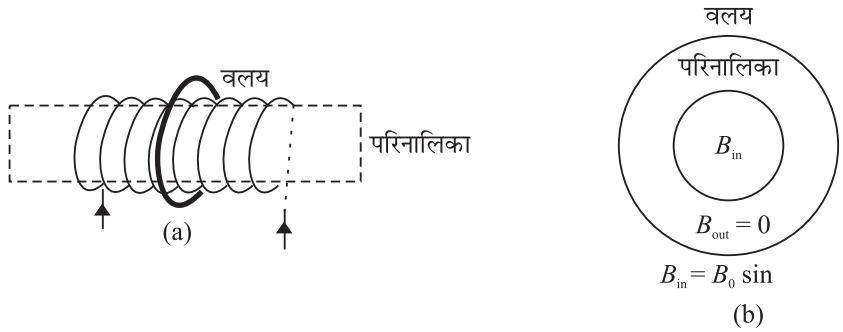
यह उदाहरण काल परिवर्ती चुंबकीय क्षेत्र द्वारा प्रेरित emf की संकल्पना की व्याख्या करता है।

उदाहरण 19.2 : 8cm^2 अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल (चित्र 19.4a और 19.4b). वाली लंबी परिनालिका पर विचार कीजिए। कालपित धारा इसके कुंडलनों में $B(t) = B_0 \sin 2\pi\nu t$ का चुंबकीय क्षेत्र उत्पन्न करती है। यहां B_0 एक स्थिरांक है जो 1.2T के बराबर है तथा ν, चुंबकीय क्षेत्र की आवृत्ति है जो 50 Hz है। यदि वलय प्रतिरोध $R = 1.0\Omega$, हो तो त्रिज्या r के वलय में विद्युत वाहक बल तथा प्रेरित धारा परिकलित कीजिए जबकि यह वलय, परिनालिका की अक्ष के साथ संकेंद्री है।

हल : हम जानते हैं कि चुंबकीय अभिवाह,

$\phi_B = B_0 \sin 2\pi\nu t.A$ होगा

चूंकि परिनालिका के अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल पर अभिलंब चुंबकीय क्षेत्र की दिशा में है।



चित्र 19.4 : (a) एक लंबी परिनालिका और उसके बाहर संकेंद्री वलय तथा (b) परिनालिका तथा संकेंद्री वलय का अनुप्रस्थ काट

अतः $|\varepsilon| = \dfrac{d\phi_B}{dt} = 2\pi\nu A\, B_0 \cos 2\pi\nu t.$

$= 2\pi \,.\, (50s^{-1})\, (8 \times 10^{-4} m^2)\, (1.2\ T).\cos 2\pi\nu t$

$= 0.3 \cos 2\pi\nu t$ वोल्ट

$= 0.3 \cos 100\pi t$ V

वलय में धारा, $I = \varepsilon/R$. अतः

$$I = \frac{(0.3\cos 100\pi t)\ V}{(1.0\Omega)}$$

$$= +0.3 \cos 100\pi t \ A$$

पाठगत प्रश्न 19.1

1. किसी 1000 फेरों वाली कुंडली की त्रिज्या 5 cm है। यदि कुंडली से होकर चुंबकीय क्षेत्र (a) 1s (b) 1ms में 10 T से 0 कर दिया जाए तो कुंडली के सिरों के बीच विकसित विद्युत वाहक बल परिकलित कीजिए।

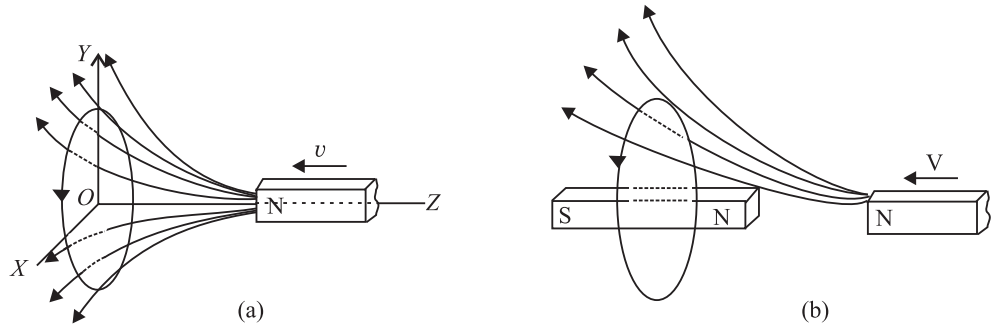
2. किसी 250 फेरों की कुंडली के प्रत्येक पाश से संबद्ध चुंबकीय अभिवाह $\phi_B(t) = A + Dt^2$, के द्वारा व्यक्त किया गया है जबकि $A = 3$ Wb तथा $D = 15$ Wbs^{-2} स्थिरांक हैं। दर्शाइए (a) कुंडली में प्रेरित विद्युत वाहक बल का परिमाण $\varepsilon = (2ND)t$ होगा और (b) $t = 0$s तथा $t = 3.0$s पर कुंडली में प्रेरित विद्युत वाहक बल क्या होगा?

3. कोई चालक पाश अपने समतल के अनुलंब किसी आकाशीयतः एक समान चुंबकीय क्षेत्र के साथ नियत कोण θ बनाता है। यदि पाश का क्षेत्रफल S है और क्षेत्र का परिमाण dB/dt,की दर से परिवर्तित होता है तो दर्शाइए पाश में प्रेरित विद्युत वाहक बल का परिमाण $\varepsilon = (dB/dt)\ S \cos\theta$ के द्वारा व्यक्त किया जाएगा। पाश के किस/किन अभिविन्यास/अभिविन्यासों पर ε का मान (a) अधिकतम तथा? (b) न्यूनतम होगा?

टिप्पणियाँ

19.1.2 लेन्ज नियम

किसी चालक वलय के समीप पहुँचने वाले (चित्र 19.5a) दंड चुंबक पर विचार कीजिए। इस तंत्र पर फैराडे नियम लागू करने के लिए हम पहले, वलय के सापेक्ष धनात्मक दिशा का चयन करते हैं। O से Z की ओर की दिशा को धनात्मक मान लीजिए। (कोई अन्य विकल्प भी स्वीकार होगा जब तक कि अनुरूपता रहती है)। इस विन्यास के लिए वलय के क्षेत्र पर धनात्मक अभिलंब, z-दिशा में और चुंबकीय अभिवाह ऋणात्मक होगा। चालक वलय और दंड चुंबक के N-ध्रुव के मध्य दूरी जैसे-जैसे कम होती जाती है वैसे-वैसे अधिकाधिक क्षेत्र रेखाएं वलय में प्रवेश करती हैं और अभिवाह अधिकाधिक ऋणात्मक हो जाता है। इस प्रकार $d\phi_B/dt$ ऋणात्मक हो जाता है। फैराडे नियम के अनुसार हमारी मनोनीत दिशा के सापेक्ष ε धनात्मक होगा। ध ारा I, दिखाई गई दिशा में दिष्ट है।



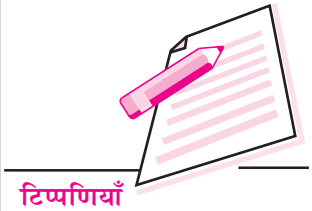
चित्र 19.5: (a) धातु-वलय के समीप आता दंड चुंबक; तथा (b) समीप आते हुए दंड चुंबक का विरोध करता हुआ प्रेरित धारा का चुंबकीय क्षेत्र

वलय में प्रेरित धारा उसमें द्वितीय चुंबकीय क्षेत्र का निर्माण करती है। इस प्रेरित चुंबकीय क्षेत्र को दंड चुंबक द्वारा उत्पन्न माना जा सकता है। जैसा कि चित्र.19.5 (b) में दर्शाया गया है। स्मरण करें कि प्रेरित चुंबकीय क्षेत्र, मूल चुंबकीय क्षेत्र को प्रतिकर्षित या उसका विरोध करता है। यह विरोध, ऊर्जा संरक्षण के नियम के परिणाम स्वरूप है और इसे लेन्ज नियम का नाम दिया गया है। जब किसी चालक में धारा प्रेरित होती है तो धारा की दिशा ऐसी होगी कि इसका चुंबकीय प्रभाव, प्रेरित करने वाले परिवर्तन का विरोध करे।

इस कथन में मुख्य शब्द विरोध है जो बताता है कि बिना कुछ किए हमें कुछ भी प्राप्त नहीं हो सकता। जब दंड चुंबक को वलय की ओर ले जाया जाता है तो वलय में प्रेरित धारा जो चुंबकीय क्षेत्र उत्पन्न करती है वह अभिवाह परिवर्तन का विरोध करती है। प्रेरित धारा द्वारा उत्पन्न चुंबकीय क्षेत्र, आगमी चुंबक को प्रतिकर्षित करता है। यदि हम चुंबक को वलय की ओर ले जाना चाहे तो हमें चुंबक पर कार्य करना होगा। यह कार्य वलय में विद्युत ऊर्जा के रूप में प्रकट होगा। अत: लेन्ज नियम ऊर्जा संरक्षण नियम का अनुसरण करता है। हम फैराडे नियम और लेन्ज नियम के संयोजितरूप को इस प्रकार व्यक्त कर सकते हैं:

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} \qquad (19.5)$$

ऋण चिह्न, कारण का विरोध दर्शाता है।

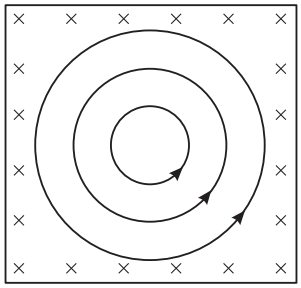


लेन्ज नियम के अनुप्रयोग के रूप में हम उदाहरण 19.2 में दर्शाइ गई कुंडली पर पुन: विचार करते हैं। मान लीजिए इसके अक्ष के लिए ऊर्ध्व दिशा का चयन किया गया है और चुंबकीय क्षेत्र इसके अनुदिश ऊर्ध्व दिशा में दिष्ट है। कुंडली के ठीक ऊपर स्थित प्रेक्षक को प्रेरित विद्युत वाहक बल का किस दिशा में बोध होगा? यह दक्षिणावर्ती होगा क्योंकि तब ही इसके कारण उत्पन्न चुंबकीय क्षेत्र (दक्षिण हस्त नियम के अनुसार अद्यो दिष्ट होगा), परिवर्ती चुंबकीय अभिवाह का विरोध करेगा। आगे बढ़ने से पहले आपको लेन्ज नियम को लागू करना सीखना चाहिए। इन अभ्यासों को करने का प्रयास कीजिए।

19.1.3 भंवर धाराएं

हम जानते हैं कि चालक तारों के बन्द लूपों में संबद्ध चुम्बकीय फ्लक्स को परिवर्तित करने पर उनमें धारा प्रेरित होती है। किन्तु, जब किसी ठोस चालक को (जो प्राय: शीट या प्लेट के रूप में होता है) परिवर्तित होते चुम्बकीय क्षेत्र में रखा जाता है तो उसमें भी धारा प्रेरित होती है। वास्तव में, चालक के साथ जुड़े चुम्बकीय फ्लक्स को परिवर्तित करने से चालक के अन्दर धाराओं के बन्द लूप बन जाते हैं। ये धाराएं बंद पथों में प्रवाहित होती हैं तथा इनकी दिशा चुम्बकीय क्षेत्र के लम्बवत् होती है। ये धाराएं भंवर धाराएं कहलाती हैं क्योंकि ये जल में बने भंवर के जैसी दिखाई पड़ती हैं। कभी-कभी इन्हें फोको धाराएं भी कहा जाता है क्योंकि इनकी पहली खोज फोको द्वारा की गई थी।

इन धाराओं की दिशा लेन्ज़ के नियम से ज्ञात की जा सकती है जिसके अनुसार इनकी दिशा ऐसी होगी ताकि यह उस फ्लक्स परिवर्तन का विरोध कर सके जिसके कारण यह उत्पन्न हुई थी। चित्र 19.1.3 में किसी धातु की शीट में लम्बवत् नीचे की ओर जाते चुम्बकीय क्षेत्र में वृद्धि से प्रेरित होने वाली कुछ भंवर धाराएं दर्शाई गई हैं। भंवर धाराएं वृत्ताकार हैं और वामावर्त दिशा में हैं।

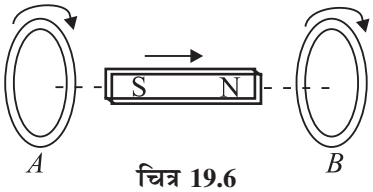


चित्र 19.1.3

धात्विक पिंडों में उत्पन्न होने वाली भंवर धाराओं को बहुत कम प्रतिरोध का सामना करना पड़ता है इसलिए इनका परिमाण बहुत अधिक होता है। स्पष्टत: अनेक वैद्युत उपकरणों और मशीनों के लिए भंवर धाराएं अवांछनीय समझी जाती हैं क्योंकि ये उष्मा उत्पन्न करके ऊर्जा की भारी हानि का कारण बनती है। इसलिए, इन धाराओं को कम करने के लिए धात्विक पिण्डों को एक ठोस टुकड़े के रूप में नहीं लिया जाता है बल्कि उनकी पतली-पतली पट्टियों को एक दूसरे से विद्युतरोधक रखकर जोड़ते हुए बनाया जाता है, जिन्हें लेमिनेशन कहते हैं।

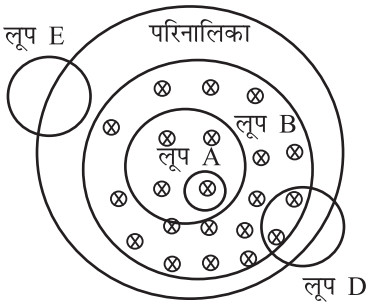
भंवर धाराओं के कई व्यावहारिक प्रयोग भी होते हैं। उदाहरण के लिए इनका उपयोग प्रेरक भट्ठियों में होता है जो निर्वात में विभिन्न धातुओं के निष्कर्षण के लिए उपयोग में लाई जाती हैं। इलेक्ट्रिक ट्रेनों को रोकने के लिए विद्युत ब्रेकों में भी इनका उपयोग होता है।

पाठगत प्रश्न 19.2



चित्र 19.6

1. चित्र 19.6 में दंड चुंबक की दाहिनी ओर लाया जाता है। अप्रगामी पाश A और पाश B में प्रेरित धारा की दिशा क्या होंगी?



चित्र 19.7

2. चित्र 19.7 में किसी आदर्श परिनालिका का अनुप्रस्थ काट दर्शाया गया है। परिनालिका के अंदर एकसमान चुंबकीय क्षेत्र के परिमाण में वृद्धि हो रही है तथा परिनालिका के बाहर **B =0** है। किन चालक पाशों में प्रेरित धारा उपस्थित है? प्रत्येक पाश में धारा की दिशा क्या होगी?
3. ताम्र वलय की अक्ष के साथ संरेखित किसी दंड चुंबक को अपनी अक्ष के अनुदिश वलय की ओर लाया जाता है। क्या वलय में कोई प्रेरित विद्युत धारा होगी? क्या दंड चुंबक पर कोई चुंबकीय बल होगा? व्याख्या कीजिए।
4. ट्रांस्फॉमरों में पटलित लौह-क्रोड क्यों उपयोग में लाए जाते हैं?

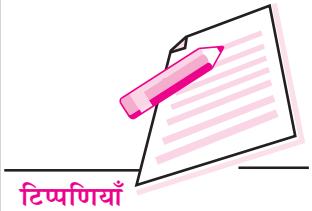
19.2 प्रेरकत्व

जब परिपथ में धारा का परिवर्तन होता है तो उसके चारो ओर परिवर्ती चुंबकीय क्षेत्र उत्पन्न होता है। यदि इस क्षेत्र का आंशिक भाग स्वत: परिपथ से होकर गुजरता है तो उसमें धारा प्रेरित हो जाती है। अब मान लीजिए इस परिपथ के पड़ोस में दूसरा परिपथ लाया जाता है तो इस परिपथ से होकर जाने वाले चुंबकीय क्षेत्र में भी परिवर्तन हो जाता है और उसके मध्य emf प्रेरित हो जाता है। इस प्रकार इन परिपथों में प्रेरित emf दो प्रकार से प्रकट होता है:

- कुंडली में धारा परिवर्तन से, कुंडली के प्रत्येक फेरे से संबद्ध चुंबकीय अभिवाह में परिवर्तन होता है और इस कारण कुंडली के बीच प्रेरित emf प्रकट होता है। यह गुणधर्म आत्मप्रेरण कहलाता है।
- कुंडली-युगल परस्पर इस प्रकार स्थित हों कि एक कुंडली से संबद्ध अभिवाह, दूसरी कुंडली के अभिवाह के साथ योजित हो तो एक कुंडली में धारा परिवर्तन से दूसरी कुंडली में emf प्रेरित होता है। इस घटना को **कुंडली-युगल** का अन्योन्य प्रेरण कहते हैं।

19.2.1 आत्म प्रेरकत्व

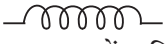
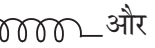
विद्युत वाहक चालक सामग्री के किसी पाश पर विचार कीजिए। धारा से चुंबकीय क्षेत्र **B** उत्पन्न होता है। चुंबकीय क्षेत्र से चुंबकीय अभिवाह प्राप्त होता है। पाश से संबद्ध कुल चुंबकीय अभिवाह:



$$d\phi = \mathbf{B}.\,\mathbf{ds}$$

चुंबकीय अभिवाह के किसी बाह्य स्रोत (कोई धारा वाहक संलग्न कुंडली) की अनुपस्थिति में, बायो सेवार्ट नियम के अनुसार चुंबकीय क्षेत्र और इस प्रकार पाश में अभिवाह, धारा *(I)* के आनुपातिक होगा, अर्थात

$$\phi \propto I \quad \text{or} \quad \phi = LI \tag{19.6}$$

जबकि L कुंडली का आत्मप्रेरकत्व कहलाता है। वे परिपथ अवयव **प्रेरक** कहलाते हैं जो धारा-परिवर्तन का विरोध करते हैं। ये सामान्यत: विभिन्न आकार और आमाप की कुंडलियों के रूप में होते हैं। प्रेरक का प्रतीक  है। यदि कुंडली किसी लोह-क्रोड के चारो ओर लपेटी हुई हो ताकि चुंबकीय प्रभाव में वृद्धि हो जाए तो उसे दो रेखाएं ऊपर खींचकर प्रतिकित किया जाता है यथा  और किसी प्रेरक का प्रेरकत्व उसकी ज्यामिति पर निर्भर करता है।

(a) आत्म प्रेरकत्व के पदों में फैराडे नियम: अब तक आप सीख चुके हैं कि यदि किसी पाश में धारा-परिवर्तन होता है तो उससे संबद्ध अभिवाह में भी परिवर्तन होता है जिससे कि सिरों के मध्य emf आत्मप्रेरित होता है। लेन्ज नियम के अनुसार आत्म प्रेरित emf उस परिवर्तन का विरोध करता है, जिसके फलस्वरूप वह जनित हुआ है।

L के पदों में प्रेरण के फैराडे नियम और लेन्ज नियम के संयुक्त रूप को व्यक्त करने के लिए हम समीकरण के संयुक्त रूप से व्यक्त करने के लिए हम समीकरण (19.5) और समीकरण (19.6) को संयोजित कर प्राप्त करते हैं:

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = -L\frac{dI}{dt} \tag{19.7a}$$

$$\varepsilon = -L\,\frac{I_2 - I_1}{t} \tag{19.7b}$$

जबकि I_1 और I_2 क्रमश: $t = 0$ और $t = \tau$. पर धारा के प्रारंभिक और अंतिम मान व्यक्त करते हैं। समीकरण (19.7b), का प्रयोग करने पर हम आत्म प्रेरकत्व के मात्रक को इस प्रकार परिभाषित कर सकते हैं:

$$L \text{ के मात्रक} = \frac{\text{emf का मात्रक}}{dI/dt \text{ का मात्रक}}$$

$$= \frac{\text{वोल्ट}}{\text{ऐम्पियर/सेकंड}}$$

$$= \text{ओम-सेकंड}$$

ओम-सेकंड हेनरी कहलाता है जिसे संक्षेप में H द्वारा लिखा जाता है। अधिकांश अनुप्रयोगों के लिए हेनरी एक बड़ा मात्रक है इस कारण हम अक्सर मिली हेनरी, mH (10^{-3} H) तथा माइक्रोहेनरी μH (10^{-6}H) को सुविधाजनक मापों के रूप में प्रयोग करते हैं।

आत्मप्रेरित विद्युत वाहक बल को पश्च emf भी कहते हैं। समीकरण (19.7a) से हमें ज्ञात हैं कि किसी प्रेरक में पश्च emf उसमें धारा परिवर्तन की दर पर निर्भर करता है और यह धारा–परिवर्तन का विरोध करता है। इसके अतिरिक्त चूंकि अनंत emf संभव नहीं है अत: हम समीकरण (19.7b) के आधार पर कह सकते हैं कि प्रेरक धारा में तात्क्षणिक परिवर्तन नहीं हो सकता। इस प्रकार यह निष्कर्ष निकलता है कि **प्रेरक से होकर धारा में तात्क्षणिक परिवर्तन** नहीं हो सकता।

किसी प्रेरक का प्रेरकत्व उसकी ज्यामिति पर निर्भर करता है। सिद्धांत रूप से हम किसी भी परिपथ का आत्म प्रेरकत्व परिकलित कर सकते हैं परंतु वास्तव में सरल ज्यामिति वाली युक्तियों को छोड़कर इसे परिकलित करना बहुत कठिन है। परिनालिका एक ऐसी युक्ति है जिसका विद्युतीय परिपथों में प्रचुरता से प्रयोग होता है। अब हम परिनालिका का आत्म प्रेरकत्व परिकलित करते हैं।

(b) परिनालिका का आत्म प्रेरकत्व : अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल A और लंबाई L की किसी लंबी परिनालिका पर विचार कीजिए जिसमें तार के N पर फेरे हैं। इसका प्रेरकत्व ज्ञात करने के लिए हमें परिनालिका में धारा और उससे होकर चुंबकीय अभिवाह में संबंध स्थापित करना चाहिए। पिछले पाठ में आपने किसी लंबी परिनालिका का चुंबकीय क्षेत्र निर्धारित करने के लिए ऐम्पियर नियम का प्रयोग किया था:

$$|\mathbf{B}| = \mu_0 n \, I$$

जबकि $n = N/l$ प्रति इकाई लंबाई में फेरों की संख्या और 1 , परिनालिका से होकर धारा है।

परिनालिका के N फेरों से होकर कुल अभिवाह;

$$\phi = N\,|\mathbf{B}|\,A = \frac{\mu_0 N^2 A I}{\ell} \qquad (19.8)$$

और परिनालिका का आत्म प्रेरकत्व,

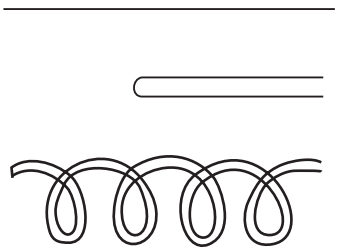
$$L = \frac{\phi}{I} = \frac{\mu_0 N^2 A}{\ell} \text{ होगा} \qquad (19.9)$$

इस व्यंजक का प्रयोग करके आप किसी प्ररुपी परिनालिका का आत्मप्रेरकत्व और पश्च emf परिकलित कर सकते है जिससे आपको उनके परिमाण का अनुमान लग जाएगा।

पाठगत प्रश्न 19.3

1. 1m लंबी और 20cm व्यास की किसी परिनालिका में तार के 10,000 लपेटे हैं। इससे होकर 2.5 A को धारा प्रवाहित हो रही है जिसे 0.1ms में क्रमश: कम करके शून्य कर दिया गया है। जब धारा कम की जा रही हो तो प्रेरक का पश्च emf का परिमाण परिकलित कीजिए।

2. (ℓ) लम्बाई के किसी तार को दो समांतर $\ell/2$, लंबाई के दो संलग्नी रज्जुओं के रुप में किसी बेलनाकार विद्युत रोधक पर कुंडलित कर एक प्रकार का तार कुंडलित अप्रेरकी प्रतिरोधक (आकृति 19.8) बनाया गया है। इस विन्यास को अप्रेरकी क्यों कहा जाता है?

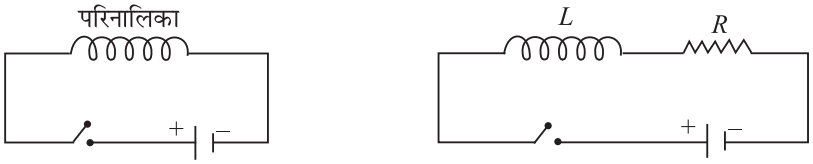


चित्र.19.8: बेलनाकार विद्युत रोधक पर कुंडलित तार

3. किसी 9.7 mH परिनालिका में किस धारा-परिवर्तन की दर से 35 Mv का आत्म प्रेरित emf प्राप्त होगा?

19.2.2 LR परिपथ

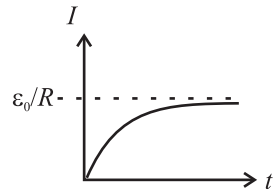
मान लीजिए कोई परिनालिका किसी स्विच के माध्यम से किसी बैटरी से संयोजित है (चित्र 19.9)। $t = 0$, से प्रारंभ कर जब स्विच बंद होता है तो बैटरी के कारण आवेश, परिपथ में गमन करते हैं। परिनालिका का प्रेरकत्व (L) और प्रतिरोध (R), है और इनमें से प्रत्येक, परिपथ में धारा को प्रभावित करता है। परिनालिका के प्रेरणिक और प्रतिरोधक प्रभावों को व्यवस्थात्मकत: चित्र 19.10 में दर्शाया गया है। प्रेरकत्व (L) को प्रतिरोध (R).के साथ श्रेणी संयोजित दिखाया गया है। सरलता की दृष्टि से हम कल्पना करते हैं कि परिपथ में बैटरी के आंतरिक प्रतिरोध सहित कुल प्रतिरोध, R.द्वारा निरुपित किया गया है। इसी प्रकार L में संयोजन तारों का आत्म प्रेरकत्व भी शामिल है। चित्र 19.9 में दर्शाया गया जैसा परिपथ, जिसमें प्रतिरोध और प्रेरकत्व श्रेणी संयोजित होते हैं, LR परिपथ कहलाता है।



चित्र 19.9: LR परिपथ

किसी भी परिपथ में प्रेरकत्व की भूमिका को गुणात्मकत: समझा जा सकता है। परिपथ में धारा $i(t)$ जैसे-जैसे बढ़ती है ($t = 0$ पर $i = 0$) वैसे-वैसे प्रेरकत्व में आत्मप्रेरित emf $\varepsilon = -L\, di/dt$ उत्पन्न होता है जिसको दिशा, वर्धमान धारा की दिशा के विपरीत होती है। धारा में वृद्धि के इस विरोध के कारण धारा में सहसा वृद्धि नहीं हो पाती।

यदि परिपथ में प्रेरकत्व नहीं होता है तो ε_0/R. के द्वारा परिभाषित धारा, तत्काल बढ़कर अधिकतम मान तक पहुंच जाती। परंतु परिपथ में प्रेरकत्व कुंडली होने के कारण धारा क्रमश: बढ़ती हुई ε_0/R के स्थिर मान तक पहुंच जाती है जैसे-जैसे $t \to \tau$ पर पहुँचता है। धारा को स्थिर मान के 2/3 मान तक पहुँचने में लगा समय, L/R के बराबर होगा जो **प्रेरिणिक काल**



चित्र 19.10 : L–R परिपथ में समय के साथ धारा का परिवर्तन।

स्थिराँक कहलाता है। LR से कम काल मापनियों पर L/R परिपथ की धारा में उल्लेखनीय परिवर्तन नहीं होता। धारा का समय के सापेक्ष आलेख, चित्र 19.10 में दिखाया गया है।

आप देख सकते हैं कि L, का मान जितना अधिक होगा, पश्च emf उतना ही अधिक होगा और धारा को वर्धन में अधिक समय लगेगा। (विद्युतीय परिपथ में प्रेरकत्व की भूमिका बहुत कुछ यांत्रिक तंत्रों में द्रव्यमान की भूमिका के सदृश है)। इसी कारण बड़े प्रेरकों युक्त परिपथों में, स्विच बंद करते समय पश्च emf से सावधान रहना चाहिए। पंखा, कम्पयूटर, गीजर अथवा प्रेस करने के लोहे से संयोजित स्विच को बंद करते समय स्फुलिंग का प्रकट होना मुख्यत: पश्च emf के कारण होता है।

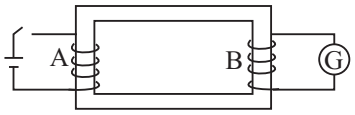
पाठगत प्रश्न 19.4

1. बैटरी और स्विच से संयोजित कोई प्रकाश बल्ब स्विच के बंद होते ही लगभग उसी क्षण पूर्ण प्रकाश दे देता है। हालांकि बल्ब के साथ अधिक प्रेरकत्व श्रेणी संयोजित होने पर बल्ब को पूर्ण प्रकाश प्राप्त करने में कई सेकंड लग जाते हैं। ऐसा क्यों है? व्याख्या कीजिए।

2. किसी LR परिपथ में स्विच को बंद करने के 2.2 ms के बाद धारा 48mA तक पहुंचती है। यदि परिपथ में प्रतिरोध 68Ω, हो तो प्रेरकत्व का मान परिकलित कीजिए।

19.2.3 अन्योन्य प्रेरकत्व

जब किसी कुंडली में धारा-परिवर्तन होता है तो उसके चारो ओर परिवर्ती चुंबकीय अभिवाह विकसित हो जाता है जो संलग्नी कुंडली के बीच emf प्रेरित कर देता है। जैसा कि चित्र (19.11) में दर्शाया गया है कि कुंडली B के प्रत्येक फेरे से संबद्ध चुंबकीय अभिवाह, कुंडली A में धारा के चुंबकीय क्षेत्र के कारण है।



चित्र 19.11 : कुंडली युगल का अन्योन्य प्रेरकत्व

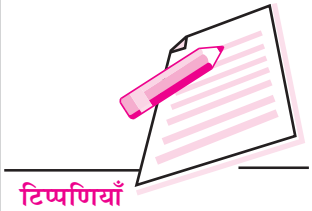
अत: प्रत्येक कुंडली में परिवर्ती धारा, अन्य कुंडली में emf प्रेरित करती है। अर्थात

$$\phi_2 \propto \phi_1 \propto I_1 \Rightarrow \phi_2 = MI_1 \qquad (19.10)$$

जबकि M, कुंडली-युगल का अन्योन्य प्रेरकत्व कहलाता है, साथ ही, दूसरी कुंडली के मध्य प्रेरित पश्च विद्युत वाहक बल,

$$e_2 = -\frac{d\phi}{dt}$$

$$= -M\frac{dI}{dt} = -M\frac{I_2 - I_1}{t} \text{ होगा} \qquad (19.11)$$



जबकि कुंडली A में धारा को I_1 से I_2 में परिणत होने में t सेकंड लगे हैं। यदि आस-पास कोई चुंबकीय सामग्री नहीं है। अन्योन्य प्रेरकत्व दोनों कुंडलियों की केवल ज्यामिति पर निर्भर करता है। अन्योन्य प्रेरकत्व का मात्रक भी हेनरी (H),है जो आत्म प्रेरकत्व का मात्रक है।

उदाहरण 19.3 : किसी परिपथ में कोई कुंडली, पृथक परिपथ में दूसरी कुंडली के समीप है। इस संयोजन का अन्योन्य प्रेरकत्व 340 mH है। 15ms के काल अंतराल में कुंडली 1 में धारा क्रमशः 28mA से 57 mA हो जाती है और कुंडली 2 में धारा क्रमशः 36 mA से 16 mA हो जाती है। दूसरी कुंडली में धारा के परिवर्तन से प्रत्येक कुंडली में प्रेरित emf निधारित कीजिए।

हल : 15ms के काल अंतराल में कुंडलियों में धारा परिवर्तन की अपरिवर्ती दरें इस प्रकार हैं:

$$\frac{di_1}{dt} = \frac{57\text{mA} - 23\text{mA}}{15\text{ms}} = 2.3\ \text{As}^{-1}$$

$$\frac{di_2}{dt} = \frac{16\text{mA} - 36\text{mA}}{15\text{ms}} = -1.3\ \text{As}^{-1}$$

समीकरण (19.11), से हमें ज्ञात है कि प्रेरित विद्युत वाहक बलों के परिमाण इस प्रकार होंगे:

$$\varepsilon_1 = -(340\text{mH})\,(2.3\text{As}^{-1}) = -0.78\ \text{V}$$

$$\varepsilon_2 = (340\text{mH})\,(1.3\text{As}^{-1}) = 0.44\ \text{V}$$

ध्यान रहे कि समीकरण 19.11 में ऋण चिह्न, प्रत्येक प्रेरित emf की दिशा बताता है।

अन्योन्य प्रेरकत्व की परिघटना पर आधारित सबसे महत्वपूर्ण साधित्र, ट्रांसफार्मर है। इसके बारे में आप इस पाठ में बाद में जानेंगे। आत्म प्रेरकत्व पर आधारित कुछ आम युक्तियां चोक कुंडली और प्रज्जवलन कुंडली है। हम इन युक्तियों की संक्षेप में चर्चा करेंगे। बाद में आप यह भी जानेंगे कि प्रेरक और संघारित्र का संयोजन, आधारी दोलित्र के रूप में कार्य करता है। संधारित्र के एक बार आवेशित हो जाने के बाद, इस व्यवस्था में आवेश प्रेरक से होकर दोनों प्लेटों के मध्य दोलन करता है।

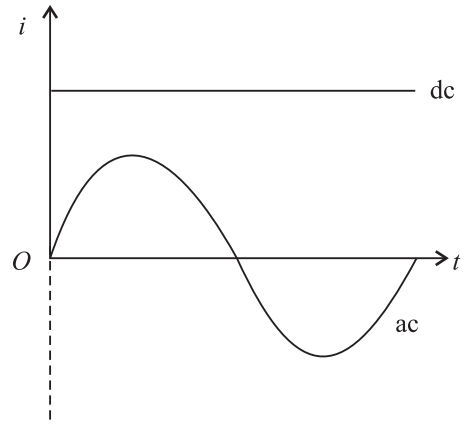
पाठगत प्रश्न 19.5

1. चित्र 19.11 में अन्योन्यतः प्रेरित विद्युत वाहक बलों की, कुंडलियों के दाहिनी ओर स्थित प्रेक्षक के संदर्भ में, दिशा पर विचार कीजिए। (a) जिस क्षण धारा i_1 वर्धमान हो तो दूसरी कुंडली के मध्य emf की दिशा क्या होगी? (b) जिस क्षण धारा i_2 कम हो रही हो तब पहली कुंडली के मध्य emf की दिशा क्या होगी?

2. मान लीजिए कि चित्र 19.11 में कोई एक कुंडली इस प्रकार घूर्णित की गई है कि कुंडलियों के अक्ष परस्पर लंब हो जाएं तब क्या अन्योन्य प्रेरकत्व उतना ही रहेगा, बढ़ जाएगा या कम हो जाएगा? व्याख्या कीजिए।

19.3 प्रत्यावर्ती धारा और वोल्टता

जब किसी प्रतिरोधक से बैटरी जोड़ दी जाती है तो प्रतिरोधक से होकर आवेश केवल एक ही दिशा में प्रवाहित होता है। यदि हम धारा की दिशा को उत्क्रमित करना चाहे तो हमे बैटरी के संयोजनों को उलटना होगा। हालांकि, धारा का परिमाण उतना ही रहेगा। ऐसी धारा दिष्ट धारा कहलाती है। परंतु ऐसी धारा जिसका परिमाण लगातार बदलता रहता है और दिशा आवर्ती रूप से बदलती है, प्रत्यावर्ती धारा (चित्र 19.12) कहलाती है।



चित्र 19.12 : dc तथा ac धारा के तरंग रुप

सामान्यत: प्रत्यावर्ती वोल्टता और धाराओं को गणितीयत: इस प्रकार व्यक्त किया जाता है:

$$V = V_m \cos \omega t \qquad (19.12a)$$

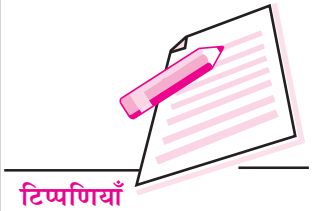
$$I = I_m \cos \omega t \qquad (19.12b)$$

V_m और I_m क्रमश: प्रत्यावर्ती वोल्टता और प्रत्यावर्ती धाराओं के शीर्ष मान हैं। इसके अतिरिक्त हम V और I के वर्ग माध्यमूल मान भी इस प्रकार परिभाषित करते हैं:

$$V_{rms} = \frac{V_m}{\sqrt{2}} = 0.707\ V_m \qquad (19.13a)$$

$$I_{rms} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = 0.707\ I_m \qquad (19.13b)$$

V और I के मध्य संबंध, परिपथ में उपस्थित परिपथ-अवयवों पर निर्भर करता है। अब हम (i) प्रतिरोधक (ii) संधारित्र, तथा (iii) केवल प्रेरक युक्त ac परिपथों का अध्ययन करेंगे।



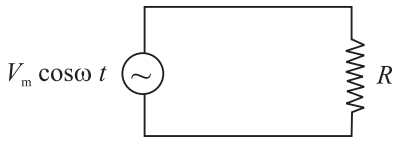
जार्ज वेस्टिंग हाउस

(1846-1914)

आज सारे विश्व में dc की तुलना में ac का प्रचलन है। इसका श्रेय जार्ज वेस्टिंग हाउस के प्रयासों को जाता है। वह अमरीकी अन्वेषक तथा एक साहसी व्यक्ति थे जिन्हें लगभग 400 पेटेन्टों का श्रेय प्राप्त है। उन्होंने केवल 15 वर्ष की आयु में पहला अविष्कार किया था। उन्होंने वायु ब्रेकों और स्वचालित रेलवे सिगनलों का अविष्कार किया जिससे रेल यातायात निरापद हो गया। जब यूगोस्लाव अन्वेषक नाइकोल टेस्ला (1856–1943) ने घूर्णी चुंबकीय क्षेत्र का विचार प्रस्तुत किया तो जार्ज वेस्टिंग हाउस को उनकी खोज का महत्व तत्काल समझ में आया। उन्होंने टेस्ला को लाभप्रद शर्तो पर अपने साथ कार्य करने के लिए आमंत्रित किया और अपनी विद्युत कम्पनी भी चालू की। जब उनकी कम्पनी ने नियाग्रा प्रयात की ऊर्जा का प्रयोग करते हुए विद्युत का उत्पादन कर, 20km की दूरी पर स्थित नगर को प्रकाशित किया तो उन्हें तत्काल ख्याति प्राप्त हुई।

19.3.1 प्रतिरोधक से संयोजित AC स्रोत

चित्र 19.13 का अवलोकन करें जिसमें किसी ac परिपथ में प्रतिरोधक को दिखाया गया है। धारा का तात्क्षणिक मान, प्रतिरोधक के मध्य विभवांतर के तात्क्षणिक मान को प्रतिरोध से विभाजित करके प्राप्त किया जाता है।



चित्र 19.13 : प्रतिरोधक युक्त कोई ac परिपथ

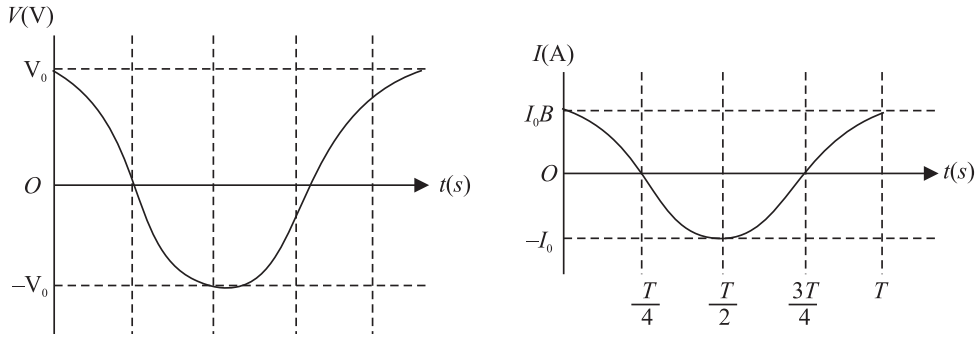
$$I = \frac{V}{R}$$

$$= \frac{V_m \cos \omega t}{R} \qquad (19.14a)$$

राशि V_m/R का मात्रक, वोल्ट प्रति ओम, (अर्थात ऐम्पियर) है। यह राशि परिपथ में धारा के अधिकतम मान को निरुपित करती है। धारा की दिशा, समय के साथ बदलती है। अत: धारा की दो संभव दिशाओं को निरुपित करने के लिए हम धारा के धनात्मक और ऋणात्मक मानों का प्रयोग करते हैं। समीकरण (19.14a) में V_m/R के लिए परिपथ में अधिकतम धारा, I_m, को प्रतिस्थापित करने पर हम पाते हैं,

$$I = I_m \cos \omega t \qquad (19.14b)$$

चित्र 19.14 में प्रतिरोधक के सिरों और प्रतिरोधक में धारा के मध्य विभवांतर का समय के साथ विचरण दर्शाया गया है। ध्यान दें कि विभवांतर और धारा कला संबद्ध हैं अर्थात शिखर और गर्त एक ही समय में पाए जाते हैं।



चित्र 19.14 : किसी शुद्ध प्रतिरोधक परिपथ में धारा और वोल्टता का समय के साथ विचरण

भारत में $V_m = 310V$ तथा $v = 50$ Hz, है। अत: $R = 10\ \Omega$, के लिए हम पाते हैं,

$$V = 310 \cos (2\pi\ 50t)$$

तथा

$$I = \frac{310}{10} \cos (100\pi t)$$

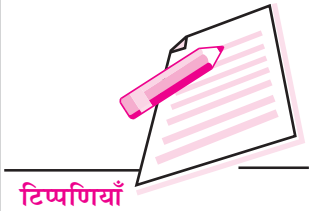
$$= 31 \cos (100\pi t)A$$

V और I चूंकि $\cos (100\pi t)$ के आनुपातिक हैं अत: चक्रों की संमाकल संख्या के लिए औसत धारा शून्य है। प्रतिरोधक में विकसित औसत शक्ति $P = I^2R$ शून्य नहीं होगा। चूंकि I^2, शून्य और I^2, के मध्य आवर्तत विचरण करता है अत: एकल चक्र के लिए हम औसत शक्ति P_{av}, निर्धारित कर सकते हैं:

$$P_{av} = (I^2R)_{av} = R(I^2)_{av} = R\ \frac{I_m^2 + 0}{2}$$

$$P_{av} = R\ \frac{I_m^2}{2} = R\, I^2_{rms} \qquad (19.15)$$

ध्यान दें कि प्रतिरोधक में $(I_m/\sqrt{2})$ मान की dc अपरिवर्ती धारा द्वारा समान शक्ति उत्पन्न होगी। यदि हम प्रतिरोधक को $V_m/\sqrt{2}$ वोल्ट विभवांतर के अपरिवर्ती मान के साथ संयोजित करें तब भी वही परिणाम प्राप्त होगा। राशियां $I_m/\sqrt{2}$ तथा $V_m/\sqrt{2}$ क्रमश: धारा और विभवांतर के rms मान कहलाते हैं। शब्द rms वर्ग माध्य मूल का संक्षिप्त रूप है जिसका अर्थ होता है, संदर्भित राशि के वर्ग के माध्य मान का वर्ग मूल।



भारतीय घरों में जहां $V_m = 310V$, होता है वहां विभवांतर का rms मान,

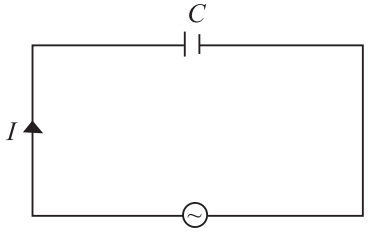
$$V_{rms} = V_m/\sqrt{2} \simeq 220V \text{ होगा।}$$

सामान्यत: विभवांतर के लिए यही मान उद्धरित किया जाता है। ध्यान दें कि जब विभवांतर 220 V होता है तो ac वोल्टता का शिखर मान 310 V होगा इसी कारण यह इतना घातक है।

पाठगत प्रश्न 19.6

1. ac स्रोत से संयोजित किसी प्रकाश स्रोत के धारा के प्रत्येक चक्र में तात्क्षणिक धारा दो बार शून्य हो जाती है। शून्य धारा वाले क्षणों में बल्ब क्यों नहीं बुझता?
2. 25Ω प्रतिरोध वाली कोई विद्युत आयरन 220 V, 50 Hz के किसी घरेलू प्लग से संयोजित है। इसके सम्पूर्ण चक्र में औसत धारा, शिखर धारा, तात्क्षणिक धारा और rms धारा ज्ञात कीजिए।
3. ac धारा वोल्टता के वर्ग माध्य मूल मान परिकलित करना क्यों आवश्यक है?

19.3.2 संधारित्र से संयोजित कोई AC स्रोत



चित्र 19.15 : किसी ac परिपथ में संधारित्र

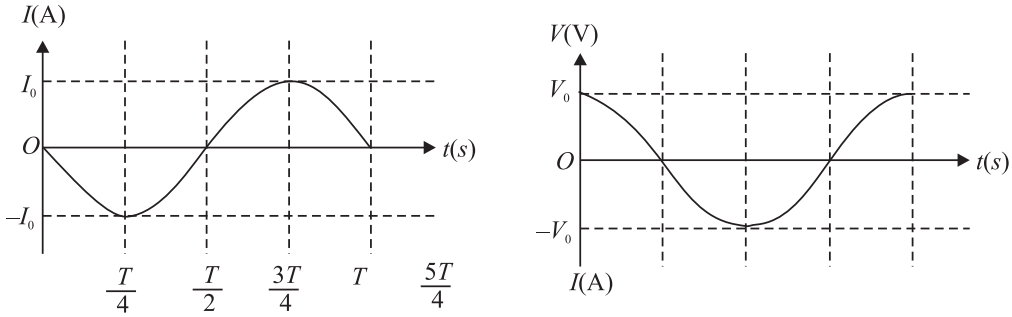
चित्र 19.15 में ac स्रोत से संयोजित कोई संधारित्र दर्शाया गया है। धारिता की परिभाषा से हमें ज्ञात हैं कि संधारित्र पर तात्क्षणिक आवेश, उसके मध्य तात्क्षणिक विभवांतर और धारिता के गुणनफल के बराबर ($q = CV$) होता है। इस प्रकार हम लिख सकते हैं,

$$q = CV_m \cos \omega t \qquad (19.16)$$

चूंकि $I = dq/dt$, अत: हम लिख सकते हैं;

$$I = -\omega C V_m \sin \omega t \qquad (19.17)$$

किसी धारिता परिपथ में V और I में विचरण चित्र 19.16 में दिखाया गया है।



चित्र 19.16: किसी धारिता-परिपथ में V और I में काल के साथ विचरण

प्रतिरोधक के विपरीत, संधारित्र में धारा I और विभवांतर V कला संबद्ध नहीं होते।

धारा-काल आरेख का प्रथम शिखर, विभवांतर-काल आलेख के प्रथम शिखर से एक चौथाई चक्र पहले घटित होता है। **अतः हम कह सकते हैं कि संधारित्र धारा, संधारित विभवांतर से एक चौथाई आवर्त अग्रगामी होती है।** एक चौथाई आवर्त कलांतर $\pi/2$ रेडियन या 90°. के तदनुरुपी होता है। तदनुसार हम यह भी कह सकते हैं कि विभवांतर धारा से 90° पश्चगामी होता है।

समीकरण (19.17) को पुनः निम्नलिखित रूप में लिखने पर,

$$I = -\frac{V_m}{1/(\omega C)} \sin\omega t \qquad (19.18)$$

और समीकरण (19.14a) और समीकरण (19.18), की तुलना करने पर, हम देखते हैं कि $(1/\omega C)$ के मात्रक, प्रतिरोध के मात्रक ही होना चाहिए। राशि $1/\omega C$ धारिता-प्रतिघात कहलाती है और इसे प्रतीक X_C के द्वारा व्यक्त किया जाता है;:

$$X_c = \frac{1}{\omega C}$$

$$= \frac{1}{2\pi\nu C} \qquad (19.19)$$

धारिता-प्रतिघात वह माप है जिस सीमा तक कोई संधारित्र किसी परिपथ में ac धारा को सीमित करता है। यह जेनरेटर की धारिता और आवृत्ति पर निर्भर करता है। आवृत्ति तथा धारिता में वृद्धि होने पर धारिता प्रतिघात में कमी हो जाती है। प्रतिरोध तथा धारिता प्रतिघात एक अर्थ में समान हैं क्योंकि दोनों ही ac धारा की सीमाओं का मापते हैं। परंतु प्रतिरोध के विपरीत, धारिता-प्रतिघात, ac की आवृत्ति पर निर्भर करता (चित्र 19.17) है। धारिता-प्रतिघात की संकल्पना के आधार पर हमें समीकरण $I = V/R$ के अनुरुप समीकरण प्राप्त होती है:

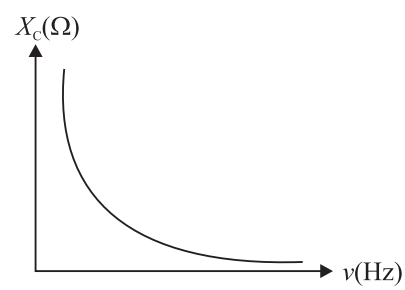
$$I_{rms} = \frac{V_{rms}}{X_C} \qquad (19.20)$$

संधारित्र को प्रदत्त तात्क्षणिक शक्ति, तात्क्षणिक संधारित्र धारा और विभवांतर का गुणनफल होती है:

$$P = VI$$

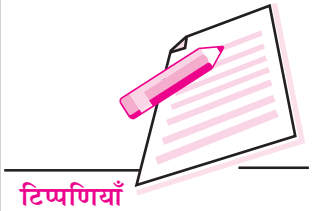
$$= -\omega CV^2 \sin\omega t \cos\omega t$$

$$= -\frac{1}{2}\omega CV^2 \sin 2\omega t \qquad (19.21)$$

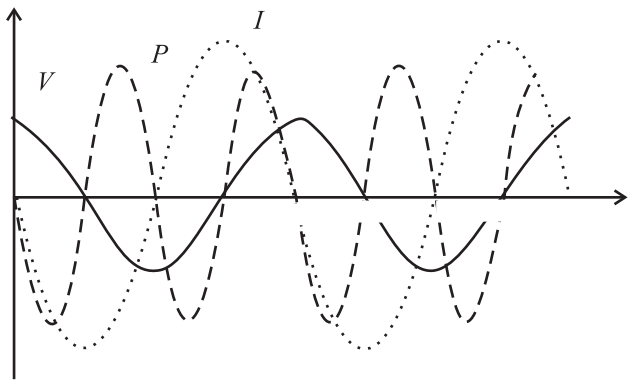


चित्र 19.17 : धारिता प्रतिघात में आवृत्ति के साथ परिवर्तन

P का चिह्न, काल के साथ ऊर्जा-प्रवाह की दिशा निधारित करता है। जब P धनात्मक होता है तो संधारित्र में ऊर्जा का भंडारण होता है। P के ऋणात्मक होने पर



संधारित्र के द्वारा ऊर्जा का विमोचन होता है। चित्र 19.18 में $V, I,$ और P के ग्राफीय निरुपण दर्शाए गए हैं। ध्यान रहे कि धारा और विभवांतर दोनों ही कोणीय आवृत्ति w के साथ विचरण कर रहे हैं परंतु शक्ति का कोणीय आवृत्ति 2ω के साथ विचरण होता है। औसत शक्ति शून्य होती है। किसी आवेशन चक्र की अवधि में संधारित्र में भंडारित विद्युत ऊर्जा, संधारित्र का विसर्जन होने पर पूर्णतः पुनः प्राप्त हो जाती है। औसतन किसी चक्र में संधारित्र में न कोई ऊर्जा भंडारित और न कोई ऊर्जा नष्ट होती है।



चित्र 19.18 : V, I और P का काल-विचरण

उदाहरण 19.5 : 100 μF का कोई संधारित्र किसी ऐसे 50Hz ac जेनरेटर से संयोजित है जिसका शिखर आयाम 220 V है। संधारित्र के साथ श्रेणी संयोजित किसी rms ac ऐमीटर द्वारा दर्ज की गई धारा परिकलित कीजिए।

हल : किसी संधारिय का धारिता-प्रतिघात निम्नलिखित होता है:

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi(50)\,\text{rads}^{-1}(100\times10^{-6}\,\text{F})} = 31.8\Omega$$

यह मानते हुए कि ऐमीटर का प्रतिरोध अल्प होने के कारण यह धारा के मान को प्रभावित नहीं करता अतः संधारित्र में तात्क्षणिक धारा निम्नलिखित के द्वारा व्यक्त की जाएगी:

$$I = \frac{V}{X_C}\cos\omega t = \frac{220}{31.8}\cos\omega t$$

$$= (-6.92\cos\omega t)\,\text{A}$$

धारा का rms मान,

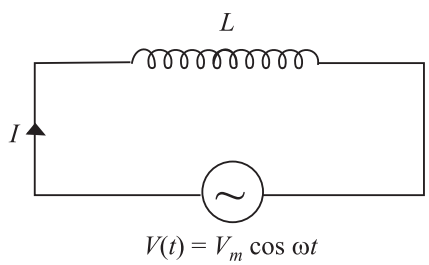
$$I_{rms} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = \frac{6.92}{\sqrt{2}} = 4.91\text{A}$$

अब निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए:

पाठगत प्रश्न 19.7

1. किसी ac जेनरेटर से संयोजित संधारित्र में धारा इसकी धारिता में वृद्धि होने पर क्यों बढ़ती है? व्याख्या कीजिए।
2. संधारित्र किसी ऐसे ac जेनरेटर से संयोजित है जिसका नियत शिखर मान (V_m) परंतु आवृत्ति परिवर्ती है। आवृत्ति कम होने पर क्या आप उसमें धारा-वृद्धि की अपेक्षा करते हैं?
3. क्या किसी ac जेनरेटर द्वारा संधारित्र को प्रदत्त औसत शक्ति शून्य हो सकती है। तर्क सहित उत्तर दीजिए।
4. TV सेट जैसे उच्च आवृत्ति परिपथों में धारिता-प्रतिघात कम क्यों हो जाता हैं?

19.3.3 प्रेरक से संयोजित कोई AC स्रोत



चित्र 19.19 :प्रेरक से संयोजित कोई ac जेनरेटर

अब हम किसी ac स्रोत से संयोजित आदर्श प्रेरक (शून्य प्रतिरोध) पर विचार करते हैं (चित्र 19.19)। यदि प्रेरक के मध्य विभवांतर V हो तो हम लिख सकते है:

$$V = L\frac{dI}{dt} = V_m \cos \omega t \qquad (19.22)$$

समीकरण (19.22) को काल के साथ समाकलित करने पर इसे पुन: इस प्रकार लिख सकते हैं:

$$dI = \frac{V_m}{L} \cos\omega t \, dt$$

चूंकि cos x का समाकल sin x, होता है। अत:

$$I = \frac{V_m}{\omega L} \sin \omega t + \text{स्थिरांक} \qquad (19.23a)$$

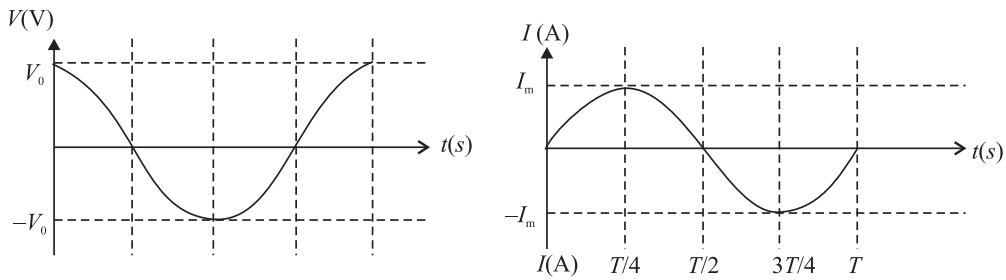
जब $t = 0$, $I = 0$. होता है। अत: समाकलन स्थिरांक शून्य हो जाता है। इस प्रकार,

$$I = \frac{V_m}{\omega L} \sin \omega t \qquad (19.23b)$$

V और I की तुलना करने के लिए हम $V_m = 220V$ और $\omega = 2\pi(50)$ rads^{-1}, तथा $L = 1H$. तब,

$$V = 220 \cos (2\pi\, 50t) \text{ वोल्ट होगा}$$

$$I = \frac{220}{2\pi.50} \sin (2\pi\, 50t) = 0.701 \sin (2\pi\, 50t) \text{ ऐम्पियर होगा}$$



चित्र. 19.20 : किसी प्रेरक के मध्य विभवांतर और उसमें प्रवाहित धारा का काल विचरण। ये कला संबद्ध नहीं हैं।

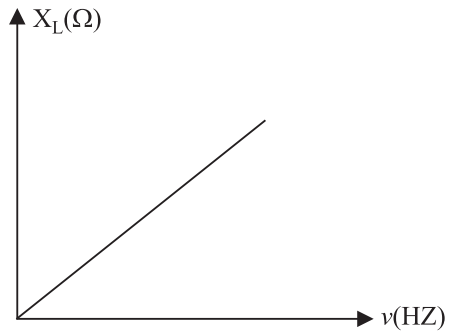
चित्र 19.20 में V और I का काल विचरण दर्शाया गया है। प्रेरक धारा और प्रेरक के मध्य विभवांतर कला संबद्ध नहीं है। विभवांतर वास्तव में धारा से एक चौथाई चक्र पहले शिखर प्राप्त कर लेता है। हम कहते हैं कि प्रेरक में धारा, विभवांतर से $\pi/2$ rad (अथवा 90°) पश्चगामी है। लेन्ज नियम से भी हम यही अपेक्षा करते है। समीकरण (19.23 b) को पुनः इस प्रकार लिखने पर हम यह बात दूसरे विधि से भी प्रस्तुत कर सकते हैं:

$$I = \frac{V_m}{\omega L} \cos \left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

चूंकि $V = V_m \cos \omega t$, अतः $(-\pi/2)$ के लिए कलांतर से तात्पर्य यह होगा कि धारा $\pi/2$. से पश्चगामी है। यह संधारित्र में धारा से विपरीत है जो विभवांतर से अग्रग है। प्रेरक में धारा विभवांतर से पश्चगामी होती है। समीकरण (19.23b) में राशि X_L के मात्रक, प्रतिरोध के ही मात्रक होते हैं। यह राशि प्रेरणिक प्रतिघात कहलाती और प्रतीक X_L के द्वारा व्यक्त की जाती है:

$$X_L = \omega L = 2\pi \nu L \qquad (19.24)$$

धारिता-प्रतिघात की ही भांति प्रेरणिक प्रतिघात, X_L, को ओम में व्यक्त किया जाता है। प्रेरणिक प्रतिघात वह माप है जिस सीमा तक प्रेरक, परिपथ में ac धारा को सीमित करता है। यह जेनरेटर के प्रेरकत्व और आवृत्ति पर निर्भर करता है। आवृत्ति अथवा प्रेरकत्व में वृद्धि होने पर प्रेरणिक प्रतिघात में भी वृद्धि होती है। यह धारिता प्रतिघात के ठीक विपरीत है। यदि सीमा-आवृत्ति शून्य हो जाती है तो प्रेरणिक प्रतिघात भी शून्य हो जाता है। स्मरण करे कि $\omega \to 0$ होने पर धारिता प्रतिघात, अनंत की ओर प्रवृत्त होता है (देखिए सारणी 19.1)। चूंकि बैटरी जैसे dc स्रोत में प्रेरणिक प्रभाव लुप्त हो जाते हैं अतः शून्य आवृत्ति के लिए शून्य प्रेरणिक प्रतिघात, किसी dc स्रोत से संयोजित प्रेरक के व्यवहार के संगत है। X_L का आवृत्ति-विचरण आवृत्ति 19.21 में दर्शाया गया है।



चित्र.19.21 : आवृति के फलन के रुप में प्रेरक ($X_L = 2\pi vL$) का प्रतिघात। आवृत्ति में वृद्धि होने पर प्रेरणिक प्रतिघात में भी वृद्धि होती है।

सारणी 19.1

परिपथ अवयव	धारा प्रवाह का विरोध	निम्न आवृत्ति पर मान	उच्च आवृत्ति पर मान
प्रतिरोधक	R	R	R
संधारित्र	$X_C = \dfrac{1}{\omega C}$	∞	0
प्रेरक	$X_L = \omega L$	0	∞

प्रेरणिक प्रतिघात की संकल्पना के आधार पर, प्रतिरोध R निहित समीकरण $I = V/R$ में हम प्रेरक अनुरुप का समावेश कर सकते है:

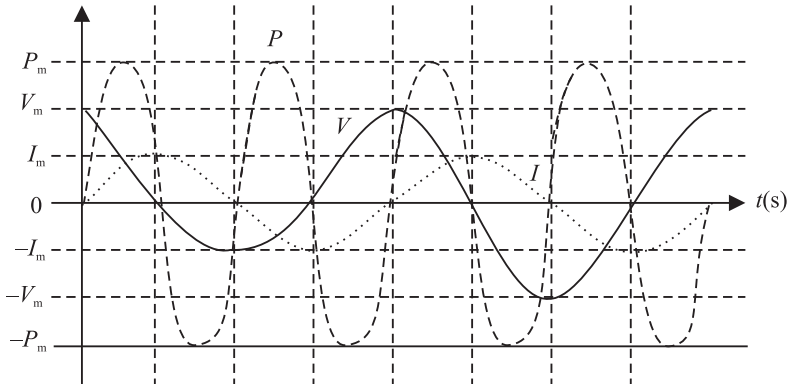
$$I_{rms} = \frac{V_{rms}}{X_L} \tag{19.25}$$

प्रेरक को प्रदत्त तात्क्षणिक शक्ति इस प्रकार व्यक्त की जाएगी:

$$P = VI$$

$$= \frac{V_m^2}{\omega L} \sin \omega t \cos \omega t = \frac{V_m^2}{2\omega L} \sin 2\,\omega t \tag{19.26}$$

प्रेरक के लिए V, I और P का ग्राफीय निरुपण चित्र 19.21 में दर्शाया गया है। यद्यपि धारा तथा विभवांतर दोनों ही कोणीय आवृत्ति के साथ विचरण करते हैं परंतु शक्ति, दुगनी कोणीय आवृत्ति के साथ विचरण करती है। संपूर्ण चक्र में प्रदत्त औसत शक्ति शून्य होती है। ऊर्जा एकांतरत: भंडारित और विमोचित की होती है जैसे-जैसे चुंबकीय क्षेत्र में एकांतरत: वृद्धि और क्षय होता जाता है।



चित्र 19.21: किसी प्रेरणिक परिपथ में विभवांतर, धारा और शक्ति का काल के साथ विचरण

उदाहरण 19.6 : किसी वायु क्रोडित परिनालिका की लम्बाई 25cm और व्यास 2.5cm है तथा इसमें सघन कुंडलित 1000 फेरे हैं। कुंडली का प्रतिरोध 1.00Ω मापा गया है। 100Hz पर, कुंडली के प्रतिरोध के साथ प्रेरणिक प्रतिघात की तुलना कीजिए।

हल : व्यास की तुलना में अधिक लंबाई की परिनालिका का प्रेरकत्व, निम्नलिखित सूत्र के द्वारा व्यक्त किया जाएगा:

$$L = \frac{\mu_0 N^2 \pi a^2}{\ell}$$

जबकि, N फेरो की संख्या, a त्रिज्या और ℓ परिनालिका की लंबाई है। इन मानों को प्रतिस्थापित करने पर हम पाते हैं;

$$L = \frac{(4\pi \times 10^{-7})\ \mathrm{Hm^{-1}}\ (1000)^2\ \pi(0.0125)^2\ \mathrm{m^2}}{0.25\mathrm{m}}$$

$$= 2.47 \times 10^{-3}\ \mathrm{H}$$

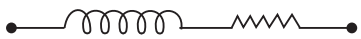
100Hz की आवृत्ति पर प्रेरणिक प्रतिघात,

$$X_L = \omega L \quad = 2\pi \left(100 \frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}\right) (2.47 \times 10^{-3})\ \mathrm{H}$$

$$= 1.55\Omega$$

इस प्रकार 100Hz की आवृत्ति पर इस परिनालिका के प्रेरणिक प्रतिघात की नैज (ओमीय) प्रतिरोध R के साथ तुलना की जा सकती है। परिपथ आरेख में इसे इस रूप में दर्शाया जाएगा;

$$\mathrm{L} = 2.47\ \mathrm{H} \ \text{ and } \ R = 1.00\ \Omega$$



इन धारणाओं को आपने कितना समझा है अब इनका आप परीक्षण करना चाहेगे।

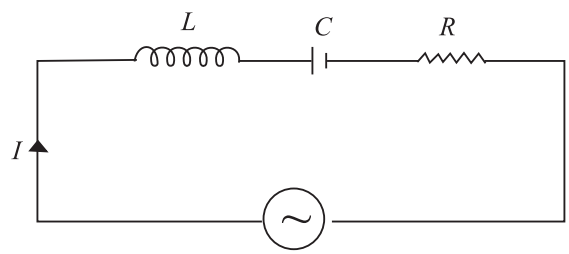
पाठगत प्रश्न 19.8

1. जब कोई आदर्श प्रेरक किसी ac जेनरेटर से संयोजित किया जाता है तो लेन्ज नियम की भूमिका का वर्णन कीजिए।

2. अनुभाग 19.3.1 में आत्मप्रेरकत्व को विद्युतीय जड़त्व के रूप में अभिलक्षित किया गया है। इसे निर्देश के रूप में मानते हुए ac जेनरेटर से संयोजित किसी प्रेरक के आत्म प्रेरकत्व में वृद्धि होने पर आप प्रेरक-धारा में कमी की अपेक्षा क्यों करते हैं?

19.3.4 श्रेणी LCR परिपथ

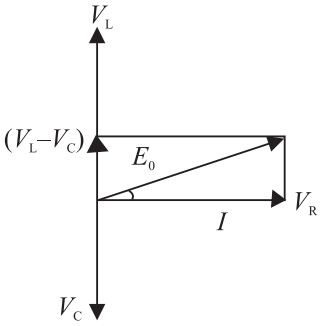
चित्र 19.22 का अवलोकन कीजिए। इसमें एक परिपथ दर्शाया गया है जिसमें एक प्रेरक L, एक संधारित्र C तथा एक प्रतिरोधक R है जो ac स्रोत के साथ श्रेणीक्रम में संयोजित हैं और तात्क्षणिक emf $E = E_m \sin \omega t$ उपलब्ध कराते हैं। सभी तीन परिपथ-अवयवों से प्रवाहित धारा का आयाम और कला समान हैं परंतु जैसा कि पहले बताया जा चुका है उनके मध्य विभवांतर एक ही कला में नहीं हैं।



चित्र. 19.22 : श्रेणी LCR परिपथ

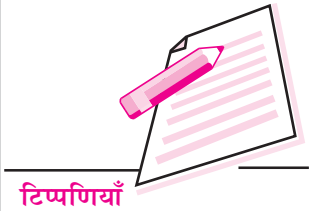
(i) प्रतिरोधक के मध्य विभवान्तर $V_R = I_0 R$ हैं और यह धारा के साथ कला संबद्ध है।

(ii) संधारित्र के मध्य P.D. का आयाम $V_C = I_O X_C$ और यह धारा से कोण $\pi/2$ द्वारा पश्चगामी है तथा (iii) प्रेरक के मध्य P.D. का आयाम $V_L = I_0 X_L$ और यह धारा से $\pi/2$ कोण द्वारा अग्रग है।



चित्र 19.23 : *LCR* परिपथ में वोल्टताओं का फेजर आरेख

विभिन्न कलाओं के कारण परिपथ के मध्य परिणामी शिखर वोल्टता प्राप्त करने के लिए हम वोल्टताओं का बीजीयत: संकलन नहीं कर सकते। इन वोल्टताओं का संकलन करने के लिए हम फेजर आरेख खींचते हैं जो तीन वोल्टताओं (आकृति 19.23) का समुचित कला संबंध दर्शाता है। यह आरेख स्पष्ट रुप से दर्शाता है कि प्रेरक और संधारिय के मध्य वोल्टताएं विपरीत कलाओं में हैं और इसलिए प्रतिघाती अवयवों के मध्य निवल वोल्टता $(V_L - V_C)$ होगी। अत: परिपथ के मध्य परिणामी शिखर वोल्टता निम्नलिखित होगी:



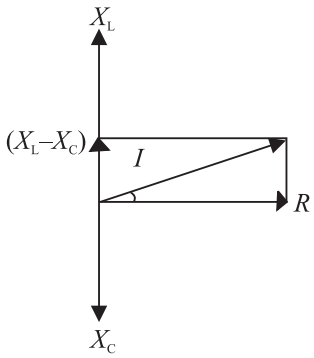
$$E_0 = \sqrt{(V_L - V_C)^2 + V_R^2}$$

$$= \sqrt{I_0^2\left\{(X_L - X_C)^2 + R^2\right\}}$$

अथवा
$$\frac{E_0}{I_0} = \sqrt{(X_L - X_C)^2 + R^2}$$

LCR परिपथ द्वारा किया गया धारा प्रवाह का विरोध उसकी प्रतिबाधा कहलाता है। परिपथ की प्रतिबाधा इस प्रकार व्यक्त की जाती है:

$$Z = \frac{E_{rms}}{I_{rms}} = \frac{E_0}{I_0} = \sqrt{(X_L - X_C) + R^2} = \sqrt{2\pi\nu L - \frac{1}{2\pi\nu C}^{2} + R^2} \qquad (19.27)$$



चित्र 19.24 : *Z* के लिए फेजर आरेख

अत: LCR परिपथ के बीच rms धारा, इस प्रकार लिखी जा सकती है:

$$I_{rms} = \frac{E_{rms}}{Z}$$

चित्र 19.23 से यह भी स्पष्ट है कि LCR परिपथ में emf धारा के कोण ϕ, के द्वारा अग्रग (अथवा पश्चगामी) होता है

और यह $\tan\phi = \frac{V_L - V_C}{V_R} = \frac{X_L I_0 - X_C I_0}{R I_O} = \frac{X_L - X_C}{R}$ (19.28)

इसका अर्थ हुआ कि वोल्टता की भांति R, X_L, X_C और Z भी फेजर आरेख पर निरुपित किए जा सकते है (चित्र 19.24)।

अनुनाद:

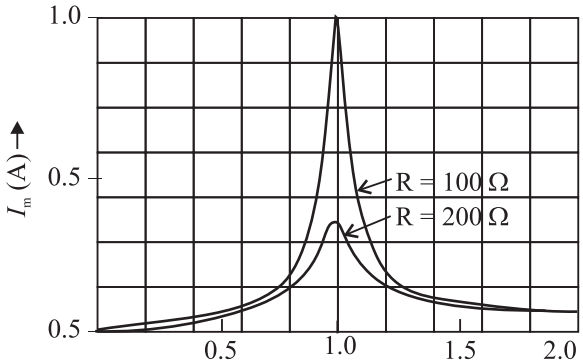
अब आपको ज्ञात हैं कि अनुप्रयुक्त ac स्रोत की आवृत्ति में वृद्धि होने पर प्रेरणिक प्रतिघात (X_L) में वृद्धि तथा धारिता-प्रतिघात (X_C) में कमी हो जाती है। इसके अतिरिक्त ये कला-बाह्य हैं। अत: कोई ऐसी नियत आवृत्ति ν_r होनी चाहिए जिस पर $X_L = X_C$ हो:

अर्थात,
$$2\pi\, \nu_r L = \frac{1}{2\pi\nu_r C}$$

$$\Rightarrow \qquad \nu_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \qquad (19.29)$$

यह आवृत्ति **अनुनाद आवृत्ति** कहलाती है और इस आवृत्ति पर, प्रतिबाधा का न्यूतम मान $Z_{min} = R$ होगा। यह परिपथ अब पूर्णत: प्रतिरोधक होगा। संधारित्र और प्रेरक के मध्य वोल्टता का परिमाण समान होता है अत: एक दूसरे को समाप्त कर देती हैं। चूंकि अनुनादी परिपथ पूर्णत:

प्रतिरोधक होता है अत: निबल वोल्टता, धारा ($\phi = 0$) के साथ कला संबद्ध होगी और परिपथ से होकर अधिकतम धारा प्रवाहित होगी। तब परिपथ अनुप्रयुक्त ac के साथ अनुनादी कहा जाएगा। चित्र 19.25 में दर्शाए गए ग्राफ LCR परिपथ में, अनुप्रयुक्त स्रोत की आवृत्ति में विचरण के साथ धारा के शिखर मान में विचरण दर्शाते हैं। किसी LCR परिपथ की अनुनाद आवृत्ति, प्रतिरोध पर निर्भर नहीं करती। परंतु जैसा कि चित्र 19.25 में दर्शाया गया है कि प्रतिरोध में कमी होने पर धारा के शिखर मान में वृद्धि हो जाती है।



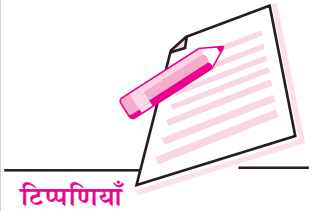
चित्र 19.25 :किसी *LCR* परिपथ में आवृत्ति के साथ शिखर धारा में विचरण जब (i) $R = 100\ \Omega$, तथा (ii) $R = 200\ \Omega$ है।

LCR परिपथों में अनुनाद की परिघटना का उपयोग विभिन्न केन्द्रों द्वारा हमारे रेडियो/TV अभिग्राहियों तक प्रेषित आवृत्तियों को समस्वहित करने में किया जाता है। समस्वरक में एक प्रेरक और एक परिवर्ती संधारित्र होता है। हम संधारित्र की धारिता में परिवर्तन कर, LC परिपथ की प्राकृतिक आवृत्ति में परिवर्तन कर सकते हैं। जब समन्वरक परिपथ की प्राकृतिक आवृत्ति, प्रेषित की आवृत्ति के साथ सुमेलित हो जाती तो अपरोधी रेडियो तरंगें, हमारे अभिग्राही ऐन्टेना में अधिकतम धारा प्रेरित करती हैं और हम कहते हैं कि अमुक रेडियो/ TV केंद्र समस्वरित हो गया है।

LCR परिपथ में शक्ति

आप जानते हैं कि ac स्रोत से संयोजित कोई संधारित्र विद्युत ऊर्जा का उत्क्रमणीयत: भंडारण और विमोचन करता है। स्रोत द्वारा किसी निवल ऊर्जा का संभरण नहीं होता। इसी प्रकार किसी ac स्रोत से संयोजित कोई प्रेरक, चुंबकीय ऊर्जा का उत्क्रमणीयत: भंडारण और विमोचन करता है। स्रोत द्वारा किसी निवल ऊर्जा का संभरण नहीं होता। हालांकि, किसी प्रतिरोधक से संयोजित कोई ac जेनरेटर, ऊर्जा की निवल राशि का संभरण करता है। अत: जब कोई प्रतिरोधक, प्रेरक और संधारित्र किसी ac स्रोत के साथ श्रेणी संयोजित किए जाते हैं तो इनमें से केवल प्रतिरोध क से ही निवल ऊर्जा का अंतरण होता है। हम इस बात की पुष्टि किसी स्रोत जो जेनरेटर हो सकता है द्वारा प्रदत्त शक्ति के परिकलन से कर सकते हैं।

तात्क्षणिक शक्ति, वोल्टता और स्रोत द्वारा आहरित धारा का गुणनफल होता है। अत: हम लिख सकते हैं;



$$P = VI$$

V और I, के मान प्रतिस्थापित करने पर हम पाते हैं;

$$P = V_m \cos \omega t \; \frac{V_m}{Z} \cos(\omega t + \phi)$$

$$= \frac{V_m^2}{Z}, \frac{2\cos \omega t \cos(\omega t + \phi)}{2}$$

$$= \frac{V_m^2}{2Z} [\cos \phi + \cos(\omega t + \frac{\phi}{2})] \qquad (19.30)$$

स्रोत द्वारा प्रदत्त शक्ति में कला कोण ϕ और कोणीय आवृत्ति ω की महत्वपूर्ण भूमिका होती है। यदि किसी विशेष कोणीय आवृत्ति पर प्रतिबाधा Z बहुत अधिक हो तो प्रत्येक समय शक्ति अल्प होगी। यह परिमाण इस धारणा के साथ संगत है कि प्रतिबाधा किस प्रकार अवयवों के संयोजन में ac धारा को सीमित करती है। चूंकि एक चक्र में दूसरे पद का औसत मान शून्य है अत: स्रोत द्वारा परिपथ को प्रदत्त औसत शक्ति निम्नलिखित के द्वारा व्यक्त की जाएगी:

$$\text{औसत शक्ति} = \frac{V_m^2}{2Z} \cos\phi \qquad (19.31)$$

$$= \frac{V_m}{\sqrt{2}} \cdot \frac{V_m}{\sqrt{2}Z} \cos\phi = V_{rms} I_{rms} \cos\phi \qquad (19.32)$$

यहाँ $\cos\phi$ शक्ति गुणक कहलाता है और निम्नलिखित प्रकार से लिखा जाता है:

$$\cos\phi = \frac{R}{Z} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}} \qquad (19.33)$$

शक्ति गुणक के द्वारा जेनरेटर द्वारा प्रदत्त प्रति चक्र अधिकतम औसत शक्ति विसीमित हो जाती है। शुद्ध प्रतिरोधक परिपथ (अथवा किसी अनुनादी परिपथ में जिसमें $X_L = X_C$), $Z = R$, होता है जिससे $\cos\phi = \frac{R}{R}$ = होगा। अर्थात, जब $\phi = 0$ हो प्रति चक्र क्षयित औसत शक्ति अधिकतम होती है: $P_m = V_{rms} I_{rms}$ इसके विपरीत किसी शुद्ध प्रतिघाती परिपथ में जब $R = 0$, $\cos\phi = 0$ या $\phi = 90^0$ होता है तो प्रति चक्र औसत क्षयित शक्ति $P = 0$ होगी। इसका यह अर्थ हुआ कि किसी शुद्ध प्रेरक अथवा शुद्ध संधारित्र में शक्ति ह्रास के बिना धारा बनी रहती है। अत: ऐसी धारा **वाटहीन धारा** कहलाती है।

19.4 शक्ति जेनरेटर

विद्युत शक्ति का सबसे महत्वपूर्ण स्रोत जेनरेटर है। **जेनरेटर वह युक्ति है जो चुंबकीय क्षेत्र की सहायता से यांत्रिक ऊर्जा को विद्युत ऊर्जा में परिणत कर देती है।** विद्युत शक्ति का कोई अन्य स्रोत, जेनरेटर जितनी अधिक मात्रा में विद्युत शक्ति का उत्पादन नहीं कर सकता। कोई चालक अथवा चालकों के समुच्चय को चुंबकीय क्षेत्र में घूर्णित किया जाता

है और वैद्युत चुंबकीय प्रेरण के कारण घूर्णी चालक के मध्य वोल्टता विकसित होती है। चालकों के घूर्णन के लिए जल, कोयला, डीजल अथवा गैस अथवा यहां तक कि नाभिकीय ईधन के द्वारा ऊर्जा की आपूर्ति की जाती है। तदनुसार हमारे पास क्रमशः जल विद्युत जेनरेटर, ताप जेनरेटर और नाभिकीय रिऐक्टर हैं।

जेनरेटर दो प्रकार के होते हैं:

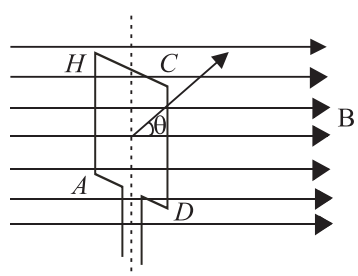
- प्रत्यावर्ती धारा जेनरेटर अथवा Ac जेनरेटर जिन्हें आल्टरनेटर भी कहा जाता है।
- दिष्ट धारा जेनरेटर अथवा D.C. जेनरेटर अथवा डायनेमो।

उपर्युक्त दोनों ही प्रकार के जेनरेटर वैद्युत चुंबकीय प्रेरण के सिद्धांत पर कार्य करते हैं।

19.4.1 A.C. जेनरेटर अथवा आल्टरनेटर:

जेनरेटर में मूलतः तार का एक पाश (लूप) होता है जो चुंबकीय क्षेत्र में घूर्णन करता है। चित्र 19.26 का अवलोकन करें। इसमें तार का एक आयताकार पाश, किसी एक समान चुंबकीय क्षेत्र में स्थिर दर्शाया गया है। यह पाश जैसे-जैसे अपनी क्षैतिज अक्ष के अनुदिश घूर्णन करता है वैसे-वैसे पाश से होकर चुंबकीय अभिवाह में परिवर्तन होता है। इसे समझने के लिए पाश से होकर चुंबकीय अभिवाह का स्मरण करें जैसा कि चित्र 19.26 में दर्शाया गया है। यह अभिवाह,

$$\phi\,(t) = \mathbf{B}.\hat{\mathrm{n}}\mathrm{A}$$



चित्र 19.26 : चुंबकीय क्षेत्र में घूर्णन करता हुआ तार का एक पाश (लूप)

जबकि **B** क्षेत्र और $\hat{\mathrm{n}}$ एक इकाई सदिश है जो क्षेत्रफल A के पाश के समतल के अभिलंब है। यदि किसी क्षण क्षेत्र दिशा और पाश के मध्य कोण को θ, द्वारा व्यक्त किया जाए, तो $\phi\,(t)$ को इस प्रकार लिखा जा सकता है;

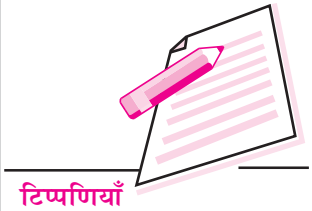
$$\phi\,(t) = AB\cos\theta$$

जब हम पाश को अपरिवर्ती कोणीय वेग ω, द्वारा घूर्णित करते हैं तो कोण θ इस प्रकार परिवर्तित होता है।

$$\theta = \omega t \qquad (19.34)$$

$$\therefore \qquad \phi\,(t) = AB\cos\omega t$$

अब, फैराडे के वैद्युत चुंबकीय प्रेरण नियम का उपयोग करने पर हम पाश में प्रेरित विद्युत वाहक बल परिकलित कर सकते हैं:



$$\varepsilon(t) = -\frac{d\phi}{dt} = \omega AB \sin \omega t \qquad (19.35)$$

N फेरों की संख्या युक्त कुंडली के मध्य प्रेरित emf निम्नलिखित होगा:

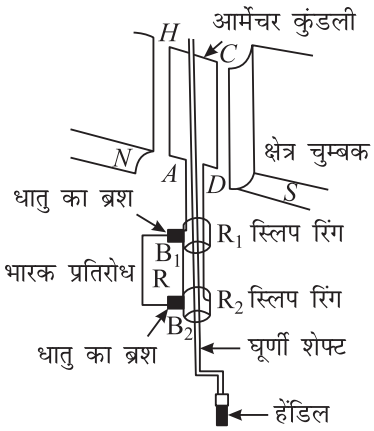
$$\varepsilon(t) = N\omega AB \sin \omega t \qquad (19.35a)$$

$$= \varepsilon_0 \sin \omega t$$

अर्थात, जब कोई आयताकार कुंडली किसी एक समान चुंबकीय क्षेत्र में घूर्णन करती है तो प्रेरित emf ज्यावक्रीय होता है।

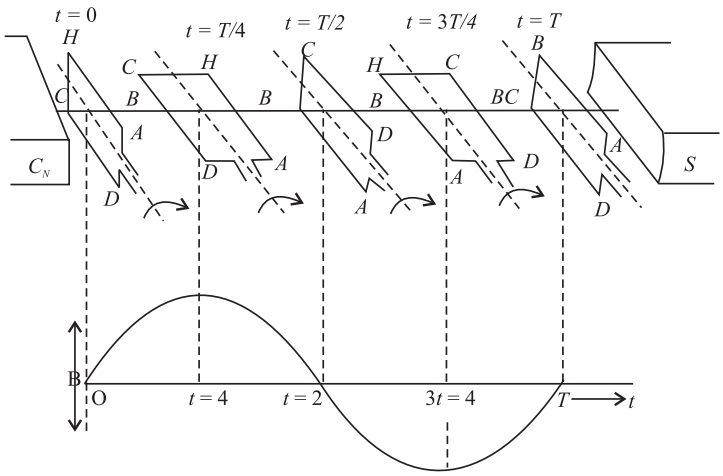
AC जेनरेटर में चार मुख्य भाग (देखिए चित्र 19.27) (i) आर्मेचर, (ii) क्षेत्र चुंबक, (iii) सर्पण वलय (स्लिपरिंग), (iv) ब्रुश होते हैं।

आर्मेचर में विद्युतरोधित ताम्रतार के बड़ी संख्या में फेरे होते हैं जो बेलनाकार मृदुलोह ड्रम पर कुंडलित रहते हैं। यह रोटर शैफ्ट पर चुंबकीय क्षेत्र के समकोण पर घूर्णन करने में समर्थ होता है। यह चुंबकीय क्षेत्र ड्रम की अक्ष के अनुदिश शेटर-शैफ्ट से होकर गुजरती है। मृदु लोह के इस ड्रम से दो उद्देश्यों की पूर्ति होती है: यह कुंडली को आलंब प्रदान करता है और इससे कुंडली से होकर चुंबकीय प्रेरण में वृद्धि होती है। क्षेत्र चुंबक का प्रावधान उसके ध्रुव टुकड़ों के मध्य एक समान और स्थायी त्रिज्य चुंबकीय क्षेत्र उपलब्ध कराने में किया जाता है।



चित्र 19.27 : किसी Ac जेनरेटर का व्यवस्था चित्र

सर्पण वलयों के कारण आर्मेचर में उत्पन्न प्रत्यावर्ती धारा, युक्ति में प्रवाहित होती है। ये सर्पण वलय, युक्ति के मध्य ब्रुशों से होकर संयोजित रहते हैं। ये वे धातु के वलय हैं जिनसे आर्मेचर के दोनों सिरे संयोजित रहते हैं। ये वलय शैफ्ट से बद्ध रहते हैं। ये शैफ्ट से तथा परस्पर विद्युत



चित्र 19.28 : किसी ac जेनरेटर की कार्य पद्धति का सिद्धांत

रोधित रहते हैं। ब्रुश दो नम्य धातु अथवा कार्बन की छड़ें [B_1 और B_2] होती हैं (चित्र. 19.27)], जो बद्ध रहती हैं और परिक्रमणकारी वलयों के साथ लगातार संपर्क में रहती हैं। इन ब्रुशों की सहायता से ही धारा आर्मेचर और वलयों से मुख्य तारों तक प्रवाहित होती है जो धारा को बाह्य परिपथ तक पहुँचाते हैं।

किसी ac जेनरेटर की कार्यद्धति का सिद्धांत चित्र 19.28 में दर्शाया गया है।

मान लिजिए की आर्मेचर कुंडली *AHCD* वामावर्त दिशा में घूर्णन करती है। यह जैसे ही घूर्णन करती है वैसे ही इससे संबद्ध अभिवाह में परिवर्तन होता है और कुंडली में धारा प्रेरित होती है। प्रेरित धारा की दिशा फ्लेमिंग वाम हस्त नियम द्वारा व्यक्त की जाती है। आर्मेचर को ऊर्ध्व स्थिति में और उसके घूर्णन को वामावर्ती मानते हुए, तार ac नीचे की ओर और तार dc ऊपर की ओर गति करता है और प्रेरित emf की दिशा H से A और D से C की ओर होती है, अर्थात कुंडली में यह DCHA के अनुदिश प्रवाहित होता है। बाह्य परिपथ में धारा B_1 R B_2 के अनुदिश प्रवाहित होती है जैसा कि चित्र.19.28(a) में दिखाया गया है। आर्मेचर के पहले आधे चक्कर के दौरान धारा की दिशा वही रहती है। हालांकि दूसरे आधे चक्कर के दौरान (देखिए चित्र 19.28(b), तार *AH* ऊपर की ओर और तार CD नीचे की ओर गति करता है। अब आर्मेचर-कुंडली में धारा *AHCD* दिशा में प्रवाहित होती है अर्थात कुंडली में प्रेरित धारा की दिशा उलट गई है। बाह्य परिपथ में दिशा $B_2 RB_1$ होगी। इस प्रकार प्रेरित emf की दिशा तथा धारा बाह्य परिपथ में भी प्रत्येक आधे चक्कर के बाद बदल जाती है। अत: इस प्रकार उत्पन्न धारा प्रत्येक चक्र में एकांतरण करती है [चित्र 19.28(c)]।

जब विपुल शक्ति का निर्गमन होता है तो सपर्ण वलयों और ब्रुशों की व्यवस्था से विद्युत रोध न और स्फुलिंग (स्पार्किंग) की समस्या उत्पन्न होती है। अत: अधिकांश व्यावहारिक जेनरेटरों में आर्मेचर (कुंडली) को अप्रगामी रखते हुए क्षेत्र को घूर्णित किया जाता है। ऐसे जेनरेटर में आर्मेचर कुंडलियां, जेनरेटर के आवरक की आंतरिक परिधि के चारो ओर स्थायी रूप से बद्ध रहती हैं जबकि क्षेत्र चुम्बक के विभिन्न ध्रुव अप्रगामी आर्मेचर के अंदर शैफ्ट पर घूर्णन करते हैं।

19.4.2 डायनेमो (दिष्टधारा जनित्र)

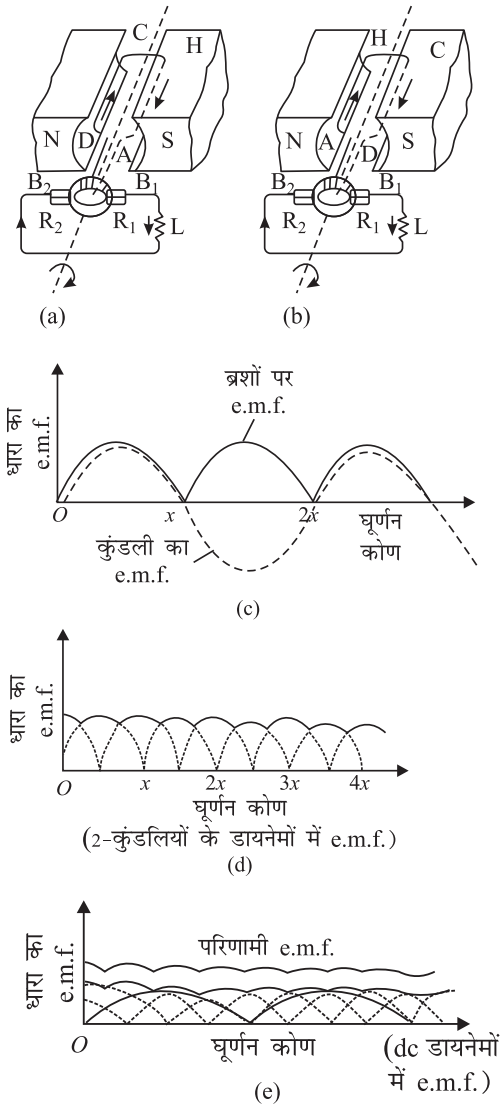
डायनेमो ऐसी मशीन है जिसमें यांत्रिक ऊर्जा दिष्ट धारा के रूप में विद्युतीय ऊर्जा में परिवर्तित हो जाती हैं। आपने साइकल में लगे डायनेमों को देखा होगा जो प्रकाश प्रदान करने के उद्देश्य से लगाया जाता है। मोटर वाहनों में डायनेमो प्रकाश देने और बैटरी को आवेशित करने का दोहरा कार्य करता है। डायनेमों के मुख्य भाग (i) क्षेत्र चुंबक, (ii) आर्मेचर, (iii) विपाटित वलय दिव् परिवर्तक तथा (iv) ब्रुश होते हें।

डायनेमों और आल्टरनेटर में आर्मेचर और क्षेत्र चुंबकों में भिन्नता होती है। *डायनेमों में क्षेत्र चुंबक अप्रगामी (स्टेटर) और आर्मेचर घूर्णन करता है जबकि आल्टरनेटर में आर्मेचर अप्रगामी (स्टेटर) तथा क्षेत्र चुंबक (रोटर) घूर्णन करता है।*

डायनेमो में AC जेनरेटर द्वारा उत्पन्न ac तरंग रूप अथवा ज्या तरंग, विपाटित वलय दिक् परिवर्तक द्वारा dc रूप में परिणत हो जाती है। दिक् परिवर्तक का प्रत्येक अर्ध, पाश के एक सिरे में स्थायी रूप से संयोजित रहता है और दिक् परिवर्तक पाश के साथ घूर्णन करता है। प्रत्येक

ब्रुश, दिक् परिवर्तक के एक खंड पर दबाव डालता है। ब्रुश अप्रगामी रहते हैं जबकि दिक् परिवर्तक घूर्णन करता है। ब्रुश अब दिक् परिवर्तक के विपरीत खंडों पर दबाव डालते हैं और प्रत्येक बार वोल्टता, ध्रुवता को उलट देती है और विपाटित वलयों की स्थिति बदल जाती है। इसका यह अर्थ हुआ कि एक ध ुव सदैव धनात्मक जबकि दूसरा ध्रुव ऋणात्मक हो जाता है और ब्रुशों के मध्य dc उच्चावच वोल्टता प्राप्त होती है।

डायनेमों में भी लगभग वही भाग होते हैं जो ac डायनेमों में होते हैं परंतु डायनेमों में सपर्ण वलय के स्थान पर R_1 और R_2 दो विपाटित वलय होते हैं जो एक ही वलय के दो अध ं हैं जैसा कि चित्र 19.29(a) में दिखाया गया है। आर्मेचर कुंडली के सिरे इन वलयों से संयोजित रहते हैं और वलय आर्मेचर के साथ घूर्णन करता है और इसका ब्रुश B_1 और B_2 के साथ संपर्क बदलता रहता है। डायनेमों का यह भाग **दिक् परिवर्तक** कहलाता है।



चित्र 19.29 : दिष्टधारा जनित्र

जब कुंडली को दक्षिणावर्त दिशा में घूर्णित किया जाता है तो आर्मेचर में उत्पन्न धारा ac होती है परंतु दिक् परिवर्तक इसे बाह्य परिपथ में dc में परिणत कर देता है। पहले अर्ध चक्र [चित्र 19.29(a)] में धारा *DCHA* के अनुदिश प्रवाहित होती है। बाह्य परिपथ में धारा $B_1 L B_2$ के अनुदिश प्रवाहित होती है। दूसरे अर्ध चक्र [चित्र 19.29(b)], में आर्मेचर धारा उत्क्रमित होकर *AHCD* के अनुदिश प्रवाहित होती है जैसे ही R_1 वलय B_1 के स्थान पर B_2 के संपर्क में आती है। इस प्रकार बाह्य परिपथ में धारा सदैव एक ही दिशा में प्रवाहित होती है। बाह्य परिपथ में उत्पन्न धारा को ग्राफ द्वारा चित्र 19.29(c) में दिखाया गया है। जैसे ही कुंडली अपनी ऊर्ध्व स्थिति से चुंबकीय बल रेखाओं के लंब दिशा में घूर्णन करती है। ऐसे सरल dc डायनेमों द्वारा जनित धारा एकदिशिक होती है परंतु कुंडली के एक घूर्णन में इसमें पर्याप्त विचरण हो जाता है और यहां तक कि दो बार इसका मान शून्य तक हो जाता है।

इस विचरण को दूर करने की एक विधि यह है कि परस्पर समकोण पर दो कुंडलियों का प्रयोग किया जाए और दिक् परिवर्तक वलय को चार भागों में विभाजित कर कुंडलियों के सिरों से संयोजित किया जाए। ऐसी स्थिति में दोनों कुंडलियों से एक ही प्रकार का emf उत्पन्न

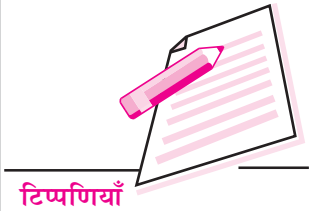
होगा परंतु उनमें $\pi/2$. का कलांतर होगा (परिणामी धारा अथवा विशब. इन दोनों के अध्यारोपण से प्राप्त होगा जैसा कि [चित्र 19.29(d)] में दिखाया गया है। इस प्रकार उच्चावचों में पर्याप्त कमी हो जाती है। इसी प्रकार स्थिर धारा प्राप्त करने के लिए हम बड़ी संख्या में कुंडलियों का प्रयोग करते है और प्रत्येक में फेरों की संख्या पर्याप्त होती है। दिक् परिवर्तक वलय में कुंडलियों के सिरों की संख्या भी उतने ही खंडों में विभाजित रहती है ताकि कुंडलियां स्वतंत्र रूप से कार्य कर सके और बाह्य परिपथ में धारा भेज सके। प्राप्त परिणामी धारा को चित्र 19.29(e) में दर्शाया गया है जो लगभग काल अक्षों के समांतर है।

पाठगत प्रश्न 19.9

1. ac और dc जेनरेटर में अंतर बताइए।
2. जेनरेटर के आवश्यक भागों के नाम लिखिए।
3. dc जेनरेटर में हम दिक् परिवर्तक का प्रयोग क्यों करते हैं?
5. दैनिक जीवन में डायनेमों का कहां प्रयोग होता है?

निम्न वोल्टता और लोड शेडिंग

किसी युक्ति के सामान्य प्रचालन के लिए उचित वोल्टता आवश्यक है। यदि विद्युत संभरण कम्पनी द्वारा संभरित वोल्टता, वांछित मान से कम है तो हमें निम्न वोल्टता की समस्या का सामना करना पड़ता है। साधित्र के लिए निम्न वोल्टता वास्तव में उच्च वोल्टता जितनी हानिकारक नहीं है। हालांकि निम्न वोल्टता के कारण अधिकांश साधित्र समुचित रूप से कार्य नहीं करते। इस के निवारण के लिए हम वोल्टता स्थायीकारियों का प्रयोग करते हैं। यदि निम्न वोल्टता स्थायीकारी की परास में है तो हमें अपरिवर्ती वोल्टता प्राप्त होती है। अपरिवर्ती वोल्टता प्राप्त करने के लिए आप अपरिवर्ती वोल्टता ट्रांसफार्मर का भी प्रयोग कर सकते हैं। जैसा कि आप जानते हैं कि किसी शक्ति केंद्र पर जनित विद्युत, नगर उपकेन्द्र को उच्च वोल्टता पर भेजी जाती है। उपकेन्द्र पर अपचायी ट्रांसफार्मर का प्रयोग कर वोल्टता को कम किया जाता है। ट्रांसफार्मरों के फुंक जाने के खतरे के निवारण के लिए, संभरण-उद्यम ट्रांसफार्मरों पर लोड विनिर्दिष्ट सीमा तक ही रखते हैं। जिस ट्रांसफार्मर से आप वोल्टता प्राप्त कर रहे है यदि अति लोडित (विनिर्दिष्ट मान से अधिक) जो जाए तो संभरण कर्ता या तो शक्ति स्रोत से संभरण बंद करके लोड को कम कर देगा अथवा वह उपभोक्ता से अनुरोध करेगा कि अधिक वाट वाले सधित्र (तापन या शीतलन) को बंद करके लोड को कम कर दें। यह प्रक्रम **लोड शेडिंग** कहलाता है। लोड शेडिंग होने पर आप इन्वर्टरों का प्रयोग कर सकते हैं। इन्वर्टर अल्प आवृत्ति वाले दोलित्र परिपथ होते हैं जो बैटरी से दिष्ट धारा को वांछित मान और वांछित आवृत्ति (230V तथा 50Hz) की प्रत्यावर्ती धारा में परिणत कर देते हैं।



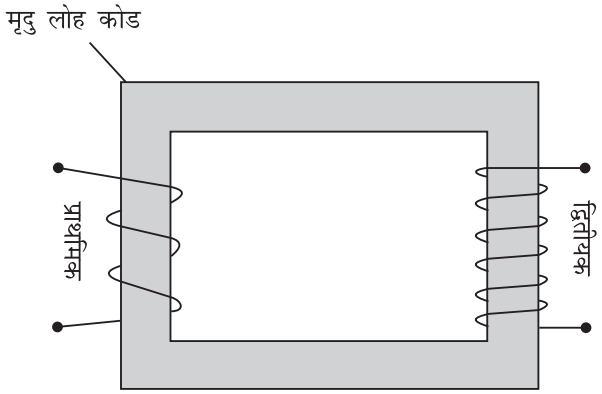
19.5 ट्रांसफार्मर

ट्रांसफार्मर ऐसी युक्ति है जो वैद्युत चुंबकीय प्रेरण की परिघटना पर आधारित है जिससे प्रत्यावर्ती वोल्टता अथवा धारा के परिमाण में परिवर्तन (वृद्धि या कमी) किया जा सकता है। ट्रांसफार्मर में विद्युतरोधित ताम्र तार के कम से कम दो कुंडलन होते हैं जो सार्व चुंबकीय अभिवाह से संबद्ध रहते हैं परंतु कुंडलन एक दूसरे से विद्युतरोधित होते हैं। ट्रांसफार्मर कुंडलन संभरण-स्रोत से संयोजित किए जाते हैं जो ac मेन अथवा जेनरेटर का निर्गम होता है। यह कुंडलन प्राथमिक कुंडलन कहलाता है। लोड R_L से संयोजित ट्रांसफार्मर कुंडलन, द्वितीयक कुंडलन कहलाता है। जब प्राथमिक पर ac लगाई जाती है तो द्वितीयक कुंडलन में emf प्रेरित होता है। प्राथमिक और द्वितीयक कुंडलन यद्यपि परस्पर विद्युतीयत: विलगित रहते हैं परंतु चुंबकीयत: ये परस्पर युग्मित होते हैं। **मुलत: ट्रांसफार्मर एक ऐसी युक्ति है जो प्राथमिक कुंडलन से विद्युत ऊर्जा (अथवा शक्ति) को द्वितीयक कुंडलन पर अंतरित करती है।** प्राथमिक कुंडलन, परिवर्ती विद्युत ऊर्जा को चुंबकीय ऊर्जा में परिणत करता है। द्वितीयक कुंडलन चुंबकीय ऊर्जा को पुन: विद्युत ऊर्जा में परिणत कर देता है।

आदर्श ट्रांसफार्मर वह है जिसमें

- प्राथमिक और द्वितीयक कुंडलियों का प्रतिरोध शून्य होता है।
- अभिवाह का कोई क्षरण नहीं होता इस कारण प्राथमिक और द्वितीयक कुंडलनों के प्रत्येक फेरे के समान अभिवाह संबद्ध होता है।
- क्रोड में कोई ऊर्जा ह्रास नहीं होता।

चित्र 19.30 में किसी प्ररुपी ट्रांसफार्मर का विन्यास दर्शाया गया है। इसमें दो कुंडलियां होती हैं जो प्राथमिक और द्वितीयक कहलाती हैं और क्रोड (ट्रांसफार्मर) पर कुंडलित रहती हैं। ये कुंडलियां विद्युतरोधित ताम्र तार से निर्मित होती हैं और ये ठोस क्रोड के स्थान पर, अलग-अलग पटलित शीट से बने लोहे के वलय के चारो ओर कुंडलित रहती हैं। पटलनों के कारण लोहे में भंवर धारा ह्रास न्यूनतम रहते हैं। ट्रांसफार्मर में ऊर्जा ह्रास को कम करने के लिए क्रोड मृदु लोह के पटलनों और प्राथमिक और द्वितीयक कुंडलनों के लिए मोटे उच्च चालकता तारों का प्रयोग किया जाता है।



चित्र 19.30 : ट्रांसफार्मर का व्यवस्थात्मक निरुपण

अब हम निम्नलिखित दो उदाहरणों में ट्रांसफार्मर की कार्य पद्धति पर चर्चा करेंगे।

(a) **द्वितीयक एक विवृत परिपथ :** मान लीजिए कि प्राथमिक में धारा, क्रोड से होकर अभिवाह में $d\phi/dt$. की दर से परिवर्तन करती है। तब N_p फेरों वाले प्राथमिक में प्रेरित (पश्च) emf इस प्रकार व्यक्त किया जाएगा।

$$E_p = -N_p \frac{d\phi}{dt}$$

और N_S फेरों वाले द्वितीयक कुंडलन में प्रेरित emf निम्नलिखित होगा:

अथवा
$$E_s = -N_s \frac{d\phi}{dt}$$

$$\frac{E_p}{E_s} = \frac{N_p}{N_s} \qquad (19.36)$$

(b) **द्वितीयक विवृत परिपथ नहीं है :** मान लीजिए कि लोड प्रतिरोध R_L, द्वितीयक के मध्य संयोजित है जिसमें द्वितीयक धारा I_s और प्राथमिक धारा I_p होती है। यदि तंत्र से कोई ऊर्जा-ह्रास नहीं है तो हम लिख सकते है:

शक्ति निवेश = शक्ति निर्गम

अथवा
$$E_p I_p = E_s I_s$$

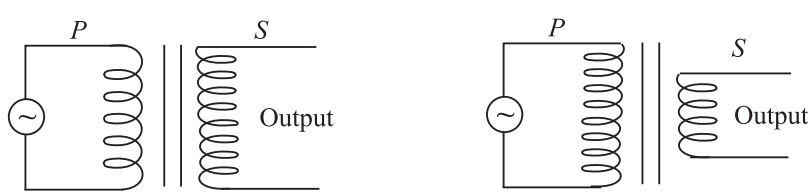
अर्थात्
$$\frac{I_p}{I_s} = \frac{E_s}{E_p} = \frac{N_p}{N_s} = k. \qquad (19.37)$$

इस प्रकार जब प्रेरित emf अनुप्रयुक्त emf का k गुना हो जाता है तो प्रेरित धारा, मूल धारा के $\frac{1}{k}$ गुनी होती है। दूसरे शब्दों में हम कह सकते हैं कि वोल्टता में जो प्राप्ति होती है वह धारा में नष्ट हो जाती है।

19.5.1 ट्रांसफार्मरों के प्ररुप

मूलत: ट्रांसफार्मर दो प्रकार के होते हैं:

(i) ***उच्चायी ट्रांसफार्मर*** यह द्वितीयक कुंडलनों में वोल्टता में वृद्धि (धारा में कमी) करता है। ऐसे ट्रांसफार्मरों (चित्र 19.31a) में प्राथमिक में फेरों की संख्या की तुलना में द्वितीयक में फेरों की संख्या अधिक होती है।



चित्र 19.31 : लोह क्रोडित (a) उच्चायी तथा (b) अपचायी ट्रांसफार्मर

(ii) अपचायी ट्रांसफार्मर यह द्वितीयक कुंडलनों में वोल्टता में कमी (धारा में वृद्धि) करता है। ऐसे ट्रांसफार्मरों (चित्र 19.31b), में प्राथमिक में फेरों की संख्या की तुलना में द्वितीयक में फेरों की संख्या कम होती है।

19.5.2 ट्रांसफार्मरों की दक्षता

ट्रांसफार्मरों के सिद्धांत की चर्चा करते समय हमने आदर्श ट्रांसफार्मर उसे माना है जिसमें कोई शक्ति ह्रास नहीं होता। परंतु व्यवहार में कुछ ऊर्जा सदैव क्रोड तथा ट्रांसफार्मर कुंडलनों में ऊष्मा के रूप में परिणत हो जाती है। परिणाम स्वरूप द्वितीयक के मध्य विद्युतीय ऊर्जा निर्गम, विद्युतीय ऊर्जा निवेश से कम होता है। ट्रांसफार्मर की दक्षता इस प्रकार व्यक्त की जाती है:

$$\eta = \frac{\text{ऊर्जा शक्ति}}{\text{ऊर्जा निवेश}} \times 100\%$$

$$= \frac{\text{शक्ति निर्गम}}{\text{शक्ति निवेश}} \times 100\%$$

ट्रांसफार्मर की दक्षता 100 प्रतिशत से कम होती है। ट्रासफार्मर में ऊर्जा ह्रास निम्नलिखित कारणों से होते हैं:

(a) ताम्र कुंडलियों में प्रतिरोधक तापन-ताम्र ह्रास

(b) लोह क्रोड तापन के रूप में भंवर धारा ह्रास

(c) बार-बार चुंबकन के उत्क्रमण की अवधि में क्रोड का चुंबकन तापन-शैथिल्य ह्रास

(d) क्रोड से अभिवाह का क्षरण

विद्युत शक्ति संरचरण

अब आप जान गए हैं कि ac अथवा dc जेनरेटरों का प्रयोग करके विद्युत का उत्पादन किस प्रकार किया जा सकता है। आपने दुकानों, ऑफिसों और सिनेमा हॉलों में छोटे जेनरेटर सेट देखे होंगे। जब बिजली गुल हो जाती है तो मेन्स को जेनरेटर के साथ जोड़ दिया जाता है। वाणिज्यिक प्रयोग में लगभग 15kV (किलो वोल्ट) पद दस लाख वाट शक्ति उत्पादन करने वाले जेनरेटर सामान्य प्रचलन में होते हैं। ये विद्युत उत्पादन संयंत्र आपके नगर से सैकड़ों किलोमीटर दूर स्थित हो सकते हैं। अति विशाल कुंडलियों के अंदर चुंबकीय क्षेत्र उत्पन्न करने के लिए रोटर के घूर्णन हेतु अत्यधिक यांत्रिक शक्ति (गतिज ऊर्जा) की आवश्यकता होती है। रोटरों को टरवाइनों द्वारा घूर्णित किया जाता है। ये टरबाइन विभिन्न ऊर्जा स्रोतों द्वारा चालित की जाती हैं। ऊर्जा ह्रास को न्यूनतम करने के लिए संचरण लाइनों में शक्ति का संचरण निम्न धारा पर किया जाता है। इस कार्य के लिए

कम्पनियां ट्रांसफार्मरों का प्रयोग करके वोल्टता में वृद्धि करती हैं। शक्ति केंद्र पर विभांवतर लगभग 330kV तक बढ़ाया जाता है। इसके साथ अल्प धारा भी रहती है। संचरण लाइनों के उपभोक्ता सिरे पर अपचायी ट्रांसफार्मरों का प्रयोग करके विभवांतर कम किया जाता है।

अब आप यह जानना चाहेंगे कि लंबी दूरी तक विद्युत शक्ति के संचरण में प्रयुक्त उच्च विभवांतर से धारा में कमी किस प्रकार होती है? हम इसे उदाहरण देकर समझाते हैं। मान लीजिए कि कुल प्रतिरोध R की संचरण लाइनों द्वारा विभवांतर V पर विद्युत शक्ति P का संभरण किया जाना है। धारा $I=P/V$ और लाइनों में ह्रास $I^2R = P^2R/V^2$ होगा। इसका यह अर्थ हुआ कि V अधिक होने पर ह्रास कम होगा। वास्तव में V को दुगना करने पर ह्रास एक चौथाई रह जाता है।

अत: उच्च विभवांतर पर विद्युत शक्ति का संचरण अधिक किफायती रहता है। परंतु इससे विद्युतरोधन की समस्या उत्पन्न होती है और संस्थापन लागत में वृद्धि हो जाती है। किसी 400kV सुपरग्रिड में 2500A की धाराएं मिलना एक आम बात है और प्रति किलोमीटर केबल पर लगभग 200 kW का शक्ति ह्रास होता है अर्थात ह्रास 0.02% (प्रतिशत) प्रति किलोमीटर होता है। प्रत्यावर्ती विभवांतरों में वृद्धि तथा कमी ट्रांसफार्मरों द्वारा दक्षतापूर्वक सुगमता से की जा सकती है साथ ही आल्टरनेटरों से dc जेनरेटरों की तुलना में कहीं अधिक (अर्थात 25KV की तुलना में कई हजार वोल्ट) विभवांतर उत्पन्न होता है। इन्हीं कारणों से अधिकांश परिस्थितियों में दिष्ट विभव की अपेक्षा प्रत्यावर्ती विभव का प्रयोग अधिक वांछनीय होता है। हालांकि, अल्प दक्षता और बिजली की चोरी के कारण राष्ट्र को लगभग प्रति वर्ष 50,000 करोड़ रु. की हानि उठानी पड़ती है।

उदाहरण 19.7 : उस ट्रांसफार्मर की दक्षता क्या होगी जिसमें 1880 W प्राथमिक शक्ति से 1730 W द्वितीयक शक्ति प्राप्त होती है?

हल: यहाँ $P_{pri} = 1880W$ और $P_{sec} = 1730W$. है।

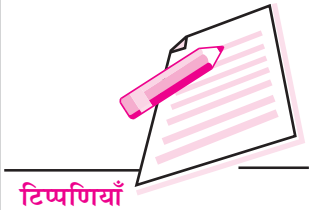
$$\therefore \quad \text{दक्षता} = \frac{P_{sec}}{P_{pri}} \times 100$$

$$\therefore \quad = \frac{1730W}{1880W} \times 100 = 92\%$$

अत: ट्रांसफार्मर की दक्षता 92% है।

उदाहरण 19.8 : किसी ट्रांसफार्मर के प्राथमिक कुंडलन में 100 फेरे तथा उसके द्वितीयक कुंडलन में 500 फेरे है। यदि प्राथमिक वोल्टता तथा धारा क्रमश: 120 V तथा 3A हों तो द्वितीयक वोल्टता तथा धारा क्या होंगी?

हल : यहाँ $N_1 = 100$, $N_2 = 500$, $V_1 = 120V$ तथा $I_1 = 3A$ हैं।



$$V_2 = \frac{N_2}{N_1} V_1 = \frac{500 \text{ फेरे}}{100 \text{ फेरे}} \times 120 \text{ V} = 600\text{V}$$

$$I_2 = \frac{N_2}{N_1} I_1 = \frac{100 \text{ फेरे}}{500 \text{ फेरे}} \times 3\text{A} = 0.6\text{A}$$

पाठगत प्रश्न 19.10

1. क्या कोई ट्रांसफार्मर dc पर कार्य कर सकता है। औचित्य सहित उत्तर दीजिए।
2. उच्चायी ट्रांसफार्मर के द्वितीयक में प्राथमिक की तुलना में अधिक फेरे क्यों होते हैं?
3. क्या ट्रांसफार्मर में द्वितीयक और प्राथमिक में धारा अनुपात, द्वितीयक और प्राथमिक में वोल्टता अनुपात के बराबर होता है?
4. खिलौना गाड़ियों को चलाने व नियंत्रित करने में शक्ति संभरण के लिए अक्सर ट्रांसफार्मर का प्रयोग किया जाता है। यह ट्रांसफार्मर उच्चायी होता है या अपचायी?

आपने क्या सीखा

- तार की किसी कुंडली में धारा प्रेरित होती है यदि उस कुंडली के पृष्ठ से संबद्ध चुंबकीय अभिवाह में परिवर्तन होता है। यह परिघटना **विद्युत चुंबकीय प्रेरण** कहलाती है।
- किसी एकल पाश में प्रेरित विद्युत वाहक बल ε को **फैराडे नियम** द्वारा व्यक्त किया जाता है:

$$e = \frac{d\phi_B}{dt}$$

जबकि ϕ_B पाश से संबद्ध चुंबकीय अभिवाह है।

- **लेन्ज नियम** के अनुसार प्रेरित emf उत्पन्न करने वाले कारण का विरोध करता है।
- जब किसी चालक (प्राय: धातु की शीट) को एक परिवर्ती चुम्बकीय क्षेत्र में रखा जाता है तो इस चालक में धाराओं के बन्द लूप स्थापित हो जाते हैं। इन धाराओं को भंवर धाराएं कहते हैं।
- यदि कुंडली में धारा-परिवर्तन होता है तो उसके मध्य, आत्म प्रेरित emf पाया जाता है।
- लम्बाई l, अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल A और N फेरों वाली लंबी सघन कुंडलित परिनालिका में आत्म प्रेरकत्व को इस प्रकार व्यक्त किया जाता है:

$$L = \frac{\mu_0 N^2 A}{\ell}$$

- किसी LR परिपथ में धारा को अधिकतम मान प्राप्त करने में कुछ समय लगता है।
- दो समीपस्थ कुंडलियों में परिवर्ती धारा से अन्योन्य emf प्रेरित होता है।
- किसी LC परिपथ में संधारित्र पर आवेश और परिपथ में धारा, ज्यावक्रीयत: दोलन करती हैं और कोणीय आवृत्ति ω_0 को इस प्रकार व्यक्त किया जाता है:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

- किसी ac परिपथ में स्रोत के मध्य वोल्टता को $V = V_m \cos \omega t$ और धारा को $I = I_m \cos(\omega t + \phi)$ के द्वारा व्यक्त किया जाता है।
- किसी शुद्ध प्रतिरोधक ac परिपथ में वोल्टता और धारा, कला संबद्ध होती हैं।

  ऐसे परिपथ में औसत शक्ति $P_{av} = \frac{I_m^2 R}{2}$

- किसी शुद्ध धारिता ac परिपथ में वोल्टता से धारा 90^0 अग्रग होती है। ऐसे परिपथ में औसत शक्ति शून्य होती है।
- किसी शुद्ध प्रेरणिक ac परिपथ में, वोल्टता से धारा 90^0 पश्चगामी होती है। ऐसे परिपथ में औसत शक्ति शून्य होती है।
- किसी श्रेणी LCR परिपथ में, $I_m = \frac{V_m}{Z} = \frac{V_m}{[R^2 + (X_L - X_C)^2]^{1/2}}$, होती है।

  जबकि Z परिपथ की प्रतिबाधा है: $Z = [R^2 + (X_L - X_C)^2]^{1/2}$

- $X_L - X_C = 0$, के लिए ac परिपथ, शुद्ध प्रतिरोधक होता है और अधिकतम धारा $I_m = V_m/R$. होगी। यह परिपथ $\omega_o = 1/\sqrt{LC}$ पर अनुनाद में कहा जाएगा।
- औसत शक्ति $P_{av} = V_{rms} . I_{rms} = I^2_{rms} R$ होगी।
- जेनरेटर यांत्रिक ऊर्जा को विद्युत् ऊर्जा में परिणत करता है। यह वैद्युत चुंबकीय प्रेरण के सिद्धांत पर कार्य करता है।
- ट्रांसफार्मर एक स्थैतिक युक्ति है जो प्रत्यावर्ती उच्च वोल्टता को निम्न प्रत्यावर्ती वोल्टता में और निम्न प्रत्यावर्ती वोल्टता को उच्च प्रत्यावर्ती वोल्टता में परिणत करता है।
- ट्रांसफार्मर दो प्रकार के होते हैं: उच्चायी जो वोल्टता में वृद्धि करते हैं और अपचायी जो वोल्टता में कमी करते हैं।

- द्वितीयक और प्राथमिक में वोल्टता अनुपात वही अनुपात होता है जो द्वितीयक और प्राथमिक फेरो का अनुपात होता है अर्थात्,

$$\frac{V_s}{V_p} = \frac{N_s}{N_p}$$

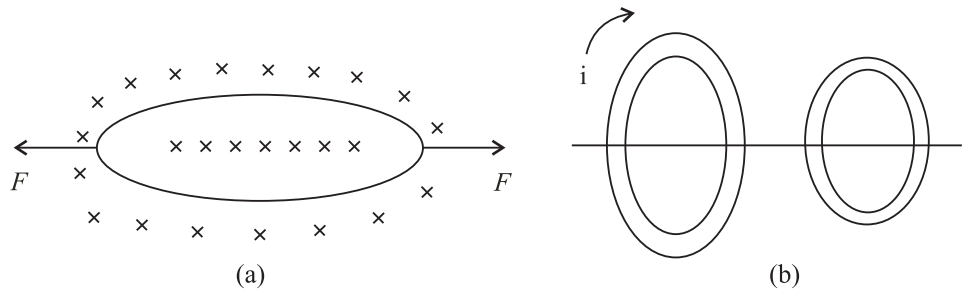
- ट्रांसफार्मर में शक्ति-ह्रासों के मुख्य कारण कुंडलों का तापन और भंवरधारा होती है।
- शक्ति केन्द्र से हमारे घर तक शक्ति के संचरण के लिए, ट्रांसफार्मरों और संचरण लाइनों का प्रयोग किया जाता है।

पाठांत प्रश्न

1. 250 फेरों की किसी कुंडली में प्रत्येक पाश का फलक क्षेत्रफल $S = 9.0 \times 10^{-2}$ m^2 है। (a) यदि कुंडली में प्रेरित emf 7.5V हो तो कुंडली के प्रत्येक फेरे से संबद्ध, अभिवाह-परिवर्तन की दर क्या होगी? (b) यदि एकसमान चुंबकीय क्षेत्र के कारण अभिवाह, कुंडली की अक्ष से 45^0 के कोण पर हो तो उतने emf को प्रेरित करने के लिए क्षेत्र के परिवर्तन की दर परिकलित कीजिए।

2. (a) चित्र 19.32 में पाश में प्रेरित धारा की दिशा क्या होगी जब F द्वारा अंकित बलों द्वारा कर्षण से पाश के क्षेत्रफल में कमी की जाती है? B की दिशा पृष्ठ के अभिलंबवत् भीतर की ओर है।

   (b) चित्र 19.31b में दर्शाए गए छोटे पाश में प्रेरित धारा की दिशा क्या होगी जब किसी बैटरी (चित्र में नहीं दर्शाई गई है) द्वारा बाईं ओर से दक्षिणावर्ती धारा अचानक बड़े पाश में स्थापित की जाती है?



चित्र 19.32

3. (a) यदि किसी परिनालिका में फेरों की संख्या को दुगना कर दिया जाए तो इसके स्वप्रेरकत्व में कितना परिवर्तन होगा?

   (b) जब स्फुलिंग प्लग पर उच्च वोल्टता लगाने पर स्फुलिंग, प्लग के दोनों चालकों के मध्य उछलता है तो वाहन इंजन में पेट्रोल का प्रज्जवलन होता है। यह उच्च वोल्टता किसी

प्रज्जवलन कुंडली द्वारा उपलब्ध कराई जाती है जिसमें संघन कुंडलित दो कुंडलियां एक के ऊपर एक व्यवस्थित रहती हैं। वाहन की बैटरी से धारा कम फेरों वाली कुंडली से होकर प्रवाहित होती है। यह धारा एक स्विच द्वारा आवर्तत: अंतरायित होती है। धारा में अचानक परिवर्तन से अधिक फेरों वाली कुंडली में विपुल emf प्रेरित होता है और यह emf स्फुलिंग का चालन करता है। कोई प्ररुपी प्रज्वलन कुंडली 3.0 A की धारा का अहिरण कर स्फुलिंग प्लगों को 24kV के संभरण करती है। यदि कुंडली में धारा प्रत्येक 0.10ms, के बाद अंतरायन हो तो प्रज्वलन कुंडली का अन्योन्य प्रेरकत्व क्या होगा?

4. (a) किसी ac धारा का rms मान सदैव उसके शिखर मान से कम क्यों होता हैं?

   (b) किसी ac स्रोत से संयोजित 2.5μF संधारित्र में धारा, $I = -4.71 \sin 377t\ \mu A$ के द्वारा व्यक्त की जाती है।

   इस संधारित्र के मध्य अधिकतम वोल्टता परिकलित कीजिए।

5. (a) (i) 25Hz और (ii) 50Hz पर धारिता प्रतिघात ($C = 2\ \mu F$) और प्रेरणिक प्रतिघात ($L = 2$ mH) परिकलित कीजिए।

   (b) किसी 5V (rms) 100MHz जेनरेटर से संयोजित 22 μH प्रेरक में अधिकतम तथा rms धाराएं परिकलित कीजिए।

6. $R = 580\Omega$, $L = 31$mH, तथा $C = 47$ nF युक्त कोई श्रेणी LCR परिपथ, किसी ac स्रोत द्वारा चालित है। इस स्रोत का आयाम और कोणीय आवृत्ति क्रमश: 65 V तथा 33 krad/s हैं। निर्धारित कीजिए (a) संधारित्र का प्रतिघात, (b) प्रेरक का प्रतिघात, (c) परिपथ की प्रतिबाधा, (d) स्रोत के मध्य वोल्टता और धारा के मध्य कलांतर तथा (e) धारा आयाम। क्या धारा, स्रोत के मध्य वोल्टता से अग्रग है या पश्चगामी?

7. विद्युत चुंबकीय प्रेरण क्या है? फैराडे के विद्युत चुंबकीय प्रेरण नियमों की व्याख्या कीजिए।

8. लेन्ज नियम की परिभाषा कीजिए। दर्शाइए कि लेन्ज नियम, ऊर्जा संरक्षण नियम के परिणामस्वरूप है।

9. आत्म प्रेरण क्या है? आत्म प्रेरण के भौतिक महत्व की व्याख्या कीजिए।

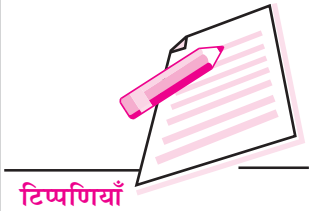
10. आत्म प्रेरकत्व और अन्योन्य प्रेरकत्व में अंतर बताइए। ये किन कारकों पर निर्भर करते हैं?

11. किसी 10H प्रेरक में कितना emf प्रेरित होगा जिसमें धारा 9×10^{-2}s में 10A से 7A में परिवर्तित होती है ?

12. व्याख्या कीजिए कि किसी संधारित्र के प्रतिघात में वर्धमान आवृत्ति के साथ कमी क्यों होती है जबकि किसी प्रेरक का प्रतिघात, वर्धमान आवृत्ति के साथ बढ़ जाता है?

13. किसी LCR श्रेणी परिपथ का प्रतिघात क्या होता है? किसी a.c. LCR परिपथ में क्षयित शक्ति का व्यंजक व्युत्पन्न कीजिए।

14. मान लीजिए कि किसी जेनरेटर की आवृत्ति 60Hz से बढ़ाकर 120Hz कर दी गई है। निर्गम वोल्टता पर इसका क्या प्रभाव पड़ेगा?



15. मोटर तथा जेनरेटर मूलत: विपरीत कार्य करते हैं। यदि कोई यह कहता है कि कोई मोटर एक ही समय में मोटर तथा जेनरेटर दोनों का कार्य करता है। क्या यह कथन वास्तव में सही है?
16. A.C जेनरेटर और ट्रांसफार्मर के प्राथमिक कुंडलन से श्रेणी संयोजित किसी प्रकाश बल्ब से मंद प्रकाश प्राप्त होता है जब द्वितीयक लीड (तार) प्रतिरोधक जैसे लोड से संयोजित की जाती हैं तो प्राथमिक कुंडलन से संयोजित बल्ब से प्रकाश तेज हो जाता है। ऐसा क्यों?
17. यदि बैटरी के टर्मिनल किसी ट्रांसफार्मर के प्राथमिक कुंडलन से संयोजित कर दिए जाते हैं तो द्वितीयक कुंडलनों के मध्य स्थिर विभवांतर प्रकट क्यों नहीं होता?
18. किसी रंगीन टेलीविजन (TV) में पिक्चर ट्यूब को शक्ति संभरण के लिए प्ररुपत: 15,000V A.C. की आवश्यकता होती है। यदि घरेलू निर्गम से मात्र 230 V प्राप्त हो तो इतने विभवांतर का प्रावधान किस प्रकार किया जाता है?
19. क्या दो कुंडलियां बिना लोह क्रोड के ट्रांसफार्मर के रुप में कार्य कर सकती हैं। यदि ऐसा है तो लागत कम करने के लिए लोह क्रोड का बहिष्कार क्यों नहीं कर दिया जाता?
20. किसी ac स्रोत का 10 वोल्ट निर्गम है। किसी विशिष्ट परिपथ को केवल 2 V निवेश की आवश्यकता होती है। किस प्रकार आप ऐसा कर सकेंगे? व्याख्या कीजिए।
21. किसी व्यक्ति के पास एकल ट्रांसफार्मर है जिसकी क्रोड के एक भाग में 50 फेरे और दूसरे भाग में 500 फेरे हैं। यह ट्रांसफार्मर उच्चायी है या अपचायी? व्याख्या कीजिए।
22. कुछ ट्रांसफार्मरों में द्वितीयक पर विभिन्न टर्मिनल अथवा टैप्स होते हैं ताकि विभिन्न टैपों से संयोजन करके द्वितीयक कुंडलनों की कुल संख्या के विभिन्न कार्य, परिपथ में सम्पन्न किए जा सकें। इसका क्या लाभ है?
23. विद्युत वेल्डिंग मशीन में कोई ट्रांसफार्मर 240 V A.C लाइन से 3 A का आहरण कर 400 A का संभरण कर रहा है। इस ट्रांसफार्मर के द्वितीयक के मध्य विभवांतर कितना होगा?
24. कोई 240-V, 400W विद्युत मिक्सर, ट्रांसफार्मर के माध्यम से किसी 120 V शक्ति लाइन से संयोजित है। इस ट्रांसफार्मर में फेरों का अनुपात क्या होगा? शक्ति लाईन से कितनी धारा का आहरण होगा?
25. 125 फेरों वाले किसी ट्रांसफार्मर का प्राथमिक, 220 V_{ae} के किसी गृह प्रकाशन परिपथ से संयोजित है। यदि द्वितीयक को 15000 वोल्ट का संभरण करना पड़े तो इसमें कितने फेरे होने चाहिए?
26. किसी अपचायी ट्रांसफार्मर के द्वितीयक में तार के 25 फेरे हैं और उसका प्राथमिक 220 V ac लाइन से संयोजित है। यदि निर्गम टर्मिनलों पर द्वितीयक 2.5 वोल्ट का संभरण करें तो इसके प्राथमिक में फेरों की संख्या कितनी होगी?
27. किसी अपचायी ट्रांसफार्मर के प्राथमिक में 600 फेरे हैं और यह किसी 120 Vae लाइन से संयोजित है। यदि द्वितीयक अपने टर्मिनल पर 5 वोल्ट का संभरण करे और इलेक्ट्रॉन धारा 3.5A, हो तो द्वितीयक में फेरों की संख्या और प्राथमिक में इलेक्ट्रॉन धारा ज्ञात कीजिए?

28. प्राथमिक में 352 फेरों वाला कोई उच्चायी ट्रांसफार्मर 220V ac लाइन में संयोजित है। द्वितीयक अपने टर्मिनल पर 10,000 वोल्ट का संभरण कर रहा है और धारा 40 मिली ऐम्पियर है।

(a) इसके द्वितीयक में कितने फेरे हैं?

(b) इसके प्राथमिक में धारा कितनी है?

(c) लाइन से कितनी धारा का आहरण हो रहा है?

पाठगत प्रश्नों के उत्तर

19.1

1. $N = 1000$

$r = 5 \times 10^{-2}$m

$B_1 = 10$T $\quad B_2 = 0$T

(a) $t = 1$s के लिए

(a) $|e| = N\dfrac{(B_2 - B_1)}{t}\pi r^2$

$= 10^3 \times \dfrac{10 \times \pi \times 25 \times 10^{-4}}{1}$

$= 25\pi$ वोल्ट

$= 25 \times 3.14 = 78.50$V

(b) $t = 1$ms के लिए $|e| = \dfrac{10^3 \times 10\pi \times 25 \times 10^{-4}}{10^{-3}}$

$= 78.5 \times 10^3$V

2. चूंकि $\phi = A + Dt^2 \qquad e_1 = \dfrac{d\phi}{dt} = 2Dt$

$e = Ne_1 = 2N\,Dt$

$= 2 \times 250 \times 15t = 7500t$

$t = 0.\ e_1 = 0\ e = 0$V

पर $t = 3$s, $e = 22500$V

3. $\phi = \mathbf{B}\ \mathbf{S} = BS\cos\theta$

$|e| = N\dfrac{d\phi}{dt}$

$|e| = \left|NS\dfrac{dB}{dt}\cos\theta\right|$ चूंकि θ स्थिरांक है

(a) $|e|$ अधिकतम होगा

जब $\cos\theta = 1$, $\theta = 0$, अर्थात कुंडली, क्षेत्र के अभिलंब है।

(b) $|e|$ न्यूनतम होगा

जब $\theta = 90$, अर्थात कुंडली पृष्ठ, क्षेत्र के समांतर है।

19.2

1. जब हम कुंडली को चुंबक की ओर से देखते हैं तो यह A और B दोनों के लिए वामावर्ती होगी।
2. पाश के अतिरिक्त सभी पाशों में चुंबकीय अभिवाह में परिवर्तन है। प्रत्येक के लिए प्रेरित धारा वामावर्ती होगी।
3. हाँ, वलय में प्रेरित धारा है। वलय में प्रेरित धारा के कारण, दंड चुंबक पर प्रतिकर्षी बल कार्य करता है।
4. भंवर धाराओं के कारण होने वाले ऊर्जा क्षय को कम करने के लिए

19.3

1. $$e = L\frac{dI}{dt} = \omega\frac{N^2A}{\ell}\frac{(I_2 - I_1)}{t}$$

$$= \frac{4\pi\times10^{-7}\times\pi\times10^{-2}\times(2.5-0)}{1\times10^{-3}}$$

$$= 10^{-6}\,\text{V}$$

2. क्योंकि दोनों समांतर रज्जुओं में धारा विपरीत दिशाओं में प्रवाहित होती है और आत्म प्रेरित धाराओं का विरोध करती है और इस प्रकार प्रेरण प्रभाव न्यूनतम हो जाते हैं।

3. $$3.5\times10^{-3} = 9.7\times10^{-3}\times\frac{dI}{dt}$$

$$= \frac{dI}{dt} = \frac{3.5}{9.7} = 0.36\text{A s}^{-1}$$

19.4

1. चूंकि प्रेरक, पश्च emf प्रेरित करके धारा की वृद्धि में जड़त्व उत्पन्न करता है।

2. $$2.2\times10^{-3} = \frac{L}{R}$$

$$\Rightarrow L = 2.2\times68\times10^{-3}\text{H}$$

$$= 150\text{mH}$$

19.5

1. (a) यदि Z_i वर्धमान हो तो पहली कुंडली से निर्गत अभिवाह भी वर्धमान होगा। अत: दूसरी कुंडली में प्रेरित धारा इस अभिवाह का विरोध करेगी और यह विरोध वामावर्ती दिशा में प्रवाहित धारा द्वारा होगा जैसा कि O से दिखाई देगा। इस प्रकार B धनात्मक और A ऋणात्मक होगा।

   (b) यदि i_2 कम हो रही हो तो पहली कुंडली से निर्गत अभिवाह भी कम होगा। इसमें वृद्धि करने के लिए प्रेरित धारा को वामावर्ती दिशा में प्रवाहित होकर निर्गमित होना चाहिए और C को धनात्मक विभव पर और D ऋणात्मक होना चाहिए।

2. नहीं, अन्योन्य प्रेरकत्व में कमी होगी। क्योंकि, जब दो कुंडलियां परस्पर समकोण पर होती हैं तो एक कुंडली से दूसरी कुंडली के साथ अभिवाह का युग्मन न्यूनतम होगा।

19.6

1. वास्तव में ऐसा होता है परंतु हम उसका पता नहीं लगा सकते क्योंकि हमारे घरों में ac की आवृत्ति 50Hz होती है। हमारी दृष्टि प्रति सेकंड 15 बार से अधिक तेजी से होने वाले परिवर्तनों का संसूचन नहीं कर सकती।

2. (i) $I_{rms} = \dfrac{E_{rms}}{R} = \dfrac{220}{25}\dfrac{V}{\Omega} = 8.8\text{A}.$

   (ii) धारा का शिखर मान $I_m = \sqrt{2}\ I_{rms} = 1.4 \times 8.8 = 12.32$ A.

   तात्क्षणिक धारा $= I_0 \sin 2\pi\nu t$

   $= 12.32 \sin 100\pi t$

   (iii) चक्रों की समाकल संख्या पर धारा का औसत मान शून्य होगा।

3. चूंकि ac धारा ज्यावक्रीयत: विचरण करती है अत: पूर्णचक्र में इसका औसत मान शून्य होता है परंतु rms मान परिमित होता है।

19.7

1. धारिता-प्रतिघात $X_C = \dfrac{1}{2\pi\nu C}$. होगा। जब C में वृद्धि होती है तो X_C में कमी तथा I में वृद्धि होगी

   चूंकि $I = \dfrac{V}{X_C}$ increases.

2. किसी आवेशित संधारित्र को विसर्जित होने में कुछ समय लगता है। जैसे स्रोत की आवृत्ति में वृद्धि प्रारम्भ होती है वैसे संधारित्र का पूर्ण विसर्जन होने से पहले उसे आवेशित करना प्रारम्भ कर देती है। अत: संधारित्र पर अधिकतम आवेश और इस प्रकार इससे प्रवाहित अधिकतम धारा में वृद्धि होती है यद्यपि V_m अपरिवर्ती रहता है।

3. अर्धचक्र में आवेशन के दौरान संधारित्र में भंडारित ऊर्जा, विसर्जन अर्धचक्र की अवधि में पूर्णत: पुन: प्राप्ति हो जाती है। परिणामत: संधारित्र में प्रति चक्र भंडारित ऊर्जा शून्य होती है।

4. धारिता-प्रतिघात $X_C = \frac{1}{2\pi vC}$ होगी। जब v में वृद्धि होगी तो X_C में कमी होगी। ऐसा इस कारण है कि अब संधारित्र प्लेटों पर अधिक आवेश का संचयन होता है।

19.8

1. लेन्ज नियम के अनुसार जब किसी प्रेरक से होकर ac प्रवाहित होती है तो उसके सिरों के मध्य पश्च emf प्रेरित होता है। पश्च emf , $e = -L\frac{dI}{dt}$

2. $I_{rms} = \frac{V_{rms}}{X_L}$ होता है, जब आवृत्ति में वृद्धि होती है तो X_L $(= 2\pi\, vL)$ में वृद्धि होती है अत: I_{rms} में कमी हो जाती है।

19.9

1. (i) a.c. जेनरेटर में सर्पण वलय जबकि dc जेनरेटर में विपाटित वलय दिक् परिवर्तक होता है।

   (ii) a.c. जेनरेटर से उत्पन्न धारा-वोल्टता ज्यावक्रीय रूप में परंतु dc जेनरेटर से उत्पन्न धारा सदैव एक ही दिशा में प्रवाहित होती है।

2. जेनरेटर के चार मुख्य भाग, आर्मेचर, क्षेत्र चुंबक, सर्पण वलय तथा ब्रुश होते हैं।

3. दिक् परिवर्तक ac तरंग रुप को dc तरंग रूप में परिणत करता है।

4. प्रकाश प्रदान करने के उद्देश्य से साइकल में लगाया जाता है।

19.10

1. नहीं, क्योंकि ट्रांसफार्मर की कार्यपद्धति विद्युत-चुंबकीय प्रेरण के सिद्धांत पर आधारित है जिसे काल परिवर्ती धारा की आवश्यकता होती है।

2. क्योंकि प्राथमिक और द्वितीयक कुंडलियों में वोल्टता का अनुपात, उनमें फेरों की संख्या के अनुपात के आनुपातिक होता है।

3. नहीं, वे परस्पर व्युत्क्रम होते हैं।

4. अपचायी ट्रांसफार्मर

पाठांत प्रश्नों के उत्तर

1. (a) 3×10^{-2} W_b s^{-1} (b) 0.47 T s^{-1}

4. (b) 5×10^{-2} V

5. (a) (*i*) $\frac{1}{\pi} \times 10^4\ \Omega$ (*ii*) $\frac{1}{2\pi} \times 10^4\ \Omega$

   (b) (*i*) 0.1 $\pi\Omega$ (*ii*) 0.2 $\pi\Omega$

6. (a) $6.7 \times 10^2\ \Omega$ (b) 99 Ω (c) 813.9 Ω (d) □ 4 rad

   (e) 0.16 A (f) धारा पश्चगामी

11. 333.3V

23. 1.8A.

24. 1 : 2 , $\frac{10}{3}$A .

25. 8522 फेरे

26. 2200 फेरे

27. 25 फेरे, $\frac{1}{7}$A .

28. (a) 16000 फेरे, (b) $\frac{20}{11}$A (c) 400W

उच्चतर माध्यमिक पाठ्यक्रम

भौतिकी

विद्यार्थी मूल्याकंन पत्र-5

अधिकतम अंक : 50 **समय : $1\frac{1}{2}$ घंटा**

निर्देश

- सभी प्रश्नों के उत्तर कागज की पृथक शीट पर दीजिए।
- अपनी उत्तर पुस्तिका पर निम्नलिखित सूचनाएं दीजिए
  - नाम
  - पंजीयन संख्या
  - विषय
  - मूल्यांकन पत्र संख्या
  - पता
- अपने मूल्यांकन पत्र का मूल्यांकन अपने अध्ययन केन्द्र के विषयाध्यापक से करायें ताकि आपको उनसे अपने कार्य के संबंध में धनात्मक प्रतिक्रिया प्राप्त हो सके।

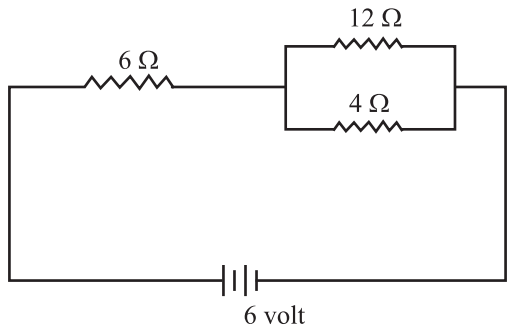
1. $10\mu c$ एवं $-5\mu c$ के दो बिन्दु आवेश, x-अक्ष पर, एक दूसरे से कुछ दूरी पर रखे हैं। यदि $10\mu c$ के आवेश पर 90N का बल +x-अक्ष के अनुदिश लग रहा है तो $-5\mu c$ के बल पर लगने वाले बल का परिमाण और दिशा क्या है? (1)
2. एक विद्युत द्विध्रुव से बहुत अधिक दूरी पर क्षेत्र की तीव्रता दूरी के साथ किस प्रकार बदलती है? (1)
3. किसी बिन्दु आवेश के परित: समविभवी पृष्ठ का आकार कैसा होता है? (1)
4. एक तांबे के तार को खींच कर इसकी लम्बाई दो गुनी कर दी गई है। इसके विशिष्ट प्रतिरोध पर क्या प्रभाव होगा? (1)
5. उस कार्बन-प्रतिरोधक पर बनी रंग पट्टिकाओं का क्रम बताईये जिसके प्रतिरोध का मान $47K\Omega \pm 10\%$ है। (1)
6. पृथ्वी के चुम्बकीय निरक्ष पर नति कोण का मान बताईये। (1)
7. एक प्रेक्षक के सामने की ओर एक तार ऊर्ध्वधरत: पकड़ा गया है जिसमें प्रेक्षक के अनुसार विद्युतधारा ऊपर की ओर प्रवाहित हो रही है। तार के पीछे स्थित किसी बिन्दु पर चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा क्या होगी (1)

8. किसी श्रेणीक्रम LCR परिपथ की अनुनादी आवृत्ति 100 हर्ट्ज है। 1200 हर्ट्ज आवृत्ति पर इस परिपथ की प्रकृति किस प्रकार की हो जायेगी?

9. 10μc एवं –10μc के दो बिन्दु आवेश निर्वात में एक दूसरे से 1 cm की दूरी पर रखे हैं। उनके ठीक मध्य में चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता की गणना कीजिए। (2)

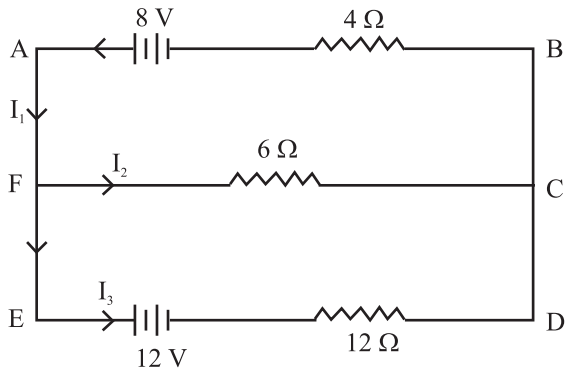
10. एक सेल की *e.m.f* 2.0 V एवं आंतरिक प्रतिरोध 4 Ω हैं। सेल के सिरों के बीच विभवांतर की गणना कीजिए। (2)

11. दिये गये परिपथ में 6 Ω के प्रतिरोध में क्षयित शक्ति की गणना कीजिए। (2)



12. फेरों के अनुपात को ध्यान में रखते हुए उच्चायी ट्रांसफार्मर का कार्य सिद्धांत समझाईए। (3)

13. किरखोफ के नियम लिखिए और उनका उपयोग कर दिए गए परिपथ जाल में I_1, I_2, एवं I_3 का मान ज्ञात कीजिए। (4)



14. विद्युतस्थैतिकी का गौस प्रमेय लिखिए। इसका उपयोग करके λ. रैखिक आवेश घनत्व के रेखीय आवेश से *r* दूरी पर स्थित किसी बिन्दु पर विद्युत क्षेत्र ज्ञात कीजिए।

15. (*a*) दर्शाइये कि C_1 एवं C_2 धारिता के दो संधारित्रों को श्रेणीक्रम में जोड़ें तो उनकी परिणामी धारिता C होगी $\frac{1}{c}=\frac{1}{c_1}+\frac{1}{c_2}$ ।

(*b*) उस संधारित्र की धारिता ज्ञात कीजिए जिसको 12 MF से संधारित्र के साथ श्रेणीक्रम जोड़ने पर कुल 3MF की धारिता प्राप्त होगी। (2 + 2)

16. बियो–सावा का नियम लिखिए और इसका उपयोग एक ऐसी वृत्ताकार कुंडली के केन्द्र पर चुम्बकीय क्षेत्र ज्ञात करने के लिए कीजिए जिसमें R त्रिज्या के N फेरे हों और I धारा प्रवाहित हो रही है। (4)

17. गैल्वेनोमीटर की कुंडली में I धारा प्रवाहित करने पर इस पर लगे बलाघूर्ण की गणना कीजिए। चल कुण्डली गैल्वेनोमीटर में त्रिज्य चुम्बकीय क्षेत्र की क्या भूमिका होती है? (4)

18. विद्युत चुम्बकीय प्रेरण संबंधी फैराडे एवं लेंज के नियम लिखिए। एक वायु-क्रोड कुंडली के श्रेणीक्रम में एक बल्व और समुचित *emf* की बैटरी जुड़ी है। कुंडली के क्रोड में लोहे की एक छड़ प्रविष्ट कराने पर बल्व की धुति पर क्या प्रभाव होगा? (4)

19. परावैद्युत पदार्थ क्या है? विद्युत स्थैतिक क्षेत्र में यह किस प्रकार का व्यवहार करता है? समान्तर प्लेट संधारित्र की प्लेटों के बीच हवा के स्थान पर परावैद्युत पदार्थ की प्लेट लाने से इसकी धारिता कैसे बढ़ जाती है। उपयुक्त त्रिज्या की सहायता से समझाईये। (5)

20. एक श्रेणीक्रम LCR परिपथ में R = 80 Ω, L = 100 *mtt* एवं C = 25MF है एवं इसमें प्रत्यावर्ती *e.m.f* $\varepsilon = 100 \sin (1000t)$ volt जुड़ी है। ज्ञात कीजिए

(*a*) X_l, X_c एवं Z.

(*b*) परिपथ में *rms* धारा

(*c*) परिपथ में शक्ति क्षय

(*d*) अनुनादी आवृत्ति

(*e*) अनुनाद स्थिति में परिपथ की प्रतिबाधा

Ans :

1. $+x$ अक्ष के अनुदिश 10N.

2. $E \propto \frac{1}{r^3}$

3. गोलाकार, जिसके केन्द्र पर बिन्दु आवेश स्थित हो

4. विशिष्ट प्रतिरोध अपरिवर्तित रहेगा

5. पीला, बैंगनी, काला, रूपहला

6. शून्य

7. प्रेक्षक के बाँयें हाथ की ओर

8. प्रेरकीय

9. 1.8×10^9 N C^{-1}

10. $V = \varepsilon - Ir$, $I = \frac{\varepsilon}{R+r}$ अत: V = 1.6 volt

11. परिपथ में धारा, $I = \frac{2}{3}$ A.

$P = I^2R = \left(\frac{2}{3}\right)^2 (6)\ watt = \frac{8}{3}$ वाट

13. $I_1 = 0.5A$, $I_2 = 1.0A$, $I_3 = -0;5A$

14. $\varepsilon = \dfrac{\lambda}{2\pi \in_0 r}$

15. (*b*) 4MF

20. (*a*) $X_l = 100\ \Omega$ $X_c = L_{10}\ \Omega$, $Z = 100\ \Omega$

(*b*) $I_{rms} = 0.707$ ampere

(c) 40 w

(d) 100 Hz

(e) 80 ohm

मॉड्यूल - 6
प्रकाशिकी एवं प्रकाशिक यन्त्र

20 प्रकाश का परावर्तन और अपवर्तन

21 प्रकाश का विक्षेपण एवं प्रकीर्णन

22 तरंग परिघटना एवं प्रकाश

23 प्रकाशीय यंत्र

20

प्रकाश का परावर्तन और अपवर्तन

प्रकाश के द्वारा ही हम वस्तुओं को देख सकते हैं और प्रकाश के ही कारण हम अपने निकटवर्ती परिवेश के साथ दृष्टिगत संपर्क स्थापित कर सकते हैं। प्रकाश के ही माध्यम से हम पुष्पों, पौधों, पक्षियों, प्राणियों तथा अन्य प्रकार के जीवन के रूप में प्रकृति की विभिन्न मनोहारी अभिव्यक्तियों की सुखद अनुभूति कर सकते हैं। क्या आप कल्पना कर सकते हैं कि यदि चाक्षुष-विकृति से युक्त होते तो हम कितनी कमी अनुभव करते? क्या तब हम हीरे की चमक और इन्द्रधनुष की छटा को देख सकते? क्या आपने कभी सोचा कि प्रकाश की सहायता से हम किस प्रकार देख सकते हैं? सूर्य और अन्य तारों से पृथ्वी तक प्रकाश किस प्रकार गमन करता है और यह किससे निर्मित होता है? ऐसे प्रश्न मानव बुद्धि को प्रारंभ से ही आकर्षित कर रहे हैं। अब आप कुछ परिघटनाओं के बारे में जानेंगे जिनसे ऐसे प्रश्नों का उत्तर सुलभ होगा।

दीवार में बने एक छोटे छिद्र से प्रकाश को कमरे में प्रवेश करता देखिए। आप धूलकणों की गति को देखेंगे जो मूलत: एक सरल प्रमाण प्रस्तुत करते हैं कि प्रकाश सीधी रेखा में गमन करता है। सीधी रेखा के आगे लगा तीर का निशान, प्रकाश के संचरण की दिशा निरूपित करता है और यह रेखा किरण कहलाती है; किरणों का संग्रह **किरण पुंज** कहलाता है। प्रकाश की किरणों का विवेचन **ज्यामितीय प्रकाशिकी** के अंतर्गत किया जाता है। अध्याय 22 में आपको बताया जाएगा कि प्रकाश, तरंग के रूप में व्यवहार करता हैं। अल्प तरंग दैर्ध्य की तरंग सन्निकटत: किरण विवेचन के अंतर्गत आती है। जब कोई प्रकाश किरण दर्पण पर गिरती है तो उसकी दिशा में परिवर्तन हो जाता है। यह प्रक्रम *परावर्तन* कहलाता है। परंतु, जब प्रकाश की कोई किरण दो असमान पृष्ठों की परिसीमा पर गिरती है तो वह मुड़ जाती हैं यह प्रक्रम *अपवर्तन* कहलाता है। इस पाठ में आप दर्पणों से परावर्तन और लेन्सों से अपवर्तन के बारे में भी जानेंगे। इन परिघटनाओं के हमारे दैनिक जीवन में अनेक उपयोग हैं जिनमें मोटरवाहन, स्वास्थ्य देखभाल से लेकर संचार तक शामिल हैं।

उद्देश्य

इस पाठ के अध्ययन के बाद आप

- वक्र पृष्ठों पर परावर्तन की व्याख्या और गोलीय दर्पणों की फोकस दूरी और वक्रता-त्रिज्या के मध्य संबंध स्थापित कर सकेंगे;

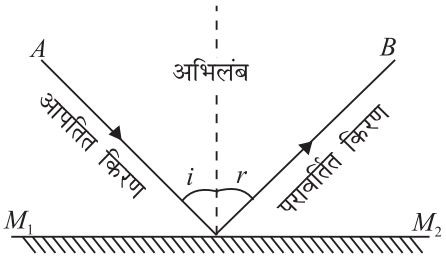
- गोलीय पृष्ठों के लिए चिह्न परिपाटी की व्याख्या कर सकेंगे;
- बिंब दूरी, प्रतिबिंब-दूरी और दर्पण तथा गोलीय आवर्ती पृष्ठ की फोकस दूरी के मध्य संबंध व्युत्पन्न कर सकेंगे;
- अपवर्तन नियमों की परिभाषा दे सकेंगे;
- पूर्ण आंतरिक परावर्तन की व्याख्या और इसके दैनिक जीवन में अनुप्रयोग प्रस्तुत कर सकेंगे;
- किसी लेन्स की फोकस दूरी मापने के लिए न्यूटन का सूत्र व्युत्पन्न कर सकेंगे;
- किसी लेनस की फोकस दूरी ज्ञात करने के लिए विस्थापन विधि का वर्णन कर सकेंगे; तथा
- संपर्क में स्थित लेंस-संयोजन की फोकस दूरी के लिये व्यंजक व्युत्पन्न कर सकेंगे।

20.1 गोलीय पृष्ठों से प्रकाश का परावर्तन

पिछली कक्षाओं में आपको समतल पृष्ठ पर परावर्तन के नियमों के बारे में बताया जा चुका है। हम यहाँ नियमों की पुनरावृत्ति कर रहे हैं:

नियम-I : आपतित किरण, परावर्तित किरण और परावर्तक पृष्ठ के आपतन बिंदु पर अभिलंब सदैव एक ही समतल में होते हैं।

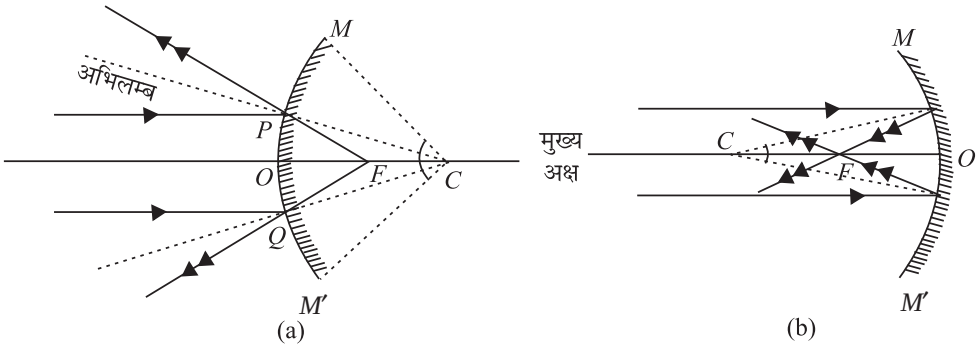
नियम-I : आपतन कोण और परावर्तन कोण बराबर होते हैं:



चित्र 20.1: समतल पृष्ठ से प्रकाश का परावर्तन

$\angle i = \angle r$

ये नियम चित्र 20.1 में दर्शाए गए हैं यद्यपि ये नियम प्रारंभ में समतल पृष्ठों के लिए प्रतिपादित किए गए थे परन्तु ये नियम गोलीय दर्पणों के लिए भी सत्य हें इसका कारण यह है कि कोई भी गोलीय दर्पण अनेक अत्यंत छोटे-छोटे दर्पणों से निर्मित माना जा सकता है। भली प्रकार पॉलिश की हुई चम्मच गोलीय दर्पण का सुविदित उदाहरण है। क्या आपने ऐसे चम्मच में अपना चेहरा देखा है? चित्र 20.2 (a) और 20.2 (b) में दो मुख्य प्रकार के गोलीय दर्पण दिखाए गए हैं।



चित्र 20.2: गोलीय दर्पण (a) **उत्तल दर्पण** (b) **अवतल दर्पण**

ध्यान दें कि उत्तल दर्पण का परावर्तक पृष्ठ बाहर की ओर उभरा हुआ जब कि अवतल दर्पण का परावर्तक पृष्ठ अंदर की ओर दबा हुआ होता है। अब हम गोलीय दर्पणों के लिए प्रयुक्त कुछ शब्दों की परिभाषा करेंगे।

गोले का वह केन्द्र जिसका दर्पण एक भाग है, दर्पण का वक्रता केन्द्र C और इस गोले की त्रिज्या उसकी **वक्रता त्रिज्या** की कहलाती है। दर्पण के परावर्तक पृष्ठ का मध्य बिंदु O उसका **ध्रुव** कहलाता है। C और O से गुजरने वाली सीधी रेखा, दर्पण की **मुख्य अक्ष** कहलाती है। दर्पण की वृत्ताकार बाहरी रेखा (अथवा परिधि) उसका **द्वारक** तथा कोण ($\angle MCM'$) जो C पर अंतरित करता है, वह दर्पण का **कोणीय द्वारक** कहलाता है। द्वारक, दर्पण के साइज (आमाप) का माप होता है।

मुख्य अक्ष के समांतर गोलीय दर्पण पर आपतित प्रकाश-पुंज परावर्तन के बाद, किसी एक बिंदु पर अभिसारित होता है अथवा उससे अपसरित होता प्रतीत होता है। यह बिंदु, दर्पण का **मुख्य फोकस** कहलाता है। ध्रुव और मुख्य फोकस के बीच की दूरी दर्पण की फोकस दूरी व्यक्त करती है। मुख्य अक्ष के लंबवत् और फोकस से होकर गुजरने वाला समतल, **फोकस समतल** कहलाता है।

हम केवल कम द्वारक वाले दर्पणों और मुख्य अक्ष के समीप अर्थात् **अपाक्षीय किरणों** पर ही चर्चा करेंगे। (मुख्य अक्ष से दूरस्थ किरणें **उपांतीय (या परिधीन)** अथवा **पराफेरल किरणें** कहलाती हैं।

पाठगत प्रश्न 20.1

1. निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए:

   (a) समतल, उत्तल अथवा अवतल दर्पणों में से किस दर्पण की अधिकतम वक्रता-त्रिज्या होती है।

   (b) क्या जल में डुबाने पर गोलीय दर्पण की फोकस दूरी में परिवर्तन होता है?

   (c) समतल या उत्तल दर्पण से बने प्रतिबिंबों की प्रकृति कैसी होती है?

   (d) गोलीय दर्पण का केवल एक ही फोकस बिंदु क्यों होता है?

2. एक ही वक्रता-केन्द्र वाले 5 cm, 7 cm तथा 10 cm वक्रता त्रिज्याओं के अवतल दर्पणों के आरेख खींचिए। प्रत्येक दर्पण की फोकस दूरी परिकलित कीजिए। उनकी सर्वनिष्ठ मुख्य अक्ष के समांतर एक किरण खींचिए और प्रत्येक के लिए परावर्तित किरण भी खींचिए।

3. किसी गोलीय दर्पण की वक्रता-त्रिज्या 30 cm है। इस दर्पण के (i) आंतरिक पृष्ठ पर पॉलिश होने पर (ii) बाह्य पृष्ठ पर पॉलिश होने पर, फोकस की दूरियां क्या होगी?

4. डिश-ऐन्टेना वक्रित क्यों होते हैं?

20.1.2 प्रतिबिंब रचना के लिए किरण आरेख

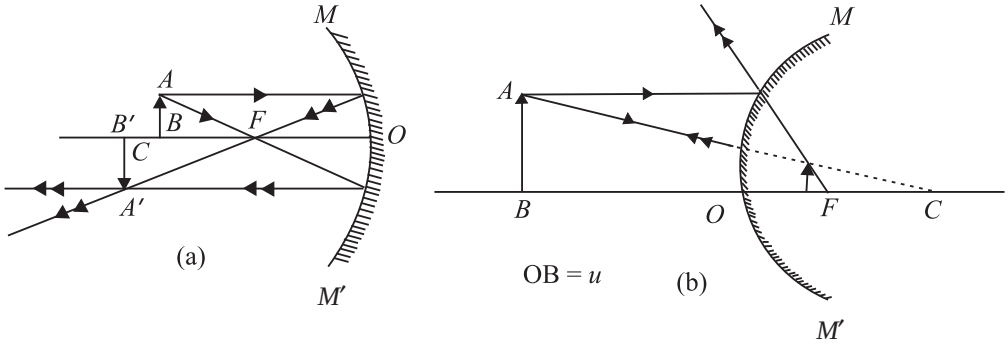
चित्र 20.2(a) तथा 20.2(b) का पुनः अवलोकन करें। आप देखेंगे कि:

- वक्रता-केन्द्र से गुजरने वाली प्रकाश की किरण अपने पथ पर वापस लौट आती है;
- मुख्य अक्ष के समांतर प्रकाश की किरण, परावर्तन के बाद फोकस से होकर गुजरती हैं; और
- F से गुजरने वाली प्रकाश की किरण, मुख्य अक्ष के समांतर परावर्तित होती है;

किसी प्रतिबिंब की स्थिति ज्ञात करने के लिए, इन तीन किरणों में से कोई भी दो किरणें चुनी जा सकती हैं। प्रतिबिंब दो प्रकार के होते हैं–वास्तविक तथा आभासी।

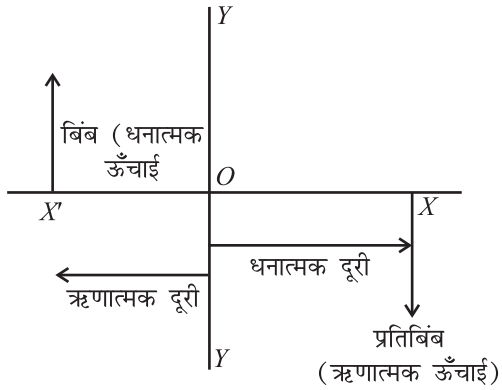
किसी बिंब का वास्तविक प्रतिबिंब तब बनता है जब परावर्तित किरणों वास्तव में परस्पर काटती हैं। ये प्रतिबिंब उल्टे होते हैं और इन्हें परदे पर प्रक्षेपित किया जा सकता है। ये प्रतिबिंब दर्पण के उसी ओर बनती है जिस ओर बिंब होता है। [चित्र 20.3(a)]

किसी बिंब का **आभासी प्रतिबिंब,** उन परावर्तित किरणों द्वारा बनता है जो दर्पण से अपसरित होती प्रतीत होती है। ये प्रतिबिंब सदैव सीधे ओर आभासी होते हैं और इन्हें परदे पर प्रक्षेपित नहीं किया जा सकता। ये दर्पण के पीछे बनते हैं। [चित्र 20.3 (a)]



चित्र 20.3: (a) अवतल दर्पण और (b) उत्तल दर्पण द्वारा बने प्रतिबिंब

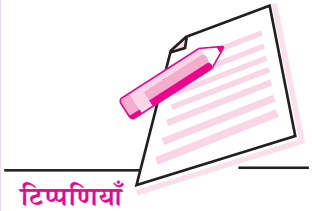
20.1.3 चिह्न परिपाटी



चित्र 20.4: चिह्न परिपाटी

हम कार्तीय निर्देशांक पद्धति पर आधारित चिह्न परिपाटी का अनुसरण करते हैं। इस परिपाटी का प्रयोग करते समय निम्नलिखित बिंदु ध्यान में रखे जाने चाहिए:

1. सभी दूरियां दर्पण के ध्रुव (O) से मापी जाती हैं बिंब सदैव बाईं ओर रखा जाता है जिससे आपतित किरण को सदैव बाईं से दाईं ओर गमन करता हुआ लिया जा सके।



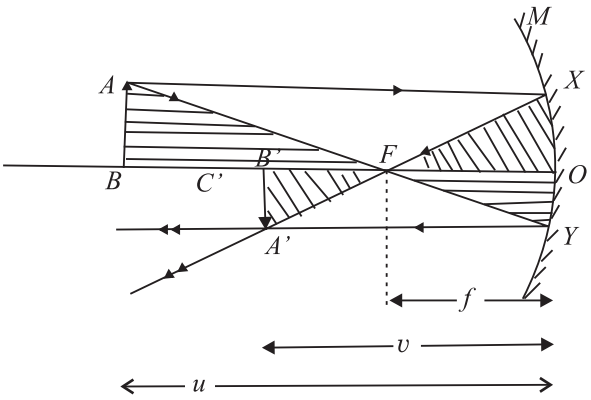
2. ध्रुव (O) के बाईं ओर की सभी दूरियां ऋणात्मक और उसके दाईं ओर की दूरिया धनात्मक मानी जाती हैं।

3. मुख्य अक्ष के ऊपर ओर अभिलंब दिशा में मापी गई दूरियां धनात्मक और मुख्य अक्ष से नीचे मापी गई दूरियां ऋणात्मक मानी जाती हैं।

अवतल दर्पण की वक्रता-त्रिज्या और फोकस दूरी ऋणात्मक और उत्तल दर्पण की वक्रता-त्रिज्या और फोकस दूरी धनात्मक होती है।

20.2 दर्पण सूत्र की व्युत्पत्ति

अब हम गोलीय दर्पण की बिंब दूरी (u), प्रतिबिंब दूरी (v) और उसकी फोकस दूरी (f) के मध्य संबंध ज्ञात करते हैं। हम सरल ज्यामिति का प्रयोग एक संबंध ज्ञात करने के लिए करते हैं जो आश्चर्यजनक रूप से सभी परिस्थितियों में लागू होता है। चित्र 20.5 को देखें जिसमें अवतल दर्पण के सामने रखा बिंब AB दिखाया गया है। इस दर्पण से प्रतिबिंब $A'B'$ बनता है।



चित्र 20.5: अवतल दर्पण के द्वारा प्रतिबिंब की रचना: दर्पण सूत्र

बिंब AB की बिंदु A से निकलने वाली दो किरणें AX तथा AY हैं। M एक अवतल दर्पण है जबकि XA' तथा YA' परावर्तित किरणें हैं।

चिह्न परिपाटी का प्रयोग करते हुए हम लिख सकते हैं:

बिंब दूरी, $OB = -u$,

फोकस दूरी, $OF = -f$,

प्रतिबिंब दूरी, $OB' = -v$,

तथा वक्रता-त्रिज्या $OC = -2f$

ΔABF तथा ΔFOY पर विचार कीजिए। ये समरूप त्रिभुज हैं। अत: हम लिख सकते हैं,

$$\frac{AB}{OY} = \frac{FB}{OF} \qquad (20.1)$$

इसी प्रकार समरूप त्रिभुजों ΔXOF तथा $\Delta B'A'F$ के लिए,

$$\frac{XO}{A'B'} = \frac{OF}{FB'} \qquad (20.2)$$

परन्तु $AB = XO$, चूंकि AX मुख्य अक्ष के समांतर है। इसके साथ-साथ $A'B' = OY$ है। चूंकि समीकरणों (20.1) तथा (20.2) के वाम पक्ष समान हैं अत: इनके दक्षिण पक्ष भी आपस में बराबर होंगे।

इस प्रकार,
$$\frac{FB}{OF} = \frac{OF}{FB'} \qquad (20.3)$$

समीकरण (20.3) में u, v तथा f के मानों को रखने पर, हम लिख सकते हैं;

$$\frac{-u-(-f)}{-f} = \frac{-f}{-v-(-f)}$$

$$\frac{-u+f}{-f} = \frac{-f}{-v+f}$$

बज्र गुणन (cross multiplication) करने पर,

$$uv - uf - vf + f^2 = f^2$$

or
$$uv = uf + vf$$

दोनों ओर uvf से भाग देने पर हमें फोकस दूरी तथा बिंब और प्रतिबिंब दूरियों के मध्य वांछित संबंध प्राप्त होता है:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{v} + \frac{1}{u} \qquad (20.4)$$

अब हम एक अन्य महत्वपूर्ण शब्द **आवर्धन** का समावेश करते हैं। यह प्रतिबिंब के साइज (आमाप) और बिंब के साइज (आमाप) के मध्य अनुपात व्यक्त करता है:

$$m = \frac{\text{प्रतिबिंब का आमाप}}{\text{बिंब का आमाप}} = \frac{h_2}{h_1}$$

परन्तु
$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{-v}{-u}$$

अत:
$$m = -\frac{h_2}{h_1} = \frac{v}{u} \qquad (20.5)$$

चूंकि वास्तविक प्रतिबिंब उल्टा होता है, हम लिख सकते हैं:

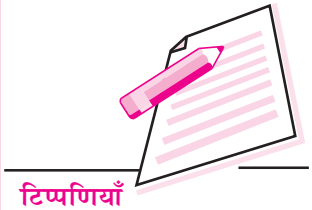
$$m = \frac{A'B'}{AB} = -\frac{v}{u} \qquad (20.5b)$$

संख्यात्मक प्रश्नों को हल करने के लिए निम्नलिखित चरणों को याद रखिए:

1. किसी भी गोलीय दर्पण के लिए निम्नलिखित दर्पण सूत्र का प्रयोग करें:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{v} + \frac{1}{u}$$

2. नियत राशियों के संख्यात्मक मानों को समुचित चिह्नों के साथ प्रतिस्थापित करें।



3. ज्ञात की जाने वाली राशि को कोई चिह्न न दें; प्रासंगिक चिह्न के साथ यह स्वत: प्राप्त जो जाएगी।

4. याद रखें कि वास्तविक प्रतिबिंब के लिए रैखिक आवर्धन ऋणात्मक और आभासी प्रतिबिंब के लिए रैखिक आवर्धन धनात्मक होता है।

5. संख्यात्मक प्रश्न हल प्रारंभ करने से पहले चित्र खींचना सदैव अच्छा रहता है।

पाठगत प्रश्न 20.2

1. यदि दर्पण के समीप खड़े किसी व्यक्ति को अपना सिर छोटा तथा कूल्हे बड़े दिखाई दें तो यह दर्पण किस प्रकार का होगा?

2. दाढ़ी बनाने के दर्पण अवतल और पिछला दृश्य देखने के लिए दर्पण उत्तल क्यों होते हैं? अपने उत्तर के समर्थन में किरण आरेख खींचिए।

3. 25 cm फोकस दूरी के अवतल दर्पण के सम्मुख जैसे-जैसे किसी बिंब की स्थिति में परिवर्तन किया जाता है वैसे-वैसे उसके प्रतिबिंब की स्थिति भी बदलती जाती है। प्रतिबिंब-दूरी व बिंब दूरी के बीच ग्राफ (वक्र) बनाइये जबकि बिंब-दूरी $-x$ से $+x$ तक बदलती जाती है। प्रतिबिंब वास्तविक कब होगा? आभासी प्रतिबिंब कब होगा? दोनों स्थितियों का चित्र खींचिए।

4. वे दो परिस्थितियाँ बताइए जिनमें अवतल दर्पण के सामने रखा कोई बिंब, आवर्धित प्रतिबिंब बनाता है। किरण आरेख खींच कर अपने उत्तर को समझाइए।

5. 2.6 cm ऊँचा कोई बिंब, किसी अवतल दर्पण से 24 cm की दूरी पर स्थित है। इस दर्पण की वक्रता-त्रिज्या 16 cm है। ज्ञात कीजिए (i) प्रतिबिंब की स्थिति, और (ii) प्रतिबिंब का साइज(आमाप) और प्रकृति।

6. कोई अवतल दर्पण 15 cm की दूरी पर रखें बिंब की ऊँचाई से 4 गुना ऊँचाई का वास्तविक प्रतिबिंब बनाता है। प्रतिबिंब की स्थिति और दर्पण की वक्रता-त्रिज्या ज्ञात कीजिए।

7. 20 cm वक्रता-त्रिज्या के किसी उत्तल दर्पण द्वारा बने प्रतिबिंब का साइज (आमाप), बिंब के साइज (आमाप) का आधा है। बिंब और उसके प्रतिबिंब की स्थिति निर्धारित कीजिए।

8. कोई बन्दर 10 cm त्रिज्या की पॉलिश की हुई गोलाकार गेंद को टकटकी लगाकर देखता है। यदि पृष्ठ से उसकी आँख 20 cm की दूरी पर हो तो उसकी आँख का प्रतिबिंब कहाँ बनेगा?

20.3 प्रकाश का अपवर्तन

जब प्रकाश विरल माध्यम (वायु) से सघन माध्यम (जल, काँच) में तिरछा प्रवेश करता है तो संचरण की दिशा में परिवर्तन हो जाता है। **दो असमान माध्यमों की परिसीमा पर प्रकाश**

का इस प्रकार मुड़ना, अपवर्तन कहलाता है।

जब प्रकाश की कोई किरण किसी अंतरापृष्ठ पर अपवर्तित होती है तो यह निम्नलिखित दो नियमों का पालन करती है:

नियम-I: आपतित किरण, अपवर्तित किरण और आपतन बिंदु पर पृष्ठ पर अभिलंब सदैव एक ही समतल में स्थित होते हैं।

नियम-II: आपतन कोण की ज्या (साइन) और अपवर्तन कोण की ज्या (साइन) का अनुपात किसी माध्यम-युगल के लिए अपरिवर्ती होता है। यह आपतन कोण पर निर्भर नहीं करता। नियत रंग के प्रकाश के लिए यह अनुपात केवल दो माध्यमों (माध्यम-युगल) पर निर्भर करता है।

यह नियम हालैंडवासी वैज्ञानिक विलेब्रोर्ड वान रॉयजन स्नेल ने प्रतिपादित किया था ओर उनके सम्मान में यह नियम अक्सर **स्नेल नियम** कहलाता हैं। स्नेल नियम के अनुसार,

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \mu_{12}$$

जबकि μ_{12} एक स्थिरांक है और यह पहले माध्यम के सापेक्ष, दूसरे माध्यम का **अपवर्तनांक** कहलाता है, जो निर्धारित करता है कि दोनों माध्यमों को पृथक करने वाले अंतर्पृष्ठ पर कितना बंकन (झुकाव) हो गया है। प्रथम माध्यम में प्रकाश के वेग और दूसरे माध्यम में प्रकाश के वेग के अनुपात के द्वारा भी इसे व्यक्त किया जा सकता है।

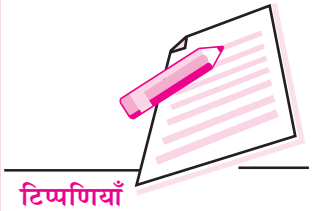
यथा,

$$\mu_{12} = \frac{c_1}{c_2}$$

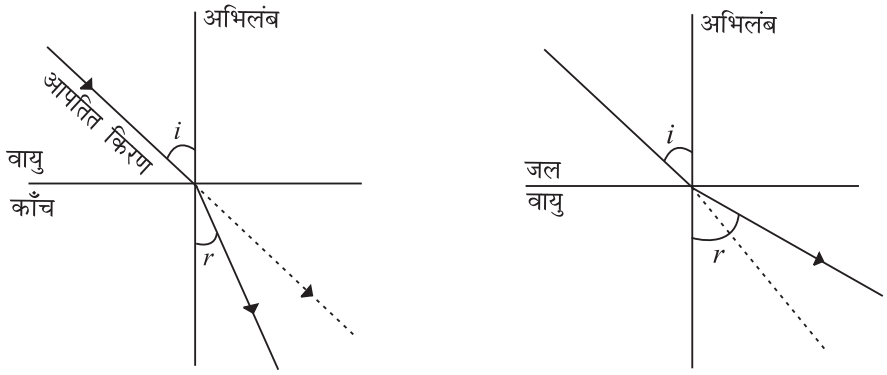
कुछ प्ररूपी पदार्थों के अपवर्तनांक सारणी 20.1 में दिए गए हैं। ध्यान रहे कि ये मान, वायु और निर्वात के संदर्भ में हैं। अधिक अपवर्तनांक वाला माध्यम प्रकाशत: सघन माध्यम है और जिस माध्यम का अपवर्तनांक कम होता है वह विरल माध्यम कहलाता है। अत: वायु की तुलना में जल सघन है परन्तु काँच की तुलना में जल विरल है। इसी प्रकार सामान्य काँच की तुलना में क्राउन काँच सघन है परन्तु फ्लिन्ट काँच की तुलना में क्राउन काँच विरल है।

सारणी 20.1: कुछ सामान्य पदार्थों के अपवर्तनांक

माध्यम	μ
निर्वात/वायु	1
जल	1.33
सामान्य काँच	1.50
क्राउन काँच	1.52
सघन फ्लिन्ट काँच	1.65
हीरा	2.42



यदि हम वायु से काँच जैसे माध्यम में अपवर्तन पर विचार करें जो वायु की तुलना में प्रकाशत: सघन है [चित्र 20.6 (a)], तो $\angle i$ की तुलना में $\angle r$ कम होगा [चित्र 20.6: (a)] अर्थात् वायु-काँच अंतर्पृष्ठ पर अपवर्तित किरण, अभिलंब से दूर मुड़ जाती है। उसके विपरीत यदि किरण, जल से वायु में प्रवेश करे तो, $\angle i$ की तुलना में $\angle r$ अधिक होगा।



चित्र 20.6: (a) वायु काँच अंतर्पृष्ठ पर अपवर्तन और (b) जल-वायु अंतर्पृष्ठ पर अपवर्तन

विलब्रोर्ड फान रॉयजन स्नेल
(1580 – 1626)

विलब्रोर्ड स्नेल का जन्म लीडेन में 1580 में हुआ था। बहुत कम आयु में उन्होंने गणित का अध्ययन प्रारंभ किया। उन्होंने लीडेन विश्वविद्यालय में प्रवेश किया और प्रारंभ में विधि (कानून) का अध्ययन किया। परन्तु शीघ्र ही उन्होंने अपना ध्यान गणित पर केन्द्रित किया और 20 वर्ष की आयु में विश्वविद्यालय में अध्यापन प्रारंभ किया। 1613 में वह अपने पिता के पद पर गणित के प्रोफेसर नियुक्त हुए।

उन्होंने गणित में महत्वपूर्ण कार्य किया जिसमें बहुभुज द्वारा π के सन्निकट मान के परिकलन की विधि भी सम्मिलित थी। 96 भुजा वाले बहुभुज के प्रयोग करने की उनकी विधि से सात अंकों तक π का सही मान प्राप्त हुआ जब कि चिरसम्मत विधि से π का सही मान 2 अंकों तक ही प्राप्त होता था। स्नेल ने कुछ पुस्तकें भी प्रकाशित की जिनमें धूमकेतु पर किया हुआ उसका कार्य भी शामिल है। यद्यपि विज्ञान में उनका सबसे बड़ा योगदान अपवर्तन नियमों की खोज है। हालांकि अपवर्तन पर किए हुए कार्य को वह प्रकाशित नहीं कर सके। इनके बारे में जानकारी उनकी मृत्यु के 77 वर्ष बाद सन् 1703 में प्राप्त हुई जब हाइगेन्स ने उनके परिणामों को ''डाइऑप्टिक्स'' में प्रकाशित किया।

20.3.1 प्रकाश की उत्क्रमणीयता

चित्र 20.6 (b) का पुन: अवलोकन कीजिए। इसमें उत्क्रमणीयता का सिद्धान्त दर्शाया गया है। ऐसा प्रतीत होता है कि मानों प्रकाश की किरण अपने पथ पर वापस आ रही है। सदैव यह

आवश्यक नहीं कि प्रकाश, वायु से सघन माध्यम में गमन करे। वास्तव में पारदर्शी माध्यमों का कोई भी संयोजन हो सकता है। मान लीजिए कि प्रकाश, जल-काँच पर अंतर्पृष्ठ पर आपतित है। तब स्नेल नियम को लागू करने पर;

$$\frac{\sin i_w}{\sin i_g} = \mu_{wg} \tag{20.6}$$

अब हम वायु-काँच और वायु-जल अंतर्पृष्ठ पर अलग-अलग विचार करते हैं। स्नेल नियम के अनुसार हम लिख सकते हैं,

$$\frac{\sin i_a}{\sin i_g} = \mu_{ag}$$

तथा

$$\frac{\sin i_a}{\sin i_w} = \mu_{aw}$$

इन दोंनों परिणामों को सयुक्त करने पर हम पाते हैं,

$$\mu_{ag} \sin i_g = \mu_{aw} \sin i_w \tag{20.7}$$

इसे पुनः इस प्रकार लिखा जा सकता है,

$$\frac{\sin i_w}{\sin i_g} = \frac{\mu_{ag}}{\mu_{aw}} \tag{20.8}$$

समीकरण (20.6) तथा समीकरण (20.8) की तुलना करने पर,

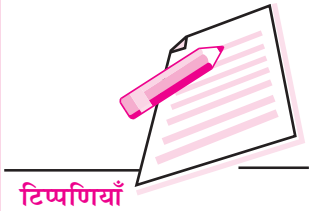
$$\mu_{wg} = \frac{\mu_{ag}}{\mu_{aw}} \tag{20.9}$$

यह परिणाम दर्शाता है कि जब प्रकाश जल से काँच में गमन करता है तो जल के सापेक्ष काँच के अपवर्तनांक को वायु के सापेक्ष काँच और जल के अपवर्तनांकों के पदों में व्यक्त किया जा सकता है।

उदाहरण 20.1: प्रकाश की कोई किरण जल-काँच अंतर्पृष्ठ पर 30° के कोण पर आपतित है। अपवर्तन कोण परिकलित कीजिए। दिया है, $\mu_{ag} = 1.5$, $\mu_{aw} = 1.3$

हल: समीकरण (20.8) से हम जानते हैं कि,

$$\frac{\sin i_w}{\sin i_g} = \frac{\mu_{ag}}{\mu_{aw}}$$



$$\frac{\sin 30^0}{\sin i_g} = \frac{1.5}{1.3}$$

अथवा
$$\sin i_g = \left(\frac{1.3}{1.5}\right) \times \frac{1}{2}$$
$$= 0.4446$$

अथवा
$$i_g = 25^o 41'$$

उदाहरण 20.2: जल में प्रकाश की चाल परिकलित कीजिए, यदि वायु के सापेक्ष जल का अपवर्तनांक 4/3 है। निर्वात में प्रकाश की चाल $= 3 \times 10^8\ ms^{-1}$ है।

हल: हम जानते हैं कि,

$$\mu = \frac{c}{v}$$

या
$$v = \frac{c}{\mu}$$
$$= \frac{(3\times10^8\, ms^{-1})}{4/3}$$
$$= \frac{3\times10^8 \times 3}{4}$$
$$= 2.25 \times 10^8\ ms^{-1}$$

उदाहरण 20.3: जल और काँच के अपवर्तनांक क्रमश: 1.52 तथा 1.33 है। जल के सापेक्ष, काँच का अपवर्तनांक परिकलित कीजिए।

हल: समीकरण (20.9) का प्रयोग कर हम लिख सकते हैं,

$$\mu_{wg} = \frac{\mu_{ag}}{\mu_{aw}} = \frac{1.52}{1.33} = 1.14$$

पाठगत प्रश्न 20.3

1. जब काँच की सिल्ली पर कोई प्रकाश पुंज अभिलंबत: आपतित होता है तो पार्श्विक विस्थापन क्या होगा?
2. जब $\angle i < \angle i_c$ तथा $\angle i > \angle i_c$ हों तो किसी अर्धवृत्ताकार काँच की सिल्ली के केन्द्र पर आपतित प्रकाश के पथ का अनुरेखण कीजिए।
3. पृथ्वी का वायुमंडल सूर्य और चन्द्रमा के आभासी आकार को किस प्रकार और क्यों परिवर्तित करता है जब वे क्षितिज के समीप होते हैं?
4. तारे क्यों टिमटिमाते हैं?

5. खाली पात्र की तुलना में जल से भरा पात्र क्यों उथला (कम गहरा) प्रतीत होता है? इसके लिए स्वच्छ किरण आरेख खींचिए।

6. जल के पृष्ठ पर 52° के कोण पर आपतित प्रकाश का अपवर्तन-कोण परिकलित कीजिए जबकि $\mu = 4/3$ है।

20.4 पूर्ण आंतरिक परावर्तन

क्रियाकलाप 20.1

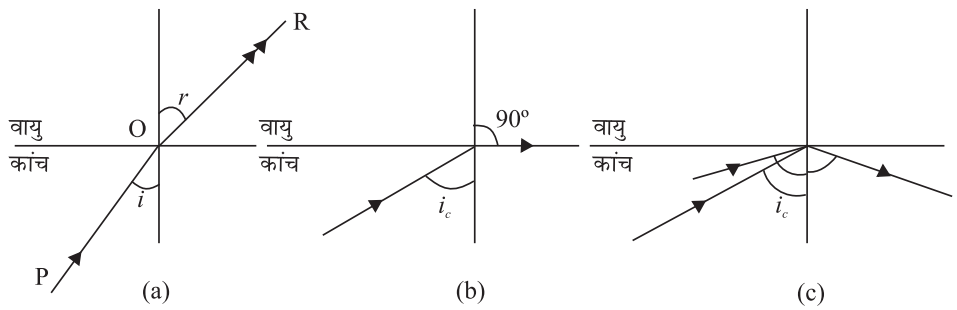
कोई छड़ लीजिए, उसे साइकल-ग्रीज से लेपित कर दीजिए और उसे जल में डुबो दीजिए अथवा एक पतली काँच की शीशी जेसे होम्योपैथिक दवा रखने की शीशी लीजिए और उसे जल में डुबोईए। आप देखेंगे कि छड़ अथवा शीशी लगभग चांदी की भांति चमकती है। क्या आप इसका कारण जानते हैं? यह विचित्र प्रभाव एक विशेष प्रकार के अपवर्तन के कारण है। हम जानते हैं कि जब कोई प्रकाश-किरण प्रकाशत: सघन माध्यम से प्रकाशत: विरल माध्यम अर्थात् काँच से वायु में अथवा जल से वायु में गमन करती है तो अपवर्तित किरण मुड़कर अभिलंब से दूर हो जाती है। इसका यह अर्थ हुआ कि आपतन कोण की तुलना में अपवर्तन कोण अधिक होता है। जब आपतन कोण बढ़ाया जाता है तो अपवर्तित किरण का क्या होता है? अपवर्तित किरण के झुकाव (बंकन) में भी वृद्धि हो जाती है। अपवर्तन कोण का अधिकतम मान 90° हो सकता है। **सघन माध्यम में आपतन कोण, जिसके लिए विरल माध्यम में (इस उदाहरण में वायु) अपवर्तन कोण 90° होता है, क्रांतिक कोण i_c कहलाता है।** तब अपवर्तित किरण दोनों माध्यमों को पृथक करने वाली परिसीमा के अनुदिश गमन करती है। यदि आपतन कोण, क्रांतिक कोण से अधिक हो तो आपतित किरण उसी माध्यम में वापस परावर्तित हो जाती है जैसा कि चित्र 20.7 (c) में दर्शाया गया है। इस प्रकार का परावर्तन **पूर्ण आंतरिक परावर्तन** कहलाता है और आपतित किरण पूर्ण आंतरिक परावर्तित कही जाएगी। पूर्ण आंतरिक परावर्तन होने के लिए निम्नलिखित दो प्रतिबंधों की संतुष्टि आवश्यक है:

- प्रकाश का प्रकाशत: सघन माध्यम से प्रकाशत: विरल माध्यम में गमन होना चाहिए।
- सघन माध्यम में आपतन कोण दोनों माध्यमों के क्रांतिक कोण से अधिक होना चाहिए।

क्रियाकलाप 20.1 में काँच की नली चांदी जैसी इस कारण प्रतीत होती है क्योंकि उसके पृष्ठ से कुल आंतरिक परावर्तन हो गया है।

स्नेल नियम का प्रयोग कर अपवर्तनांक के पदों में क्रांतिक कोण के लिए व्यंजक आसानी से प्राप्त किया जा सकता है। काँच-वायु अंतरापृष्ठ पर अपवर्तन के लिए हम लिख सकते हैं:

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \mu_{ga}$$



चित्र 20.7: (a) $i < i_c$, (b) $i = i_c$ (c) $i > i_c$ तथा
(c) I> i_c के लिए काँच से वायु में गमन के लिए प्रकाश कर अपवर्तन

$r = 90^o$ तथा $i = i_c$, रखने पर,

$$\frac{\sin i_c}{\sin 90^o} = \mu_{ga}$$

अथवा $$\sin i_c = \mu_{ga}$$

अत: $$\mu_{ag} = \frac{1}{\mu_{ga}} = \frac{1}{\sin i_c}$$

कुछ पदार्थों के क्रांतिक कोण सारणी 20.2 में दिए गए हैं।

उदाहरण 20.4: काँच का अपवर्तनांक 1.52 है। काँच-वायु अंतरापृष्ठ के लिए क्रांतिक-कोण परिकलित कीजिए।

हल: हम जानते हैं कि,

$$\mu = 1/\sin i_c$$

$$\sin i_c = 1/\mu = \frac{1}{1.52}$$

$\therefore$ $$i_c = 42^o$$

पारदर्शी पदार्थों में बहुत कुछ चमक पूर्ण आंतरिक परावर्तन के कारण होती है। अब आप समझ सकते हैं कि हीरें क्यों इतना चमकते हैं? क्योंकि उनके लिए क्रांतिक कोण पर्याप्त कम होता हैऔर क्रिस्टल में प्रवेश करने वाला अधिकांश प्रकाश का अन्तत: बाहर आने से पहले कई बार आंतरिक परावर्तन हो जाता है।

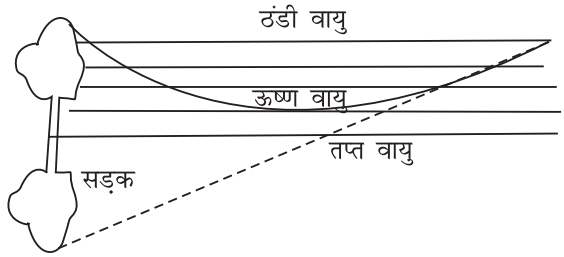
सामान्य परावर्तन में आपतित किरण की तुलना में परावर्तित किरण सदैव क्षीण होती है चाहे परावर्तनी पृष्ठ अति पॉलिश किया हुआ क्यों न हो। इसी कारण कुछ प्रकाश सदैव संचरित अथवा अवशोषित हो जाता है। परन्तु, पूर्ण आंतरिक परावर्तन की स्थिति में, पारदर्शी परिसीमा से शत प्रतिशत (100%) प्रकाश परावर्तित हो जाता है।

20.4.1 अपवर्तन और पूर्ण आंतरिक परावर्तन के अनुप्रयोग

जीवन की वास्तविक परिस्थितियों में इन परिघटनाओं के अनेक उदाहरण हैं। हम इनमें से कुछ पर विचार करेंगे।

(a) मरीचिका: मरीचिका एक प्रकार का प्रकाशिक भ्रम है जो तपती गर्मी के मौसम में रेगिस्तानों अथवा डामर युक्त सड़कों पर देखी जाती है। जैसा कि आपने देखा होगा इससे जल का भ्रम होता है जो वास्तव में वहाँ नहीं होता है।

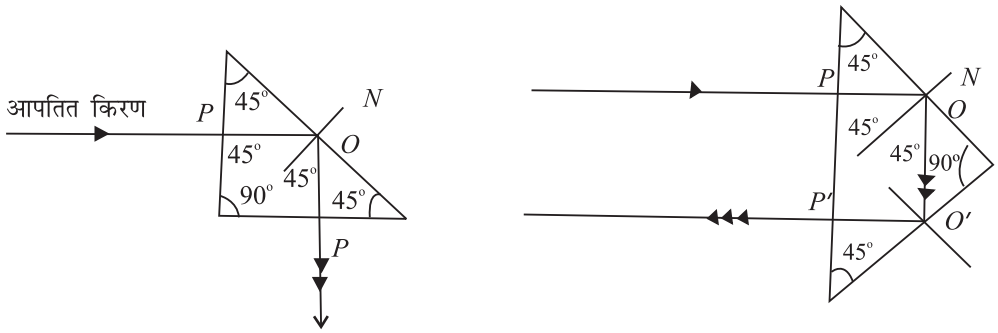
अत्यधिक गर्मी के कारण सड़क बहुत गर्म हो जाती है और इसके संपर्क की वायु भी गर्म हो जाती है। सड़क के ठीक ऊपर की परतों के घनत्व और अपवर्तनांक, अपेक्षाकृत ऊपरी ठंडी परतों की तुलना में कम होते हैं। चूंकि माध्यम में कोई सहसा परिवर्तन नहीं होता (देखिए चित्र 20.9) अत: किसी सुदूर बिंब जैसे कोई वृक्ष से आने वाली प्रकाश की किरण, जैसे-जैसे इन पर्तों से होकर गुजरती है उसमें अधिकाधिक झुकाव (बंकन) होता जाता है। जब यह किसी परत पर दो क्रमागत परतों के लिए क्रांतिक कोण से अधिक कोण पर गिरती है तो पूर्ण आंतरिक परावर्तन हो जाता है। इससे वृक्ष का उल्टा प्रतिबिंब प्राप्त होता है जिससे जल के कुंड का भ्रम होता है।



चित्र 20.8: मरीचिका का बनना

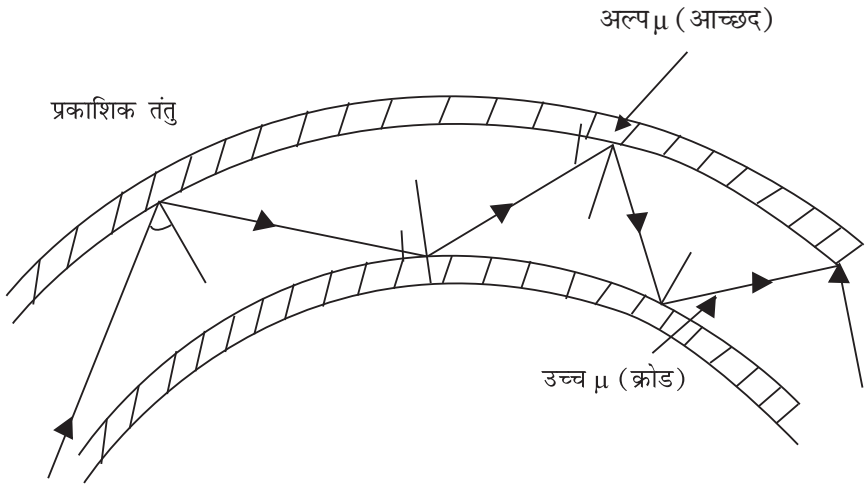
पूर्ण परावर्तक प्रिज्म: प्रकाश के परावर्तन के लिए समकोण युक्त समबाहु त्रिभुजाकार आधार का कोई प्रिज्म अथवा 90°, 45° तथा 45° कोण वाला पूर्ण परावर्तक प्रिज्म एक उपयोगी युक्ति है।

चित्र 20.9 (a) का अवलोकन करें। प्रिज्म की सममिति के कारण प्रकाश O पर 45° के कोण पर आपतित है जो काँच के क्रांतिक कोण 42° से अधिक है। परिणामस्वरूप प्रकाश का पूर्ण आंतरिक परावर्तन हो जाता है और वह 90° के कोण से विचलित हो जाता है।



चित्र 20.9: पूर्णत: परावत्रक प्रिज्म

आपतित किरण के अन्य फलक को चुनने पर किरण O तथा O' पर होने वाले दो क्रमागत पूर्ण आंतरिक परावर्तनों के कारण 180° द्वारा विचलित हो जाती है जैसा कि चित्र 20.9 (b) में दिखाया गया है।



चित्र 20.10: किसी प्रकाशिक तंतु में बहु परावर्तन

'प्रकाशिक तंतु' काँच या क्वार्ट्ज से निर्मित केशवत् संरचना होती हैं। इसकी आंतरिक क्रोड पर ऐसी सामग्री की पतली परत (आच्छद) चढ़ी होती है जिसका अपवर्तनांक किंचित कम होता है। उदाहरणस्वरूप क्रोड का अपवर्तनांक लगभग 1.7 तथा आच्छद का अपवर्तनांक 1. 5 होता है। इस व्यवस्था से पूर्ण आंतरिक परावर्तन सुनिश्चित हो जाता है। यदि आप पूर्ण आंतरिक परावर्तन के प्रतिबंधों का स्मरण करें तो यह बात आसानी से समझ सकते हैं।

जब तंतु के एक सिरे पर प्रकाश अल्प-कोण पर आपतित किया जाता है तो इसमें तंतु के अनुदिश (चित्र 20.10) कई बार पूर्ण आंतरिक परावर्तन हो जाते हैं। प्रकाश अन्ततः दूसरे सिरे पर तीव्रता में बिना किसी कमी के निर्गमित हो जाता है (बाहर निकल जाता है)। तंतु मुड़ा होने पर भी यह प्रक्रम अप्रभावित रहता है। आजकल प्रकाशिक तंतुओं का प्रचुरता से प्रयोग होता है। प्रकाशिक तंतुओं का प्रयोग करने वाले नम्य प्रकाश पाइप का प्रयोग, शरीर के अगम्य भागों यथा आमाशय तथा मूत्राशय आदि के लैपेरोस्कोपी परीक्षण में होता है। प्रकाशिक तंतुओं के अन्य चिकित्सीय अनुप्रयोग न्यूरोसर्जरी तथा श्वसनी के अध्ययन में किया जाताहै। चिकित्सीय अनुप्रयोगों के अतिरिक्त प्रकाशिक तंतुओं ने संचार में क्रांतिकारी परिवर्तन ला दिए हैं। प्रत्येक तंतु तीव्रता में बिना किसी अधिक परिवर्तन के 10,000 टेलीफोन संदेशों का दूर तक वहन कर सकता है। इसी कारण लाखों व्यक्ति प्रकाशिक तंतु जालक्रम (नेटवर्क) पर एक महाद्वीप से दूसरे महाद्वीप तक एक साथ बातचीत कर सकते हैं।

पाठगत प्रश्न 20.4

1. जब कोई किरण विरल माध्यम से सघन माध्यम में गमन करती है तो पूर्ण आंतरिक परावर्तन क्यों नहीं होता?

2. काँच का क्रांतिक कोण 40° है। यदि काँच के किसी टुकड़े को जल में डुबो दिया जाए तो क्या इस मान में कोई परिवर्तन होगा? कारण सहित उत्तर दीजिए।

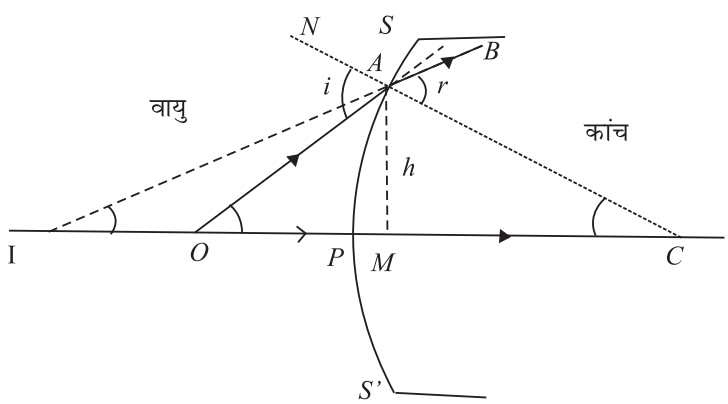
3. किरण आरेख द्वारा दर्शाइए कि (i) समतल दर्पण, और (ii) पूर्ण परावर्तक प्रिज्म का प्रयोग करके प्रकाश किरण किस प्रकार 90° के कोण से विचलित हो जाती है? दूसरे उदाहरण में प्रकाश की तीव्रता क्यों अधिक होती है?

4. पात्र में कोई द्रव 25 cm की गहराई पर है। ऊपर से देखने पर इसकी आभासी गहराई कितनी होगी, यदि द्रव का अपवर्तनांक 1.25 है। द्रव का क्रांतिक कोण कितना होगा?

20.5 गोलीय पृष्ठ पर अपवर्तन

हम कंचे, जलबूंद, काँच की शीशी जैसे गोलीय पृष्ठों के चारों ओर रखें बिंबों की प्रतिबिंब रचना का अध्ययन कर सकते हैं। गोलीय अपवर्तक पृष्ठोंसे दूरी के मापन में हम उसी चिह्न परिपाटी का प्रयोग करेंगे जो गोलीय दर्पणों के लिए लागू होती है। चित्र 20.11 को देखिए।

SPS' एक उत्तल अपवर्तक पृष्ठ है जो दो माध्यमों, वायु और काँच को पृथक करती है। C इसका वक्रता-केन्द्र है, P बिंदु SPS' पर लगभग सममितीयत: स्थित है। आप इसे ध्रुव कह सकते हैं। तब CP **मुख्य अक्ष** होगी। O एक बिंदु बिंब है। OA आपतित किरण और AB अपवर्तित किरण है। एक अन्य किरण OP पृष्ठ पर अभिलंबत: गिरती हैं और अपवर्तन के बाद अविचलित रहती है। PC और AB वास्तव में I से आती प्रतीत होती हैं। अत: O का आभासी प्रतिबिंब I है।

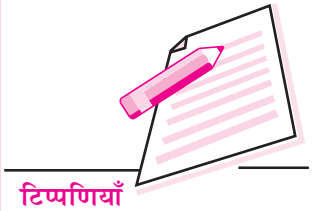


चित्र 20.11: गोलीय पृष्ठ पर अपवर्तन

यदि $\angle OAN = i$, आपतन कोण तथा $\angle CAB = r$, अपवर्तन कोण हैं तो समुचित चिह्न परिपाटी का प्रयोग कर हम लिख सकते हैं;

$$PO = -u\,;\, PI = -v\,;\, PC = +R$$

मान लीजिए α, β, तथा γ मुख्य अक्ष के साथ क्रमश: OA, IA तथा CA, द्वारा अंतरित कोण हैं और h मुख्य अक्ष पर A से खींचे गए अभिलंब की ऊँचाई है। अब ΔOCA तथा ΔICA में,



$$i = \alpha + \gamma \quad (i \text{ बाह्य कोण}) \tag{20.10}$$

और

$$r = \beta + \gamma \quad (r \text{ बाह्य कोण}) \tag{20.11}$$

स्नेल नियम के अनुसार,

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \mu$$

जब कि μ वायु के सापेक्ष काँच पृष्ठ का अपवर्तनांक है। अल्प द्वारक वाले पृष्ठ में, A के समीप P होगा और इस प्रकार i और r बहुत छोटे (अत्यल्प) ($\sin i \simeq i, \sin r \simeq r$) होंगे। अत: ऊपर के समीकरण से प्राप्त होता है;

$$i = \mu r \tag{20.12}$$

क्रमश: समीकरणों (20.10) और (20.11) से समीकरण (20.12) में i और r के मान प्रतिस्थापित करने पर हम पाते हैं:

$$\alpha + \gamma = \mu(\beta + \gamma)$$

या

$$\alpha - \mu\beta = \gamma(\mu - 1) \tag{20.13}$$

चूंकि α, β और γ अत्यल्प हैं हम $\tan\alpha \simeq \alpha$, $\tan\beta \simeq \beta$, और $\tan\gamma = \gamma$ मान सकते हैं। चित्र 20.11 के संदर्भ में हम इस प्रकार लिख सकते हैं:

$$\alpha \approx \tan\alpha = \frac{AM}{MO} = \frac{AP}{PO} = \frac{h}{-u} \quad (M, \text{ यदि } P \text{ के बहुत समीप है।})$$

$$\beta \approx \tan\beta = \frac{AM}{MI} = \frac{AM}{PI} = \frac{h}{-v}$$

तथा

$$\gamma \simeq \tan\gamma = \frac{AM}{MC} = \frac{AM}{PC} = \frac{h}{R}$$

समीकरण (20.13) में α, β और γ के मान प्रतिस्थापित करने पर हम पाते हैं:

$$\frac{h}{-u} - \frac{\mu h}{v} = (\mu - 1)\frac{h}{R}$$

अथवा

$$\frac{\mu}{v} - \frac{1}{u} = \frac{\mu - 1}{R} \tag{20.14}$$

यह महत्वपूर्ण संबंध, बिंब दूरी और प्रतिबिंब दूरी के साथ अपवर्तक पृष्ठ के अपवर्तनांक और वक्रता-त्रिज्या के मध्य सहसंबंध दर्शाता है।

20.5.1 लेन्सों से परावर्तन

लेन्स किसी पारदर्शी पदार्थ (सामान्यत: काँच) का एक पतला टुकड़ा होता है जिसमें दो पृष्ठ होते हैं जिनमें एक या दोनों पृष्ठ वक्रित (अधिकांश गोलीय) रहते हैं आप पिछली कक्षाओं

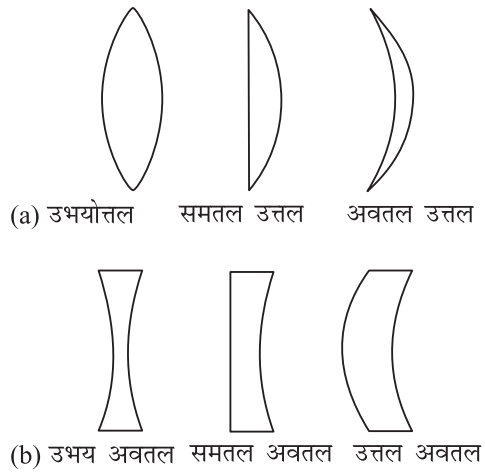
में पढ़ चुके हैं कि लेन्स मुख्यत: दो प्रकार के होते हैं अर्थात् उत्तल और अवतल लेन्स। इनमें से प्रत्येक तीन प्ररूपों में उपविभाजित रहता है जैसा कि चित्र 20.12 में दिखाया गया है। इस प्रकार समतल-उत्तल और समतल-अवतल लेन्स भी होते हैं।

आधारी नाम पद्धति

पतले लेंस: यदि लेन्स की मोटाई उसकी वक्रता-त्रिज्या की तुलना में नगण्य हो तो यह पतला लेन्स कहलायेगा। हम केवल पतले लेन्सों की ही चर्चा करेंगे। लेन्स के दोनों पृष्ठों के वक्रता केन्द्रों को मिलाने वाली रेखा **मुख्य अक्ष** कहलाती है।

मुख्य अक्ष पर स्थित लेन्स के केन्द्र पर बिंदु **प्रकाशिक केन्द्र** कहलाता है। प्रकाशिक केन्द्र से होकर जाने वाली किरणें विचलित नहीं होती।

मुख्य फोकस वह बिंदु है जिस पर मुख्य अक्ष के समांतर और समीप की किरणें अभिसारित या अपसरित होती प्रतीत होती हैं। यह F द्वारा व्यक्त किया जाता है (चित्र 20.13) है।

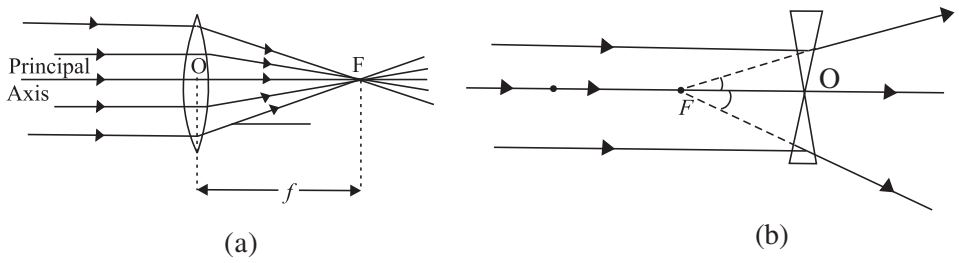


चित्र 20.12: लेंसों के प्रारूप

लेन्स से होकर प्रकाश की किरणें किसी भी दिशा में गमन कर सकती हैं। अत: प्रत्येक लेन्स के दो मुख्य फोकस होते हैं और लेन्स के दोनों ओर एक-एक फोकस होता है।

प्रकाशिक केन्द्र और मुख्य फोकस के मध्य दूरी **फोकस दूरी** कहलाती हैं। चित्र 20.13 में OF फोकस दूरी (f) है। चिह्न परिपाटी के अनुसार उत्तल लेन्स के लिए OF धनात्मक और अवतल लेन्स के लिए OF ऋणात्मक होता है।

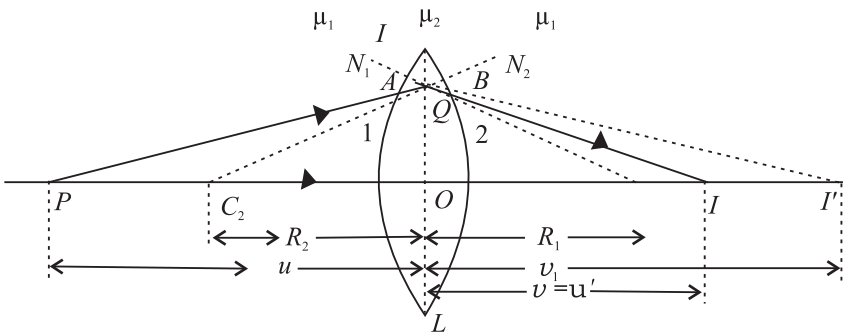
मुख्य अक्ष के अभिलंब और फोकस होकर गुजरने वाला समतल, **फोकस समतल** कहलाता है।



चित्र 23.13: (a) उत्तल, और (b) अवतल लेन्सों के फोकस

20.5.2 लेन्स निर्माता सूत्र और आवर्धन

अब आप अनुमान लगा सकते हैं कि फोकस दूरी का, वक्रता त्रिज्या और लेन्स के पदार्थ के अपवर्तनांक के साथ संबंध होना चाहिए। मान लीजिए कोई पतला उत्तल लेन्स L, प्रकाशिक बैंच पर स्थित (चित्र 20.14) है। वायु के सापेक्ष लेन्स की सामग्री का अपवर्तनांक μ और दोनों पृष्ठों की वक्रता त्रिज्याएं क्रमशः R_1 और R_2 हैं। मान लीजिए कि मुख्य अक्ष पर कोई बिंदुबिंब P स्थित है। वक्र पृष्ठों 1 और 2 के वक्रता केन्द्र क्रमशः C_1 और C_2 हैं।



चित्र 20.14: किसी बिंदु बिंब का पतले उभयोत्तल लेन्स द्वारा रचित बिंदु प्रतिबिंब

P से कोई किरण पृष्ठ 1 से A पर टकराती है। पृष्ठ 1 के बिंदु A पर अभिलंब $C_1 N_1$ है। किरण PA विरल माध्यम (वायु) से सघन माध्यम (काँच) में जाने पर अभिलंब की ओर मुड़ती है और AB दिशा में गमन करती है। **पृष्ठ 2 की अनुपस्थिति** में किरण AB मुख्य अक्ष C_2C_1 से बिंदु I' पर मिलेगी। इसी प्रकार P से दूसरी किरण प्रकाशिक केन्द्र O से होकर बिन्दु I' से गुजरती है। इस प्रकार बिंब P का आभासी प्रतिबिंब I' है।

तब बिंब दूरी $OP = u$ और प्रतिबिंब दूरी $OI' = \upsilon_1$ (मान लीजिए) होंगी। समीकरण (20.14) का प्रयोग कर हम लिख सकते हैं:

$$\frac{\mu}{\upsilon_1} - \frac{1}{u} = \frac{\mu - 1}{R_1} \qquad (20.15)$$

लेन्स के दूसरे पृष्ठ 2 की उपस्थिति से किरण AB, पृष्ठ से B पर टकराती है। बिंदु B पर C_2N_2 अभिलंब है। चूंकि किरण AB, सघन माध्यम (काँच) से विरल माध्यम (वायु) में गमन कर रही है। अतः यह अभिलंब C_2N_2 से दूर हटकर मुड़ती हुई दिशा BI में जाती है और I पर P से दूसरी किरण से मिलती है। इस प्रकार I, लेन्स द्वारा बिंब P का प्रतिबिंब है। इसका यह अर्थ हुआ कि प्रतिबिंब दूरी $OI = \upsilon$ है।

बिंदु-बिंब O पर विचार करने पर, इसका आभासी प्रतिबिंब I' (पृष्ठ 1 के कारण) और अंतिम प्रतिबंब I, है। लेन्स के पृष्ठ 2 के लिए आभासी बिंब I' है और I अंतिम प्रतिबंब है। तब बिंब दूरी $OI' = u' = \upsilon_1$ और प्रतिबिंब दूरी $OI = \upsilon$ होगी।

समीकरण (20.12) को लागू करने पर और यह मानते हुए कि किरण AB **काँच से वायु** में गमन कर रही है, हम पाते हैं:

$$\frac{(1/\mu)}{v}+\frac{1}{v_1} = \frac{(1/\mu)-1}{R_2}$$

अथवा
$$\frac{1}{\mu v}-\frac{1}{v_1} = \frac{1-\mu}{\mu R_2}$$

दोनों ओर μ से गुणा करने पर,

$$\frac{1}{v}-\frac{\mu}{v_1} = \frac{\mu-1}{R_2} \qquad (20.16)$$

समीकरण (20.15) और समीकरण (20.16) को जोड़ने पर,

$$\frac{1}{v}-\frac{1}{u} = (\mu-1)\ \frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2} \qquad (20.17)$$

यदि $u=\infty$ अर्थात् बिंब अनंत पर हो तो आगमी (उससे आनेवाली) किरणें समांतर होंगी और अपवर्तन के बाद; फोकस ($v=f$) पर अभिसारित होंगी। तब समीकरण (20.17) इस प्रकार हो जाता है:

$$\frac{1}{f} = (\mu-1)\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right) \qquad (20.18)$$

यह लेन्स निर्माता सूत्र कहलाता है।

समीकरण (20.17) और (20.18) से हम यह निष्कर्ष निकालते हैं कि;

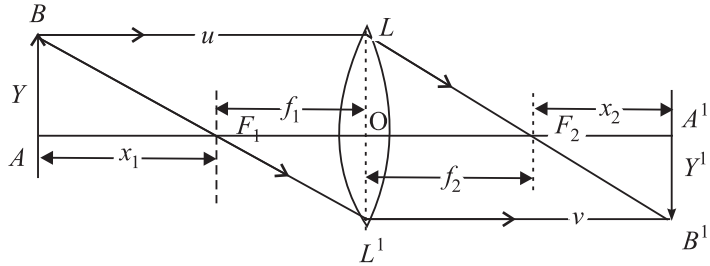
- किसी लेन्स की फोकस दूरी, गोलीय पृष्ठों की वक्रता त्रिज्याओं पर निर्भर करती हैं। अधिक वक्रता त्रिज्या वाले लेन्स की फोकस दूरी अधिक होगी।
- यदि लेन्सों के पदार्थ का अपवर्तनांक अधिक है तो लेन्स की फोकस दूरी कम होगी।

यदि लेन्स को जल या अन्य किसी अन्य पारदर्शी माध्यम में डुबा दिया जाए तो μ के मान में परिवर्तन हो जाता है और आप स्वयं ज्ञात कर सकते हैं कि फोकस दूरी में वृद्धि हो जाती हैं। यदि माध्यम का घनत्व, लेन्स की सामग्री के घनत्व से अधिक है जैसे कार्बन डाइसल्फाइड तो किरणें अपसरित तक हो सकती है।

20.5.3 न्यूटन का सूत्र

चित्र 20.5.3 में उत्तल लेन्स F_1 द्वारा बिंब AB का $A'B'$ पर निर्मित प्रतिबिम्ब दर्शाया गया है। यहाँ F_1 एवं F_2 क्रमशः लेन्स के प्रथम एवं द्वितीय फोकस हैं।

यदि हम बिम्ब एवं प्रतिबिम्ब की दूरियाँ क्रमशः प्रथम एवं द्वितीय फोकस से मापें और ये x_1 एवं x_2 हों तो –



चित्र 20.5.3

चित्र से, समरूप त्रिभुजों ABF_1 एवं $OL'F_1$ में

$$\frac{-y'}{y} = \frac{-f_1}{-x_1}$$

तथा समरूप त्रिभुजों OLF_2 एवं $A'B'F_2$ में

$$\frac{-y'}{y} = \frac{x_2}{f_2}$$

इन दो समीकरणों की तुलना से हमें प्राप्त होता है:

$$x_1 x_2 = f_1 f_2$$

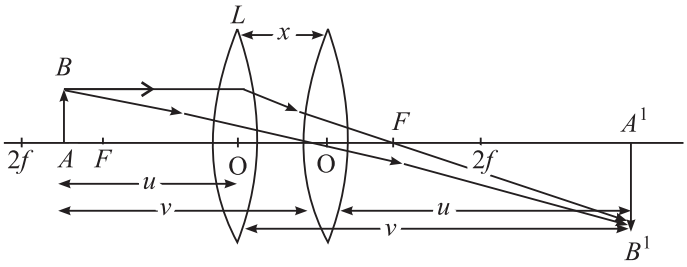
यदि $\quad f_1 \equiv f_2 \approx f$ (ले लें) तो $x_1 x_2 = +f^2$

अथवा $\quad f = \sqrt{x_1 x_2}$

यह संबंध न्यूटन का सूत्र कहलाता है और इसका उपयोग करके हम उत्तल लेन्स की फोकस दूरी सुविधापूर्वक माप सकते हैं।

20.5.4 प्रतिबिम्बों (संयुग्मी बिन्दुओं) की स्थिति ज्ञात करने की विस्थापन विधि

चित्र 20.5.4 में $A'B'$ लेन्स L द्वारा बना बिंब AB का प्रतिबिम्ब है। $OA = u$ तथा $OA' = v$.



चित्र 20.5.4

प्रकाश किरणों की उत्क्रमणीयता का नियम हमें बताता है कि यदि हम लेन्स को दाहिनी ओर इतना विस्थापित करें कि $AO = v$ हो तो फिर से प्रतिबिम्ब उस ही स्थान पर बनेगा, जहाँ पहले बना था।

अत:
$$AA' = D = u + v \quad ...(i)$$

और लेन्स की दो स्थितियों के बीच दूरी

$$OO' = x = (v - u) \quad ...(ii)$$

समी. (i) एवं (ii) को जोड़ने पर, हमें मिलता है

$$v = \frac{x+D}{2}$$

तथा समी. (i) में से समी. (ii) को घटाने पर, हम पाते हैं:

$$u = \frac{D-x}{2}$$

लेन्स सूत्र में इन मानों को प्रतिस्थापित करने पर हम पाते हैं:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{v} - \frac{1}{(-u)}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{2}{x+D} + \frac{2}{D-x} = \frac{2}{D+x} + \frac{2}{D-x}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{2(D-x+D+x)}{D^2 - x^2}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{4D}{D^2 - x^2}$$

अथवा
$$f = \frac{D^2 - x^2}{4D}$$

अत: बिम्ब और पर्दे की स्थिति नियत रखते हुए, हम लेन्स की दो स्थितियों के संगत, पर्दे पर बिम्ब का स्पष्ट, चमकदार प्रतिबिम्ब प्राप्त कर सकते हैं। यह भी लेंस की फोकस दूरी f ज्ञात करने की एक सुविधाजनक विधि है।

20.6 लेन्सों द्वारा प्रतिबिंबों का बनना

लेन्सों द्वारा प्रतिबिंबों के बनने में किरणों के निम्नलिखित गुणधर्मों का प्रयोग किया जाता है:

- लेन्स के प्रकाशिक केन्द्र से होकर गुजरने वाली किरण अविचलित रहती है।

- मुख्य अक्ष के समान्तर कोई आपाती किरण अपवर्तन के बाद मुख्य फोकस से होकर गुजरती है।
- F या F' से होकर गुजरने वाली किरण अपवर्तन के बाद, मुख्य अक्ष के समान्तर हो जाती है।

  किरण आरेखों को खींचने के लिए, इन किरणों में से किन्हीं दो किरणों का प्रयोग किया जा सकता है।

लेन्स सूत्र $\frac{1}{f} = \frac{1}{v} - \frac{1}{u}$ से पता चलता है कि प्रतिबिंब दूरी (v) वस्तुत: बिंब दूरी (u) और लेन्स की फोकस दूरी (f) पर निर्भर करती है।

किसी लेन्स का अभिवर्धन, लेन्स द्वारा निर्मित प्रतिबिंब की ऊँचाई और बिंब की ऊँचाई के अनुपात द्वारा परिभाषित किया जाता है और इसे m द्वारा व्यक्त करते हैं:

$$m = \frac{I}{O} = \frac{v}{u}$$

जबकि I प्रतिबिंब की ऊँचाई और O बिंब की ऊँचाई हैं।

उदाहरण: 20.5: किसी उभयोत्तल लेंस की वक्रता त्रिज्याएं क्रमश: 15cm तथा 30 cm हैं। इसकी फोकस दूरी परिकलित कीजिए। 1.65 अपवर्तनांक वाले द्रव में डुबाने पर इसकी फोकस दूरी भी परिकलित कीजिए। काँच के लिए μ का मान 1.5 है।

$$\frac{1}{f} = (\mu - 1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$

हल: यहाँ $R_1 = +15\text{cm}$, तथा $R_2 = -30\text{cm}$ है। इन मानों को प्रतिस्थापित करने पर हम पाते हैं,

$$\frac{1}{f} = (1.5 - 1)\ \frac{1}{15} - \frac{1}{-30}$$

$$\Rightarrow \qquad f = 20\text{ cm}$$

जब लेन्स को द्रव में डुबोया जाता है तो μ के स्थान पर $\mu_{\ell g}$ का प्रयोग किया जाएगा;

$$\mu_{\ell g} = \frac{\mu_{ag}}{\mu_{al}}$$

$$= \frac{1.5}{1.65} = \frac{10}{11}$$

अत:

$$\frac{1}{f_l} = (\mu_{\ell g} - 1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$

$$= \frac{10}{11} - 1 \quad \frac{1}{15} - \frac{1}{-30}$$

$$= -\frac{1}{110}$$

$$\therefore \qquad f = -110\text{cm}$$

चूंकि f ऋणात्मक है अत: लेन्स वास्तव में अवतल लेन्स की तरह व्यवहार करता है।

20.7 लेन्स की क्षमता

लेन्स का एक व्यावहारिक अनुप्रयोग दृष्टि-दोषों को सुधारने में किया जाता है। हो सकता है आप स्वयं चश्में का प्रयोग कर रहे हो अथवा आपने अपने साथियों, माता-पिता अथवा अन्य लोगों को चश्में का प्रयोग करते देखा होगा। जब उनसे लेन्स की क्षमता के बारे में पूछा जाता है तो वे केवल कोई धन या ऋण संख्या बताते हैं। यह संख्या क्या दर्शाती है? यह संख्या लेन्स की डाइऑप्टर में व्यक्त क्षमता है। लेन्स की क्षमता, मीटर में फोकस दूरी के व्युत्क्रम के द्वारा परिभाषित की जाती है:

$$P = \frac{1}{f}$$

लेन्स की क्षमता का SI मात्रक m^{-1} है। डाइऑप्टर मात्र एक व्यावसायिक मात्रक है जिसका चश्मा निर्माता सामान्यत: प्रयोग करते हैं। उत्तल लेन्स की क्षमता धनात्मक और अवतल लेन्स की क्षमता ऋणात्मक होती है। ध्यान रहे कि अधिक क्षमता का होना अल्प फोकस दूरी दर्शाता है। लेन्स निर्माता सूत्र का प्रयोग करने पर हम लेन्स की क्षमता और उसकी वक्रता-त्रिज्या में संबंध स्थापित कर सकते हैं:

$$\frac{1}{f} = (\mu - 1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$

अथवा

$$P = (\mu - 1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$

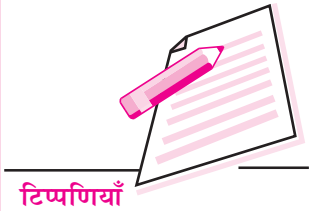
उदाहरण 20.5: ऐसे उभयोत्तल लेन्स की वक्रता त्रिज्या परिकलित कीजिए जिसकी दोनों परतों की त्रिज्याएं समान हैं और जो काँच ($\mu = 1.54$) से निर्मित है ताकि +2.75 डाइऑप्टर की क्षमता प्राप्त हो।

हल:

$$P = (\mu - 1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$

$$P = +2.75 \text{ dioptre}$$

$$\mu = 1.54$$



$$R_1 = R$$

तथा $$R_2 = -R$$

लेन्स निर्माता सूत्र में दिए हुए मानों को प्रतिस्थापित करने करने पर हम पाते हैं:

$$2.75 = (0.54)\ \frac{2}{R}$$

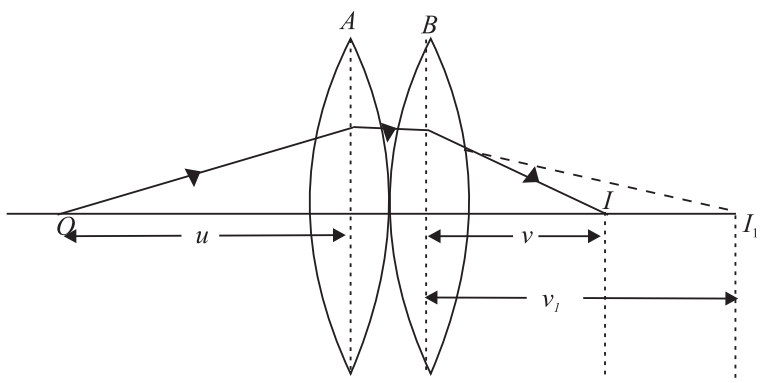
$$R = \frac{0.54 \times 2}{2.75}$$

$$= 0.39 \text{ m}$$

$$= 39 \text{ cm}$$

20.8 लेन्सों का संयोजन

चित्र 20.15 का अवलोकन कीजिए। क्रमशः f_1 और f_2 फोकस दूरियों के दो पतले उत्तल लेन्स परस्पर संपर्क में हैं। इन लेन्सों की उभयनिष्ठ अक्ष पर एक बिंदु बिंब रखा गया है।



चित्र 20.15: संपर्क में रखे दो पतले उत्तल लेन्स

आप देखते हैं कि लेन्स A बिंदु O का I_1 पर प्रतिबिंब बनाता है। यह प्रतिबिंब लेन्स B के लिए आभासी बिंब का कार्य करता है और इस प्रकार अन्तिम प्रतिबिंब I पर बनता है। यदि लेन्स A के लिए बिंब दूरी u तथा प्रतिबिंब दूरी v_1 हों तो लेन्स सूत्र का प्रयोग करने पर हम लिख सकते हैं;

$$\frac{1}{v_1} - \frac{1}{u} = \frac{1}{f_1} \qquad (20.19)$$

यदि लेन्स B के लिए अंतिम प्रतिबिंब दूरी v हो तो,

$$\frac{1}{v} - \frac{1}{v_1} = \frac{1}{f_2} \qquad (20.20)$$

ध्यान रहे कि उपर्युक्त व्यंजक को लिखने में हमने पतले लेन्स B के लिए v_1 को बिंब दूरी माना है।

समीकरण (20.19) और समीकरण (20.20) को जोड़ने पर हम पाते हैं;

$$\frac{1}{v} - \frac{1}{u} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} \qquad (20.21)$$

यदि इस लेन्स-संयोजन के स्थान पर F फोकस दूरी वाले ऐसे एकल लेन्स का प्रयोग किया जाए कि वह O का प्रतिबिंब 1 की उसी स्थिति पर बनाए तो यह लेन्स, दोनों लेन्सों के तुल्य कहा जाएगा। इसे संयोजन का **तुल्य लेन्स** भी कह सकते हैं। तुल्य लेन्स के लिए हम लिख सकते हैं;

$$\frac{1}{v} - \frac{1}{u} = \frac{1}{F} \qquad (20.22)$$

जबकि,

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}. \qquad (20.23)$$

यदि P तुल्य लेन्स की क्षमता और P_1 और P_2 क्रमशः अलग-अलग लेन्सों की क्षमताएँ लें तो,

$$P = P_1 + P_2 \qquad (20.24)$$

ध्यान रहे कि समीकरण (20.23) तथा (20.24) यह मानते हुए व्युत्पन्न किए गए हैं कि दो पतले उत्तल लेन्स संपर्क में हैं। ये समीकरण संपर्क में स्थित दो पतले लेन्सों के सभी संयोजनों के लिए मान्य हैं। (ये पतले लेन्स दोनों उत्तल अथवा अवतल एक उत्तल और दूसरा अवतल हो सकता हैं।

उदाहरण: 20.7: 20 cm और 40 cm फोकस दूरियों के दो पतले उत्तल लेन्स परस्पर संपर्क में हैं। तुल्य लेंस की फोकस दूरी और क्षमता परिकलित कीजिए।

हल: संयोजन की फोकस दूरी के लिए सूत्र $\frac{1}{F} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}$ है,

अर्थात्
$$\frac{1}{F} = \frac{1}{20} + \frac{1}{40}$$
$$= \frac{3}{40}$$

अथवा
$$F = \frac{40}{3} = 13.3\text{cm} = 0.133\text{m}$$

तुल्य लेन्स की क्षमता,

$$P = \frac{1}{F} = \frac{1}{0.133} = +7.5 \text{ डाइऑप्टर}$$

पाठगत प्रश्न 20.5

1. किसी लेन्स की फोकस दूरी किन कारकों पर निर्भर करती है?
2. विभिन्न वक्रता त्रिज्याओं वाले लेन्स का प्रयोग उसकी अक्ष पर स्थित बिंब का प्रतिबिंब बनाने में किया गया है। यदि बिंब के सम्मुख लेंस के फलक (पृष्ठ) को उलट दिया जाए तो क्या प्रतिबिंब की स्थिति में परिवर्तन होगा?
3. किसी सम उभयोत्तल लेन्स के पदार्थ का अपवर्तनांक 1.5 है। सिद्ध कीजिए कि इसकी फोकस दूरी, वक्रता त्रिज्या के बराबर होगी।
4. जल के अंदर बना वायु का बुलबुला किस प्रकार का लेन्स होता है?
5. लेन्स को जब किसी पारदर्शी द्रव में डुबोया जाता है तो वह अदृश्य हो जाता है। ऐसा क्यों?
6. यदि दो पृष्ठों की वक्रता त्रिज्याएं क्रमशः + 20 cm तथा –25cm हों तो लेन्स की फोकस दूरी और लेन्स की क्षमता परिकलित कीजिए। ($\mu = 1.5$).
7. क्या संपर्क में स्थित दो लेन्सों से शून्य क्षमता संभव है?
8. 40 cm फोकस दूरी का एक उत्तल लेन्स, 20 cm की फोकस दूरी के अवतल लेन्स के साथ संपर्क में है। इस संयोजन की फोकस दूरी और क्षमता परिकलित कीजिए।

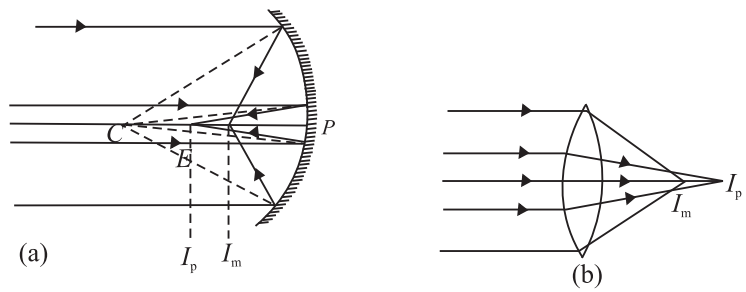
प्रतिबिंब की रचना में दोष

लेन्सों और दर्पणों का हमारे दैनिक जीवन में प्रचुरता से प्रयोग होता है। यह देखा गया है कि इनसे बिंदु का बिंदु प्रतिबिंब प्राप्त नहीं होता। यह बात सूर्य के सामने किसी लेन्स को रखकर और कागज पर उसवे बनने वाले प्रतिबिंब से देखी जा सकती है। आप देखेंगे कि दोनों बिल्कुल सदृश नहीं है। दर्पणों से भी पूर्ण प्रतिबिंब प्राप्त नहीं होता। प्रतिबिंबों की रचना में उत्पन्न दोष विपथन (aberration) कहलाते हैं। विपथन (i) प्रयुक्त लेन्स अथवा दर्पण की गुणता और (ii) प्रयुक्त प्रकाश के प्रारूप (प्रकार) पर निर्भर करते हैं।

लेन्सों और दर्पणों में देखे गए दो मुख्य विपथन (i) गोलीय विपथन तथा (ii) वर्ण विपथन हैं। इन विपथनों के कारण कैमरा, दूरबीन ओर सूक्ष्मदर्शी आदि से निर्मित प्रतिबिंबों में गंभीर दोष उत्पन्न होते हैं।

गोलीय विपथन

ये प्रतिबिंब रचना में एकवर्णी दोष हैं जो अपवर्तक अथवा परावर्तक पृष्ठों की गोलीयता के कारण उत्पन्न होते हैं। उपाक्षीय किरणें तथा उपांत किरणें विभिन्न बिंदुओं क्रमशः I_p और I_m पर प्रतिबिंब का निर्माण करती है (चित्र 20.16)।



चित्र 20.16: उपाक्षीय किरणों तथा उपांत किरणों द्वारा निर्मित क्रमशः प्रतिबिंबों I_p तथा I_m में (a) दर्पण और (b) लेन्स से उत्पन्न गोलीय विपथन

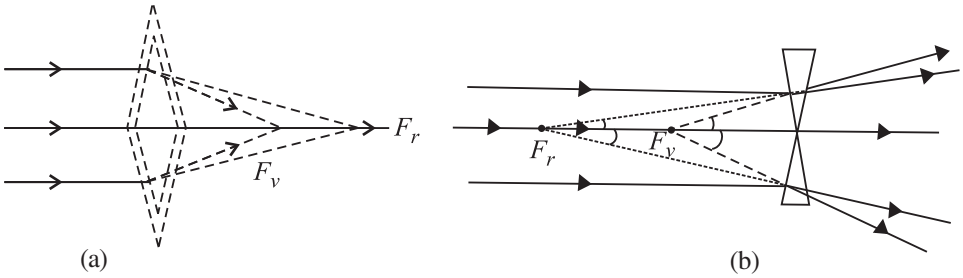
दर्पणों और लेन्सों दोनों में पृष्ठ पर केवल उपाक्षीय किरणों को आपतित कर गोलीय विपथन में कमी की जा सकती है। ''रोक'' (स्टाप) का प्रयोग कर ऐसा किया जाता है। अथवा उपाक्षीय किरणों को अलग करने के लिए केन्द्रिय भाग को ढक दिया जाता है। इस प्रकार केवल उपांत किरणें ही प्रतिबिंब बना पाती है। ''रोक'' (स्टाप) के प्रयोग से हालांकि प्रतिबिंब की द्युति (चमक) में कमी आ जाती है।

दीर्घवृत्तीय अथवा परवलयिक दर्पणों का प्रयोग कहीं अधिक अच्छी विधि है।

लेन्सों में गोलीय विपथन कम करने की अन्य विधियाँ हैं: समतल उत्तल लेन्स का प्रयोग अथवा उत्तल तथा अवतल लेन्स के समुचित संयोजन का प्रयोग।

लेन्सों में वर्ण विपथन

किसी उत्तल लेन्स को ऐसे दो अल्पकोणीय प्रिज्म के तुल्य मापा जा सकता है जिनके आधार एक दूसरे के ऊपर है और अवतल लेन्स ऐसे दो प्रिज्मों के तुल्य होता है जिनके शीर्ष एक दूसरे के ऊपर है। इस प्रकार किसी लेन्स पर आपतित बहुवर्णिक किरण पुंज **परिक्षेपित** हो जाएगा। समातर किरण पुंज विभिन्न रंगीन फोकसों पर फोकसित होगा। गोलीय लेन्सों द्वारा निर्मित प्रतिबिंब का यह दोष **वर्ण विपथन के कारण उत्पन्न होता है (चित्र 20.17)**। स्पष्ट है कि लाल रंग लेन्स से दूर और नीला रंग लेन्स के समीप फोकसित होगा। (अवतल लेन्स में लाल और नीले रंग का फोकसन भी उसी प्रकार परन्तु दूसरे पार्श्व पर होता है।



चित्र 20.17: वर्ण विपथन

इस दोष को दूर करने के लिए हम उपयुक्त पदार्थ के और उपयुक्त फोकस दूरी के अभिसारी लेन्स को उपयुक्त पदार्थ के और उपयुक्त फोकस दूरी के अपसारी लेन्स के साथ संयोजित करते हैं। ऐसा लेन्स संयोजन **अवर्णक लेन्स युग्म** कहलाता है। अवतल लेन्स की फोकस दूरी निम्नलिखित के द्वारा व्यक्त अवर्णकता के लिए आवश्यक प्रतिबंध द्वारा ज्ञात की जा सकती है:

$$\frac{\omega_1}{f_1} + \frac{\omega_2}{f_2} = 0$$

जहाँ ω_1 तथा ω_2 दिए गए लेन्सों की परिक्षेपण क्षमताएं हैं।

आपने क्या सीखा

- वास्तविक प्रतिबिंब तब ही बनता है जब परावर्तित किरणें परावर्तन के बाद वास्तव में प्रतिच्छेदन करती हैं (मिलती हैं)। इन्हें परदे पर प्रक्षेपित किया जा सकता है।
- फोकस दूरी, वक्रता त्रिज्या की आधी होती है।

$$f = \frac{R}{2}$$

- बिंब दूरी और प्रतिबिंब दूरी का आवर्धन के साथ निम्नलिखित संबंध है:

$$m = \frac{v}{u}$$

- प्रकाश के अपवर्तन से प्रकाश की चाल में परिवर्तन होता है जब यह एक माध्यम से दूसरे माध्यम में गमन करता है। इससे प्रकाश की किरणें अभिलंब की ओर या अभिलंब से दूर मुड़ जाती हैं।
- अपवर्तनांक μ, दो माध्यमों के अंतरापृष्ठ पर प्रकाश के झुकने या मुड़ने (बंकन) की मात्रा निर्धारित करता है।
- स्नेल नियम को गणितीय रूप में इस प्रकार व्यक्त किया जा सकता है:

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \mu_{12}$$

जबकि i माध्यम 1 में आपतन कोण और r माध्यम 2 में अपवर्तन कोण हैं।

- पूर्ण आंतरिक परावर्तन, अपवर्तन का एक विशेष उदाहरण है जिसमें सघन माध्यम से विरल माध्यम में गमन करते समय प्रकाश, क्रांतिक कोण से अधिक कोण पर आपतित होता है: क्रांतिक कोण तथा अपवर्तनांक में निम्नलिखित सम्बंध है।

$$\mu = \frac{1}{\sin i_C}$$

- दो गोलीय पृष्ठों अथवा एक गोलीय पृष्ठ और एक समतल पृष्ठ द्वारा परिवद्ध कोई पारदर्शी माध्यम, लेन्स कहलाता है।

- लेन्सों से बने प्रतिबिंब, उनकी फोकस दूरी और उनसे बिंब की दूरी पर निर्भर करते हैं।
- उत्तल लेन्स अभिसारी और अवतल लेन्स अपसारी होते हैं।
- $$\frac{1}{f} = (\mu - 1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$

  $$m = \frac{v}{u}$$

  तथा $$\frac{1}{f} = \frac{1}{v} - \frac{1}{u}$$

  फोकस दूरी (f), अपवर्तनांक (μ), वक्रता त्रिज्याएं (R_1, R_2), बिंब दूरी (u) तथा प्रतिबिंब दूरी (v) के मध्य ये सरल संबंध हैं।
- किसी लेन्स की फोकस दूरी ज्ञात करने के लिए न्यूटन के सूत्र का उपयोग किया जा सकता है।
- विस्थापन विधि किसी लेन्स की फोकस दूरी ज्ञात करने की एक अत्यन्त सुविधाजनक विधि है।
- लेन्स की क्षमता व्यक्त करती है कि वह कितना अपसारी अथवा अभिसारी है;

  $$P = \frac{1}{f}$$

  क्षमता को डाइऑप्टर (अथवा SI मात्रक में m^{-1}) में व्यक्त किया जाता है।
- जब f_1 और f_2 फोकस दूरी के दो लेन्सों को संपर्क में रखा जाता है तो तुल्य लेन्स की फोकस दूरी निम्नलिखित संबंध के द्वारा व्यक्त की जाती है:

  $$\frac{1}{F} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}$$

पाठान्त प्रश्न

1. अवतल और उत्तल लेन्सों के उपयोगों को सूचीबद्ध कीजिए।
2. जब अवतल दर्पण तथा उत्तल दर्पण में बिंब (i) अनंत पर (ii) $2f$ पर तथा (iii) f पर हों तो निर्मित प्रतिबिंब की प्रकृति तथा स्थिति कैसी होगी?
3. उन कारकों को सूचीबद्ध कीजिए जिन पर किसी आपतित किरण का पार्श्विक-विस्थापन निर्भर करता है जब वह आयताकार काँच के स्लेबसे गुजरने पर अपवर्तित होती है। यदि आपतन कोण अधिक हो तो पार्श्विक-विस्थापन क्यों अधिक होता है? किरण-आरेख खींच कर दर्शाइए।
4. उन प्रतिबंधों को बताइए जिनके अन्तर्गत प्रकाश का पूर्ण आंतरिक परावर्तन होता है।
5. डाइऑप्टर की परिभाषा दीजिए। +1.5 डाइऑप्टर किस अर्थ में –1.5 डाइऑप्टर से भिन्न है।

6. अपवर्तन के कारण प्रकाश की तीव्रता क्यों कम हो जाती है?
7. कोई लैम्प एक दीवार से 4 m की दूरी पर है। उस अवतल दर्पण की फोकस दूरी परिकलित कीजिए जो दीवार पर लैम्प का पांच गुना आवर्धित प्रतिबिंब बनाए। दर्पण को दीवार से कितनी दूरी पर रखा जाना चाहिए?
8. दंत विशेषज्ञ के किसी अवतल दर्पण की वक्रता-त्रिज्या 30 cm है। उसे दांत के कोटर से कितनी दूरी पर रखा जाना चाहिए ताकि कोटर का पांचगुना आवर्धित आभासी प्रतिबिंब प्राप्त हो?
9. लेन्स से 45 cm की दूरी पर स्थित कोई सुई, लेन्स की दूसरी ओर 90 cm की दूरी पर स्थित परदे पर प्रतिबिंब बनाती है। यह लेन्स किस प्रकार का है और इसकी फोकस दूरी निर्धारित कीजिए। यदि सुई का आमाप 5 cm हो तो प्रतिबिंब का क्या आमाप होगा?
10. 3 cm आमाप का कोई बिंब 21 cm फोकस दूरी के अवतल लेन्स के सामने 14 cm की दूरी पर रखा गया है। लेन्स द्वारा बने प्रतिबिंब की प्रकृति बताइए। यदि बिंब को लेन्स से ओर अधिक दूरी पर रखा जाए तो क्या होगा?
11. कोई बिंब किसी उभयोतल लेन्स से 100 cm की दूरी पर रखा गया है जो 20 cm की दूरी पर वास्तविक प्रतिबिंब बनाता है। लेन्स के दो पृष्ठों की वक्रता त्रिज्याएं क्रमशः 25 cm तथा 12 cm हैं। लेन्स की सामग्री का अपवर्तनांक परिकलित कीजिए।
12. कोई प्रकाश किरण हीरे से काँच में गमन कर रही है। इस किरण के क्रांतिक कोण का मान परिकलित कीजिए जबकि काँच का अपवर्तनांक 1.51 और हीरे का अपवर्तनांक 2. 47 है।
13. संपर्क में स्थित दो समाक्षी पतले उत्तल लेन्सों से 15 cm की दूरी पर एक छोटा बिंब रखा गया है। यदि प्रत्येक लेन्स की फोकस दूरी 20 cm हो तो इस संयोजन की फोकस दूरी और क्षमता तथा बिंब और प्रतिबिंब के मध्य दूरी परिकलित कीजिए।
14. किसी उत्तल लेन्स की फोकस दूरी ज्ञात करते समय बिम्ब को पर्दे से 65 cm की दूरी पर रखा गया। लेन्स की वे दो स्थितियां प्राप्त की गई जिनके लिए बिम्ब के दो स्पष्ट प्रतिबिम्ब पर्दे पर बनें। लेन्स की इन दो स्थितियों के बीच की दूरी 15 cm पाई गई। दिए गए लेनस की फोकस दूरी परिकलित कीजिए।

पाठगत प्रश्नों के उत्तर

20.1

1. (a) समतल दर्पण (जिसकी वक्रता त्रिज्या अनंत है)।

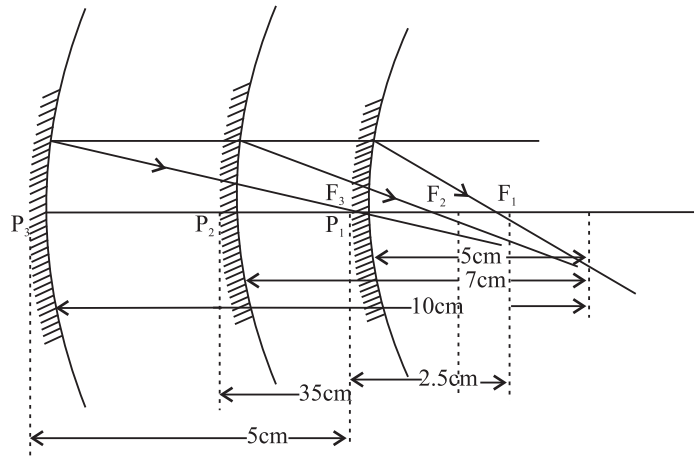
   (b) नहीं। गोलीय दर्पण की फोकस दूरी उसकी वक्रता त्रिज्या की आधी होती है $\left(f = \frac{R}{2}\right)$

   और उसका उस माध्यम से कोई संबंध नहीं होता जिसमें वह डुबाया गया है।

   (c) आभासी

(d) ऐसा इस कारण है कि मुख्य अक्ष के समांतर किरणें, फोकस बिंदु F पर अभिसरित होती (मिलती) हैं और F से निकलने वाली किरणें दर्पण से परावर्तन के बाद, मुख्य अक्ष के समांतर हो जाती हैं। इस प्रकार F, पहले ओर दूसरे फोंकस बिंदु के रूप में कार्य करता है।

2. फोकस दूरी : 2.5cm, 3.5cm, 5cm.



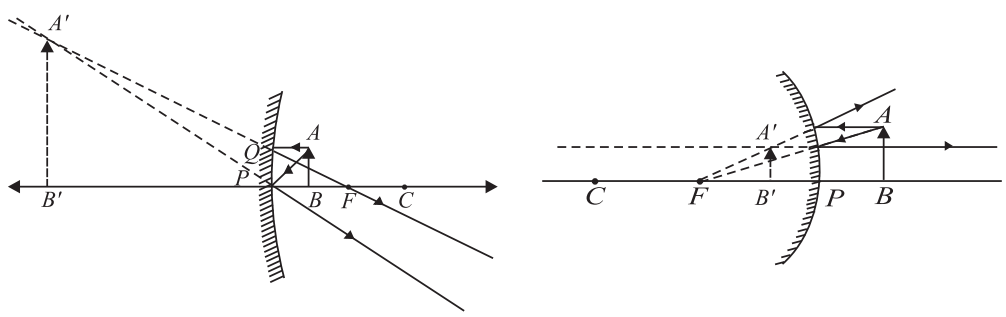
3. $f = -15\text{cm}; f = +15\text{cm}.$

4. डिश ऐन्टेना वक्रित होते हैं ताकि आपतित समांतर किरणें, अभिग्राही पर फोकस हो सकें।

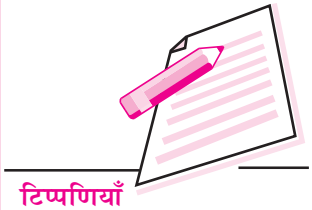
20.2

1. दर्पण का ऊपरी भाग उत्तल और निचला भाग अवतल है।

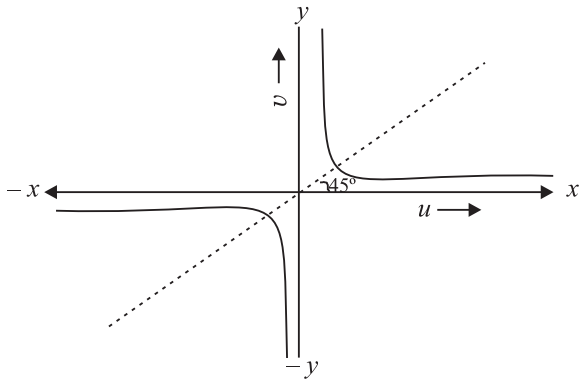
2. अवतल दर्पण के निकट रखे बिंब से परिवर्धित प्रतिबिंब प्राप्त होता है। उत्तल दर्पणों से छोटा सीधा प्रतिबिंब प्राप्त होता है और उसका दृश्य-क्षेत्र विस्तृत होता है।



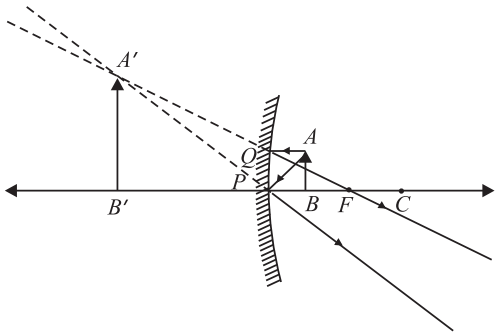
(a) अवतल दर्पण द्वारा बना प्रतिबिंब (b) उत्तल दर्पण द्वारा बना प्रतिबिंब

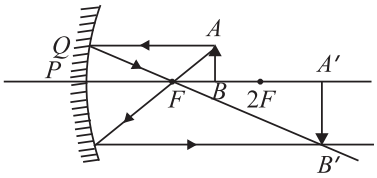


3. $|u| > f$ के लिए हमें वास्तविक प्रतिबिंब प्राप्त होता है; $u = -2f$ एक ऐसा विशेष उदाहरण है जब दर्पण के वक्रता केन्द्र पर स्थित बिंब, स्वत: इस बिंदु पर वास्तविक प्रतिबिंब बनाता है $(v = -2f)$ $u < f$ के लिए हमें आभासी प्रतिबिंब प्राप्त होता है।



4. जब (i) $u < f$, तथा (ii) $f < u < 2f$.



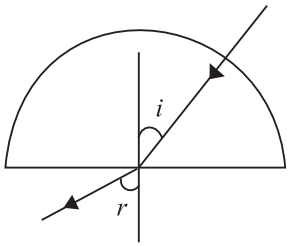


5. (i) दर्पण के सामने 12 cm पर, वास्तविक तथा उल्टा (ii) 0.8 cm
6. $v = -60$ cm, $R = -24$cm 7. $u = -10$ cm, $v = +5$cm
8. $v = 4$ cm

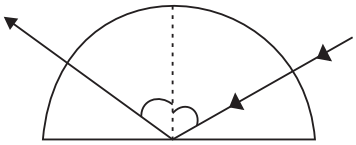
20.3

1. पार्श्विक विस्थापन नहीं होगा।

2.



$\angle r > \angle i$ जब $\angle i < \angle i_C$

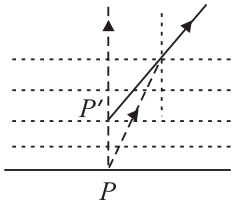


पूर्ण आंतकिर परावर्तन जब $\angle i > \angle i_C$

3. जैसे-जैसे हम ऊँचाई पर जाते हैं वैसे-वैसे वायु का घनत्व और अत: इसका अपवर्तनांक घटता जाता है। परिणामस्वरूप जब सूर्य क्षिजित से नीचे होता है तो उससे आने वाली प्रकाश किरणें विरल से सघन माध्यम में गमन करती हुई जब तक प्रेक्षक के नेत्र तक पहुंचती है अभिलंब की ओर मुड़ जाती हैं। इससे सूर्य का आकार दीर्घित (बड़ा) प्रतीत होता है।

4. वायुमेंडल में वायु की विभिन्न परतों में घनत्व-परिवर्तन के कारण μ के मान में लगातार परिवर्तन होता रहता है। इस कारण वायु का अपवर्तनांक, वायु मंडल के विभिन्न परतों में परिवर्तित होता रहता है। वायुधाराओं और इसके कारण तारे टिमटिमाते हैं।

5. बिंदु P अपवर्तन के कारण P' पर प्रतीत होता है।



6. 36.2^0

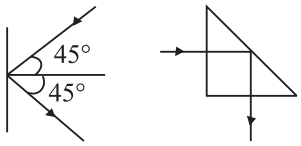
20.4

1. यदि किरण विरल से सघन माध्यम में गमन करती है तो पूर्ण आंतरिक परावर्तन नहीं हो सकता क्योंकि आपतन कोण से अपवर्तन कोण सदैव कम होगा।

2. हाँ, क्रांतिक कोण में परिवर्तन होगा, क्योंकि;

$$\mu_{ag} = \frac{1}{\sin i_c}$$

$$\mu_{\omega g} = \frac{\mu_{ag}}{\mu_{aw}}$$

3. 

दूसरे उदाहरण में पूर्ण आंतरिक परावर्तन के कारण तीव्रता अधिक है।

4. 20cm, $i_c = \sin^{-1} 0.8$

20.5

2. नहीं। लेन्स निर्माता सूत्र में R_1 और R_2 की स्थिति को बदलने पर f का मान प्रभावित नहीं होता। इस कारण प्रतिबिंब उसी स्थिति में बनेगा।

3. लेन्स निर्माता सूत्र में $R_1 = R; R_2 = -R$ तथा $\mu = 1.5$ प्रतिस्थापित करने पर आपको $f = R$ प्राप्त होगा।

4. अवतल लेन्स। परन्तु इसको उत्तल लेन्स जैसा आकार दिया गया है।

5. ऐसा तब होता है जब लेन्स के पदार्थ का अपवर्तनांक, द्रव के अपवर्तनांक के बराबर होता है।

6. $f = 22.2$ cm तथा $P = 4.5$ डाइऑप्टर

7. हाँ, समान फोकस दूरी के उत्तल और अवतल लेन्सों को संपर्क में रखकर;

8. – 40 cm, – 2.5 डाईऑप्टर

अंतिम अभ्यास के प्रश्नों के उत्तर

7. $f = -0.83$, 5m. 8. 12 cm

9. $f = 30$ cm, प्रतिबिंब का साइज (आमाप) = 10 cm, अभिसारी लेन्स;

10. प्रतिबिंब सीधा, आभासी, साइज (आमाप) में छोटा और बिंब की ओर लेन्स से 8.4 cm की दूरी पर स्थित होगा। बिंब को लेन्स से जैसे-जैसे दूर ले जाया जाता है वैसे-वैसे आभासी प्रतिबिंब, लेन्स के फोकस की ओर खिसकता जाता है परन्तु फोकस के आगे कभी नहीं जाता और उसके साइज में क्रमशः कमी होती जाती है।

11. $\mu = 1.5$ 12. 37.7°

13. 10 cm, 10 डाइऑप्टर, 45 cm.

14. f = 15.38 cm

21

प्रकाश का विक्षेपण एवं प्रकीर्णन

पिछले पाठ में आप प्रकाश के परावर्तन, अपवर्तन तथा पूर्ण आतंरिक परावर्तन के बारे में अध्ययन कर चुके हैं। आप दर्पणों और लेंसों से प्रतिबिम्बों के बनने तथा दैनिक जीवन में उनके उपयोग के बारे में भी पढ़ चुके हैं। जब सामान्य प्रकाश के संकीर्ण किरण पुंज का किसी प्रिज्म से अपवर्तन होता है तो हमें रंगो की पट्टी दिखाई देती है। यह परिघटना प्रकाश के परावर्तन या अपवर्तन से भिन्न होनी चाहिए। श्वेत प्रकाश के अपने सात घटकों या तरंगदैर्घ्यों में विभक्त होने को **विक्षेपण** कहते हैं। इस पाठ में आप इस परिघटना के बारे में अध्ययन करेंगे। प्रकृति में इस परिघटना का एक सुन्दर उदाहरण इन्द्रधनुष के रूप में देखने को मिलता है। इस पाठ में आप प्रकाश के प्रकीर्णन की परिघटना का भी अध्ययन करेंगे, जिसके कारण आकाश का रंग नीला और उगता व डूबता हुआ सूर्य लाल दिखाई देता है। रमन प्रभाव के प्रारंभिक ज्ञान की चर्चा भी इस पाठ में की जाएगी।

उद्देश्य

इस पाठ को पढ़ने के पश्चात आप:

- प्रकाश के विक्षेपण की व्याख्या कर पाएंगे;
- प्रिज्म के कोण (A), विचलन कोण (δ), तथा प्रिज्म के पदार्थ के अपवर्तनांक के बीच संबंध स्थापित कर सकेंगे;
- अपवर्तनांक व तरंगदैर्घ्य के बीच संबंध स्थापित कर सकेंगे और प्रिज्म से विक्षेपण की व्याख्या कर पाएंगे;
- प्राथमिक व द्वितीयक इन्द्रधनुषों के बनने की व्याख्या कर सकेंगे;
- प्रकाश के प्रकीर्णन की व्याख्या कर सकेंगे और उसके अनुप्रयोगों को सूचीबद्ध कर सकेंगे; तथा
- रमण प्रभाव की व्याख्या कर सकेंगे।

21.1 प्रकाश का विक्षेपण

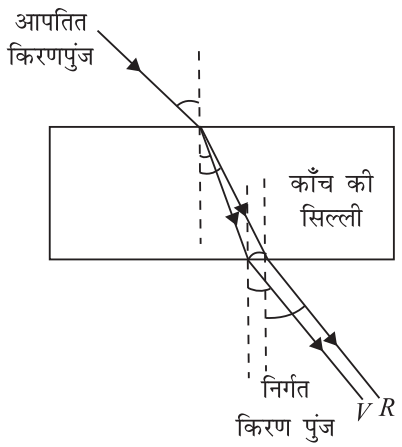
कुछ ग्रहों के चारों ओर के वलयों और इन्द्रधनुष जैसी प्राकृतिक परिघटनाओं की व्याख्या प्रकाश के सरल रेखीय परिगमन के आधार पर नहीं की जा सकती। ऐसी घटनाओं को समझने के लिए प्रकाश को तरंग प्रकृति का माना जाता है। इसके बारे में आप अगले पाठ में पढ़ेंगे। जैसा कि आप जानते हैं, प्रकाश तरंगें अनुप्रस्थ विद्युत-चुम्बकीय तरंगें हैं जो निर्वात में 3×10^8 m s^{-1} की चाल से संचरित होती है। विद्युत-चुम्बकीय स्पेक्ट्रम के विस्तृत परिसर में दृश्य प्रकाश केवल एक छोटा सा भाग है। सूर्य के प्रकाश में सात पृथक-पृथक रंगों के संगत सात तरंगदैर्घ्य होती हैं। इस प्रकार रंगों की पहचान उनकी तरंगदैर्घ्य से की जा सकती है। आप जान ही चुके हैं कि एक माध्यम से दूसरे माध्यम में जाने पर तरंगों की चाल तथा प्रकाश तरंगों की चाल व उनकी संगत तरंगदैर्घ्य में भी परिवर्तन हो जाता है। जब किसी निश्चित तरंगदैर्घ्य की तरंग मुक्त आकाश से किसी प्रकाशत: सघन माध्यम में प्रवेश करती है तो उसकी चाल कम हो जाती है।

किसी माध्यम के अपर्वतनाँक को निर्वात में प्रकाश के तथा उस माध्यम में उसके वेग के अनुपात से परिभाषित किया जाता है। इसका तात्पर्य यह है कि किसी माध्यम का अपर्वतनांक 3.8×10^{-7} m तथा 5.8×10^{-7} m तरंगदैर्घ्य तरंगों के लिए भिन्न-भिन्न होगा, क्योंकि ये दोनों तरंगे उसी माध्यम में भिन्न-भिन्न चाल से चलेंगीं।

किसी पदार्थ के अपर्वतनांक में तरंगदैर्घ्य के कारण परिवर्तन को वर्ण विक्षेपण कहते हैं। यह परिघटना अपर्वतन से भिन्न है। मुक्त आकाश में, यहां तक कि वायु में भी दृश्य प्रकाश की सभी तरंगो की चाल समान होती है। अत: वे पृथक (या अलग) नहीं होती। ऐसा माध्यम **अक्षेपणी माध्यम** कहलाता है। किन्तु प्रकाशत: सघन माध्यम में प्रकाश की घटक तरंगदैर्घ्य (या वर्ण) भिन्न-भिन्न चाल से चलती हैं, अत: पृथक हो जाती है। ऐसा माध्यम **परिक्षेपी माध्यम** कहलाता है। क्या इससे यह प्रकट होता है कि जब भी प्रकाश किसी सघनतर प्रकाशिक माध्यम से गुजरता है तो उसका वर्ण विक्षेपण हो जाता है? आइये, अब हम इसके बारे में अध्ययन करें।

21.1.1 प्रिज्म से विक्षेपण

प्रकाश के वर्ण विक्षेपण के प्रेक्षण के लिए किसी माध्यम द्वारा रंगो (वर्णों) का पृथक्करण ही पर्याप्त शर्त नहीं है। इन रंगों के बीच पर्याप्त पृथक्करण होना चाहिए और परिक्षेपी माध्यम से निर्गत होने के पश्चात् ये रंग फिर से मिलने नहीं चाहिए। विक्षेपण के प्रेक्षण के लिए कॉच की सिल्ली (चित्र 21.1) उपयुक्त नहीं है क्योंकि निर्गत किरण पुंज की किरणें बहुत पास-पास होती हैं और आपतित किरण पुंज के समांतर होती है।

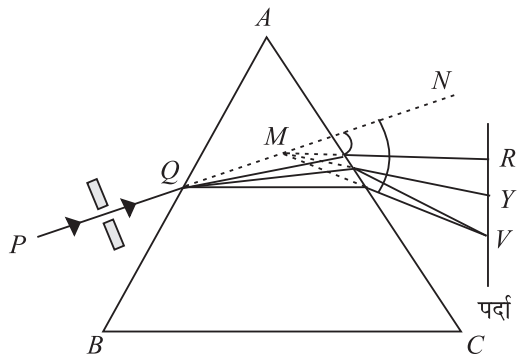


चित्र 21.1 : किसी काँच की सिल्ली से होकर प्रकाश का गमन

प्रकाश के वर्ण विक्षेपण के प्रदर्शन के लिए न्यूटन ने एक प्रिज्म का उपयोग किया। चित्र 21.2 को

देखिए। किसी संकीर्ण झिरी से श्वेत प्रकाश एक प्रिज्म के फलक AB पर पड़ता है और फलक AC से निर्गत प्रकाश विभिन्न रंगों में विभक्त दिखाई देता है। पर्दे पर रंगीन चित्तियाँ देखी जा सकती हैं। AC फलक, AB फलक से अपवर्तित होने वाली किरणों के बीच के प्रथक्करण को बढ़ा देता है। इस प्रकार, आपतित श्वेत प्रकाश PQ अपने सात घटक रंगों में विभक्त हो जाता है : बैंगनी, इंडिगो (आसमानी) नीला, हरा, पीला, नारंगी तथा लाल। रंगो के इस क्रम को VIBGYOR से व्यक्त किया जा सकता है। भिन्न-भिन्न चालों से गमन करती तरंगें भिन्न-भिन्न कोणों से अपवर्तित होती हैं और इस प्रकार पृथक हो जाती हैं। श्वेत प्रकाश का अपने घटक रंगों में विभक्त हो जाना **वर्ण विक्षेपण** कहलाता है। MR तथा MV किरणें क्रमशः लाल तथा बैंगनी रंगो के संगत हैं। ये रंग पर्दे पर **स्पेक्ट्रम** बनाते हैं।

आपतित किरण पुंज PQN का MR तथा MV के अनुदिश मुड़ जाना **विचलन** कहलाता है। निर्गत व आपतित किरणों के बीच का कोण **विचलन कोण** कहलाता है। इस प्रकार δ_v तथा δ_r क्रमशः लाल व बैंगनी प्रकाश के लिए विचलन कोणों को प्रकट करते हैं।



चित्र 21.2 : प्रिज्म से प्रकाश का वर्ण विक्षेपण

निम्नलिखित उदाहरण को ध्यान से पढ़िए जो तरंगदैर्घ्य के साथ अपवर्तनांक के परिवर्तन को स्पष्ट कर देगा।

उदाहरण 21.1: 600 nm औसत तरंगदैर्घ्य का एक प्रकाश पुंज काँच के प्रिज्म से अपवर्तन के पश्चात 384 nm, 589 nm तथा 760 nm तरंगदैर्घ्यों के रंगों के पुंजों में विभक्त हो जाती है। इन तरंगदैर्घ्यों के लिए प्रिज्म के पदार्थ का अपवर्तनांक ज्ञात कीजिए।

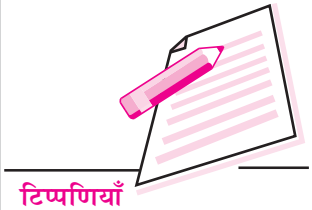
हल : प्रिज्म के पदार्थ का अपवर्तनांक

$$\mu = \frac{c}{\upsilon}$$

जहां c निर्वात में प्रकाश की चाल तथा υ प्रिज्म के माध्यम में प्रकाश का वेग है। क्योंकि तरंग की चाल उसकी तरंगदैर्घ्य तथा आवृत्ति का गुणनफल है:

$$c = \nu\lambda_a \qquad \text{और} \qquad \upsilon = \nu\lambda_m$$

जहाँ λ_a और λ_m क्रमशः वायु तथा उस माध्यम में तरंगदैर्घ्य हैं और υ प्रकाश तरंगों की आवृत्ति है। इस प्रकार



$$\mu = \frac{v\lambda_a}{v\lambda_m} = \frac{\lambda_a}{\lambda_m}$$

384 nm तरंगदैर्घ्य के लिए अपवर्तनांक :

$$\mu_1 = \frac{600\times10^{-9}\,\text{m}}{384\times10^{-9}\,\text{m}} = 1.56$$

589 nm तरंगदैर्घ्य के लिए अपवर्तनांक :

$$\mu_2 = \frac{600\times10^{-9}\,\text{m}}{58.9\times10^{-9}\,\text{m}} = 1.02$$

और 760nm तरंगदैर्घ्य के लिए :

$$\mu_3 = \frac{600\times10^{-9}\,\text{m}}{760\times10^{-9}\,\text{m}} = 0.8$$

हमने देखा कि किसी पदार्थ का अपर्वनांक निर्भर करता है,

- पदार्थ की प्रकृति पर
- प्रकाश की तरंगदैर्घ्य पर

उपरोक्त उदाहरण का एक रोचक परिणाम यह है कि तरंगदैर्घ्य में परिवर्तन $(\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1)$ अपवर्तनांक में परिवर्तन $(\Delta\mu = \mu_2 - \mu_1)$ उत्पन्न करता है। अनुपात $\frac{\Delta\mu}{\Delta\lambda}$ को *प्रिज्म के पदार्थ की स्पेक्ट्रमी परिक्षेपण क्षमता कहते हैं।*

21.1.2 विचलन कोण

अब हम आयतन कोण i, विचलन कोण δ तथा प्रिज्म के कोण A के बीच संबंध स्थापित करेंगे।

मान लीजिए कि किसी प्रिज्म ABC के मुख्य परिच्छेद में फलक AB पर एकवर्णी प्रकाश पुंज PQ आपतित है (चित्र 21.3)। अपवर्तन पर यह प्रिज्म के अंदर QR के अनुदिश और प्रिज्म के फलक AC से बाहर निकलने पर RS के अनुदिश चलती है।

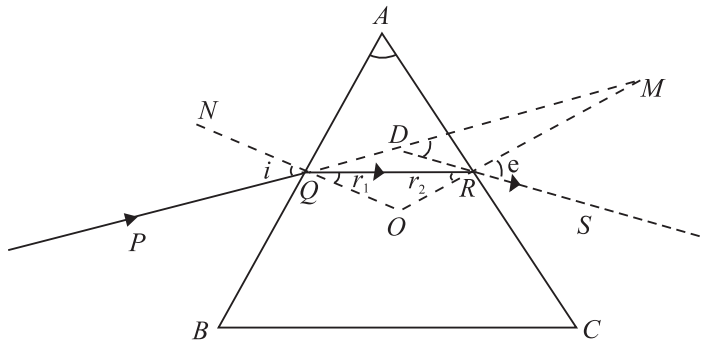
मान लिजिए $\angle A \equiv \angle BAC$ प्रिज्म का अपवर्तक कोण है। हम प्रिज्म के फलक AB तथा AC पर क्रमशः NQ तथा MR अभिलम्ब खींचते हैं और उन्हें पीछे की ओर बढ़ाते हैं ताकि वे O पर मिल जाएं। तब आप देख सकते हैं कि $\angle NQP = \angle i$, $\angle MRS = \angle e$, $\angle RQO = \angle r_1$, और $\angle QRO = \angle r_2$ क्रमशः आपतन कोण, निर्गत कोण तथा AB व AC फलकों पर अपवर्तन कोण हैं। निर्गत किरण RS तथा आपतित किरण PQ के बीच D बिन्दु पर कोण विचलन कोण (δ) कहलाता है।

क्योंकि $\angle MDR = \angle\delta$ त्रिभुज QDR का बहिष्कोण है, अतः

$$\angle\delta = \angle DQR + \angle DRQ$$
$$= (\angle i - \angle r_1) + (\angle e - \angle r_2)$$

अथवा

$$\angle\delta = (\angle i + \angle e) - (\angle r_1 + \angle r_2) \qquad (21.1)$$



चित्र 21.3 : प्रिज्म से अपवर्तन

आप जानते हैं कि किसी चतुर्भुज के आंतरिक कोणों का योग 360° होता है। चतुर्भुज $AQOR$ में $\angle AQO = \angle ARO = 90^0$, क्योंकि NQ तथा MR क्रमशः फलकों AB तथा AC पर अभिलम्ब हैं। अतः

$$\angle QAR + \angle QOR = 180^0$$

या
$$\angle A + \angle QOR = 180^0 \qquad (21.2)$$

किंतु ΔQOR में

$$\angle OQR + \angle QRO + \angle QOR = 180^0$$

या
$$\angle r_1 + \angle r_2 + \angle QOR = 180^0 \qquad (21.3)$$

समीकरणों (21.2) तथा (21.3) की तुलना करने पर, हमें प्राप्त होता है:

$$\angle r_1 + \angle r_2 = \angle A \qquad (21.4)$$

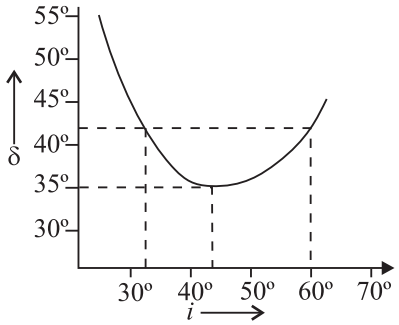
इस परिणाम को समीकरण (21.1) से मिलाने पर, हमें प्राप्त होता है:

$$\angle \delta = (\angle i + \angle e) - \angle A$$

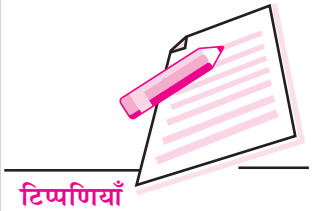
या
$$\angle i + \angle e = \angle A + \angle \delta \qquad (21.5)$$

न्यूनतम विचलन कोण

यदि आयतन कोण i में परिवर्तन किया जाए तो विचलन कोण δ में भी परिवर्तन होता है; $\angle i$ के एक निश्चित मान के लिए $\angle \delta$ का मान न्यूनतम हो जाता है, i का मान और अधिक बढ़ाने पर δ का मान बढ़ने लगता है (चित्र 21.4)। विचलन कोण के न्यूनतम मान को *न्यूनतम विचलन कोण* (δ_m) कहते हैं। यह प्रिज्म के पदार्थ तथा प्रकाश की तरंगदैर्घ्य पर निर्भर करता है। वास्तव में दो विभिन्न मान के आपतन कोणों के लिए विचलन कोण का मान एक ही हो सकता है। प्रकाश के उत्क्रमणीयता के नियम के अनुसार, हम पाते है कि



चित्र 21.4 : आपतन कोण और विचलन कोण के बीच ग्राफ



आपतन कोण का दूसरा मान निर्गत कोण (e) के संगत होता है। न्यूनतम विचलन की स्थिति में आपतन कोण का केवल एक मान होता है (अथवा विचलन की स्थिति में आपतन कोण का केवल एक मान होता है (अथवा न्यूनतम विचलन केवल एक विशेष आपतन कोण के लिए ही होता है)। अत: हमें प्राप्त होता है कि

$$\angle e = \angle i$$

इस सत्य का समीकरण (21.5) में उपयोग करने पर और δ के स्थान पर δ_m लिखने पर हमें प्राप्त होता है

$$\angle i = \frac{\angle A + \angle \delta_m}{2} \qquad (21.6)$$

प्रकाश किरणों के उत्क्रमणीयता के नियम तथा उपरोक्त परिणाम (अर्थात् $\angle e = \angle i$ से हमें प्राप्त होता है

$$\angle r_1 = \angle r_2 = \angle r$$

इस परिणाम को समीकरण (21.4) में प्रतिस्थपित करने पर, हम पाते हैं

$$\angle r = \frac{\angle A}{2} \qquad (21.7)$$

न्यूनतम विचलन की स्थिति में प्रकाश पुंज प्रिज्म के अंदर सममितत: तथा उसके आधार के समान्तर होकर गुजरता है। अत: प्रिज्म के पदार्थ के अपवर्तनांक को निम्नलिखित रूप से व्यक्त किया जा सकता है

$$\mu = \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{\sin \dfrac{A+\delta_m}{2}}{\sin \dfrac{A}{2}} \qquad (21.8)$$

एकवर्णी या बहुवर्णी प्रकाश के लिए प्रिज्म के पदार्थ के अपवर्तनांक μ का मान समीकरण (21.8) का उपयोग कर प्राप्त किया जा सकता है। विभिन्न रंगो (वर्णों) के लिए δ_m का मान भी भिन्न होता है। इससे आपतन कोण का एकमात्र मान प्राप्त होता है और इस मान पर निर्गत किरण सर्वाधिक दीप्त (चमकीली) होती है।

यदि किसी प्रिज्म का कोण A अल्प (कम) हो तो i तथा r का मान भी अल्प रखते हुए हम लिख सकते हैं

$$\sin i = i, \sin r = r, \text{ और } \sin e = e$$

अत:

$$\mu = \frac{\sin i}{\sin r_1} = \frac{i}{r_1} \text{ और } i = \mu r_1$$

साथ ही

$$\mu = \frac{\sin e}{\sin r_2} = \frac{e}{r_2} \quad \text{or} \quad e = \mu r_2$$

अत:

$$\angle i + \angle e = \mu (\angle r_1 + \angle r_2)$$

इस परिणाम को समीकरण (21.4) तथा (21.5), में रखने पर हमें प्राप्त होता है

$$\mu \angle A = \angle A + \angle \delta$$

अथवा

$$\angle \delta = (\mu - 1)\angle A \qquad (21.9)$$

हमें ज्ञात है कि μ का मान प्रकाश की तरंगदैर्घ्य पर निर्भर करता है। अत: विचलन भी तरंगदैर्घ्य पर निर्भर करेगा। यही कारण है कि δ_V से δ_R भिन्न होता है। क्योंकि काँच में लाल रंग के प्रकाश की चाल बैंगनी रंग के प्रकाश की चाल से अधिक होती है, लाल रंग के प्रकाश का विचलन बैगनी रंग के प्रकाश की तुलना में कम होगा,

$$\delta_V > \delta_R.$$

इसका तात्पर्य है कि $\mu_V > \mu_R$। प्रकाश की तरंगदैर्घ्य के साथ पदार्थ के अपवर्तनांक का यह परिवर्तन प्रकाश के वर्ण विक्षेपण के लिए उत्तरदायी होता है।

21.1.3 कोणीय विक्षेपण तथा परिक्षेपण क्षमता

किन्हीं दो तरंगदैर्ध्यों (रंगों) के विचलन कोणों के अंतर को इन तरंगदैर्घ्य के लिए कोणीय विचलन कहते हैं। लाल और बैगनी रंगों के बीच कोणीय विचलन $\delta_V - \delta_R$ है। स्पेक्ट्रम के दृश्य भाग में पीले रंग की तरंगदैर्घ्य पूरे स्पैक्ट्रम की लगभग औसत तरंगदैर्घ्य है। अत: इस रंग के लिए विचलन δ_Y को, सब विचलनों का औसत विचलन माना जा सकता है।

कोणीय विचलन तथा मध्यमान विचलन के अनुपात को प्रिज्म के पदार्थ की परिक्षेपण क्षमता (ω) कहा जाता है :

$$\omega = \frac{\delta_V - \delta_R}{\delta_Y}$$

समीकरण (21.9) का उपयोग करते हुए हम इस परिणाम को अपर्वतनांको के रूप में भी व्यक्त कर सकते हैं।

$$\omega = \frac{(\mu_V - 1)\angle A - (\mu_R - 1)\angle A}{(\mu_V - 1)\angle A}$$

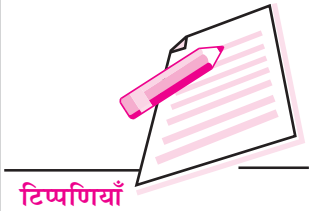
$$= \frac{\mu_V - \mu_R}{\mu_Y - 1} = \frac{\Delta\mu}{\mu - 1} \qquad (21.10)$$

उदाहरण 21.2 : किसी प्रिज्म का अपवर्तक कोण 30′ है और इसका अपर्वतनांक 1.6. है। प्रिज्म द्वारा उत्पन्न विचलन का परिकलन (गणना) कीजिए।

हल : हम जानते हैं कि, $\delta = (\mu - 1)\angle A$

दिए गए मानों का उपयोग करने पर, हमें प्राप्त होता है

$$\delta = (1.6 - 1) \times \frac{1^\circ}{2} = \frac{0.6}{2} = 0.3^\circ = 18'$$



उदाहरण 21.3 : किसी प्रिज्म का कोण A है और उसका न्यूनतम विचलन कोण $A/2$ है। एकवर्णीय प्रकाश के लिए प्रिज्म के पदार्थ का अपर्वतनांक ज्ञात कीजिए। दिया है $A = 60^o$

हल :

$$\mu = \frac{\sin \frac{A+\delta_m}{2}}{\sin (A/2)}$$

दिया है $\delta_m = A/2$, अत:

$$\mu = \frac{\sin \frac{A+A/2}{2}}{\sin (A/2)} = \frac{\sin \frac{3}{4}A}{\sin \frac{A}{2}} = \frac{\sin \frac{3}{4}A}{\sin \frac{A}{2}} = \sqrt{2} = 1.4$$

पाठगत प्रश्न 21.1

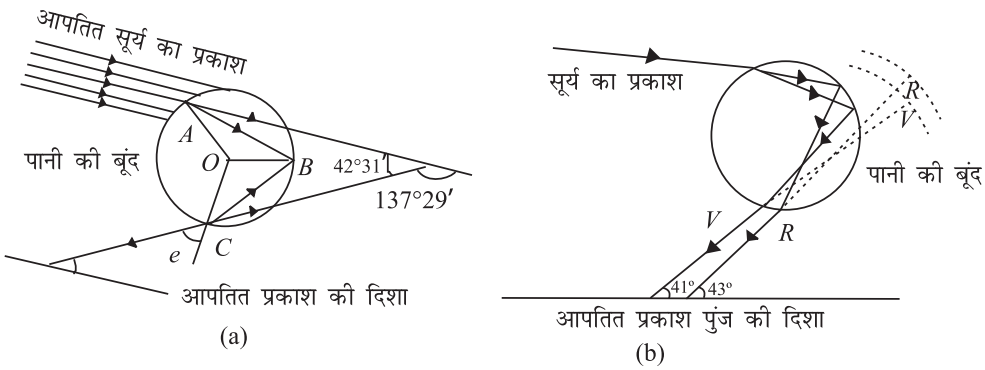
1. अधिकांश सामान्य गैसें दृश्य प्रकाश से वर्ण विक्षेपण क्यों नहीं दिखातीं?
2. श्वेत प्रकाश के घटक रंगों (वर्णों) के लिए μ के आपेक्षिक मान के विषय में अपने ज्ञान के आधार पर बताइए कि कौन का रंग अपने मूल मार्ग से सर्वाधिक विचलित होता है?
3. क्या वर्ण विक्षेपण प्रिज्म के साइज़ तथा उसके कोण पर निर्भर करता है?
4. किसी समबाहु प्रिज्म के पदार्थ का अपवर्तनांक का परिकलन कीजिए यदि न्यूनतम विचलन कोण प्रिज्म के कोण के बराबर हो।

इन्द्रधनुष का निर्माण

बारिश के दिन वायु में लटकी हुई पानी की बूंदों द्वारा सूर्य के प्रकाश के वर्ण विक्षेपण से प्रकृति में एक भव्य प्रभाव उत्पन्न होता है। यदि सूर्य की ओर हमारी पीठ हो तो, हमें एक दीप्त (चमकीला) व एक धुधंला इन्द्रधनुष दिखाई दे सकता है। चमकीले इन्द्रधनुष को **प्राथमिक** तथा धुँधले को **द्वितीयक इंद्रधनुष** कहते हैं। कभी-कभी हमें केवल एक **इंद्रधनुष** दिखलाई देता है। ये इंद्रधनुष किसी वृत्त की रंगीन चाप के रूप में होते हैं और जिनका संयुक्त केन्द्र सूर्य को हमारी आंख से जोड़ने वाली सरल रेखा पर होता है। इन्द्रधनुष को प्रात: या सांयकाल में किसी फुहारे में भी देखा जा सकता है जब सूर्य की किरणों पानी की बूंदों पर किसी विशेष कोण पर पड़ रही होती हैं।

प्राथमिक इन्द्रधनुष

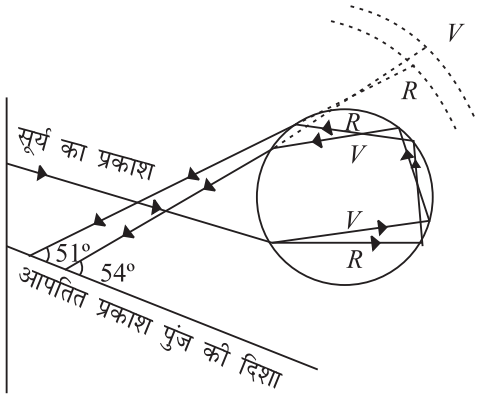
प्राथमिक इन्द्रधनुष पानी की बूंद द्वारा सूर्य के प्रकाश के दो अपवर्तनों तथा एक आतंरिक परावर्तन से बनता है (चित्र 21.5aदेखिए)। दकार्त ने स्पष्ट किया था कि इन्द्रधनुष उन किरणों के द्वारा दिखाई देता है जिनका न्यूनतम विचलन होता है। सूर्य के प्रकाश की वे समांतर किरणों जिनका विचलन 137°29′ होता है या जो आपतित किरण से हमारी आंख पर 42°31′ का कोण बनाती हैं, पानी की बूंद से बाहर निकलने के पश्चात् इन्द्रधनुष के चमकीले रंगों को उत्पन्न करती हैं। पानी के कारण वर्ण विक्षेपण के कारण भिन्न-भिन्न रंग (लाल से बैगनी तक) अपने-अपने चाप (या वृतांश) बनाते हैं, जो लाल रंग के लिए 43° और बैंगनी के लिए 41° के शंकुओं के अंदर होते हैं और इन्द्रधनुष का बाहरी व भीतरी भाग बनाते हैं (चित्र 21.5 b)।



चित्र. 21.5 : (a)प्रकाश की एक किरण जिसका पानी की बूंद से दो बार अपरावर्तन तथा एक बार आंतरिक परावर्तन होता है। मध्यमान न्यूनतम विचलन कोण 137°29′, और (b) पानी की बूंद द्वारा वर्ण विक्षेपण

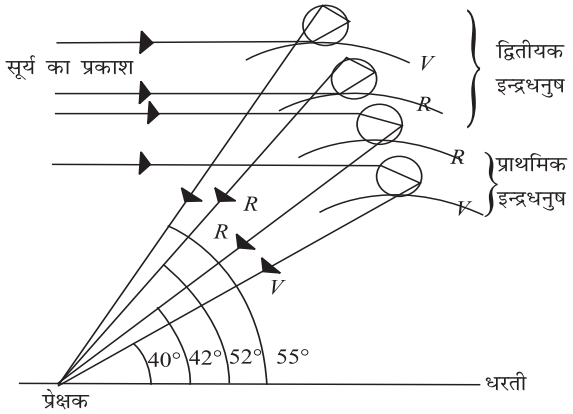
द्वितीयक इन्द्रधनुष

द्वितीयक इन्द्रधनुष पानी की बूंद से सूर्य के प्रकाश के दो बार अपवर्तन व दो बाद आंतरिक परावर्तन से बनता है। लाल व बैगनी रंगों के लिए न्यूनतम विचलन कोण क्रमशः 231° तथा 234° होते हैं। अतः ये लाल रंग के लिए 51° का तथा बैंगनी रंग के लिए 54° का शंकु बनाते हैं। चित्र 21. 6 से स्पष्ट है कि द्वितीयक इन्द्रधनुष में लाल रंग उसके भीतरी भाग तथा बैंगनी रंग उसके बाहरी भाग में होगा।



चित्र 21.6 : द्वितीयक इंद्रधनुष का बनना

चित्र 21.7 में प्राथमिक तथा द्वितीयक इन्द्रधनुषों का एक साथ बनना दिखाया गया है। दो प्रकार के इन्द्रधनुषों के बीच का स्थान अपेक्षाकृत धंधुला होता है। ध्यान दीजिए कि द्वितीयक इन्द्रधनुष प्राथमिक इन्द्रधनुष के ऊपर होता है।



चित्र 21.7 : प्राथमिक तथा द्वितीयक इन्द्रधनुषों का एक साथ बनना

21.2 वायुमंडल में प्रकाश का प्रकीर्णन

दिन में निर्मल आकाश हमें नीला दिखाई देता है। लेकिन बादल श्वेत दिखाई देते हैं। इसी प्रकार, सूर्य के प्रकाश में रत्नों व क्रिस्टलों से चमकीले रंगों का उत्पन्न होना हमारा ध्यान आकर्षित करता है। क्या आप जानना चाहेंगे यह क्यों और कैसे होता है? इन परिघटनाओं की प्रकाश के प्रकीर्णन के आधार पर व्याख्या की जा सकती है। यदि धूल व कणों से रहित बैंन्जीन द्रव को सूर्य के प्रकाश की उपस्थिति में पार्श्व से देखा जाए तो यह चटकीले नीले रंग का दिखाई देता है।

21.2.1 प्रकाश का प्रकीर्णन

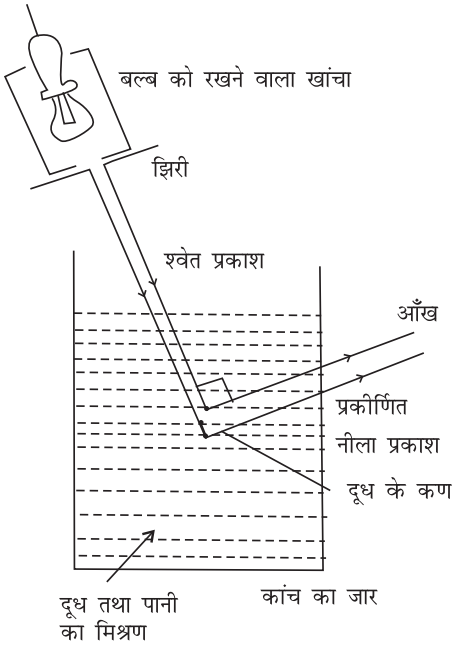
यह परिघटना विकिरणों की पदार्थ के साथ अन्योन्यक्रिया (पारस्परिक क्रिया) के कारण होती है। पृथ्वी के वायुमंडल में धूल के कण विद्यमान होते हैं। जब सूर्य का प्रकाश उन पर पड़ता है तो, वह सभी दिशाओं में विसरित हो जाता है। यही कारण है कि प्रकाश उन स्थानों व कोनों तक भी पहुंच जाता है जहां वह सामान्यत: स्रोत से सीधे नहीं पहुँच सकता।

आइए, हम एक सरल क्रियाकलाप करें।

क्रियाकलाप 21.1

एक काँच का जार या टब लेकर इसमें थोडा सा दूध मिलाकर पानी भर दें। एक दूधिया बल्ब से एक संकीर्ण प्रकाश पुंज को इस पर आपतित होने दें। प्रकाश को 90° पर देखें। आप पानी में से एक नीला किरण पुंज देखेंगे। यह प्रयोग दर्शाता है कि प्रकीर्णन के पश्चात् किसी निश्चित दिशा में प्रकाश की तरंगदैर्घ्य विलक्षण रूप से बदल जाती है (चित्र 21.14)।

प्रकीर्णन की परिघटना दो चरणों की प्रक्रिया है। प्रकीर्णक द्वारा प्रकाश का अवशोषण और फिर उसके द्वारा सभी संभव दिशाओं में प्रकाश का तत्काल पुन: उत्सर्जन। इस प्रकार यह परिघटना परावर्तन से भिन्न है। प्रकीर्णन प्रकाश परावर्तन के नियमों का पालन नहीं करता। यह ध्यान में रखना महत्वपूर्ण है कि कणों का साइज उस पर आपतित प्रकाश की तरंगदैर्घ्य से बड़ा होना चाहिए। बड़े साइज का कण सभी तरंगदैर्घ्यों का समान रूप से प्रकीर्णित करेगा। प्रकीर्णित प्रकाश की तीव्रता रेले के प्रकीर्णन के नियम द्वारा प्राप्त होती है। इस नियम के अनुसार प्रकीर्णित प्रकाश की तीव्रता उसकी तरंगदैर्घ्य के चतुर्थ घात की समानुपाती होती है :



चित्र 21.8 :दूध के कणों द्वारा प्रकाश का प्रकीर्णन

$$I \alpha \frac{1}{\lambda^4}$$

यहाँ I प्रकीर्णित प्रकाश की तीव्रता तथा λ उसकी तरंगदैर्घ्य है। अत:, जब प्रकीर्णक कण पर प्रकाश पड़ता है तो, नीले रंग के प्रकाश का प्रकीर्णन सर्वाधिक तथा लाल रंग का सबसे कम होता है।

उदाहरण 21.4 : जब सूर्य का प्रकाश किसी चिमनी के धुएँ पर पड़ता है तो प्रकीर्णित प्रकाश में 3934Å, 5890Å तथा 6867Å तरंगदैर्घ्य की तीन तरंगें पाई जाती हैं। इनमें से किस का प्रकीर्णन सबसे अधिक तीव्र होगा।

हल : प्रकीर्णित प्रकश की तीव्रता निम्नानुसार प्राप्त होती है :

$$I \alpha \frac{1}{\lambda^4}$$

चूंकि 3934Å सबसे छोटी तरंगदैर्घ्य है, अत: इस का प्रकीर्णन सर्वाधिक तीव्र होगा।

प्रकाश के प्रकीर्णन के आधार पर, हम इनकी व्याख्या कर सकते हैं कि आकाश का रंग नीला क्यों लगता है, बादल क्यों श्वेत लगते हैं तथा उगता और अस्त होता सूर्य क्यों लाल लगता है।

सी.वी. रमन्
(1888 – 1970)

चन्द्रशेखर वेंकट रमन अभी तक भौतिकी में नोबेल पुरस्कार 1930 प्राप्त करने वाले एकमात्र भारतीय हैं। भौतिकी के प्रति उनका लगाव इतना तीव्र था कि उन्होंने भारतीय वित्त विभाग में एक अधिकारी के अपने पद से त्यागपत्र देकर कोलकाता विश्वविद्यालय के भौतिकी विभाग में भौतिकी के पालित प्रोफेसर का पद स्वीकार कर लिया उनके मुख्य

योगदान हैं: प्रकाश के प्रकीर्णन पर रामन् प्रभाव, प्रकाश का आण्विक विवर्तन, धर्नुरज्जुओं का यांत्रिक सिद्धांत, एक्स किरणों का विवर्तन, वाद्य यंत्रों का सिद्धांत तथा क्रिस्टलीय भौतिकी। भारतीय विज्ञान संस्थान, बंगलौर के निदेशक के रूप में और तत्पश्चात रमन् शोध संस्थान के संस्थापक के रूप में उन्होंने भारतीय विज्ञान की बहुत बड़ी सेवा की और स्वतंत्रता पूर्व के काल में उसे एक सुदृढ़ आधार प्रदान किया।

(A) आकाश का नीला रंग

हम जानते हैं कि वायुमंडल में उपस्थित वायु के अणुओं, पानी की बूंदों तथा धूल के कणों से प्रकाश के प्रकीर्णन की व्याख्या रेले के नियम से हो सकती है। छोटी तरंगदैर्घ्य की तरंगों का प्रकीर्णन बड़ी तरंगदैर्ध्य के तरंगों की तुलना में अधिक होता है। अत: नीले प्रकाश का लाल प्रकाश की अपेक्षा लगभग छह गुना अधिक तीव्रता से प्रकीर्णन होता है, क्योंकि नीले प्रकाश की तरंगदैर्घ्य लाल रंग की तरंगदैर्घ्य की लगभग 0.7 गुना होती है। इससे प्रकीर्णित प्रकाश में बैंगनी, नीले तथा हरे रंग प्रचुर मात्रा में हो जाते हैं, और अधिक प्रकीर्णन से बैंगनी प्रकाश प्रेक्षक की आँख तक नहीं पहुँचता क्योंकि आँख बैंगनी प्रकाश के लिए उसके आसपास के अन्य तरंगदैर्घ्यों (नीले) से कम सुग्राही है। अत: हम सूर्य से दूर आकाश को देखते हैं तो वह नीला दिखाई देता है।

उदाहरण 21.5 : किसी बहुत ऊँचाई पर उड़ते हुए अंतरिक्ष यान में स्थित अंतरिक्ष यात्री को आकाश किस रंग का दिखाई देगा?

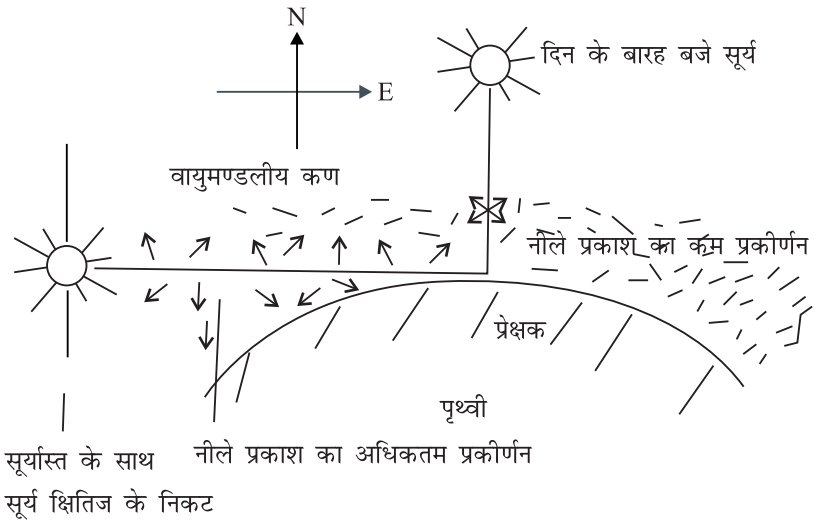
हल : अधिक ऊँचाई पर धूल-कणों तथा वायु के अणुओं की अनुपस्थिति के कारण सूर्य के प्रकाश का प्रकीर्णन नहीं होगा, अत: आकाश उसे काला दिखाई देगा।

(B) बादलों का श्वेत रंग

बादल पानी की छोटी-छोटी बूँदों के मिलने से बनते हैं, जिनका साइज़ दृश्य प्रकाश की औसत तरंगदैर्घ्य से बड़ा हो पाता है। ये बूँदें सभी तरंगदैर्घ्यों (5000Å) का लगभग समान तीव्रता से प्रकीर्णन कर देती हैं। अत: परिणामी प्रकीर्णित प्रकाश श्वेत होता है। इस प्रकार बादलों की पतली परत श्वेत प्रतीत होती है। घने बादलों के विषय में विचार कीजिए और बताइए कि इनका रंग कैसा होगा?

(C) सूर्योदय तथा सूर्यास्त के समय सूर्य का लाल रंग

अब हम सूर्योदाय तथा सूर्यास्त के समय सूर्य के लाल रंग का कारण समझ सकते है। प्रात: व सायंकाल के समय जब सूर्य क्षितिज पर होता है, तो प्रकाश को वायुमण्डल में लम्बी दूरी तय करनी पड़ती है। बैंगनी और नीली तरंगदैर्घ्य का धूल के कणों तथा वायु के अणुओं द्वारा लगभग 90° पर प्रकीर्णन हो जाता है। इस प्रकार सूर्य के प्रकाश से छोटी तरंगदैर्घ्य लगभग हट जाती हैं और लाल रंग की लम्बी तरंगदैर्घ्य प्रेक्षक तक पहुँचती है (चित्र 21.9)। अत: सूर्य लाल दिखाई देता है।



चित्र 21.9 : सूर्योदय तथा सूर्यास्त पर सूर्य का लाल रंग (नीला-प्रकाश प्रकीर्णित हो पाता है)

दोपहर के समय, सूर्य शीर्ष पर होता है और प्रेक्षक से उसकी दूरी तुलनात्मक रूप से कम होती है। नीले रंग का भी प्रकीर्णन कम होता है। परिणाम स्वरूप सूर्य श्वेत, वास्तव में किरमिजी रंग का दिखाई देता है।

21.2.2 रमन प्रभाव

जब प्रकाश विकिरणें का किसी (ठोस, द्रव या गैसीय) पारदर्शी पदार्थ से प्रकीर्णन होता है तो प्रकीर्णित प्रकाश विकिरणों की आवृत्ति आपतित विकिरणों की अपेक्षा कम भी हो सकती हैं और अधिक भी। यह परिघटना रमन प्रभाव कहलाती है, क्योंकि इसका प्रेक्षण पहली बार, 1926 में, सी. वी. रमन द्वारा किया गया था। इस प्रकाशिक परिघटना के ही समान एक्स किरणों के प्रकीर्णन की घटना का प्रेक्षण इससे पहले ए एच. कॉम्पटन द्वारा किया जा चुका था। प्रकीर्णित विकिरणों का स्पेक्ट्रम रमन स्पेक्ट्रम कहलाता है। इसमें आपतित विकिरणों से अधिक आवृत्तियों की रेखाएं भी मौजूद हैं (जिन्हें प्रति-स्टॉक रेखाएं कहते है) और आपतित विकिरणों से कम आवृति की रेखाएं भी विद्यमान हैं (जिन्हें स्टॉक रेखाएं कहते हैं)।

रमन प्रभाव की एक सरल व्याख्या नीचे दिए अनुसार की जा सकती है। जब प्रकाश विकिरण किसी पदार्थ से अन्योन्य क्रिया करते हैं तो तीन संभावनाएं हो सकती हैं। पहली संभावना यह है कि पदार्थ से अन्योन्य क्रिया करने वाले विकिरणों की ऊर्जा में कोई परिवर्तन नहीं होता है। अत: इसकी आवृत्ति अपरिवर्तित रहती है। दूसरी संभावना यह है कि प्रकाश विकिरण अपनी कुछ ऊर्जा पदार्थ को दे दें। परिणामस्वरूप, प्रकाश विकिरणों की ऊर्जा कुछ कम हो जाएगी (स्टॉक रेखाओं के संगत)। तीसरी संभावना यह है कि आपतित विकिरण पदार्थ कणों से उस अवस्था में अन्योन्य क्रिया कर सकते हैं, जब वे पहले से ही उद्दीप्त हों। इस प्रक्रम में विकिरणों की ऊर्जा और आवृत्ति बढ़ जाएगी (प्रति स्टॉक रेखाओं के संगत)।

रमन प्रभाव के विभिन्न क्षेत्रों में अनेक अनुप्रयोग हैं। सी.वी. रमन को उनकी इस खोज के लिए 1930 में भौतिकी का नोबेल पुरस्कार प्रदान किया गया था।

पाठगत प्रश्न 21.2

1. घने बादल काले क्यों दिखाई देते हैं?
2. वर्षा होने के पश्चात् दिन में स्वच्छ आकाश गहरा नीला क्यों दिखाई देता है?
3. क्या आप सूर्योदय तथा सूर्यास्त के समय सूर्य के लाल रंग के प्रदर्शन के लिए किसी प्रयोग का सुझाव दे सकते हैं?
4. किसी कृत्रिम उपग्रह से लिए गए फोटोग्राफ में आकाश काला क्यों दिखाई देता है?
5. प्रतिस्टॉक रेखाएं क्या होती हैं?

आपने क्या सीखा

- केवल एक ही तरंगदैर्घ्य या रंग का प्रकाश एकवर्णीय कहलाता है, किंतु सूर्य का प्रकाश जिस में कई रंग या तरंगदैर्घ्य हैं बहुवर्णीय है।
- किसी प्रकाशत: सघन माध्यम में प्रवेश करने पर प्रकाश के अपने घटक तरंगदैर्घ्य में विभक्त होने को वर्ण विक्षेपण कहते हैं।
- प्रकाश के विक्षेपण के लिए प्रिज्म का उपयोग किया जाता है और जब विक्षेपण से प्राप्त प्रकाश को किसी पर्दे पर लिया जाता है तो स्पेक्ट्रम बनता है।
- यदि आपतन कोण और निर्गत कोण बराबर हों तो विचलन कोण न्यूनतम होता है। इस स्थिति में उस रंग के प्रकाश के लिए किरणपुंज तीव्रतम होगा।
- किसी छोटे कोण वाले प्रिज्म के लिए विचलन कोण δ तथा अपवर्तनांक μ के बीच का संबंध होता है : $\delta = (\mu - 1)\,A$
- प्रत्येक रंग के लिए किसी निश्चित कोण पर वर्षा की बूंदों से सूर्य के प्रकाश के वर्ण विक्षेपण से इन्द्रधनुष बनता है, जिससे न्यूनतम विचलन की शर्त की संतुष्टि होती है।
- इन्द्रधनुष दो प्रकार के होते हैं: प्राथमिक और द्वितीयक। प्राथमिक इन्द्रधनुष की बाहरी सतह लाल किन्तु भीतरी सतह बैंगनी होती है, शेष रंग इनके बीच में, (VIBGYOR) के क्रम में होते है। द्वितीयक इन्द्रधनुष में रंगों का विन्यास प्राथमिक के ठीक विपरीत होता है।
- आकाश का नीला रंग, बादलों का श्वेत रंग और सूर्योदय व सूर्यास्त के समय सूर्य का रक्ताभ रंग प्रकाश के प्रकीर्णन के कारण होता है। प्रकीर्णित प्रकाश की तीव्रता तरंगदैर्घ्य के चतुर्थ घात के प्रतिलोमानुपाती होती है $\left(I \alpha \frac{1}{\lambda^4}\right)$। इसे रेले का नियम कहते हैं। इस प्रकार नीले रंग का प्रकीर्णन लाल रंग से अधिक होता है।

- जब प्रकाश विकिरणों का किसी पारदर्शी पदार्थ से प्रकीर्णन होता है तो प्रकीर्णित विकिरणों की आवृत्ति आपतित विकिरणों से अधिक या कम हो सकती है। यह परिघटना रमन प्रभाव कहलाती है।

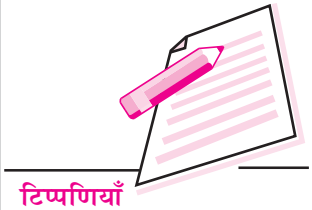
पाठांत प्रश्न

1. दर्शाइए कि किसी प्रिज्म के लिए $i + e = A + \delta$.
2. विक्षेपण उत्पन्न करने के लिए आप छोटे कोण का प्रिज्म लेंगे या बड़े कोण का ? क्यों?
3. किन प्रतिबंधों के अंतर्गत किसी प्रिज्म द्वारा विचलन उसके अपवर्तनांक का समानुपाती होता है?
4. गहरे सागरों में पानी का रंग नीला क्यों लगता है? व्याख्या कीजिए।
5. किसी 60^0 कोण वाले प्रिज्म के लिए न्यूनतम विचलन कोण 39^0 है। प्रिज्म के काँच का अपर्वतनांक ज्ञात कीजिए।
6. क्राउन कांच द्वारा उत्पन्न लाल, पीले तथा बैंगनी रंगो का विचलन क्रमशः 2.84^o, 3.28^o और 3.72^o है। इस काँच के पदार्थ की परिक्षेपण क्षमता का परिकलन कीजिए।
7. निम्नलिखित आंकड़ों से फ्लिन्ट काँच की परिक्षेपण क्षमता ज्ञात कीजिए: $\mu_C = 1.6444$, $\mu_D = 1.6520$ और $\mu_F = 1.6637$, जहाँ C, D & F फ्रॉनहॉफर-नामपद्धति के अनुसार है।
8. किसी लेन्स को उन दो प्रिज्मों से मिला मान सकते हैं जिनके आधार परस्पर जुड़े हैं। क्या किसी लेंस के उपयोग से हम वर्ण विक्षेपण का प्रेक्षण कर सकते है? अपने उत्तर के लिए उचित तर्क दीजिए।
9. मानव नेत्र में एक उत्तल लेंस होता है। क्या हम केवल अपनी आँख से वर्ण विक्षेपण का प्रेक्षण कर सकते हैं?

पाठ्गत प्रश्नों के उत्तर

21.1

1. सभी साधारण गैसों में दृश्य प्रकाश की विभिन्न तरंगदैर्घ्यों के गमन का वेग लगभग एक समान होता है। अतः उनसे दृश्य प्रकाश का वर्ण विक्षेपण नहीं होता। उनका अपवर्तनांक भी 1 के बहुत निकट होता है।
2. बैंगनी, क्योंकि $\lambda_r > \lambda_v$ और किसी प्रकाशतः सघन माध्यम में लाल रंग के प्रकाश का वेग बैंगनी प्रकाश से अधिक होता है।
3. नहीं



4. $\mu = \dfrac{\sin 60^o}{\sin 30^o} = \sqrt{3} = 1.732$

21.2

1. यह सूर्य के प्रकाश का अवशोषण करता है।
2. इसमें धूल के कण और पानी के बड़े अणु नहीं रह जाते और अब प्रकीर्णन ठीक रेले के नियम के अनुसार ही होता है।
3. हम एक गोले पेंदी के फ्लास्क में सोडियम थायोसल्फेट लेकर उसमें थोड़ा सा सल्फ्यूरिक एसिड डालते हैं। किसी अधिक शक्ति के बल्ब से इसको प्रदीप्त करने पर हम सूर्योदय तथा सूर्यास्त के समय सूर्य के रंग के सदृश देख सकते हैं।
4. बहुत ऊँचाई पर सूर्य के प्रकाश का प्रकीर्णन करने के लिए कण नहीं होते। इससे आकाश काला दिखाई देता है।
5. जिन स्पेक्ट्रमी रेखाओं की आवृत्ति आपतित विकिरणों से अधिक होती है वे प्रतिस्टॉक रेखाएं कहलाती हैं।

पाठान्तर प्रश्नों के उत्तर

5. 1.5 6. 0.27

7. 0.03

22

तरंग परिघटना एवं प्रकाश

इस मॉड्यूल के पिछले दो पाठों में आपने परावर्तन, अपवर्तन, विक्षेपण तथा प्रकाश के प्रकीर्णन के बारे में ज्ञान प्राप्त किया। इनको समझने के लिए हमने इस तथ्य का उपयोग किया था कि प्रकाश सरल रेखा में चलता है। किंतु यह धारणा कोनों पर प्रकाश के मुड़ने (विवर्तन) और प्रकाश तरंगों के अध्यारोपण से ऊर्जा के पुन: वितरण की व्याख्या करने में असफल रही। इन प्रेक्षित परिघटनाओं की व्याख्या केवल प्रकश की तरंग प्रकृति के आधार पर की जा सकी। न्यूटन के समकालीन वैज्ञानिक क्रिस्चियन हाइगेन्स की अभिधारणा थी कि प्रकश तरंग रूप में होता है और प्रकाश का तरंग सिद्धांत व्यतिकरण तथा विवर्तन पर प्रयोगों के प्रेक्षणों से नि:संदेह रूप से स्थापित हो गया। इस पाठ में, आप प्रकाश के ध्रुवीकरण के बारे में भी पढ़ेंगे, जिसने निर्णायक रूप से सिद्ध कर दिया कि प्रकाश तरंग स्वरूप होता है और ये तरंगें अनुप्रस्थ होती हैं।

उद्देश्य

इस पाठ के अध्ययन के पश्चात आप

- हाइगेन्स के सिद्धांत के कथन को स्पष्ट कर सकेंगे और इसका तरंग गति की व्याख्या करने में उपयोग कर सकेंगे;
- प्रकाश के व्यतिकरण और विर्वतन की परिघटना की व्याख्या कर सकेंगे;
- किसी एकल-स्लिट से प्रकाश के विर्वतन की व्याख्या कर सकेंगे;
- यह प्रदर्शित कर सकेंगे कि प्रकाश का ध्रुवीकरण उसकी तरंग प्रकृति को स्थापित करता है; और
- ब्रूस्टर के नियम को व्युत्पन्न कर सकेंगे।

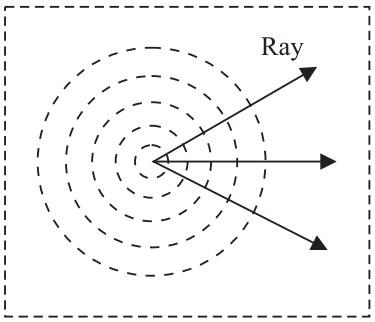
22.1 हाइगेन्स का सिद्धांत

हाइगेन्स ने माना कि प्रकाश एक तरंग है जो एक परिकल्पित माध्यम ईथर में गमन करती है। इस परिकल्पित माध्यम का विचित्र गुण है कि यह सर्वव्यापी संपूर्ण दिक्स्थान में, यहाँ तक कि निर्वात् में भी उपस्थित

रहता है। प्रकाश के स्रोत से कम्पन तरंगों के रूप में संचरित होते हैं और उनके द्वारा वाहित ऊर्जा का सभी दिशाओं में समान रूप से वितरण हो जाता है। **तरंगाग्र** की अभिधारणा हाइगेन्स के सिद्धांत का केन्द्र है। अब हम एक सरल क्रियाकलाप से यह समझें कि तरंगाग्र क्या होता है।

क्रियाकलाप 22.1

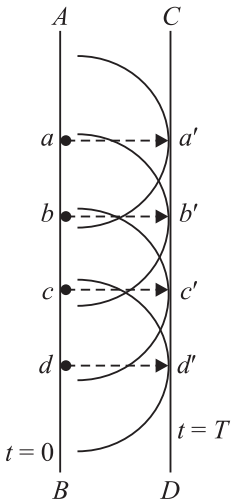
एक चौड़ी पेंदी का पानी से भरा टब लीजिए और इसमें पत्थर का एक टुकड़ा डाल दीजिए। आप क्या देखते हैं? आप देखेंगे कि पानी के अणुओं के ऊपर और नीचे गति के कारण पानी की सतह पर बनती हुई उर्मिकाएं चारों ओर फैल जाती हैं। यदि इन उर्मिकाओं को ध्यान से देंखे तो आप पाएंगे कि किसी भी उर्मिका की परिधि पर स्थित प्रत्येक बिन्दु समान गति की स्थिति में है। अर्थात् किसी उर्मिका की परिधि पर स्थित प्रत्येक बिन्दु समान आयाम तथा कला में दोलन करता है। दूसरे शब्दों में हम कह सकते हैं कि किसी उर्मिका की परिधि उन बिन्दुओं का बिन्दुपथ है जो किसी क्षण एक ही कला में कम्पन करते हैं और इसे **तरंगाग्र** कहते हैं। अत: पानी की सतह पर विक्षोभ के स्थान से पानी की सतह पर फैलती हुई वृत्ताकार उर्मियां एक वृत्ताकार तरंगाग्र को प्रदर्शित करती हैं। स्पष्टत: तरंगाग्र पर स्थित प्रत्येक बिन्दु की विक्षोभ बिन्दु अर्थात तरंगों के स्रोत से समान दूरी होती है। प्रकाश के किसी बिन्दु स्रोत के लिए किसी समदैशिक माध्यम में उन बिन्दुओं का बिन्दुपथ (लोकस), जहां सभी तरंगे एक ही कला में हैं, एक गोला होगा। इस प्रकार प्रकाश का बिन्दु स्रोत गोलाकार तरंगाग्र उत्सर्जित करता है। दो आयामों में जैसे कि पानी की सतह पर किसी बिन्दु स्रोत से उत्सर्जित तरंगाग्र वृत्ताकार प्रतीत होता है। इसी प्रकार का कोई सरलरेखीय स्रोत बेलनाकार तरंगाग्र उत्सर्जित करता है। तरंग्राग के किसी बिन्दु पर लम्ब उस बिन्दु पर तरंगाग्र की गति की दिशा को प्रकट करता है। यह रेखा प्रकाश की **किरण** कहलाती है, और किरणों के समूह को प्रकाश पुंज कहा जाता है। जब प्रकाश स्रोत बहुत दूरी पर होता है तो तरंगाग्र के किसी छोटे भाग को **समतल तरंगाग्र** माना जा सकता है।



चित्र 22.1: पानी की सतह पर वृत्ताकार तरंगाग्र

हाइगेन्स के सिद्धांत के अनुसार:

- किसी तरंगाग्र का प्रत्येक बिन्दु एक नये विक्षोभ का स्रोत बन जाता है जो माध्यम में नियत वेग से सब दिशाओं में प्रसारित हो जाते हैं।
- अगले किसी क्षण पर तरंगाग्र की स्थिति इन द्वितीयक तरंगिकाओं का अग्रवर्ती सर्वनिष्ट आवरण खींचकर प्राप्त की जा सकती है।
- किसी समदैशिक माध्यम में, तरंगों द्वारा वाहित ऊर्जा सभी दिशाओं में समान रूप से प्रसारित हो जाती है।
- यदि किसी तरंगाग्र की प्रारंभिक स्थिति, आकार, गति की दिशा तथा चाल ज्ञात हो तो बाद के किसी क्षण पर इसकी स्थिति ज्यामितीय रचना से निश्चित की जा सकती है। ध्यान दीजिए कि कोई तरंगाग्र पीछे की ओर गमन नहीं करता।

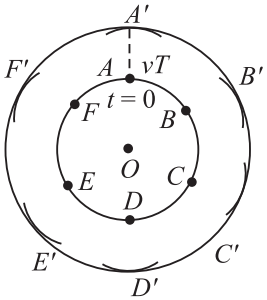


चित्र 22.2: समतल तरगाग्र की रचना

हाइगेन्स की रचना को समझने के लिए, आप किसी खोखले गोले के केन्द्र पर एक बिन्दु स्रोत की कल्पना कर सकते हैं। गोले की बाहरी सतह (पृष्ठ) प्राथमिक तरंगाग्र की भांति है। यदि इस खोखले गोले को एक अधिक त्रिज्या के खोखले गोले में बद कर दिया जाए तो, इस बाहरी गोले की बाहरी सतह द्वितीयक तरंगाग्र की भांति होगीं। (इस प्रकार की व्यवस्था का निकटतम यांत्रिक तुल्यरूप फुटबॉल है।) यदि एक दूसरे गोले को एक और अधिक त्रिज्या के गोले में बंद कर दिया जाए तो सबसे बाहरी (तीसरा) गोला द्वितीयक तरंगाग्र व मध्य का (दूसरा) गोला प्राथमिक तरंगाग्र बन जाएगा। दो विमाओं में प्राथमिक तथा द्वितीयक तरंगाग्र संकेन्द्रीय वृत्तों की भांति प्रतीत होते हैं (चित्र 22.3)।

22.1.1 तरंगों का संचरण

अब हम हाइगेन्स के सिद्धांत का उपयोग प्रकाश तरंगों के तरंगाग्रों के रूप में संचरण की व्याख्या करने के लिए करेंगे। चित्र 22.2 समय $t = 0$ (शून्य) पर एक समतल तरंगाग्र की अवस्थिति तथा आकार को प्रदर्शित करता है। ध्यान रखिए कि सरल रेखा AB पुस्तक के पृष्ठ के लम्बवत् समतल पर स्थित है। तरंगाग्र AB पर a, b, c, से दिखाए गए बिंदु द्वितीयक तरंगिकाओं के स्रोत हैं। ये सभी स्रोत एक ही समय पर द्वितीयक तरंगिकाओं का उत्सर्जन करते हैं, और ये सभी तरंगिकाएं एक ही चाल से तरंग्राग AB की गति की दिशा में गमन करती हैं। चित्र 22.2 में वृत्तकार चाप a, b, c, से उत्सर्जित तरंगिकाओं को प्रदर्शित करते हैं (इनके केन्द्र a, b, c, हैं)। ये तरंगिकाये $r = \upsilon t$, त्रिज्या लेकर खींचे गए हैं, जहां υ तरंगाग्र का वेग है और t वह समय है जिस पर हम तरंगाग्र प्राप्त करना चाहते हैं। इन सभी तरंगिकाओं की स्पर्श रेखा $t = T$ समय पर नए तरंगाग्र को निरुपित करती हैं। अब हम प्रसरणशील वृत्ताकार तरंगाग्र के लिए हाइगेन्स की संरचना का एक अन्य उदाहरण लेते हैं। चित्र 22.3 को देखिए जो $t = 0$ समय पर बिन्दु O पर केन्द्रित वृत्ताकार तरंगाग्र को इंगित करता है। अब कुछ समय पश्चात् $t = T$, पर तरंगाग्र प्राप्त करने के लिए आप क्या करते हैं? आप $A, B, C \ldots$, बिन्दुओं से प्रसरणशील तरंगाग्र का वेग υ और समय T के गुणनफल υT के बराबर त्रिज्या के चाप खींचते हैं। ये चाप द्वितीयक तरंगिकाओं को निरुपित करते हैं। इन चापों की स्पर्शरेखा समय t पर प्रसरणशील वृत्ताकार तरंगाग्र की स्थिति व आकार को निर्धारित करेगी। हम आशा करते हैं कि अब आप हाइगेन्स की संरचना की तकनीक को समझ चुके होंगे। आप आप हाइगेन्स संरचना का भौतिक महत्व जानना चाहेंगे। किसी पिछले क्षण पर किसी तरंगाग्र के आकार व अ वस्थिति को निर्धारित करने से हम तत्वत: तरंगाग्र संचरण का वर्णन कर रहे हैं। अत: हाइगेन्स-संरचना हमें तरंगगति का वर्णन करने में समर्थ बनाता है।



चित्र 22.3: हाइगेन्स के सिद्धांत के प्रयोग द्वारा वृत्ताकार तरंगाग्र की रचना

पाठगत प्रश्न 22.1

1. किसी तरंग के संचरण की दिशा में तथा तरंगाग्र के सापेक्षिक अभिविन्यास में क्या संबंध है?
2. किसी क्षण $t = 0$ s पर द्वितीयक विक्षोभ का एक स्रोत तरंगिकाओं को उत्सर्जित करता है। $t = 3$s तथा $t = 6$s पर तरंगिकाओं की त्रिज्याओं का अनुपात ज्ञात कीजिए।

22.2 प्रकाश का व्यतिकरण

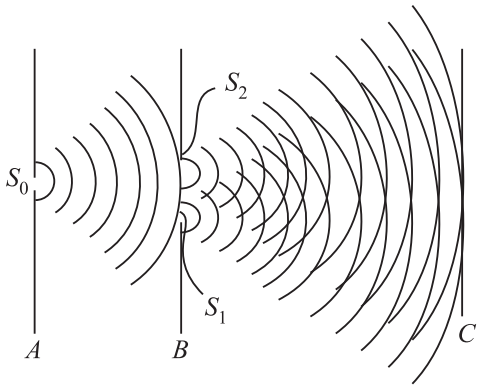
आइए पहले हम एक सरल क्रियाकलाप करें।

क्रियाकलाप 22.2

पानी में कुछ (डिटर्जेन्ट) अपमार्जक मिलाकर एक विलयन बनाइए। तार का एक लूप डुबाइए और इसे हिलाइए। जब आप लूप को बाहर निकालेंगे तो उस पर आपकों साबुन की एक पतली सी फिल्म दिखाई देगी। साबुन की इस फिल्म को एक विद्युत बल्ब के पास लाइए और ऐसी स्थिति में खड़े होइए कि आप फिल्म से परावर्तित प्रकाश को देख सकें। आपको सुन्दर रंग दिखाई देंगे। क्या आप इसका कारण जानते हैं? इसका उत्तर जानने के लिए हमें प्रकाश के **व्यतिकरण** की परिघटना को समझना होगा। सरल शब्दों में **प्रकाश का व्यतिकरण दो कला संबद्ध स्रोतों से उत्पन्न तरंगों के अध्यारोपण के कारण ऊर्जा का पुनर्वितरण है।** प्रकाश के व्यतिकरण की परिघटना का सर्वप्रथम टॉमस यंग ने सन् 1802 में अपने प्रसिद्ध द्वि झिरी प्रयोग द्वारा अवलोकन किया था। इस प्रायोगिक प्रेक्षण की प्रकाश के तरंग सिद्धान्त को प्रतिस्थापित करने में एक बड़ी भूमिका रही। प्रकाश के व्यतिकरण तथा विवर्तन की परिघटनाओं में सम्मिलित मूल सैद्धान्तिक आधार **अध्यारोपण का सिद्धांत** है।

22.2.1 यंग का द्वि-झिरी प्रयोग

यंग के प्रयोग की व्यवस्था को चित्र 22.4 में दिखाया गया है। उसके प्रयोग में सूर्य के प्रकाश को पहले एक सूची छिद्र से और फिर कुछ दूरी पर रखे दो सूची छिद्रों S_1 तथा S_2 से गुजारा गया। S_1 तथा S_2 एक दूसरे के बहुत पास और S से समान दूरी पर स्थित थे। हाइगेन्स के प्रकाश के तरंग सिद्धांत के अनुसार, सूचीछिद्र S से गोलाकार तरंगाग्र विस्तारित होंगे जो सूचीछिद्र S_1 तथा S_2 से दो तरंगाग्रों में विभाजित हो जाएंगे। यदि S किसी एकवर्णीय प्रकाश स्रोत, जैसे सोडियम लैम्प, से प्रदीप्त होता है तो ये (सूचीछिद्र S_1 और S_2)दो कला संबंध स्रोतों की भांति कार्य करेंगे और इन स्रोतों से एक ही कला में तथा समान आयाम की तरंगें निकलेंगी जो S_1 और S_2 से आगे जाकर अध्यारोपण करेंगी।



चित्र 22.4: यंग के द्वि-झिरी प्रयोग का व्यवस्थात्मक चित्र

इस अध्यारोपण के फलस्वरूप (S_1 और S_2 से निकलने वाली एक समान तरंगों के) ऊर्जा का पुर्नवितरण हो जाता है, और आगे रखे गए (जैसे पर) पर्दे पर एकान्तर रूप से दीप्त तथा अदीप्त फ्रिन्जों का पैटर्न बन जाता है। अब हम यंग के व्यतिकरण प्रयोग में प्रेक्षित फ्रिंज पैटर्न की व्याख्या के बारे में अध्ययन करेंगे।

ई. टॉमस यंग
(1773-1829)

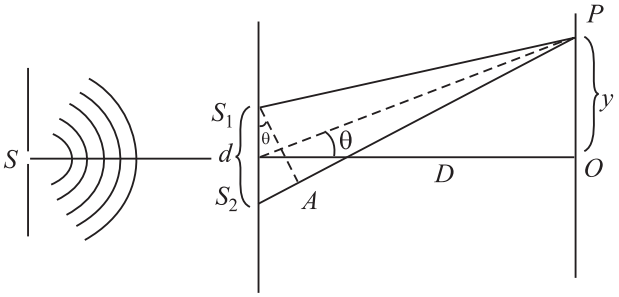
16 जून 1773 को जन्में टॉमस यंग को मानव-कर्ण, मानव-नेत्र, हमारे नेत्र कैसे फोकस करते हैं तथा अबिन्दुकता के अध्ययन के लिए सदैव याद किया जाएगा। उनके वर्णान्धता पर शोध ने वर्ण दर्शन के तीन घटकों के सिद्धांत को जन्म दिया। मानव कर्ण व नेत्रों पर कार्य करते हुए, उन्होंने ध्वनि और प्रकाश की चाल पर बहुत समय समर्पित किया। वह जानते थे कि यदि समान तीव्रता की दो ध्वनि तरंगे 180° के कलान्तर पर कान में पड़ती हैं तो वे एक दूसरे के प्रभाव को नष्ट कर देती हैं और कोई ध्वनि नहीं सुनाई देती। उनके मन में यह विचार आया कि यदि प्रकाश तरंग रूप में है तो इसी प्रकार का व्यतिकरण प्रभाव प्रकाश की दो किरण पुंजों के साथ भी होना चाहिए। इस विचार से यंग ने एक प्रयोग की युक्ति निकाली। इस प्रयोग को सामान्यत: यंग का द्वि-झिरी प्रयोग कहा जाता है।

जीवन के बाद के वर्षों में उन्होंने अपना अधिकांश समय नील के डेल्टा में सन् 1799 में खोजे गए रोसेटा प्रस्तर पर पाई गई चित्रलिपि का अर्थ निकालने में लगाया।

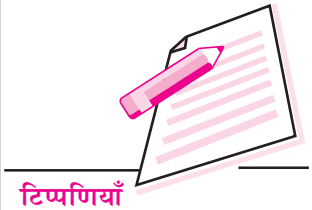
(a) संपोषी व्यतिकरण: आपको स्मरण होगा कि अध्यारोपण के सिद्धांत से पर्दे C के कुछ बिन्दुओं पर विस्थापन या आयाम अधिकतम होता है क्योंकि तरंगों के एक समूह के कारण शृंग तरंगों के दूसरे समूह के शृंग के संपाती हो जाता है (अर्थात् दोनों के शृंग एक दूसरे के ऊपर पड़ते हैं)। दूसरे शब्दों में हम कहें तो इस बिन्दु पर तरंगे एक ही कला में पहुंचती है। अत: उनका कुल आयाम अलग-अलग तरंगों के आयाम से अधिक हो जाता है। यही उन बिन्दुओं पर भी होता है जहां दोनों समूहों की तरंगों के गर्त एक दूसरे के ऊपर पड़ते हैं। यदि ये तरंगें प्रकाश की हों तो ऐसे बिन्दु अधिक दीप्त (चमकीले) दिखाई देंगे क्योंकि प्रकाश तरंगों की तीव्रता उनके आयाम के वर्ग के समानुपाती होती है। ऐसे बिन्दुओं पर तरंगों के अध्यारोपण का जो परिणाम होता है उसे *संपोषी व्यतिकरण* कहते हैं।

(b) विनाशी व्यतिकरण: उन बिन्दुओं पर जहाँ एक समूह की तरंगों का शृंग दूसरे समूह की तरंगों के गर्त पर पडता है, या एक समूह की तरंगों का गर्त दूसरे समूह की तरंगों के शृंग पर पड़ता है, वहां पर कुल आयाम शून्य होता है क्योंकि तरंगें इन बिन्दुओं पर पूर्णत: विपरीत कला में पहुँचती हैं। पर्दे पर ऐसे बिन्दु अदीप्त (काले) दिखाई देते हैं। ये बिन्दु **विनाशी व्यतिकरण** को प्रदर्शित करते हैं।

(c) फ्रिन्जों की तीव्रता: व्यतिकरण के पैटर्न के विश्लेषण के लिए हम आवर्त तरंगों के व्यतिकरण पैटर्न में दीप्त (चमकीली) तथा अदीप्त (काली) फ्रिन्जों की तीव्रता का परिकलन करते हैं। चित्र 22.5 को देखिए जो यंग के प्रयोग की व्यवस्था को निरूपित करता है। व्यतिकरण की परिघटना दो आवर्त तरंगों को अध्यारोपण से उत्पन्न होती है, जिनकी आवृत्ति तथा आयाम



चित्र 22.5: यंग के द्वि-झिरी प्रयोग की ज्यामिति



समान होते हैं। किन्तु उनकी कलाओं में अंतर होता है। मान लीजिए दो तरंगों के बीच कलान्तर δ है। हम किसी बिन्दु P पर दोनों तरंगों के कारण विस्थापन y_1 और y_2, को निम्न प्रकार लिख सकते हैं:

$$y_1 = a \sin \omega t$$

और

$$y_2 = a \sin (\omega t + \delta)$$

जहां δ दोनों तरंगों के बीच कलान्तर है। ध्यान दीजिए कि हमने स्थानिक पदों को शामिल नहीं किया है क्योंकि हम दिक्स्थान में एक स्थिर बिन्दु पर विचार कर रहे हैं।

तरंगों के अध्यारोपण के सिद्धांत के अनुसार, परिणामी विस्थापन (y) होगा:

$$y = y_1 + y_2$$

$$= a \sin \omega t + a \sin (\omega t + \delta)$$

$$= a [\sin \omega t + \sin (\omega t + \delta)]$$

$$= 2a \sin (\omega t + \frac{\delta}{2}) \cos -\frac{\delta}{2}$$

$$= A \sin (\omega t + \frac{\delta}{2})$$

जहां परिणामी तरंग का आयाम

$$A = 2a \cos (\delta/2).$$

बिन्दु P पर परिणामी तरंग की तीव्रता

$$I \propto A^2$$

$$\propto 4a^2 \cos^2 (\delta/2) \qquad (22.1)$$

दो तरंगों के बीच कलान्तर पर तीव्रता की निर्भरता देखने के लिए हम निम्नलिखित दो स्थितियों पर विचार करते हैं।

स्थिति 1: जब कलान्तर, $\delta = 0, 2\pi, 4\pi, \ldots, 2n\pi$

$$I = 4a^2 \cos^2 0$$

$$= 4a^2$$

स्थिति 2: जब कलान्तर, $\delta = \pi, 3\pi, 5\pi, \ldots\ldots, (2n+1)\pi$

$$I = 4a^2 \cos^2 (\delta/2)$$

$$= 0$$

इन परिणामों से हम इस निष्कर्ष पर पहुँचते हैं कि जब दो अध्यारोपित तरंगों के बीच कलान्तर 2π का पूर्ण गुणाँक होता है तो दोनो तरंगें पर्दे पर एक ही कला में पहुँचती हैं और उन बिन्दुओं पर तीव्रता तरंगों की अलग-अलग तीव्रता से अधिक होती है। दूसरी ओर जब दो तरंगों के बीच कलांतर π का विषम गुणांक होता हैं तो अध्यारोपित दो तरंगें पर्दे पर विपरीत कला में पहुँचती हैं। ऐसे बिन्दुओं पर तीव्रता शून्य होती है और ये पर्दे पर अदीप्त प्रतीत होते हैं।

(d) कलान्तर और पथान्तर

यह स्पष्ट है कि यह जानने के लिए कि पर्दे पर कोई बिन्दु दीप्त होगा या अदीप्त हमें यह ज्ञात होना चाहिए कि उस बिन्दु पर पहुँचने वाली तरंगों में कलान्तर कितना है। कलान्तर को दो तरंगों की स्रोत से पर्दे तक की यात्रा के दौरान चली गई दूरी या पथांतर के रूप में भी व्यक्त किया जा सकता है। आपको स्मरण होगा कि दोनों तरंगे S_1 और S_2 से समान कला में चली थीं। इस प्रकार बिन्दु P बिन्दु पर उन दोनों तरंगों के बीच जो भी कलान्तर है, वह उनके S_1 तथा S_2 से अवलोकन बिन्दु पहुँचने के लिए अपनाए गए मार्ग या पथान्तर के कारण है। चित्र 22.5 से, हम पथान्तर को इस प्रकार व्यक्त कर सकते हैं

$$\Delta = S_2P - S_1P$$

हम जानते हैं कि एक तरंगदैर्घ्य का पथान्तर 2π के कलान्तर के तुल्य होता है। इस प्रकार कलान्तर δ तथा पथान्तर Δ के बीच यह संबंध होगा

$$\Delta = \left(\frac{\lambda}{2\pi}\right)\delta \qquad (22.2)$$

समीकरण (22.1) से हम जानते हैं कि दीप्त फ्रिन्जें संपोषी व्यतिकरण के संगत दो तरंगों के बीच $2n\pi$ कलान्तर होने पर दिखाई देती हैं। इसको समीकरण (22.2) में उपयोग करने पर, हम पाते हैं कि दीप्त फ्रिन्जें दिखाई देने के लिए पथान्तर है।

$$(\Delta)_{\text{bright}} = \left(\frac{\lambda}{2\pi}\right)2n\pi = n\lambda;\ n = 0, 1, 2, \ldots \qquad (22.3)$$

इसी प्रकार, अदीप्त फ्रिन्जों के लिए,

$$(\Delta)_{\text{dark}} = (\lambda/2\pi)\,(2n+1)\,\pi$$

$$= (2n+1)\frac{\pi}{2};\ n = 0, 1, 2, \ldots \qquad (22.4)$$

दीप्त तथा अदीप्त (काली) फ्रिन्जों के लिए व्यंजक, प्रयुक्त प्रकाश के पथान्तर तथा तरंगदैर्घ्य के पदों में प्राप्त करने के पश्चात् अब हम देखें कि पथान्तर तथा प्रयोग की ज्यामिति किस प्रकार संबद्ध हैं, अर्थात् देखें कि Δ, स्रोत व पर्दे के बीच की दूरी D, सूची छिद्रों के बीच के पृथक्कन (दूरी) तथा पर्दे पर बिन्दु P की अवस्थिति से किस प्रकार संबद्ध है। चित्र 22.5 से हम देखते हैं कि

$$\Delta = S_2P - S_1P = S_2A = d\sin\theta$$

कोण θ के मान को बहुत कम मानते हुए, हम लिख सकते हैं

$$\sin\theta \approx \tan\theta \approx \theta$$

और

$$\sin\theta = x/D$$

समीकरण (22.5) को समीकरणों (22.5) और (22.3) में प्रतिस्थापित करने पर, हम पाते हैं

$$\Delta = d\sin\theta = x\frac{d}{D} \qquad (22.5)$$

समीकरण (22.5) को समीकरणों (22.2) और (22.3) में प्रतिस्थापित करने पर, हम पाते हैं

$$\frac{d}{D}(x_n)_{\text{bright}} = n\lambda$$

या $$(x_n)_{\text{bright}} = \frac{n\lambda D}{d} \; ; n = 0, 1, 2, ... \qquad (22.6)$$

और $$\frac{d}{D}(x_n)_{\text{dark}} = (n + \frac{1}{2})\lambda$$

या $$(x_n)_{\text{dark}} = (n + \frac{1}{2})\frac{\lambda D}{d} \; ; n = 0, 1, 2, ... \qquad (22.7)$$

समीकरण (22.6) और (22.7) पर्दे पर दीप्त तथा अदीप्त फ्रिन्जों की स्थितियों का उल्लेख करते हैं।

(e) फ्रिंजों की चौड़ाई

अब आप पूछ सकते हैं कि दीप्त या अदीप्त फ्रिंज कितनी चौड़ी है? यह ज्ञात करने के लिए हम दो निकटतम दीप्त (या अदीप्त) फ्रिंजों की स्थिति प्राप्त करें। आइए पहले हम दीप्त फ्रिंजों के लिए यह गणना करें। समीकरण (22.6) से तीसरी व दूसरी दीप्त फ्रिंजों के लिए हम लिख सकते हैं

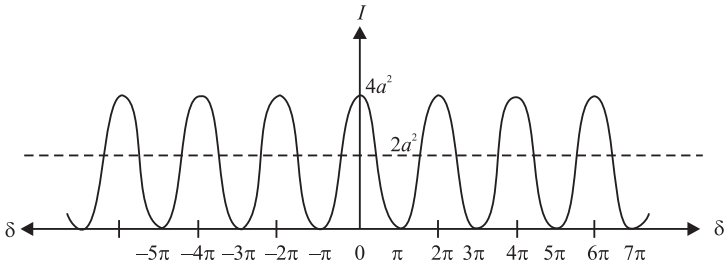
$$(x_3)_{\text{bright}} = 3\frac{\lambda D}{d}$$

और $$(x_2)_{\text{bright}} = 2\frac{\lambda D}{d}$$

अत: फ्रिंज चौड़ाई β के लए व्यंजक होगा

$$\beta = (x_3)_{\text{bright}} - (x_2)_{\text{bright}} = \frac{\lambda D}{d} \qquad (22.8)$$

n के विभिन्न मान लेकर आप यह सुनिश्चित कर सकते हैं व्यतिकरण प्रतिरूप में सभी फ्रिजों की चौड़ाई समान रहती है। ध्यान दीजिए कि फ्रिन्ज चौड़ाई प्रकाश की तरंगदैर्घ्य और स्रोत तथा पर्दे के बीच की दूरी के समानुपाती व स्लिटों के बीच की दूरी की व्युत्क्रमानुपाती होती है। यथार्थ में, फ्रिंज इतनी सूक्ष्म (पतली) होती हैं कि उन्हें देखने के लिए हमें आवर्धक लेंस का उपयोग करना पड़ता है।



चित्र 22.6: किसी व्यतिकरण प्रतिरूप (पैटर्न) में तीव्रता वितरण

इसके पश्चात आइए हम व्यतिकरण प्रतिरूप में दीप्त और अदीप्त फ्रिंजों की तीव्रता के बारे चर्चा करें। हम जानते हैं कि जब दो तरंगें पर्दे के किसी बिन्दु पर विपरीत कला में पहुंचती हैं तो हमें अदीप्त फ्रिन्जें प्राप्त होती हैं। आप पूछ सकते हैं कि क्या यहां ऊर्जा संरक्षण का नियम लागू नहीं होता, क्योंकि यहां दो तरंगों द्वारा वाहित ऊर्जा का क्षय होता हुआ लगता है। किन्तु ऐसा नहीं है; व्यतिकरण पैटर्न में ऊर्जा संरक्षण का उल्लंघन नहीं होता। वास्तव में अदीप्त फ्रिंजों में जितनी ऊर्जा की कमी होती है, दीप्त फ्रिंजों में उतनी ही ऊर्जा की वृद्धि हो जाती है। समीकरण (22.1)से आप देख सकते हैं कि दीप्त फ्रिंजों पर तीव्रता अकेली तरंग की तीव्रता से चार गुना होती है। अत: चित्र (22.6) में दिखाए गए व्यतिकरण फ्रिंज पैटर्न में **ऊर्जा का पुर्नर्वितरण हो जाता है, और ऊर्जा शून्य तथा $4a^2$ के बीच परिवर्तित होती**

रहती है। प्रत्येक किरण पुंज स्वतंत्र प्रभाव छोड़ते हुए a^2 का योगदान करेगा और व्यतिकरण की अनुपस्थिति में पर्दे पर समान प्रदीप्ति होगी जिसकी तीव्रता सर्वसम स्रोतों से आने वाले प्रकाश के कारण $2a^2$ होगी। यही वह औसत तीव्रंता है जिसे चित्र (22.6) में बिन्दुकित सरल रेखा से दिखाया गया है। आपने देख लिया है कि यंग के प्रयोग में प्रेक्षित व्यतिकरण पैटर्न की तरंग सिद्धांत के आधार पर गुणात्मक और मात्रात्मक (परिमाणात्मक) दोनों रूप में व्याख्या की जा सकती है। यह सुनिश्चित करने के लिए कि यह सब आपको भली भांति समझ में आ जाए निम्नलिखित पाठगत प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

पाठगत प्रश्न 22.2

1. दो तरंगों के अध्यारोपण के क्षेत्र में किसी बिन्दु पर परिणामी विस्थापन किन कारकों पर निर्भर करता है।
2. यंग के प्रयोग में पर्दे पर संपोषी व्यतिकरण किस प्रकार होता है?
3. यदि हम यंग के प्रयोग में दो सूचीछिद्रों S_1 तथा S_2 के स्थान पर दो तापदीप्त प्रकाश के बल्ब ले लें तो क्या तब भी हमें पर्दे पर दीप्त और अदीप्त फ्रिंज दिखाई देंगी?
4. कलासंबंध स्रोतों से क्या तात्पर्य है? क्या हमारी आंखे दो कला संबद्ध स्रोतों की तरह काम नहीं कर सकतीं?

22.3 प्रकाश का विवर्तन

पिछले पाठों में आपकों बताया गया था कि सरल रेखीय संचरण प्रकाश का एक अभिलक्षणिक गुण है। प्रकाश के सरल रेखा में चलने का एक स्पष्ट प्रमाण छायाओं का बनना है। किंतु यदि आप छायाओं के बनने का सावधानी से अध्ययन करें तो आप पाएंगे कि उनके किनारे सुस्पष्ट नहीं होते। उदाहरण के लिए जब प्रकाश बहुत सूक्ष्म छिद्र से गुजरता है या किसी बहुत छोटे विस्तार के अवरोध पर पड़ता है तो प्रकाश के सरल रेखा में चलने के नियम का उल्लंघन हो जाता है। छिद्र या अवरोध के किनारे पर प्रकाश छाया के क्षेत्र में मुड जाता है और सरल रेखा में नहीं चलता। **किसी अवरोध के किनारों पर प्रकाश का मुड़ना विवर्तन कहलाता है।**

प्रकाश के विवर्तन की परिघटना का विस्तार के अध्ययन करने से पहले आप स्वंय प्रकाश का विवर्तन देखना चाहेंगे। एक सरल क्रिया द्वारा आप इसे देख सकते हैं। अपनी आँखों को लगभग बंद रखते हुए रात्रि में सड़क पर लगे बल्बों के प्रकाश को देखिए। आप क्या देखतें हैं? आपको बल्ब से प्रकश छितराता हुआ प्रतीत होगा। यह प्रकाश के विवर्तन (पलकों के किनारे मुड़ने) के कारण होता है।

अपने रूमाल के उपयोग से भी आप विवर्तन को देख सकते हैं। रूमाल को अपनी आंखों के पास लाकर सूर्य या जलते हुए बल्ब को देखिए। आपको वृत्ताकार फ्रिंजें दिखाई देंगी जो रूमाल के ताने बाने के धागों से बने सूक्ष्म छिद्रों के कारण विवर्तन होने से बनती हैं।

उपरोक्त परिस्थितियों में विवर्तन अवरोध/छिद्र बहुत सूक्ष्म हैं। विवर्तन के अवलोकन के लिए निम्नलिखित में एक शर्त का पूरा होना आवश्यक है:

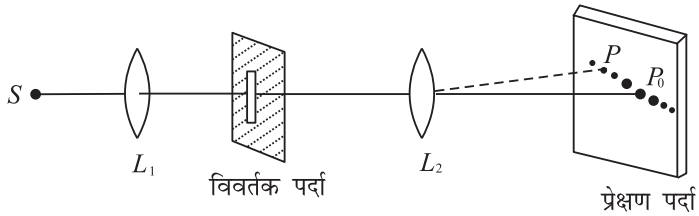
a) अवरोध का छिद्र का साइज आपतित प्रकाश की तरंगदैर्घ्य की कोटि का होना चाहिए।

b) अवरोध या छिद्र तथा पर्दे के बीच की दूरी अवरोध या छिद्र के साइज की तुलना में यथेष्ट अधिक (कुछ हजार गुना) होनी चाहिए।

उपरोक्त प्रेक्षणों के आधार पर, यह समझना आसान है कि हमें सामान्यत: प्रकाश का विवर्तन क्यों नहीं दिखाई देता और प्रकाश सरल रेखा में चलता हुआ क्यों प्रतीत होता है। आपको ज्ञात है कि प्रकाश की तरंग दैर्ध्य 10^{-6} m की कोटि की होती है। अत: प्रकाश के विवर्तन के अवलोकन के लिए, अवरोध या छिद्र का विस्तार इसी कोटि का होना चाहिए।

22.3.1 एकल झिरी पर प्रकाश का विवर्तन

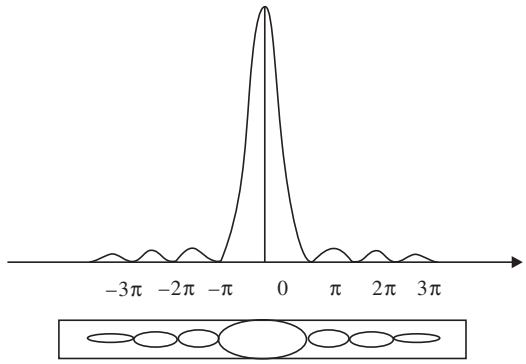
आइए अब हम देखें किसी एकल द्वारक जैसे एकल स्लिट (या झिरी) के लिए विवर्तन पैटर्न किस प्रकार दिखाई देते हैं। चित्र 22.7 को देखिए। यह विवर्तन पैटर्न उत्पन्न करने के लिए प्रयोग की व्यवस्था को प्रदर्शित करता है। S एकवर्णी प्रकाश का स्रोत है। इसे एक उत्तल लेंस के फोकस तल पर रखा गया है ताकि एक समतल तरंगाग्र पतली स्लिट पर पड़े। एक अन्य उत्तल लेंस स्लिट के विभिन्न भागों से प्रकाश को पर्दे पर फोकस करता है।



चित्र 22.7: एकल स्लिट विवर्तन का व्यवस्था-चित्र

एक एकल ऊर्ध्वाधर स्लिट द्वारा एक बिन्दु स्रोत से उत्पन्न वास्तविक विवर्तन पैटर्न) (प्रतिरूप) जैसा कि चित्र 22.8 में दिखाया गया है, के निम्नलिखित प्रमुख लक्षण हैं:

- स्लिट की लम्बाई के अभिलम्ब रेखा के अनुदिश प्रकाश की एक क्षैतिज वर्ण रेखा।
- क्षतिज पैटर्न दीप्त बिन्दुओं की एक श्रृंखला होती है।
- केन्द्र पर बिन्दु अधिकतम दीप्त होता है। इस बिन्दु के दोनों ओर सममितत: स्थित कुछ और दीप्त बिन्दु होते हैं जिनकी तीव्रता कम होती जाती है। केन्द्रीय बिन्दु मुख्य उच्चिष्ठ और अन्य बिन्दु द्वितीयक उच्चिष्ठ कहलाते हैं।
- केन्द्रीय बिन्दु की चौड़ाई अन्य बिन्दुओं की चौड़ाई से दुगुनी होती है।



चित्र 22.8 : एकल झिरी से प्राप्त विवर्तन पैटर्न

इन परिणामों के सैद्धान्तिक आधार को समझने के लिए हम ध्यान में रखते हैं कि हाइगेन्स के तरंग सिद्धांत के अनुसार जिस अवरोधक पर स्लिट बनी है उस पर समतल तरंगाग्र आपतित हैं। अवरोधक पर आपतित तरंगाग्रों में से उनका केवल वहीं भाग स्लिट से गुजरता है जो स्लिट पर आपतित होता है। तरंगाग्र का यह भाग अवरोधक की दाईं ओर को बढ़ता जाता है। किन्तु स्लिट से गुजरने के बाद तरंगाग्र समतल नहीं रहता। चित्र 22.9 को देखिए जो प्रदर्शित करता है कि द्वारक पर प्रत्येक बिन्दु जैसे QPR ... Q′ द्वितीयक तरंगिकाओं के लिए कला संबद्ध स्रोतों की श्रृखंला की भांति व्यवहार करते हैं। अवरोध के दाईं ओर तरंगाग्र के केन्द्रीय भाग में किसी बिन्दु जैसे P से, उत्सर्जित तरंगिका, इसके दोनों ओर स्थित बिन्दुओं जैसे Q और R से उत्सर्जित तरंगिकाओं की उपस्थिति के कारण प्रसारित होती है। क्योंकि तरंग्राग का आकार इन तरंगिकाओं की स्पर्श रेखाओं से निर्धारित होता है, तरंगाग्र का केन्द्रीय भाग संचरित होते हुए समतल बना रहता है। किन्तु स्लिट के किनारे के निकट के बिन्दुओं Q और Q' से उत्सर्जित तरंगिकाओं के लिए किनारों के परे उनसे अध्यारोपण के लिए तरंगिकाएं नहीं होती हैं क्योंकि अध्यारोपण तरंगाग्र के आकार को समतल बनाए रखने में सहायक होता है और किनारों के पास स्थित बिन्दुओं से उत्सर्जित तरंगिकाओं के लिए, अध्यारोपण करने वाली तरंगिकाएं अनुपस्थिति हैं, अत: तरंगिकाएं अपने समतल आकार से विचलित हो जाती हैं । दूसरे शब्दों में किनारों पर तरंगिकाएं फैलने को प्रवृत्त होती हैं। परिणामस्वरूप, किसी सीमित साइज के पतले द्वारक पर आपतित तरंगाग्र उससे गुजरने के पश्चात समतल नहीं रहता।

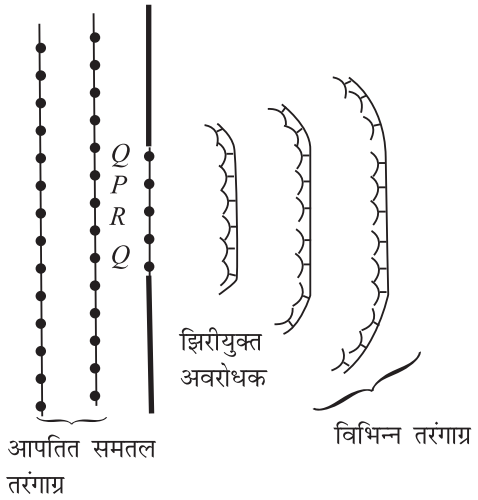
एकल स्लिट के विवर्तन पैटर्न के तीव्रता वितरण को समझने के लिए हम पर्दे पर पहुँचने वाली तरंगों के अध्यारोपण की प्रकृति को निर्धारित करते हैं। हाइगेन्स के सिद्धांत को लगाने के लिए हम स्लिट की चौड़ाई 'a' को कई बराबर भागों (माना 100 भागों) में विभाजित कर लें। इनमें से प्रत्येक भाग को अद्वितीयक तरंगिकाओं का स्रोत माना जा सकता है। इन बिन्दुओं से निकलने वाली तरंगिकाएं स्लिट के दाईं ओर के क्षेत्र में संचरित हो जाती हैं। क्योंकि स्लिट पर समतल तरंगाग्र आपतित है, इन सभी बिन्दुओं से उत्सर्जित होने वाली तरंगिकाएं स्लिट से निकलते समय, समान कला में होती हैं। आइए, अब हम पर्दे के बिन्दु O पर इन तरंगिकाओं के अध्यारोपण के प्रभाव पर विचार करें। चित्र 22.10 की सममिति संकेत करती है कि स्रोत 1 और 100 से उत्सर्जित तरंगिकाएं पर्दे पर एक ही कला में पहुंचेगीं। ऐसा इसलिए क्योंकि दोनों तरंगिकाएं बराबर मार्ग दूरी तय करती हैं। जब ये तरंगिकाएं अपने अपने स्रोतों से चली थीं, वे समान कला में थीं। अत: ये बिन्दु O पर समान कला में पहुँचती हैं और इस प्रकार अध्यारोपण करती हैं कि इनका परिणामी आयाम स्रोत 1 से 100 से एकल तरंगिकाओं के कारण आयाम से बहुत अधिक होगा। इसी प्रकार स्रोत 2 से 50 तक से उत्सर्जित प्रत्येक तरंगिकाओं के संगत स्रोत 99 से 51 तक से उत्सर्जित एक तरंगिका होगी, जिनमें संपोषी व्यतिकरण होगा, जिससे केन्द्र बिन्दु O पर तीव्रता में वृद्धि हो जाएगी।

अब हम पर्दे पर बिन्दु P पर विचार करें जो अन्तिम अक्ष से बाहर है। मान लीजिए बिन्दु P ऐसा है कि स्लिट के सिरों अर्थात स्रोत 1 और 100 के बीच पथान्तर λ है। इस प्रकार स्रोत 1 और 51 से उत्पन्न तरंगिकाओं के बीच पत्थान्तर लगभग $(\lambda/2)$ के बराबर होगा।

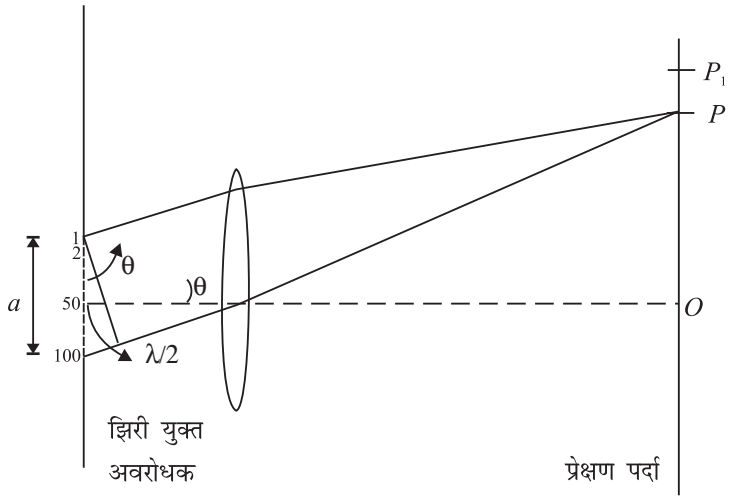
प्रकाश के व्यतिकरण से आपको याद होगा कि स्रोत 1 और 51 से आने वाली तरंगें P पर विपरीत कला में पहुँचती हैं और उनमें विनाशी व्यतिकरण होता है। इसी प्रकार स्रोत 2 से 52 से उत्सर्जित तरंगिकाएं और इसी प्रकार के अन्य युग्मों से उत्सर्जित तरंगिकाएं P बिन्दु पर विनाशी व्यतिकरण उत्पन्न करेंगी। इसलिए बिन्दु P पर हमें न्यूनतम तीव्रता प्राप्त होगी। इसी प्रकार अन्य बिंदुओं पर भी जहाँ तरंगिकाओं के बीच पथान्तर 2λ होगा वहां तीव्रता न्यूनतम होगी। हम कल्पना कर सकते हैं कि स्लिट चार बराबर भागों में विभाजित है और स्रोत 1 और 26, 2 और 27, ... के युग्म (जोड़े) बनाकर दिखा सकते हैं कि पहले और दूसरे चतुर्थांश के बीच पथान्तर $\lambda/2$ है और ये एक दूसरे को निरस्त कर देते है। इसी तर्क के अनुसार तीसरा व चौथा चतुर्थांश भी एक दूसरे को निरस्त कर देते हैं, जिससे तीव्रता न्यूनतम होगी। इ*सी प्रकार*

आगे भी होता रहेगा। अत: हम यह निष्कर्ष निकाल सकते हैं कि जब किसी दिशा में किसी स्लिट अवरोध के अन्तिम छोर के बिन्दुओं से विवर्तित तरंगों के बीच पथान्तर होती λ का पूर्णांक गुणांक होता है तो परिणामी विवर्तित तीव्रता शून्य होती है।

आइए अब हम P और P' बिन्दुओं के बीच स्थित बिन्दु P' पर तीव्रता ज्ञात करें, इसके लिए अन्तिम छोरों पर बिन्दुओं से विवर्तित तरंगों के बीच पथान्तर $3\lambda/2$ है। हम स्लिट पर तरंगाग्र को तीन समान भागों में विभाजित करते हैं। इस स्थिति में दो भागों से (उत्सर्जित) द्वितीयक तरंगिकाओं के बीच पथान्तर $\lambda/2$ है। ये बिन्दु P पर विपरीत कला में पहुँचकर विनाशी व्यतिकरण उत्पन्न करेगीं। तथापि तरंगाग्र के तीसरे



चित्र 22.9: एक पतली झिरी से प्रकाश के विवर्तन के लिए हाइगेन्स की रचना



चित्र 22.10: एकल झिरी विवर्तन का व्यवस्था चित्र

भाग से चलने वाली तरंगिकाएं संपोषी व्यतिकरण में योगदान करेंगी (यह मानते हुए कि इस भाग की तरंगकिओं के लिए पथान्तर शून्य है तथा P पर दीप्ति उत्पन्न करेंगी क्योंकि P' पर तीव्रता के लिए केवल एक तिहाई तरंगाग्र ही योगदान करती है, जबकि O पर तीव्रता के लिए सम्पूर्ण तरंगाग्र योगदान करती है। अत: P' पर तीव्रता O, पर तीव्रता की तुलना में बहुत कम होती है। बिन्दु P' तथा ऐसे ही अन्य बिन्दु द्वितीयक उच्चिष्ठ बनाते हैं।

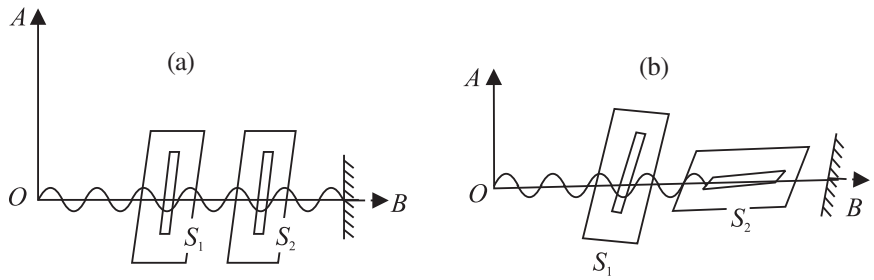
पाठगत प्रश्न 22.3

1. क्या विवर्तन की परिघटना यह दर्शाती है कि प्रकाश सरल रेखीय पथ पर नहीं चलता?
2. प्रकाश के व्यतिकरण व विवर्तन में अंतर लिखिए।
3. एकल झिरी विवर्तन में मुख्य उच्चिष्ठ तथा द्वितीयक उच्चिष्ठ की तीव्रता समान क्यों नहीं होती?

22.4 प्रकाश का ध्रुवीकरण

इस पाठ के पिछले दो भागों में आप प्रकाश के व्यतिकरण और विवर्तन की परिघटना के बारे में अध्ययन कर चुके हैं। व्यतिकरण और विवर्तन के अध्ययन में हमने यह जानने का प्रयत्न नहीं किया कि प्रकाश की तरंगों की प्रकृति कैसी होती है, ये अनुदैर्ध्य हैं या अनुप्रस्थ तथापि, प्रकाश का ध्रुवण निर्णायक रूप से स्थापित करता है कि प्रकाश की तरंगें अनुप्रस्थ होती हैं।

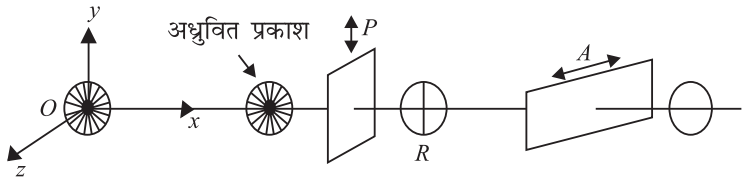
ध्रुवण की परिघटना को समझने के लिए आप एक सरल क्रियाकलाप कर सकते हैं।



चित्र 22.11 : किसी डोरी में उत्पन्न अनुप्रस्थ तरंग a) दो उर्ध्वाधर झिरियों से गुजरती हुई और b) एक ऊर्ध्वाधर और एक क्षैतिज झिरी से गुजरती हुई।

दो गत्ते के टुकड़े लीजिए जिनमें दो पतली झिरियां बनी हों और उन्हें एक दूसरे के समान्तर रखिए। एक लम्बी डोरी को दोनों स्लिटों से गुजरने दीजिए। इसके एक सिरे को स्थिर कर दीजिए और दूसरे सिरे को अपने हाथ में पकड़ कर ऊपर नीचे हिलाकर उसमें अनुप्रस्थ तरंगें उत्पन्न कीजिए। आप देखेंगे कि ऊर्ध्वाधर स्लिट S_1 से भी गुजर जाती है। अब स्लिट S_2 को क्षैतिज रख कर इस प्रयोग को दोहराइए। आप देखेंगे कि तरंग S_2 से आगे नहीं बढ़ पाती है। इसका तात्पर्य यह है कि S_1 से होकर जाने वाली तरंग क्षैतिज स्लिट S_2 से होकर नहीं जा सकती। इसका कारण यह है कि तरंग में कम्पन स्लिट S_2 के लम्बवत होते हैं, जैसा कि चित्र 22.11(b) में दिखाया गया है।

प्रकाश के लिए यह क्रियाकलाप किसी स्रोत को एक बिन्दु O पर रखकर और स्लिटों के स्थान पर दो पोलेरॉइडों को रखकर दोहराया जा सकता है। आप केवल *(a)* स्थिति में ही (जब दोनों पोलेरॉइड समान्तर हैं) प्रकाश देख पाएंगे। इससे यह प्रदर्शित होता है कि प्रकाश में कंपन केवल एक समतल पर सीमित होते हैं। पहले पोलेराइड से गुजरने के पश्चात प्रकाश रैखिकत: ध्रुवित अथवा समतल ध्रुवित कहलाता है चित्र (22.2)



चित्र 22.12 : प्रकाश का ध्रुवण देखने के लिए उपकरण का व्यवस्था-चित्र

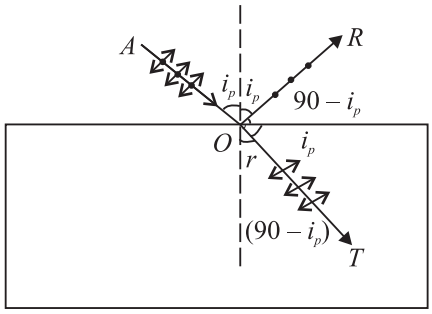
टिप्पणियाँ

जब अध्रुवित प्रकश काँच या पानी जैसे किसी पारदर्शी पदार्थ पर आपतित होता है तो परावर्तित प्रकाश सामान्यत: आंशिक रूप से समतल ध्रुवित होता है। चित्र 22.13 में अध्रुवित प्रकाश की किरण AO काँच की एक प्लेट पर आपतित है। परावर्तित प्रकाश को OR और निर्गत प्रकाश को OT से दिखाया गया है। जब प्रकाश ध्रुवण कोण पर आपतित होता है तो ध्रुवण पूर्ण हो जाता है। इस कोण पर परावर्तित और निर्गत किरणें एक दूसरे के लम्बवत हो जाती हैं।

ध्रुवण कोण काँच की प्लेट या जिस पदार्थ पर प्रकाश आपतित होता है, के आवर्तनांक पर निर्भर करता है। अपवर्तन कोण (r) तथा ध्रुवण कोण i_p के बीच संबंध स्नैल के नियम से प्राप्त होता है। (देखिए चित्र 22.13)

$$\mu = \frac{\sin i_p}{\sin r} = \frac{\sin i_p}{\sin(90 - i_p)}$$

$$= \frac{\sin i_p}{\cos i_p} == \tan i_p.$$



चित्र 22.13 : परावर्तित और अपवर्तित प्रकाश का ध्रुवण

इसका आशय यह है कि ध्रुवण कोण i_p पदार्थ के अपवर्तनांक पर निर्भर करता है। वायु-जल अंतरापृष्ठ के लिए $i_p = 53°$। इसका तात्पर्य है कि जब सूर्य क्षितिज से 37° ऊपर होता है, तब किसी शांत तालाब या झील से परावर्तित प्रकाश पूर्णत: रैखिकत: ध्रुवित होगा। किसी चमकीली चिकनी सतह द्वारा पराविर्तत प्रकाश के कारण उत्पन्न चकाचौंध को ध्रुवण उत्पन्न करने वाले पोलेरॉइड नमक पदार्थ के उपयोग से कम किया जा सकता है। इन्हें क्यूनाइन आइडोसल्फेट क्रिस्टलों को नाइट्रो सैलुलोज की शीट पर एक ही दिशा में पंक्तिबद्ध कर बनाया जाता है। इस प्रकार के क्रिस्टल (जिन्हें द्विवर्णी कहा जाता है) एक विशिष्ट तल में ही प्रकाश का पारगमन करते हैं और इसके लम्बवत तल पर प्रकाश का अवशोषण कर देते हैं। इस प्रकार धूप के चश्मों पर पोलेराइडों की परत धूप की चकाचौंध को, ध्रुवित प्रकाश के एक

घटक का अवशोषण कर, कम कर देते हैं। पोलेरॉइड की डिस्कों का उपयोग फोटोग्राफी में उन्हें कैमरा के लैंसों के सामने लगाकर फिल्टर के रूप में किया जाता है। इससे फोटो में वह विस्तृत विवरण भी आ जाते हैं जो अन्यथा चकाचौंध के कारण छिप जाते। ध्रुवणमापियों का उपयोग चीनी उद्योग में गुणता नियंत्रण के लिए किया जाता है।

पाठगत प्रश्न 22.4

1. प्रकाश का ध्रुवण इसका निश्चित प्रमाण है कि प्रकाश की तरंगे अनुप्रस्थ होती है। इस कथन को उचित सिद्ध कीजिए।
2. क्या यह कहना सही है कि तरंग के गमन की दिशा ध्रुवण तल में हो भी सकती है और नहीं भी हो सकती?
3. मान लीजिए कि अध्रुवित प्रकाश का एक पुंज दो पोलेरॉइडों के समुच्चय पर पड़ता है। यदि इन पोलेराइडों की सहायता से आप प्रकाश को पूर्णत: रोक देना चाहें तो उनकी संरचरण अक्षों के बीच कितना कोण होना चाहिए?
4. क्या वायु में ध्वनि तरंगें ध्रुवण प्रदर्शित करती हैं?

आपने क्या सीखा

- हाइगेन्स के तरंग सिद्धांत के अनुसार, प्रकाश का तरंगाग्रों के रूप में संचरण होता है।
- यदि दो प्रकाश स्रोत, समान आवृत्ति तथा आयाम की तरंगें उत्सर्जित करते हैं और ये तरंगें एक ही मार्ग के अनुदिश गमन करती हैं और इनके बीच एक नियत कलान्तर बना रहता है तो ये दोनो स्रोत कला संबद्ध कहलाते हैं।
- जब दो कला संबद्ध प्रकाश स्रोतों से तरंगों में अध्यारोपण होता है तो भिन्न-भिन्न बिन्दुओं पर ऊर्जा का पुनर्वितरण होता है। इसे प्रकाश का व्यतिकरण कहते हैं।
- संपोषी व्यतिकरण के लिए कलन्तर $\Delta = 2n\pi$ और विनाशी व्यतिकरण के लिए $\Delta = (2n+1)\pi$
- किसी अवरोध या द्वारक के किनारों पर प्रकाश के मुड़ने को प्रकाश का विवर्तन कहते हैं।
- प्रकाश के गमन की दिशा से समतल में प्रकाश के कम्पनों का सीमित हो जाना प्रकाश का ध्रुवण कहलाता है।

पाठांत प्रश्न

1. संक्षेप में प्रकाश की प्रकृति का वर्णन करने के लिए सिद्धांतो की व्याख्या कीजिए।
2. तरंगाग्र से क्या तात्पर्य है? प्रकाश के किरण पुंज की दिशा का संगत तरंग्राग से क्या संबंध होता है? हाइगेन्स के सिद्धांत का कथन कीजिए और प्रकाश तरंगों के संरचरण की व्याख्या कीजिए।

3. परावर्तन के नियमों को हाइगेन्स के तरंग सिद्धांत के आधार पर प्राप्त कीजिए।

4. तरंगों के अध्यारोपण का सिद्धांत क्या है? प्रकश के व्यतिकरण की व्याख्या कीजिए।

5. व्यतिकरण उत्पन्न करने के लिए यंग के द्वि-झिरी प्रयोग का वर्णन कीजिए।

6. यंग के द्वि-झिरी प्रयोग में प्राप्त व्यतिकरण पैटर्नों पर क्या प्रभाव पड़ेगा जब:
   (i) एक स्लिट को ढक दें;
   (ii) प्रयोग को वायु के स्थान पर पानी में किया जाए;
   (iii) हरे रंग के प्रकाश स्रोत के स्थान पर पीले रंग के प्रकाश स्रोत का उपयोग करें;
   (iv) दो स्लिटों के बीच की दूरी धीरे-धीरे बढ़ाई जाए;
   (v) एक वर्णी प्रकाश के स्थान पर श्वेत रंग के प्रकाश का उपयोग करें;
   (vi) एकवर्णी प्रकाश के स्थान पर श्वेत रंग के प्रकाश का उपयोग करें;
   (vii) दो स्लिटों को थोडा निकट खिसका दें; और
   (viii) प्रत्येक स्लिट की चौड़ाई बढ़ा दें.

7. यंग के प्रयोग में स्लिटों का पृथक्कन (दूरी) 2 mm और उनके तथा पर्दे के बीच की दूरी 100cm है। स्लिटों को विभाजित करने वाली सरल रेखा पर्दे से जहां पर मिलती है, वहां से 5cm दूरी पर स्थित एक बिन्दु पर पहुँचने वाली तरंगों के बीच पथान्तर ज्ञात कीजिए।

8. हाइगेन्स की संरचना के आधार पर, विवर्तन की परिघटना की व्याख्या कीजिए।

9. आप कैसे प्रदर्शित करेंगे कि प्रकाश की तरंगे अनुप्रस्थ होती हैं?

10. ध्रुवित व अध्रुवित प्रकाश में अंतर लिखिए।

11. ब्रूस्टर का नियम लिखिए और उसकी व्याख्या कीजिए।

12. किसी माध्यम के लिए ध्रुवण कोण 60° है। उस माध्यम का अपवर्तनांक ज्ञात कीजिए।

13. किसी पदार्थ का अपवर्तनांक 1.42 है। इस पर आपतित एक अध्रुवित प्रकाश के किरणपुंज के लिए ध्रुवण कोण की गणना कीजिए।

पाठांत प्रश्नों के उत्तर

22.1

1. एक दूसरे के लम्बवत् $(\theta = \pi/2)$

2. ½

22.2

1. तरंगों के आयाम और उनके बीच कलान्तर पर।

2. जब दो अध्यारोपण करती तरंगों के बीच कलान्तर 2π का पूर्ण गुणांक होता है तो हमें संपोषी व्यतिकरण मिलता है।

3. नहीं। क्योंकि प्रकाश के दो स्वतंत्र स्रोत विभिन्न तरंगदैर्घ्य और आयाम की तरंगें उत्सर्जित करेंगे और इन दो तरंगों के बीच नियत कला संबंध नहीं होगा। इस प्रकार से स्रोतों को कला-असंबंध कहते है। व्यतिकरण के प्रेक्षण के लिए प्रकाश के स्रोतों का कला-संबद्ध होना आवश्यक है। जब प्रकाश की तरंगें दो कला-असंबंद्ध स्रोतों से आ रहीं हैं तो जिस बिन्दु पर किसी क्षण दोनों तरंगों के शृंग या गर्त अध्यारोपण कर दीप्ति उत्पन्न कर रहे हैं, वहीं पर अगले क्षण एक स्रोत का शृंग व दूसरे का गर्त मिलकर अंधकार उत्पन्न कर सकते हैं। अत: यदि सूची छिद्रों S_1 और S_2 दो स्थान पर दो तापदीप्त बल्बों का उपयोग किया जाए तो पर्दा समान रूप से प्रकाशित लगेगा।

4. कला संबंद्ध स्रोतों द्वारा उत्सर्जित तरंगे होनी चाहिएं।

   (a) समान आवृत्ति और तरंगदैर्घ्य की,

   (b) एक ही कला में या नियत कलान्तर की,

   (c) समान आयाम तथा आवृत्ति काल की।

   साथ ही ये दोनों बहुत निकट होने चाहिएं। हमारी आँखें इन मापदंडों को पूरा नहीं कर सकतीं।

22.3

1. हाँ
2. व्यतिकरण दो विभिन्न द्वितीयक स्रोतों से निकलने वाली द्वितीयक तरंगों के अध्यारोपण के कारण होता है जबकि विवर्तन एक ही तरंगाग्र के विभिन्न भागों में आने वाली द्वितीयक तरंगों के अध्यारोपण के कारण होता है।
3. तरंगाग्रों के बीच बढ़ते हुए पथान्तर के कारण।

22.4

1. नहीं। क्योंकि अनुदैर्ध्य तरंगों में कम्पनों की दिशा नहीं होती है जो तरंग के गमन की दिशा है।
2. नहीं
3. 90° or 270°
4. नहीं

पाठांत प्रश्नों के उत्तर

7. 0.1 mm
12. 1.73
13. 54°

23

प्रकाशीय यंत्र

हमें अपने आस-पास के संसार के बारे में अधिकांश सूचना अपनी आँखों से प्राप्त होती है। किन्तु जैसा कि आप जानते हैं, हमारी आँख की कुछ सीमाएं हैं। बहुत दूरस्थ वस्तुएँ जैसे तारे, ग्रह आदि हमें इतने छोटे दिखाई देते हैं कि हमें उनका विस्तृत विवरण नहीं मिल पाता। इसी प्रकार बहुत छोटी वस्तुएं जैसे पराग कण, जीवाणु, विषाणु आदि भी नंगी आँख से नहीं दिखाई देते साथ ही हम जो कुछ देखते हैं उसका स्थाई विवरण आँखों में नहीं रहता, सिवाय उसके जो हम याद रख पाते हैं। अत: आप पूछ सकते हैं कि हम बहुत सूक्ष्म और बहुत दूरस्थ वस्तुओं को कैसे देख सकते हैं? इसके लिए प्रयुक्त होने वाली विशेष युक्तियों को प्रकाशीय यंत्र कहते हैं। इस पाठ में दो महत्वपूर्ण प्रकाशीय यंत्रों, सूक्ष्मदर्शी व दूरबीन (टेलीस्कोप) के बारे में अध्ययन करेंगे। जैसा कि आप अवश्य जानते होंगे, सूक्ष्मदर्शी छोटी वस्तुओं को आवर्धित करता है, जबकि दूरबीन का दूरस्थ वस्तुओं को देखने के लिए उपयोग होता है। इन साधित्रों का डिजाइन आवश्यकता पर निर्भर करता है। (पाठ 20 में लेंसों तथा दर्पणों द्वारा प्रतिबिम्ब बनाने के संबंध में प्राप्त ज्ञान आपकों इन यंत्रों की कार्यप्रणाली समझने में सहायक होगा। किसी सूक्ष्मदर्शी की उपयोगिता उसकी आवर्धन क्षमता और विभेदन क्षमता से निर्धारित होती है। दूरबीन के लिए मूल शब्द विभेदन क्षमता है। आपने हब्बल दूरबीन के बारे में पढ़ा होगा, जिसका उपयोग वैज्ञानिकों द्वारा दूरस्थ मंदाकिनियों का विस्तृत विवरण प्राप्त करने और हमारे सौरमंडल के बाहर जीवन-धारणीय ग्रह की खोज के लिए किया जा रहा है।

उद्देश्य

इस पाठ के अध्ययन के प्रश्चात आप:

- *सरल व संयुक्त सूक्ष्मदर्शी की कार्य प्रणाली की व्याख्या कर सकेंगे;*
- *सूक्ष्मदर्शी की आवर्धन क्षमता के लिए व्यंजक व्युत्पन्न कर सकेंगे;*
- *रेखीय और कोणीय आवर्धन में भेद कर पाएंगे;*
- *अपवर्ती तथा परावर्ती दूरबीनों के कार्य के सिद्धांत की व्याख्या कर सकेंगे; और*
- *आँख, दूरबीन तथा सूक्ष्मदर्शी की विभेदन क्षमता का परिकलन कर सकेंगे;*

23.1 सूक्ष्मदर्शी

पाठ 20 में आप लेंसों तथा दर्पणों द्वारा प्रतिबिम्बों की रचना का ज्ञान प्राप्त कर चुके हैं। यदि आप एक उत्तल लेंस लें और उसे इस पेज के ऊपर कुछ दूरी पर पकड़े रहें तो आप अक्षरों/शब्दों का प्रतिबिम्ब देखेंगे। यदि आप लेंस को इस पेज के पास लाते रहें तो इस पर छपे अक्षर आवधि ंत होते दिखाई देंगे क्योंकि लेंस से उनका आवर्धित, आभासी तथा सीधा प्रतिबिम्ब बन रहा है। यह लेंस वास्तव में एक आवर्धक लेंस या सरल सूक्ष्मदर्शी का कार्य कर रहा है। आपने किसी डाक्टर को किसी बच्चे के शरीर पर खसरे रोग की जांच करते हुए इस प्रकार के लेंस का उपयोग करते देखा होगा। घड़ी साज तथा जौहरी, घड़ियो के छोटे-छोटे पुर्जा को तथा गहनों पर किए गए महीन काम के आवर्धन के लिए इसका उपयोग करते हैं। आप एक उत्तल लैंस लेकर सूर्य के प्रकाश को एक कागज के टुकड़े पर फोकस कर सकते हैं। आज देखेंगे कि कुछ समय पश्चात् कागज जलने लगता है। अत: उत्तल लेंस से आग लगाई जा सकती है। इसी कारण जंगल में खाली काँच की बोतलों को छोड़ना खतरनाक है। बोतलों पर पड़ने वाला सूर्य का प्रकाश जंगल की सूखी पत्तियों पर फोकस होकर उन्हें जला सकता है। कभी-कभी इससे जंगलों में आग लग जाती है, जिससे जंगल के बहुत बड़े भाग और 1 अथवा रिहायसी इलाके नष्ट हो जाते हैं। इस प्रकार की आग आस्ट्रेलिया, इन्डोनेशिया तथा संयुक्त राज्य अमेरिका में बहुत बार लगती रहती है।

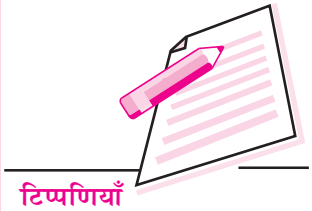
आसपास की वस्तुओं को बीस गुना तक आवर्धित करने के लिए सरल सूक्ष्मदर्शी के रूप में उत्तल लेंस उपयुक्त होता है। अधिक आवर्धन के लिए संयुक्त सूक्ष्मदर्शी का उपयोग किया जाता है जो मूलत: दो लैंसों का संयोजन है। भौतिकी प्रयोगशाला में आवर्धक लैंस का उपयोग चल-सूक्ष्मदर्शी और स्पेक्ट्रोमीटर के साथ लगे वर्नियर पैमाने को पढ़ने के लिए होता है।

सरल और संयुक्त सूक्ष्म दर्शियों का अध्ययन करते समय हमें (i) निकट बिन्दु, (ii) सुस्पष्ट दृष्टि की अल्पतम दूरी, (iii) कोणीय आवर्धन या आवर्धन क्षमता, (iv) सामान्य समायोजन जैसे पदों के बारे में जानना आवश्यक है। आइए पहले हम इनको परिभाषित करें।

(i) **निकट बिन्दु** आँख से न्यूनतम दूरी है जहां पर स्थित वस्तु का प्रतिबिम्ब आंख के लेंस द्वारा रेटिना (दृष्टिपटल) पर बनता है। निकट बिन्दु प्रत्येक व्यक्ति के लिए समान नहीं होता तथा यह व्यक्ति की आयु के साथ बदलता रहता है। कम आयु 10 साल से कम में निकट बिन्दु 7-8 cm तक हो सकता है। वृद्धावस्था में निकट बिन्दु अधिक दूर हो जाता है, जैसे 100-200 cm या इससे भी अधिक। इस कारण बच्चे अपनी पुस्तकों को पढ़ने के लिए आंखों के निकट रखते हैं और वृद्ध लोग पुस्तक या समाचार पत्र पढ़ने के लिए उसे आंखों से दूर रखते हैं।

(ii) **सुस्पष्ट दृष्टि की अल्पतम दूरी** वह निकटतम दूरी है जहां तक मानव नेत्र (आंख) किसी वस्तु को बगैर किसी तनाव के स्पष्ट देख सकता है। सामान्य मानव नेत्र के लिए यह दूरी 25 सेमी ली जाती है।

(iii) **कोणीय आवर्धन** किसी बिंब के प्रतिबिम्ब (सूक्ष्मदर्शी द्वारा देखे जाने पर) द्वारा आंख पर बने कोण तथा सुस्पष्ट दृष्टि (दर्शन) की अल्पतम दूरी पर स्थित बिंब द्वारा खाली आँख पर बने कोण के अनुपात को कोणीय आवर्धन कहते हैं। इसे सूक्ष्मदर्शी की आवर्धन क्षमता भी कहते हैं।



(iv) **सामान्य समायोजन:** जब प्रतिबिम्ब अनंत पर बनता है तो इसे रेटिना पर फोकस करने के लिए आंख पर न्यूनतम तनाव होता है। इसे सामान्य समायोजन कहते हैं।

(v) **रेखीय आवर्धन:** प्रतिबिम्ब व बिम्ब के साइजों (आमापों) का अनुपात होता है।

(vi) **दर्शन कोण:** किसी वस्तु द्वारा मनुष्य की आँख पर बने कोण को दर्शन कोण कहते हैं।

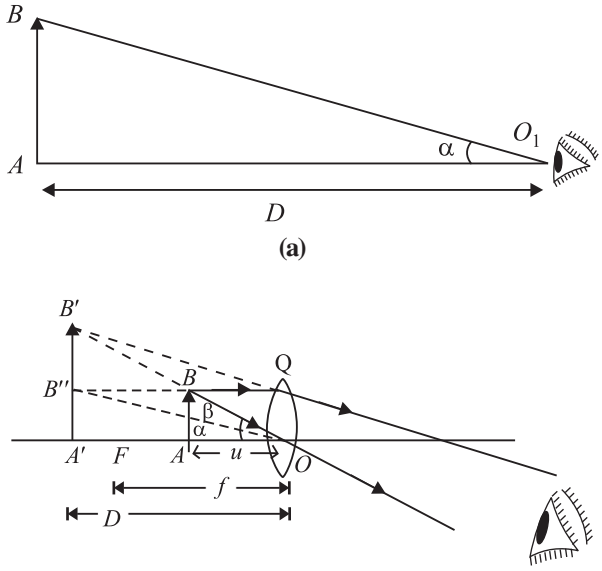
23.1.1 सरल सूक्ष्मदर्शी

जब कम फोकस दूरी के किसी उत्तल लेंस को, छोटी वस्तुओं का आवर्धित प्रतिबिम्ब देखने के लिए उपयोग किया जाता है तो उस लेंस को सरल सूक्ष्मदर्शी कहते हैं।

हम जानते हैं कि जब किसी बिंब को किसी उत्तल लेंस के फोकस और प्रकाशिक केन्द्र के बीच में कहीं रखा जाए तो उसका प्रतिबिम्ब आभासी, सीधा, आवर्धित तथा बिंब की ओर ही बनता है। व्यवहार में, ऐसे लेंस को आँख के पास ही रखा जाता है और बिंब की स्थिति को इस प्रकार समायोजित किया जाता है कि प्रतिबिम्ब सुस्पष्ट दृष्टि से अल्पतम दूरी पर बने। चित्र 23.1 में इसका सचित्र उदाहरण दिया गया है। जिसमें F और O के बीच में एक बिंब AB रखा है। इसका आभासी प्रतिबिम्ब $A'B'$ बिंब की ओर ही बनता है। वस्तु की स्थिति को इस प्रकार समायोजित किया जाता है कि प्रतिबिम्ब सुस्पष्ट दृष्टि की अलतम दूरी D पर बने।

सरल सूक्ष्मदर्शी की आवर्धन क्षमता

किसी प्रकाशिक यंत्र की आवर्धन क्षमता किसी बिंब के प्रतिबिम्ब द्वारा आँख पर बने कोण और बिंब द्वारा आँख पर बने कोण का अनुपात है, जबकि दोनो सुस्पष्ट दृष्टि की अल्पतम दूरी या निकट बिन्दु पर हों। इसे कोणीय आवर्धन भी कहते है और M से प्रकट करते हैं।



चित्र 23.1 : आवर्धक लेंस का कोणीय आवर्धन

चित्र 23.1 (a) और (b) से, एक सरल सूक्ष्मदर्शी का कोणीय आवर्धन $M = \frac{\angle A'OB'}{AO'B} = \frac{\beta}{\alpha}$। व्यवहार में, कोण α और β बहुत छोटे होते हैं। अतः हम उनके स्थान पर उनकी स्पर्शज्या का मान ले सकते हैं। अर्थात्

$$M = \frac{\tan\beta}{\tan\alpha} \tag{23.1}$$

समान त्रिभुजों $A'OB'$ और AOB से हम लिख सकते हैं, $\tan\beta = \frac{A'B'}{A'O} = \frac{A'B'}{D}$ और

$\tan\alpha = \frac{A'B''}{A'O} = \frac{AB}{D}$। समीकरण (23.1) में $\tan\beta$ और $\tan\alpha$ का मान रखने पर, हमें प्राप्त होता है

$$M = \frac{A'B'}{D} \Big/ \frac{AB}{D} = \frac{A'B'}{AB}$$

चित्र 23.1 में समान त्रिभुजों AOB और $A'OB'$ में

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{A'O}{AO} \tag{23.2}$$

चिह्नों की मानक प्रणाली के अनुसार,

$$A'O = -D$$

और $$AO = -u$$

अतः समीकरण (23.2) से हमें प्राप्त होता है,

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{D}{u} \tag{23.3}$$

यदि सरल सूक्ष्मदर्शी के लेंस की फोकस दूरी f हो तो लेंस के सूत्र $\left(\frac{1}{v} - \frac{1}{u} = \frac{1}{f}\right)$ का उपयोग करने और $v = -D$, $u = -u$ और $f = +f$ रखने पर

$$\frac{1}{-D} - \frac{1}{-u} = \frac{1}{f}$$

या $$-\frac{1}{D} + \frac{1}{u} = \frac{1}{f}$$

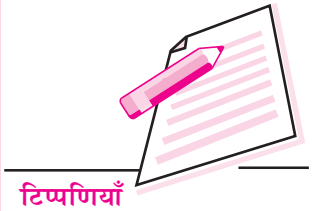
दोनों ओर D से गुणा करने पर तथा पदों को व्यवस्थित क्रम में लिखने पर

$$\frac{D}{u} = 1 + \frac{D}{f} \tag{23.4}$$

समीकरणों (23.3) तथा (23.4) को मिलाने पर हमें प्राप्त होता है

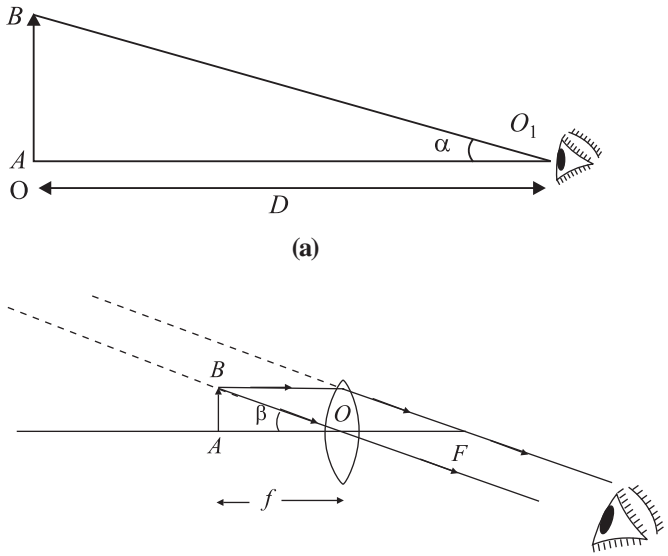
$$\frac{A'B'}{AB} = 1 + \frac{D}{f}$$

या $$M = 1 + \frac{D}{f} \tag{23.5}$$



इस परिणाम से हम देखते है कि उत्तल लेंस की फोकस दूरी जितनी कम होगी उतना ही अधिक सरल सूक्ष्मदर्शी का कोणीय आवर्धन या आवर्धन क्षमता का मान होगा।

सामान्य समायोजन : इस दशा में, प्रतिबिम्ब अनन्त पर बनता है। सरल सूक्ष्मदर्शी कीआवध ्न क्षमता को प्रतिबिम्ब द्वारा आँख पर बने कोण और आँख पर बिंब द्वारा बनाए गए कोण के अनुपात से परिभाषित किया जाता है, जबकि बिंब D दूरी पर रखा हो। चित्र 23.1 (a) में प्रतिबिम्ब को स्पष्ट दृष्टि की न्यूनतम दूरी (D) पर रखा दिखाया गया है।



चित्र 23.2 : सामान्य संयोजन के लिए प्रतिबिम्ब का बनना

आँख पर बिंब पर व प्रतिबिम्ब द्वारा बने कोण क्रमशः α और β हैं। आवर्धन क्षमता की परिभाषा के अनुसार

$$M = \frac{\beta}{\alpha}$$

व्यवहार में कोण α और β छोटे हैं, अतः पहले की भांति उनके स्थान पर हम उनकी स्पर्शज्या लिख सकते हैं। तब

$$M = \frac{\tan\beta}{\tan\alpha}$$

अर्थात्

$$= \frac{AB}{AO} \Big/ \frac{AB}{AO_1}$$

$$= \frac{AO_1}{AO} = \frac{D}{f}$$

या

$$M = \frac{D}{f} \qquad (23.6)$$

ध्यान रखिए कि सामान्य समायोजन में, प्रतिबिम्ब को देखना अधिक आरामदेह होता है? आपकी अवधारणओं को स्पष्ट करने के लिए, अब हम आपको एक उदाहरण देते हैं, जिसमें एक प्रश्न को हल किया गया है। इसे ध्यानपूर्वक पढ़िए।

उदाहरण 23.1: उस सरल सूक्ष्मदर्शी की आवर्धन क्षमता का परिकलन कीजिए जिसकी फोकस दूरी 2.5 cm है।

हल: : किसी सरल सूक्ष्मदर्शी की आवर्धन क्षमता समीकरण (23.5) के अनुसार,

$$M = 1 + \frac{D}{f}$$

इसमें $D = 25$ cm और $f = 2.5$cm, रखने पर हम पाते हैं:

$$M = 1 + \frac{25}{2.5} = 1 + 10 = 11$$

23.1.2 A संयुक्त सूक्ष्मदर्शी

संयुक्त सूक्ष्मदर्शी में दो उत्तल लेंस होते हैं। एक कम द्वारक और कम फोकस दूरी का उत्तल लेंस बिंब की ओर होता है अभिदृश्यक कहलाता है। अभिदृश्यक और दूसरा लैंस जो कम फोकस दूरी किन्तु अधिक द्वारक का आँख की ओर होता है अभिदृश्यक और नेत्रिका को एक नली के दो सिरों पर इस प्रकार लगाया जाता है कि उनकी अक्ष एक ही हो।

जब बिंब को अभिदृश्यक F और 2 F के बीच रखा जाता है तो अभिदृश्यक के दूसरी ओर 2F से आगे एक वास्तविक, उल्टा व आवर्धित प्रतिबिम्ब बनता है। यह प्रतिबिम्ब नेत्रिका के लिए बिंब का कार्य करता है और फिर नेत्रिका सरल सूक्ष्मदर्शी की भांति कार्य करती है। नेत्रिका को इस प्रकार समायोजित किया जाता है कि यह प्रतिबिम्ब नेत्रिका के फोकस और प्रकाशिक केन्द्र के बीच में रहे, जिससे आवर्धित प्रतिबिम्ब नेत्रिका से सुस्पष्ट दृष्टि के अल्पतम दूरी पर बने।

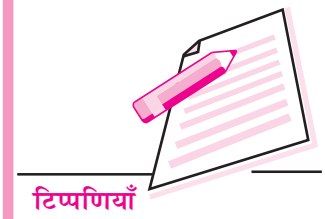
संयुक्त सूक्ष्मदर्शी की आवर्धन क्षमता

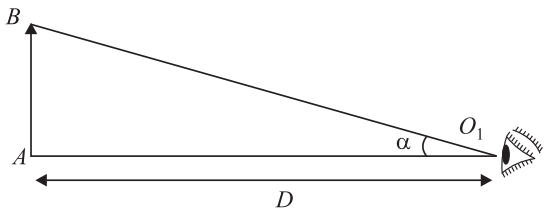
संयुक्त सूक्ष्मदर्शी की आवर्धन क्षमता को अन्तिम प्रतिबिम्ब द्वारा आँख पर बने कोण और बिंब द्वारा आँख पर बने कोण के अनुपात से परिभाषित किया जाता है जबकि दोनो सुस्पष्ट दृष्टि की अल्पतम दूरी पर हों। इसे M से निर्दिष्ट किया जाता है। चित्र 23.3 से हम लिख सकते हैं

$$M = \frac{\beta}{\alpha}$$

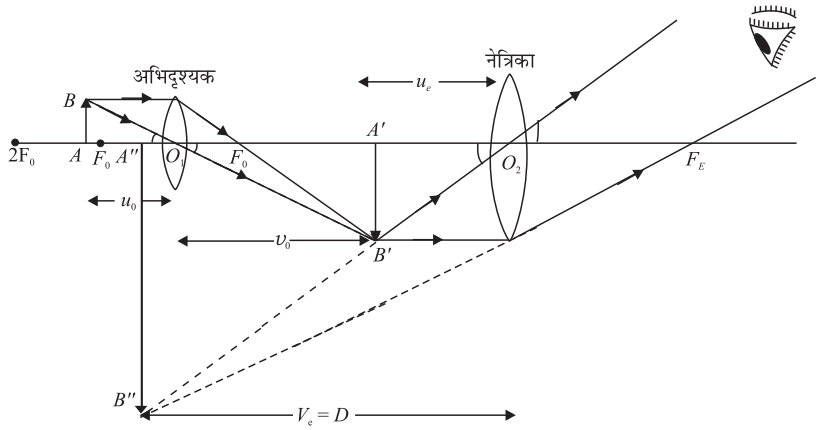
चूँकि α और β बहुत छोटे कोण हैं, इनके स्थान पर हम इनके स्पर्शज्या को ले सकते हैं, जिससे

$$M = \frac{\tan\beta}{\tan\alpha}$$





(a)



(b)

चित्र 23.3 : ***संयुक्त सूक्ष्मदर्शी द्वारा प्रतिबिम्ब का बनना, जब अंतिम प्रतिबिम्ब सुस्पष्ट दृष्टि से अल्पतम दूरी पर बने।***

$$M = \frac{A''B''}{D} \Big/ \frac{AB}{D}$$

$$\Rightarrow \qquad M = \frac{A''B''}{AB} = \frac{A''B''}{A'B'} \cdot \frac{A'B'}{AB}$$

समान त्रिभुजों $A''B''O_2$ और $A'B'O_2$ से हम लिख सकते हैं,

$$\frac{A''B''}{A'B'} = \frac{A''O_2}{A'O_2} = \frac{D}{u_e}$$

साथ ही समान त्रिभुजों $A'B'O_1$ तथा ABO से हमें प्राप्त होता है।

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{v_o}{u_o}$$

ध्यान दीजिए कि $m_e = \frac{A''B''}{A'B'}$ नेत्रिका द्वारा उत्पन्न आवर्धन है, और $m_o = \frac{A'B'}{AB}$ अभिदृश्यक द्वारा उत्पन्न आवर्धन है। अत:

$$M = \frac{D}{u_e} \cdot \frac{v_o}{u_o} = m_e \times m_o \qquad (23.7)$$

पाठ 20 से लेंस सूत्र के अनुसार, नेत्रिका के लिए हम लिख सकते हैं

$$\frac{1}{v_e} - \frac{1}{u_e} = \frac{1}{f_e}$$

दोनों ओर v_e से गुणा करने पर, हमें प्राप्त होता है

$$\frac{v_e}{v_e} - \frac{v_e}{u_e} = \frac{v_e}{f_e}$$

$$\Rightarrow \qquad \frac{v_e}{u_e} = 1 - \frac{v_e}{f_e}$$

क्योंकि चिह्नों की परिपाटी के अनुसार f_e धनात्मक है और $v_e = -D$ हम लिख सकते हैं

$$m_e = \frac{v_e}{u_e} = 1 + \frac{D}{f_e} \qquad (23.8)$$

समीकरणों (23.7) और 923.8) को मिलाने पर, हमें प्राप्त होता है।

$$M = \frac{v_o}{u_o} \times \quad 1 + \frac{D}{f_e}$$

व्यवहारिक रुप में, अभिदृश्यक की फोकस दूरी बहुत कम होती है और बिंब AB अभिदृश्यक के फोकस के ठीक पीछे रखा जाता है। अर्थात्

$$\therefore \qquad u_o \approx f_0$$

चूँकि नेत्रिका की फोकस दूरी भी बहुत कम होती है। प्रतिबिम्ब A′B′ की अभिदृश्यक से दूरी लगभग सूक्ष्मदर्शी की नलिका की लम्बाई (L) के बराबर है, अर्थात्

$$v_o \approx L$$

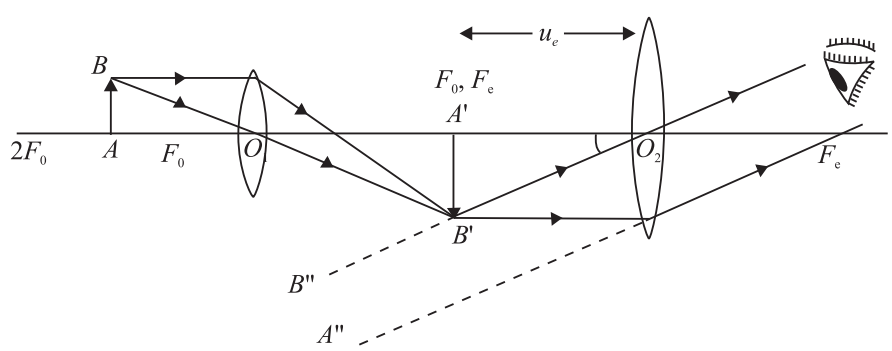
अत: आवर्धन क्षमता को सूक्ष्मदर्शी से संबंधित प्राचलों (पैरामीटरों) के पदों में इस प्रकार लिखा जा सकता है,

$$M = \frac{L}{f_0} \quad 1 + \frac{D}{f_e} \qquad (23.10)$$

सामान्य समायोजन में आवर्धन क्षमता : इस दशा में अंतिम प्रतिबिम्ब अनन्त पर बनता है। जैसा हम पहले देख चुके हैं, संयुक्त सूक्ष्मदर्शी की आवर्धन क्षमता को निम्न प्रकार लिखा जा सकता है,

$$M = m_o \times m_e$$

$$= \frac{v_o}{u_o} \quad \frac{D}{f_e}$$



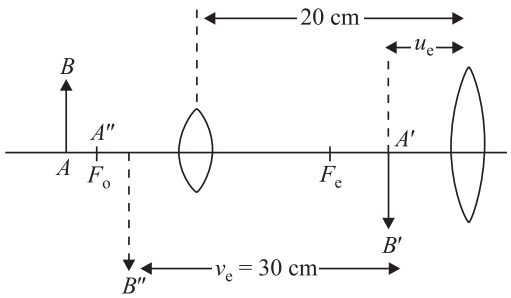
चित्र 23.4 : समान्य समायोजन में संयुक्त सूक्ष्मदर्शी

अब आप एक आंकिक प्रश्न को देखिए

उदाहरण 23.2 : किसी संयुक्त सूक्ष्मदर्शी के अभिदृश्यक की फोकस दूरी 2 cm और नेत्रिका की फोकस दूरी 5 cm है। दो लेंसों के केन्द्र के बीच की दूरी 20 cm है। यदि अंतिम प्रतिबिम्ब नेत्रिका से 30 cm दूरी पर बनता है तो सूक्ष्मदर्शी का आवर्धन ज्ञात कीजिए।

हल : अभिदृश्यक के लिए $f_o = 2$ cm और $f_e = 5$ cm। नेत्रिका के लिए $v_e = -30$ cm और $f_e = 5$ cm। हम v_e का मान निम्न समीकरण से ज्ञात कर पाते हैं।

$$\frac{1}{v_e} - \frac{1}{u_e} = \frac{1}{f_e}$$



हल करने पर $$u_e = -\frac{30}{7} \text{ cm}$$

अभिदृश्यक के लिए

$$v_o = 20 - \frac{30}{7}$$

$$= \frac{110}{7} \text{ cm}$$

निम्न सूत्र का प्रयोग करने पर,

$$\frac{1}{v_o} - \frac{1}{u_o} = \frac{1}{f_o}$$

हमें प्राप्त होता है

$$\frac{1}{110/7} - \frac{1}{u_o} = \frac{1}{2}$$

या $$u_o = -\frac{110}{48} \text{ cm}$$

अभिदृश्यक की आवर्धन क्षमता

$$m_o = \frac{v_o}{u_o} = \frac{110/7}{-110/48} = -\frac{48}{7}$$

नेत्रिका के कारण आवर्धन

$$m_o = \frac{v_e}{u_e} = \frac{-30/1}{-30/7} = 7$$

अत: संयुक्त सूक्ष्मदर्शी का आवर्धन

$$M = (m_o)(m_e)$$

$$= \left(-\frac{48}{7}\right)(7) = -48$$

पाठगत प्रश्न 23.1

1. (i) सरल सूक्ष्मदर्शी और (ii) संयुक्त सूक्ष्मदर्शी द्वारा बनाए गए प्रतिबिम्बों की प्रकृति कैसी होती है?
2. आवर्धन और आवर्धन क्षमता में क्या अंतर है?
3. किसी सरल सूक्ष्मदर्शी की आवर्धन क्षमता 11 है। इसकी फोकस दूरी कितनी होगी?
4. यदि आपके पास 100 cm तथा 4 cm फोकस दूरी के दो उत्तल लेंस हों तो इनमें से किसे आप संयुक्त सूक्ष्मदर्शी की नेत्रिका बनाने के लिए चुनेंगे और क्यों?
5. संयुक्त सूक्ष्मदर्शी के अभिदृश्यक तथा नेत्रिका दोनों की ही फोकस दूरी कम क्यों होनी चाहिए?

23.2 दूरदर्शक (दूरबीन)

दूरदर्शक का उपयोग दूरस्थ वस्तुओं, जैसे खगोलीय और पार्थिव पिंडों को देखने के लिए होता है। इनमें से कुछ पिंड (या वस्तुएं) हो सकता है नंगी आंख से न दिखाई दें। दूरस्थ वस्तुओं द्वारा आंख पर बना दर्शनकोण इतना छोटा होता है कि हम वस्तु का अनुभव ही नहीं कर सकते। दूरबीनों का उपयोग दर्शन कोण को बढ़ा देता है तथा प्रतिबिम्ब को आंख के निकट ला देता है। मुख्यत: दो प्रकार के दूरदर्शकों का सामान्यत: उपयोग होता है: अपवर्ती दूरदर्शक और परावर्ती दूरदर्शक। अब हम इन पर चर्चा करेंगे।

23.2.1 अपवर्ती दूरदर्शक

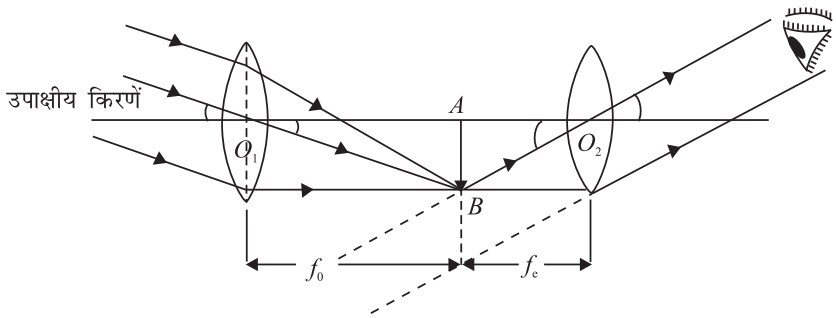
अपवर्ती–दूरदर्शक भी दो प्रकार के होते है:

- **खगोलीय दूरदर्शक:** इनका उपयोग खेगोलीय या आकाशीय पिंडों के प्रेक्षण के लिए होता है।
- **पार्थिव दूरदर्शक:** इनका उपयोग पृथ्वी पर दूर स्थित वस्तुओं को देखने के लिए किया जाता है। इन्हें देखने के लिए यह आवश्यक है कि हमें सीधा प्रतिबिम्ब दिखाई दे। गैलीलियो का दूरदर्शक भी पृथ्वी पर दूर स्थित वस्तुओं को देखने के लिए प्रयुक्त होता है।

  खगोलीय दूरदर्शक उल्टा तथा आभासी प्रतिबिम्ब बनाता है। चूँकि खगोलीय पिंड गोल होते हैं अत: उनके प्रतिबिम्ब के उल्टे होने का प्रेक्षण पर कोई प्रभाव नहीं पड़ता। इस दूरदर्शक में दो लेंसों का एक तंत्र होता है। वस्तु की ओर के लेंस को *अभिदृश्यक* कहते हैं। इसका द्वारक और फोकस दूरी (f_o) दोनों अधिक होते हैं। दूसरा लेंस, जो आँख की ओर होता है, नेत्रिका कहलाता हैं इसका द्वारक और फोकस दूरी (f_e) दोनों ही कम होते हैं। अभिदृश्यक और नेत्रिका धातु की समाक्ष नलियों में लगे होते हैं।

अभिदृश्यक दूरस्थत बिंब का अपने फोकस तल पर एक वास्तविक और छोटा प्रतिबिम्ब बनाता है। नेत्रिका के लिए यह प्रतिबिम्ब वस्तु का काम करता है और नेत्रिका से इसका एक आवर्धित व आभासी प्रतिबिम्ब बन जाता है। नेत्रिका को आगे-पीछे खिसका कर, इस प्रकार समायोजित किया जाता है कि अन्तिम प्रतिबिम्ब अनंत पर बने। (इस व्यवस्था को सामान्य समायोजन कहते हैं।) नेत्रिका को इस प्रकार भी व्यवस्थित किया जा सकता है कि अन्तिम प्रतिबिम्ब सुस्पष्ट दृष्टि की अल्पतम दूरी पर बने।

जब अन्तिम प्रतिबिम्ब अनंत पर बनता है (सामान्य समायोजन), खगोलीय पिंड से आने वाली उपाक्षीय किरणें एक दूसरे के समान्तर होती हैं, और मुख्य अक्ष से α (अल्फा) कोण बनाती हैं। ये किरणें अभिदृश्यक से गुजरने के पश्चात्, उसके फोकस तल पर एक वास्तविक और छोटा प्रतिबिम्ब बनाती हैं। इस स्थिति में, नेत्रिका की स्थिति को इस प्रकार समायोजित किया जाता है कि अंतिम प्रतिबिम्ब अनंत पर बने।



चित्र 23.6 : खगोलीय दूरदर्शक का कार्य-सिद्धांत

आवर्धक क्षमता : दूरदर्शक की आवर्धन क्षमता की परिभाषा इस प्रकार की जाती है: यह दूरदर्शक द्वारा देखे जाने पर, प्रतिबिम्ब द्वारा आँख पर बनाए गए कोण β और बिंब द्वारा अभिदृश्यक पर बनाए गए कोण का अनुपात है। जब वस्तु तथा प्रतिबिम्ब दोनों अनंत पर हो। इसे *कोणीय आवध* ्न भी कहते है और इसे M से निर्दिष्ट किया जाता है। परिभाषा के अनुसार

$$M = \frac{\beta}{\alpha}$$

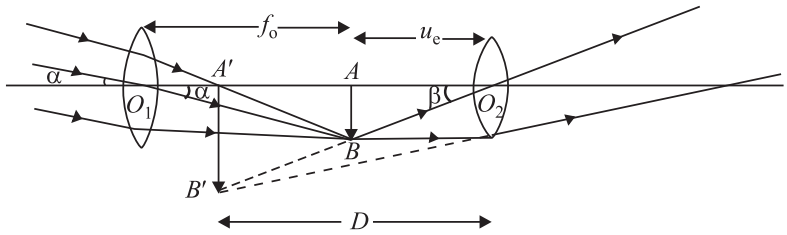
क्योंकि ये दोनों कोण बहुत छोटे हैं, अत: इनके स्थान पर इनकी स्पर्शज्या लिख सकते हैं,

$$M = \frac{\tan\beta}{\tan\alpha} = \frac{AB/AO_2}{AB/AO_1} = \frac{AO_1}{AO_2}$$

$$= \frac{f_o}{f_e} \qquad (23.11)$$

इससे यह स्पष्ट होता है कि सामान्य समायोजन में किसी दूरदर्शक की आवर्धक समायोजन में किसी दूरदर्शक की आवर्धक क्षमता अधिक होगी यदि अभिदृश्यक की फोकस दूरी अधि क हो और नेत्रिका की फोकस दूरी कम हो। सामान्य समायोजन में दूरदर्शक की लम्बाई $(f_o + f_e)$ होती है।

(b) ***जब अन्तिम प्रतिबिम्ब सुस्पष्ट दृष्टि की अल्पतम दूरी*** पर बनता है, तो सुदूर खगोलीय पिंडों से आने वाली उपाक्षीय किरणें मुख्य अक्ष से α कोण बनाती हैं। अभिदृश्यक से अपवर्तन के पश्चात् ये किरणें दूसरी ओर एक वास्तविक और उल्टा प्रतिबम्ब AB बनाती हैं। नेत्रिका की स्थिति का समायोजन इस प्रकार किया जाता है कि इससे अन्तिम प्रतिबिम्ब सुपस्पष्ट दृष्टि की अल्पतम दूरी पर बने।



चित्र 23.7 :*D* दूरी पर दूरदर्शक द्वारा बना प्रतिबिम्ब

आवर्धन क्षमता: इसे D दूरी पर बने प्रतिबिम्ब द्वारा आँख पर अंतरित कोण और अनंत पर स्थित बिम्ब द्वारा आंख पर बने कोण के अनुपात से परिभाषित किया जाता है:

$$M = \frac{\beta}{\alpha} \approx \frac{\tan\beta}{\tan\alpha}$$

$$= \frac{AB/AO_2}{AB/AO_1} = \frac{AO_1}{AO_2}$$

$$= \frac{f_o}{u_e} \qquad (23.12)$$

क्योंकि नेत्रिका के लिए $\frac{1}{v_e} - \frac{1}{u_e} = \frac{1}{f_e}$

हम लिख पाते हैं

$$\frac{1}{u_e} = \frac{1}{v_e} - \frac{1}{f_e}$$

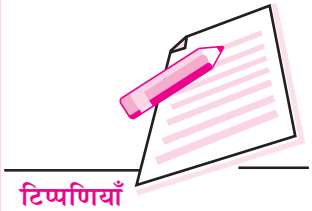
$$= -\frac{1}{f_e}\left(1 - \frac{f_e}{v_e}\right)$$

या

$$M = \frac{f_o}{u_e} = -\frac{f_o}{f_e}\left(1 - \frac{f_e}{v_e}\right) \qquad (23.13)$$

नए कार्तीय चिह्नों की परिपार्टी के अनुसार $f_o = +f_o$, $v_e = -D$, $f_e = +f_e$ अतः हम लिख सकते हैं

$$M = -\frac{f_o}{f_e}\quad 1 + \frac{f_e}{D} \qquad (23.14)$$



आवर्धन क्षमता का ऋणात्मक चिन्ह प्रदर्शित करता है कि अन्तिम प्रतिबिम्ब उल्टा और वास्तविक है। दूरदर्शक की आवर्धन क्षमता के लिए उपरोक्त व्यंजक से ज्ञात होता है कि सुस्पष्ट दृष्टि की अल्पतम दूरी पर समायोजन में आवर्धन क्षमता, सामान्य समायोजन में आवर्धन क्षमता से अधिक होती है।

उदाहरण 23.3: किसी पार्थिव दूरदर्शक के अभिदृश्यक तथा नेत्रिका की फोकस दूरी क्रमशः 75 cm और 5 cm है। यदि अन्तिम प्रतिबिम्ब सुस्पष्ट दृष्टि की अल्पतम दूरी पर बना हो तो, दूरदर्शक की आवर्धन क्षमता ज्ञात कीजिए।

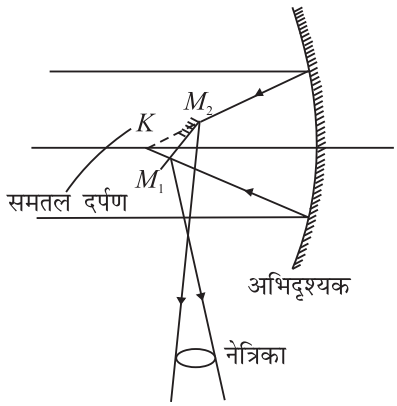
हल:

यहाँ $f_o = 75$ cm, $f_e = 5$ cm, $D = 25$ cm

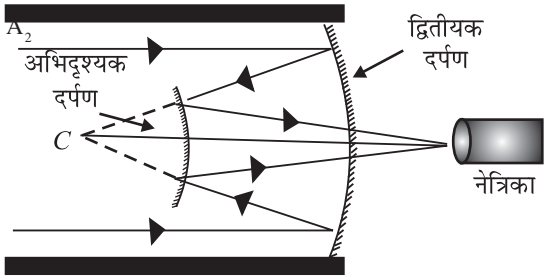
$$M = -\frac{f_o}{f_e}\left(1+\frac{f_e}{D}\right) = \frac{-75}{5}\left(1+\frac{5}{25}\right) = -18$$

23.2.2 परावर्ती दूरदर्शक (दूरबीन)

परावर्ती दूरदर्शक का उपयोग दूरस्थ तारों को देखने के लिए किया जाता है और इनकी प्रकाश संग्रह करने की क्षमता अधिक होती है ताकि अंतरिक्ष में स्थित धुंधले तारों का भी दीप्त प्रतिबिम्ब बन सके। इनका अभिदृश्यक बड़े द्वारक तथा अधिक फोकस दूरी का अवतल दर्पण होता है। यह अवतल दपर्ण परवलीय होने के कारण गोलीय विपथन (Spherical aberration) से मुक्त होता है।



चित्र 23.8 : न्यूटन का परावर्तक



चित्र 23.9 : केसेग्रेन का परावर्तक

दूरस्थ किसी पिंड से आने वाली किरणें अभिदृश्यक से परावर्तन के पश्चात् उसके फोकस तल उस पिंड का वास्तविक, छोटा व उल्टा प्रतिबिम्ब बनाएंगी, किन्तु, इससे पहले ही ये किरणों एक समतल दपर्ण द्वारा रोक कर परावर्तित कर दी जाती है। यह समतल दपर्ण M_1M_2 अभिदृश्यक के अवतल दपर्ण के मुख्य अक्ष से 45 अंश का कोण बनाता है। समतल दर्पण किरणों को विचलित कर नेत्रिका के सामने एक वास्तविक प्रतिबिम्ब बना देता है। नेत्रिका अवतल दर्पण की अक्ष के लम्बवत् होती है। नेत्रिका का कार्य किसी तारे का आवधि ंत व आभासी प्रतिबिम्ब बनाना होता है ताकि हमारी आंख उसे सुस्पष्ट देख सके।

यदि अवतल दर्पण (अभिदृश्यक) की फोकस दूरी f_o हो तो परावर्तक दूरदर्शक की आवर्धक क्षमता

$$M = \frac{f_o}{f_e}$$

यदि अभिदृश्यक का व्यास D तथा आँख की पुतली का व्यास d हो तो द्युति अनुपात

$$B = D^2/d^2$$

दूसरे प्रकार का परावर्ती दूरदर्शक चित्र (23.9) में दिखाया गया है। इसको केसेग्रेन ने डिजाइन किया था। इसमें अभिदृश्यक के केन्द्र पर एक खिड़की बनी होती है। दूरस्थ तारे से आने वाली किरणें अवतल दपर्ण (अर्थात् अभिदृश्यक) से परावर्तन के पश्चात् एक उत्तल दपर्ण द्वारा अवरोधित की जाती हैं और अन्तिम प्रतिबिम्ब को एक नेत्रिका द्वारा देखा जाता है।

अपवर्ती दूरदर्शक की तुलना में परावर्ती दूरदर्शक में कई लाभ हैं:

- चूँकि परावर्ती दूरदर्शक में अभिदृश्यक लेन्स नहीं वरन् दर्पण होताहै, अत: इसमें वर्ण विपणन नहीं होता। इस प्रकार दूरस्थ तारों से अभिदृश्यक तक पहुंचाने वाली भिन्न-भिन्न रंग की किरणें एक ही बिन्दु पर फोकसित होती हैं।
- क्योकि अवतल दर्पण परवलीय होता है, इसमें गोलीय विपणन नहीं होता और इससे सुस्पष्ट प्रतिबिम्ब बनता है।
- परावर्ती दूरदर्शकों का द्वारक अधिक होता है, जिसके कारण इनकी प्रकाश संग्रहण की क्षमता अधिक होती है। प्रतिबिम्ब की तीव्रता अभिदृश्यक के क्षेत्रफल की समानुपाती होती है:

$$B \ \alpha \ \frac{\pi D^2}{4}$$

  जहाँ D अभिदृश्यक का व्यास है। यदि d आँख की पुतली का व्यास हो तो दूरदर्शक की तीव्रता B को दूरस्थ वस्तु से अभिदृश्यक द्वारा एकत्र प्रकाश और आँख द्वारा एकत्र प्रकाश की मात्र के अनुपात से परिभाषित किया जाता है।

$$B = \frac{\pi D^2/4}{\pi d^2/4} = \frac{D^2}{d^2}$$

- परावर्ती दूरदर्शकों में प्रकाश का अवशोषण नगण्य होता है।
- परावर्ती दूरदर्शक के बड़े द्वारक के कारण हम सुदूर तारों को सूक्ष्म विवरण भी देख सकते हैं, और गहन अंतरिक्ष में अन्वेषण कर सकते हैं। यही कारण है कि हाल के वर्षों में खगोलज्ञों ने कई नए तारों और तारकीय निकायों की खोज की है। इस प्रकार की खोजों के विवरणों के बारे में आपको दैनिक समाचार पत्रों तथा विज्ञान-प्रत्रिकाओं में पढ़ना चाहिए।

पाठगत प्रश्न 23.2

1. किसी दूरदर्शक की आवर्धन क्षमता पर क्या प्रभाव पड़ेगा यदि

   (a) अभिदृश्यक की फोकस दूरी बढ़ा दी जाए?_____

   _____

   (b) नेत्रिका की फोकस दूरी बढ़ा दी जाए? _____

   _____

2. किसी दूरदर्शक के अभिदृश्यक तथा नेत्रिका की फोकस दूरी क्रमशः 5 cm और 2 cm है। इसका आवर्धन कितना है?

3. अपवर्ती और परावर्ती दूरदर्शकों में एक अंतर लिखिए।

4. सामान्य समायोजन से क्या तात्पर्य है?

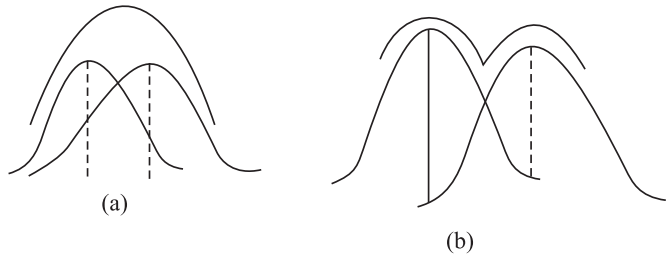
5. यदि किसी दूरदर्शक को उल्टा करके नेत्रिका को अभिदृश्यक की तरह काम में लाया जाए तो क्या वह एक सूक्ष्मदर्शी का काम करेगा?

23.3 विभेदन क्षमता: रेले का निकष (कसौटी)

पिछले पाठों में आप देख चुके हैं कि किसी बिन्दु स्रोत का प्रतिबिम्ब एक बिन्दु नहीं होता बल्कि उसका निश्चित साइज होता है जो एक विवर्तन पैटर्न से घिरा होता है। इसी प्रकार यदि दो बिन्दु आँख स्रोत पास-पास हों तो उनके द्वारा बने विवर्तन पैटर्न एक दूसरे पर आच्छादित हो सकते हैं और नंगी आँख द्वारा उन दोनों को सुस्पष्ट अलग-अलग देखना कठिन हो सकता है। किसी प्रकाशीय यंत्र की विभेदन क्षमता दो बहुत निकट स्थित बिन्दु वस्तुओं के प्रतिबिम्बों को सुस्पष्ट अलग-अलग कर पाने की योग्यता है। रेले ने सुझाव दिया था कि दो प्रतिबिम्बों को हम सुस्पष्ट अलग-अलग तब देख पाते हैं जब एक वस्तु के कारण विर्वतन पैटर्न का पहला निम्निष्ठ दूसरे के केन्द्रीय उच्चिष्ठ पर पड़े। इसे रेले का निकष या कसौटी कहते हैं।

यदि हम यह मान लें कि हमारी आंख की पुतली का व्यास लगभग 2 mm है तो दो बिन्दु सुस्पष्ट रूप से अलग-अलग तब दिखाई देंगे जब वे हमारी आंख पर लगभग एक मिनट का कोण बनाएंगे। इस कोण के व्युत्क्रम को आंख की विभेदन क्षमता कहा जाता है।

आइए, अब हम कुछ सामान्य प्रकाशिय यंत्रों की विभेदन क्षमता का परिकलन करें। हम अपनी चर्चा को दूरदर्शक से प्रारंभ करते हैं।



चित्र 23.10 : विभेदन के लिए रेले की कसौटी (निकष) a)जब कोणीय पृथक्कन θ से कम हो तो दो बिन्दु मिले हुए दिखाई देते हैं b) जब यह θ से अधिक हो तो दोनों बिदु सुस्पष्ट रूप से अलग-अलग दिखाई देते हैं।

किसी दूरदर्शक की विभेदन क्षमता, पास-पास स्थित दो दूर की वस्तुओं के दो अलग-अलग सुस्पष्ट प्रतिबिम्ब बनाने की उसकी सामर्थ्य है। इसे उन दो पास-पास स्थित, किन्तु, अलग-अलग सुस्पष्ट वस्तुओं (या पिडों) द्वारा अभिदृश्यक पर बनाए गए कोण के पदों में मापा जाता है, जिनके प्रतिबिम्ब दूरदर्शक में मात्र पृथक-पृथक दिखाई देते हैं। यह कोण दूरदर्शक की **विभेदन सीमा** कहलाता है। यदि दो सुस्पष्ट वस्तुओं द्वारा बना कोण इस कोण से कम हो तो दूरदर्शक वस्तुओं के प्रतिबिम्बों का विभेदन नहीं कर सकता। यह कोण जितना कम होगा, दूरदर्शक की विभेदन क्षमता उतनी ही अधिक होगी। इस प्रकार विभेदन सीमा के व्युत्क्रम से दूरदर्शक की विभेदन क्षमता प्राप्त होती है।

यदि λ प्रकाश की तरंगदैर्ध्य, D दूरदर्शक के अभिदृश्यक का व्यास और θ बिन्दु बिंब द्वारा अभिदृश्यक पर बना कोण हो तो दूरदर्शक की विभेदन सीमा (रेले की कसौटी या निकष) के अनुसार

$$\theta = \frac{1.22\lambda}{D}$$

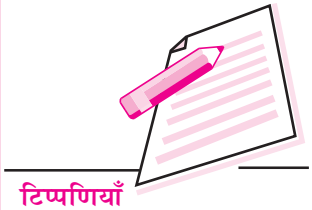
अत: दूरदर्शक की विभेदन क्षमता :

$$(R.P)_T = \frac{1}{\theta} = \frac{D}{1.22\lambda} \qquad (23.15)$$

समीकरण (23.15) से स्पष्ट है कि अधिक विभेदन क्षमता के लिए अधिक द्वारक का अभिदृश्यक या कम तरंगदैर्ध्य के प्रकाश का उपयोग करना चाहिए।

लार्ड रेले
(1842 – 1919)

इंगलैण्ड के एसेक्स में स्थित विथाम में टर्लिंग प्लेस के द्वितीय बेरोन रेले से उत्पन्न जॉन स्ट्रट का अपने बाल्यकाल में बहुत खराब स्वास्थ्य था। लेकिन यह उसका सौभाग्य था कि एडवर्ड रैथ और स्टोक्स उसके शिक्षक थे। परिणामस्वरुप, 1865 में उन्होंने ट्राइपोज परीक्षा सीनियर रेंगलर के रुप में उत्तीर्ण की और स्मिथ्स पुरस्कार के प्रथम प्राप्तकर्ता बने।



आपने आर्गन की खोज की, जिसके लिए उन्हें नोबेल पुरस्कार (1904) प्रदान किया गया। इसके अलावा रेले ने जलगतिकी, ऊष्मागतिकी, प्रकाशिकी एवं गणित के क्षेत्रों में भी व्यापक रुप से काम किया। उनका चल-तरंग सिद्धांत, जिसके अनुसार प्रत्यास्थ तरंगें किसी पृष्ठ द्वारा पथ-प्रदर्शित हो सकती हैं, ने भूकंप विज्ञान एवं इलेक्ट्रॉनिक संकेत संसाधन में अनुसंधान के मार्ग को प्रशस्त किया। अपने जीवन के बाद के वर्षों में, उन्होंने मनोविकार विज्ञान में शोध में भी रूचि दिखाई चंद्रमा तथा मंगल पर उनके नाम के क्रेटर उनके योगदानों के लिए अर्पित की जाने वाली श्रद्धांजलि के उदाहरण हैं।

उदाहरण 23.4: एक 3 cm के द्वारक का दूरदर्शक 80 m दूर स्थित एक खिड़की की जाली पर फोकस किया गया है। यदि जाली के दो तारों के बीच 2 mm की दूरी है तो दूरदर्शक तारों की इस जाली को सुस्पष्ट देख पाएगा या नहीं? प्रकाश की मध्यमान तरंगदैर्ध्य $\lambda = 5.5 \times 10^{-7}$ m

हल: दिया है, $\lambda = 5.5 \times 10^{-7}$ m और $D = 3$ cm $= 3 \times 10^{-2}$ m

अत: विभेदन की सीमा

$$\theta = \frac{1.22\lambda}{D} = \frac{1.22 \times 5.5 \times 10^{-7}\,\text{m}}{3 \times 10^{-2}\,\text{m}} = 2.236 \times 10^{-5}\ \text{rad}$$

यह दूरदर्शक जाली का विभेदन कर पाएगा यदि उसके द्वारा अभिदृश्यक पर बना कोण, विभेदन सीमा, θ, के बराबर या उससे अधिक हो जाली द्वारा अभिदृश्यक पर बना कोण

$$\alpha = \frac{\text{जाली में दो तारों के बीच की दुरी}}{\text{जाली से अभिदृश्यक की दूरी}}$$

$$= \frac{2\ \text{mm}}{80\ \text{m}} = \frac{2 \times 10^{-3}}{80\ \text{m}} = 2.5 \times 10^{-5}\ \text{rad}$$

क्योंकि 2.5×10^{-5} rad (रेडियन) विभेदन सीमा ($= 2.236 \times 10^{-5}$ रेडियन) से अधिक है, अत: दूरदर्शक जाली के तारों को अलग-अलग देख पाएगा।

23.3.2 सूक्ष्मदर्शी की विभेदन क्षमता

किसी सूक्ष्मदर्शी की विभेदन क्षमता, दो बहुत निकट स्थित वस्तुओं के अलग-अलग (सुस्पष्ट) प्रतिबिम्ब बना सकने की सामर्थ्य है। किसी सूक्ष्मदर्शी की विभेदन क्षमता को उन दो वस्तुओं के बीच के न्यूनतम रेखीय पृथक्करण के पदों में मापा जाता है, जिन्हें सूक्ष्मदर्शी द्वारा मात्र अलग-अलग देखा जा सकता है। दो वस्तुओं के बीच की यह रेखीय-दूरी (पृथक्करण) सूक्ष्मदर्शी की विभेदन सीमा कहलाती है। जितना कम रेखीय पृथक्करण का मान होगा उतनी ही अधिक सूक्ष्मदर्शी की विभेदन क्षमता होगी। इस प्रकार विभेदन सीमा के व्युत्क्रम से सूक्ष्मदर्शी की विभेदन क्षमता प्राप्त होती हैं।

यदि वस्तु को प्रकाशित करने के लिए प्रयुक्त प्रकाश की तरंगदैर्ध्य λ, आंख पर बिन्दु स्रोत से प्रकाश के शंकु का अर्धकोण θ और वस्तु तथा अभिदृश्यक के बीच माध्यम का अपवर्तनांक n हो तो सूक्ष्मदर्शी की विभेदन सीमा के लिए व्यंजक होगा

$$d = \frac{\lambda}{2n\sin\theta} \qquad (23.16)$$

अत: सूक्ष्मदर्शी की विभेदन क्षमता

$$(\text{R.P})_m = \frac{2n\sin\theta}{\lambda}$$

(23.17)व्यंजक $2n\sin\theta$ को *आंकिक द्वारक* कहते हैं। किसी अभिदृश्यक के लिए इसका व्यवहार में अधिकतम मान 1.6 है। आंख के लिए यह मान 0.004 होता है।

समीकरण (23.17) से स्पष्ट है कि किसी सूक्ष्मदर्शी की विभेदन क्षमता को आंकिक द्वारक बढ़ाकर और वस्तु को प्रकाशित करने के लिए कम तरंगदैर्ध्य के प्रकाश का उपयोग कर बढ़ाया जा सकता है। इसी कारण पराबैंगनी सूक्ष्मदर्शी और इलेक्ट्रॉन सूक्ष्मदर्शी की विभेदन क्षमता बहुत अधिक होती है।

खगोल-विज्ञान में अनुप्रयोग

खगोलीय (या प्रकाशिक) दूरदर्शक तारे, ग्रहों और अन्य खगोलीय पिंडों के प्रेक्षण के लिए उपयोग में लाए जा सकते हैं। अधिक अच्छी विभेदन क्षमता के लिए प्रकाशिक दूरदर्शकों के अभिदृश्यकों का द्वारक अधिक बड़ा रखा जाता है। किंतु इतने बड़े लेंस को बनाना और उन्हें संभालना कठिन होता है। अत: अधिकतर खगोलीय दूरदर्शक में लेंसों के स्थान पर दर्पणों का उपयोग होता है। दर्पण समान प्रकाशीय गुणवत्ता के लेंसों से कम भारी होते हैं, इन्हें संभालना अधिक आसान होता है। भूतल पर स्थित खगोलीय दूरदर्शकों में प्रतिबिम्ब धुंधले (या अस्पष्ट) होते हैं, साथ ही पराबैगनी किरणें, एक्स किरणें, गामा किरणें आदि पृथ्वी के वायुमण्डल द्वारा अवशोषित हो जाती हैं। अत: उनका अध्ययन भूतल पर स्थित दूरदर्शकों से नहीं हो सकता। खगोलीय पिंडों से आने वाली इन किरणों के अध्ययन के लिए दूरदर्शकों को पृथ्वी के ऊपर, वायुमंडल में, कृत्रिम उपग्रहों में रख दिया जाता है। नासा का हब्बल दूरदर्शक ऐसे ही दूरदर्शक का एक उदाहरण है। चन्द्र एक्स किरण प्रेक्षण दूरदर्शक, कॉम्पटन एक्स-किरण प्रेक्षण दूरदर्शक और अवरक्त किरण दूरदर्शक हाल ही में अंतरिक्ष में स्थापित किए गए हैं।

पाठगत प्रश्न 23.3

1. किसी दूरदर्शक की विभेदन क्षमता को कैसे बढ़ाया जा सकता है?
2. आंख की विभेदन सीमा और विभेदन क्षमता में क्या संबंध है?

3. यदि वस्तु को प्रकाशित करने के लिए प्रयुक्त प्रकाश की तरंगदैर्घ्य को बढ़ा दिया जाए तो किसी सूक्ष्मदर्शी की विभेदन क्षमता पर क्या प्रभाव पड़ेगा?

4. यदि किसी दूरदर्शक के अभिदृश्यक का व्यास बढ़ा दिया जाए और कम तरंगदैर्घ्य के प्रकाश का उपयोग किया जाए तो उसकी विभेदन क्षमता में किस प्रकार का परिवर्तन होगा?

आपने क्या सीखा

- मानव नेत्र पर किसी वस्तु द्वारा अंतरित कोण दर्शनकोण कहलाता है।
- किसी सूक्ष्मदर्शी का कोणीय आवर्धन या आवर्धन क्षमता, प्रतिबिम्ब तथा बिंब द्वारा आंख पर अंतरित कोणों का अनुपात है जबकि दोनों (अर्थात बिंब और प्रतिबिम्ब) आंख के निकट बिन्दु पर स्थित हों।
- रेखीय (रैखिक) आवर्धन को प्रतिबिम्ब तथा बिंब के साइजों (आमापों) के अनुपात से परिभाषित किया जाता है।
- किसी सरल सूक्ष्मदर्शी की आवर्धन क्षमता $M = 1+\frac{D}{f}$, जहां D सुस्पष्ट दृष्टि की अल्पतम दूरी तथा f लेंस की फोकस दूरी है।
- सरल सूक्ष्मतदर्शी के असदृश्य, संयुक्त सूक्ष्म दर्शी में, आवर्धन दो स्तरों पर होता है। इसमें एक नेत्रिका और एक अभिदृश्यक लेंस होताहै और दोनों की ही फोकस दूरी कम होती है।
- संयुक्त सूक्ष्मदर्शी की आवर्धन क्षमता

$$M = m_0 \times m_e$$

किन्तु $m_e = 1+\frac{D}{f}$ अतः

$$M = \frac{\upsilon_o}{u_o} \quad 1+\frac{D}{f_e}$$

जहाँ υ_0 प्रतिबिम्ब तथा अभिदृश्यक के बीच की दूरी, u_0 अभिदृश्यक की बिंब से दूरी, D सुस्पष्ट दृष्टि की न्यूनतम दूरी और f_e नेत्रिका की फोकस दूरी है।

- दूरदर्शक का उन दूरस्थ वस्तुओं को देखने के लिए उपयोग होता है जो आँख पर बहुत छोटा कोण अंतरित करते हैं। दूरदर्शक के उपयोग से आंख पर दर्शन कोण बढ़ जाता है। दूरस्थ वस्तु आंख के अधिक पास प्रतीत होती है और इसे आसानी से देखा जा सकता है।
- दो प्रकार के दूरदर्शकों का उपयोग किया जाता है: (i) अपवर्ती (ii) परावर्ती

- अपवर्ती दूरदर्शक का अभिदृश्यक एक उत्तल लेंस और परावर्ती का एक अवतल दपर्ण होता है, जिसकी फोकस दूरी अधिक होती है। अपवर्ती दूरदर्शकों की अपेक्षा परावर्ती दूरदर्शकों में कई विशेषताएं होती हैं।

  किसी दूरदर्शक की आवर्धन क्षमता,

$$M = f_o/f_e$$

  जहाँ f_0 अभिदृश्यक की और f_e नेत्रिका की फोकस दूरी है।

पाठांत प्रश्न

1. सरल तथा संयुक्त सूक्ष्मदर्शी में क्या अंतर है? संयुक्त सूक्ष्मदर्शी की आवर्धन क्षमता के लिए एक व्यंजक व्यत्पन्न कीजिए।
2. अपवर्ती व परावर्ती दूरदर्शन में अंतर बताइए। न्यूटनी दूरदर्शक के लिए एक किरण आरेख बनाइए।
3. अपवर्ती दूरदर्शक की आवर्धन क्षमता के लिए एक समीकरण व्युत्पन्न कीजिए।
4. सुस्पष्ट दृष्टि की न्यूनतम दूरी से क्या तात्पर्य है? सामान्य आंख के लिए इसका मान कितना होता है?
5. क्या हम संयुक्त सूक्ष्मदर्शी द्वारा बनाए गए प्रतिबिम्ब का फोटो ले सकते हैं? अपने उत्तर की व्याख्या कीजिए।
6. किसी प्रकाशिय यंत्र की विभेदन क्षमता की परिभाषा लिखिए। सामान्य आंख के लिए विभेदन सीमा का मान कितना होता है?
7. किसी संयुक्त सूक्ष्मदर्शी और पार्थिव दूरदर्शक के डिजाइन में क्या मुख्य अंतर होता है?
8. किसी दूरदर्शक की नेत्रिका की फोकस दूरी 10 cm है। उसके अभिदृश्यक व नेत्रिका के बीच की दूरी 2.1 m है। दूरदर्शक का कोणीय आवर्ध किना होगा?
9. किसी सूक्ष्मदर्शी के अभिदृश्यक द्वारा बनाया गया प्रतिबिम्ब उसके दूसरे फोकस समतल 18 सेमी दूरी पर है। यदि अभिदृश्यक की फोकस दूरी 4 mm और नेत्रिका की फोकस दूरी 3.125 cm हो तो सूक्ष्मदर्शी का आवर्धन कितना होगा?
10. किसी दूरदर्शक के अभिदृश्यक का व्यास किसी दूसरे दूरदर्शक से तीन गुना है। दूसरे की तुलना में पहला दूरदर्शक कितना गुना अधिक प्रकाश एकत्र करता है?

पाठगत प्रश्नों के उत्तर

23.1

1. सरल सूक्ष्मदर्शी द्वारा बनाया गया प्रतिबिम्ब आभासी, आवर्धित और सीधा होता है, जबकि संयुक्त सूक्ष्मदर्शी द्वारा बनाया गया प्रतिबिम्ब वास्तविक, आवर्धित और उल्टा होता है।
2. आवर्धन क्षमता प्रतिबिम्ब द्वारा नेत्रिका पर अंतरित कोण तथा बिंब द्वारा निकट बिन्दु पर अंतरित कोण का अनुपात है। आवर्धन, प्रतिबिम्ब तथा बिंब के साइजों (आयापों) का अनुपात है।
3. $m = 11$, $m = 1+\frac{D}{f}$ । $D = 25$ cm रखने पर हमें प्राप्त होता है $f = 2.5$ cm
4. यदि आप 4 cm फोकस दूरी का लेंस चुने तो आवर्धन क्षमता अधिक होगी क्योंकि $m = \frac{f_o}{f_e}$
5. संयुक्त सूक्ष्मदर्शी की आवर्धन क्षमता होती है $m = \frac{-L}{f_o}\ 1+\frac{D}{f_e}$ ।

   स्पष्टत: m का मान अधिक होगा यदि f_o व f_e दोनों का मान कम हो।

23.2

1. (a) अधिक फोकस दूरी का अभिदृश्यक, दूरदर्शक की आवर्धन क्षमता को बढ़ा देता है।

   (b) नेत्रिका की फोकस दूरी बढ़ाने से आवर्धन कम हो जाता है।
2. आवर्धन $m = \frac{f_o}{f_e} = \frac{50\text{ cm}}{2\text{ cm}} = 25$
3. परावर्ती दूरदर्शक का अभिदृश्यक एक गोलीय दर्पण होता है, जबकि अपवर्ती दूरदर्शक का अभिदृश्यक एक उत्तल लैंस होता है।
4. किसी दूरदर्शक को सामान्य समायोजन में कहा जाता है, यदि अन्तिम प्रतिबिम्ब अनन्त पर बनता हो।
5. नहीं।

23.3

1. अधिक द्वारक का अभिदृश्यक लेकर या कम तरंगदैर्घ्य के प्रकाश का उपयोग करके।
2. आँख की विभेदन सीमा उसकी विभेदन क्षमता के व्युत्क्रमानुपाती होती है। विभेदन सीमा का मान भी बढ़ेगा।

टिप्पणियाँ

3. क्योंकि किसी दूरदर्शक भी विभेदन क्षमता $= \frac{D}{1.22\lambda}$, इसलिए इसका मान बढ़ेगा।

पाठांत प्रश्नों को उत्तर

8. 21 9. 400

10. 9 गुना।

उच्चतर माध्यमिक पाठ्यक्रम

भौतिकी

विद्यार्थी मूल्यांकन पत्र-6

अधिकतम अंक : 50 **समय : $1\frac{1}{2}$ घंटा**

निर्देश

- सभी प्रश्नों के उत्तर कागज की पृथक शीट पर दीजिए।
- अपनी उत्तर पुस्तिका पर निम्नलिखित सूचनाएं दीजिए
  - नाम
  - पंजीयन संख्या
  - विषय
  - मूल्यांकन पत्र संख्या
  - पता
- अपने मूल्यांकन पत्र का मूल्यांकन अपने अध्ययन केन्द्र के विषयाध्यापक से करायें ताकि आपको उनसे अपने कार्य के संबंध में धनात्मक प्रतिक्रिया प्राप्त हो सके।

1. किसी अवतल दर्पण की वक्रता त्रिज्या 30 *cm* है। इसकी फोकस दूरी कितनी है? (1)
2. काँच का अपवर्तनांक 5.5 है। काँच में प्रकाश का वेग क्या है? (1)
3. 25 cm फोकस दूरी के अवतल लेंस की (डायोप्टरों में) लेंस शक्ति बताइए। (1)
4. जब तरंग एक माध्यम से दूसरे माध्यम में जाती है तो इसके आयाम, तरंगदैर्घ्य, चाल एवं आवृत्ति में से कौन सा अभिलक्षण अपरिवर्तित रहता है? (1)
5. किसी प्रिज्म से गुजरने पर किस रंग की किरण में अधिक विचलन होगा – लाल रंग की या नीले रंग की? (1)
6. जब किसी बिम्ब को लेंस के सामने R दूरी पर रखा जाता है तो इसका समान आकार का प्रतिबिम्ब लेंस के दूसरी ओर बनता है। यह लेंस उत्तल है या अवतल? (1)
7. किसी दूरदर्शी के अभिदृश्यक की फोकस दूरी fo तथा नेत्रक की फोकस दूरी fe है। सामान्य समंजन की अवस्था में दूरदर्शी की लंबाई कितनी है? (1)

8. आकाश के नीले रंग के लिए उत्तरदायी प्रकाशीय परिघटना का नाम बताइए। क्या आकाश चांद पर भी नीला दिखाई पड़ता है? (1)

9. किरण आरेख द्वारा दर्शाइए कि कोई पूर्ण परावर्तक प्रिज्म एक प्रकाश किरण को (*i*) 90° पर (*ii*) 180° पर कैसे घुमा देता है? (2)

10. एक 1.5 अपवर्तनांक के द्रव्य से बने, समोत्तल लैंस की फोकस दूरी 20 cm है। इसके पृष्ठों की वक्रता-त्रिज्या ज्ञात कीजिए। (2)

11. जब कोई प्रकाश किरण, वायु-काँच माध्यमों को पृथक करने वाले अंतरापृष्ठ पर पृष्ठ से 30° का कोण बनाते हुए आपतित होती है परावर्तित प्रकाश 100% समतल ध्रुवित पाया जाता है। काँच का वायु के सापेक्ष अपवर्तनांक ज्ञात कीजिए। (2)

12. संयुक्त सूक्ष्मदर्शी द्वारा प्रतिबिम्ब का बनना दर्शाने के लिए नामांकित किरण आरेख बनाइए। (2)

13. एक बेलनाकार बर्तन की गहराई 20 cm है। इसमें लबालब जल $\left(\mu = \frac{4}{3}\right)$ भरा है। इसका तल कितने सेंटीमीटर ऊपर उठा हुआ प्रतीत होगा? (4)

14. प्रकाश के व्यतिकरण एवं विवर्तन में स्पष्ट भेद बताइए। (4)

15. लैंसों में वर्ण विपथन क्या होता है समझाइए। इस दोष को कम करने की किसी विधि का वर्णन कीजिए। (4)

16. किसी प्रकाशीय यंत्र की विभेदन क्षमता से क्या अभिप्राय है? उपयुक्त आरेखों की सहायता से दो अत्यंत निकटवर्ती स्पेक्ट्रमी-रेखाओं की विभेदन सीमा के लिए रेले की कसौटी को स्पष्ट कीजिए। (*i*) सूक्ष्मदर्शी (*ii*) दूरदर्शक की विभेदन क्षमता के लिए सूत्र लिखिए।

17. किसी समान कोणी प्रिज्म के लिए दर्शाइए कि $\left(n = \frac{\sin(A+\delta)/2}{Sin\ A/2}\right)$, जहाँ δ न्यूनतम विचलन कोण है। (4)

18. तरंगाग्र के संचरण के लिए हायगेन का नियम लिखिए। (*i*) किसी सुदूरस्थ स्रोत से अवतल दर्पण पर आपतित और परावर्तित, तथा (*ii*) उत्तल लेंस के $2f$ पर स्थित बिन्दु बिम्ब के संगत आपाती और अपवर्तित तरंगाग्रों के आरेख खींचिए। (4)

19. उत्तल लेंस के सामने रखे बिन्दु बिम्ब का प्रतिबिम्ब बनना दर्शाने के लिए स्पष्ट किरण आरेख बनाइए। इसका उपयोग करके 'लेंस निर्माता सूत्र' व्युत्पन्न कीजिए। (5)

20. यंग के द्वि-झिरी प्रयोग का विवरण दीजिए। इसमें बनने वाले व्यतिकरण पैटर्न की फ्रिज-चौड़ाई का व्यंजक व्युत्पन्न कीजिए। (5)

मॉड्यूल - 7
परमाणु एवं नाभिक

24 परमाणु की संरचना

25 विकिरण एवं द्रव्य की द्वैती प्रकृति

26 नाभिक और रेडियोधर्मिता

27 नाभिकीय विखंडन एवं संलयन

24

परमाणु की संरचना

अब तक आप, पदार्थ के यांत्रिक, तापीय, वैद्युत एवम् चुम्बकीय गुणों के विषय में पढ़ चुके हैं। क्या आपने कभी सोचा है कि अलग-अलग पदार्थों में अलग-अलग गुण क्यों होते हैं? ब्लेक बोर्ड पर लिखने वाली चॉक स्टिक, जरा सा दबाने में क्यों टूट जाता है, जबकि अल्युमिनियम की पतीली या कोई भी बर्तन या टुकड़ा ठोकने में पिचक कर फैल जाता है; क्यों कुछ धातुओं (जैसे सोना तांबा इत्यादि) पर प्रकाश की किरणें पड़ने पर उनमें धारा प्रवाहित होने लगती है इत्यादि, ऐसे अनेकों प्रसंग हैं। पदार्थों मे ऐसी विभिन्न एवं विचित्र गुण-धार्मिता को समझने के लिए हमें याद करना चाहिए कि परमाणु किसी पदार्थ की संरचना उसकी बनावट का निर्माणात्मक अवयव होता है। तात्पर्य यह है कि पदार्थ देखने में चाहे जैसी भी आकृति या अवस्था में हो, उनके परमाणुओं की आंतरिक संरचना, जिसे सूक्ष्मदर्शी साधनों से ही देखा जा सकता है, निश्चित तरीके (पैटर्न) से निर्मित होती है। परमाणु की आतंरिक-संरचना ही विभिन्न पदार्थों के अलग-अलग गुणों एवम् अन्य भौतिक प्रभावों के लिए उत्तरदायी है।

परमाणु की संरचना संबंधी हमारी समझ का उद्बोध-विकास समय के एक लम्बे अंतराल में हुआ। इस पाठ में हमने परमाणु संरचना के प्रस्तावित कई प्रारूपों (मॉडलों) की चर्चा की है। रदरफार्ड मॉडल से प्रारंभ करते हुए, जो कि चिर-प्रतिष्ठित विकीर्णन प्रयोग पर आधारित था, बोहर-मॉडल की विशेष चर्चा की गई है। क्योंकि बोहर द्वारा प्रस्तावित एवम् प्रतिष्ठित परमाणु की आंतरिक संरचना का प्रारुप (मॉडल) इलेक्ट्रॉनिक संरचना को अच्छी तरह से उजागर करता है। बोहर का सिद्धांत हाइड्रोजन परमाणु के इलेक्ट्रॉनिकी स्पेक्ट्रम को भलीभाँति समझा सकता है।

उद्देश्य

इस पाठ के अध्ययन के पश्चात आप:

- रदरफोर्ड के प्रकीर्णन-प्रयोग (स्केटरिग एक्सपेरीमेट) तथा इससे मिली जानकारियों की भली-भांति व्याख्या कर सकेंगे;
- रदरफोर्ड द्वारा प्रस्तावित परमाणु-संरचना के प्रारूप को विधिवत समझाते हुए इस प्रस्तावित मॉडल की त्रुटि या कमियों की व्याख्या कर सकेंगे;

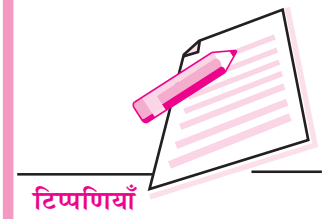
- बोहर द्वारा प्रस्तावित परमाणु की आंतरिक संरचना मॉडल के सबसे प्रथम कक्षा में विद्यमान इलेक्ट्रॉन का कक्षा में घूमने का वेग तथा कक्षा की त्रिज्या का अभिकलन कर सकेंगे;
- हाइड्रोजन परमाणु संरचना में उपस्थित इलेक्ट्रॉन में व्याप्त ऊर्जा के लिए आवश्यक गणितीय समीकरण या व्यंजक स्थापित कर सकेंगे, जिससे इलेक्ट्रॉन का आवेश एवं द्रव्यमान ज्ञात हो सकेगा;
- हाइड्रोजन की परमाणु-संरचना में विद्यमान ऊर्जा के आवेशीय स्तर का रेखीय चित्र बनाकर उसके स्पेक्ट्रम को समझा सकेंगे;
- x-किरणों के उत्पादन, गुणों, प्रकार और उपयोगों की व्याख्या कर सकेंगे;
- मोजले का नियम और डुआने हंट नियम को परिभाषित कर सकेंगे।

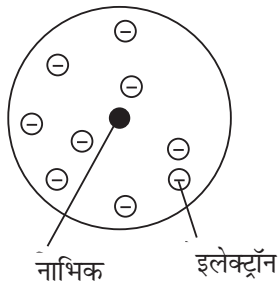
परमाणु की अवधारणा

जितनी पुरानी मानवीय सभ्यता है लगभग उतनी ही पुरानी परमाणु की अवधारणा है। प्राचीन काल में ग्रीस में डेमोक्रिटस तथा भारत में कणाद ने हमारे परिवेश के चारों ओर होने वाले परिवर्तनों में कणों की भूमिका को समझाने का प्रयास किया था। परंतु जान डाल्टन जो एक अंग्रेज रसायनज्ञ थे, ने 1808 में सही मायने में सटीक सिद्धांत प्रतिपादित किया था। परमाणु की व्याख्या करते हुए डाल्टन ने कहा कि परमाणु किसी तत्व का सभी गुणध र्म लिए हुए वह सूक्ष्मतम अविभाज्य कण है जो रासायनिक क्रिया में भाग लेता है। इस व्याख्या से स्पष्ट है कि डाल्टन द्वारा प्रतिपादित परमाणु, तत्व का वह सूक्ष्मतम अन्तिम अविभाज्य कण है जिसकी कोई संरचना नहीं हो सकती। इस अवधारणा की स्वीकृति 19वीं शताब्दी के सभी वैज्ञानिकों ने दी थी। इस शताब्दी में इन लोगों को परमाणु संरचना के बारे में कुछ भी ज्ञान नहीं था। जे.जे. थॉमसन 1897 में एक प्रयोग कर रहे थे जिसमें गैसीय माध्यम में कम दवाब पर, विद्युत का विसर्जन एक विसर्जन-नालिका के भीतर हो रहा था, इसी दौरान उन्होंने इलेक्ट्रॉन की खोज की। यही वह क्रांतिकारी खोज थी जिससे परमाणु की संरचना की झलक दिखाई दी। उन्होंने कहा कि प्रत्येक तत्व के परमाणु की संरचना में ऋणावेशित इलेक्ट्रॉन का होना अनिवार्य है। चूँकि परमाणु वैसे तो समग्र रूप से उदासीन (न्यूट्रल) होता है, तब यह आवश्यक और तर्कसंगत है कि ऋणात्मक इलेक्ट्रॉन को प्रभावहीन करने के लिए किसी धनात्मक अंश का अस्तित्व हो और चूँकि इलेक्ट्रॉन का भार परमाणु के भार से कई हजार गुना कम होता है तब निष्कर्ष यह निकलता है कि धनात्मक अंश ही परमाणु के अंदर रहता होगा जो परमाणुभार को धारण करता होगा। इन सभी तथ्यों की तर्क-युक्त व्याख्या के संदर्भ में जे.जे. टॉमसन ने परमाणु की संरचना का एक प्रारूप प्रतिपादित किया जिसे 'प्लम पुडिंग मॉडल' के नाम से जाना जाता है। इसे चित्र (24.1) में दर्शाया गया है।

इस मॉडल के अनुसार परमाणु एक सूक्ष्म तथा समान रूप से धनावेशित (पुडिंग) गेंद की आकृति का कण है जिसके अंदर ऋणावेशित इलेक्ट्रॉन इस प्रकार वितरित रहते हैं कि परमाणु उदासीन बना रहे। इस संरचना से तब सभी वैज्ञानिक सहमत रहे।

टॉमसन के समय से लेकर अब परमाणु संरचना के बारे में जानकारियों की एक से बढ़कर एक खोज हुई। लॉर्ड रदरफोर्ड, नील्सबोहर, जेम्स चाडविक, पॉली, श्रॉडिंजर एवं अन्य लोगों द्वारा किए गए पथ-प्रदर्शक प्रयोगात्मक कार्यों द्वारा परमाणु संरचना के रहस्यात्मक



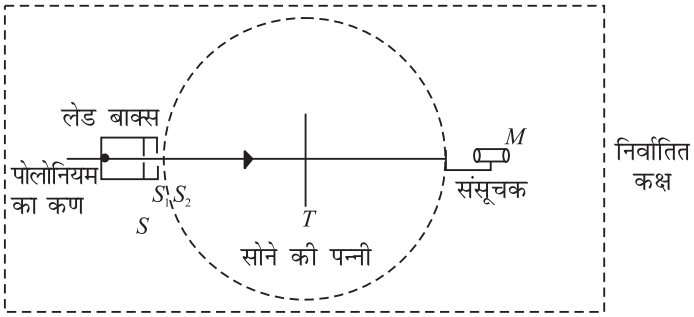


चित्र 24.1 : प्लम-पुडिंग मॉडल

तथ्य उजागर होते गए और आज की सच्चाई यह है कि परमाणु के अभ्यंतर में विद्यमान सूक्ष्मातिसूक्ष्म अंश के अस्तित्व एवं गुणधर्मों की जानकारियों ने एक ऐसी विस्मयकारी सृष्टि कर दी है जिन्होंने नवयुगान्तकारी प्रविधियों जैसे माइक्रो-इलेक्ट्रॉनिक्स, नैनो टेक्नोलॉजी को जन्म दिया है।

24.1 रदरफोर्ड का अल्फा α-कणों के प्रकीर्णन पर प्रयोग

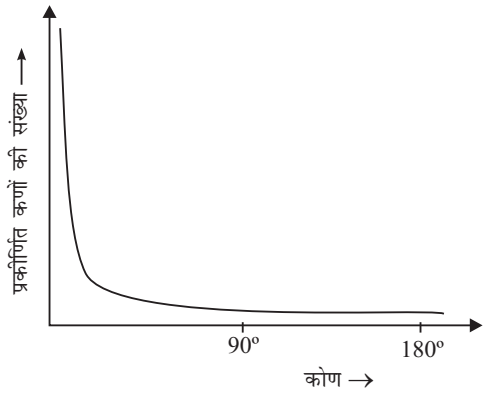
लॉर्ड रदरफोर्ड के परामर्श पर उनके दो शोधकर्ताओं (जीगर एवं मार्सडेन) ने एक प्रयोग का आयोजन किया जिसमें एक लेड-बॉक्स में पोलोनियम स्रोत का कण रखा जाता है। इस स्रोत से उत्सर्जित किरण-पुंज (बीम ऑफ α-पार्टिकल) को सोने की बहुत पतली परत पर बम्बार्ड (आघात) किया जाता है। इससे उत्पन्न प्रकीर्णन द्वारा α कणों को जिन्क सल्फाइड के प्रदीप्त परदे पर डाला जाता है। परिणामस्वरूप परदे से प्रकाश की चमक दिखाई देती है, जिसे कम पावर लेन्स वाले सूक्ष्मदर्शी द्वारा देखा जाता है। जिन्क सल्फाइड का प्रदीप्त परदा (स्क्रीन) एक डिटेक्टर के समान कार्य करता है। यह गोल घूम सकता है इसमें गोलाकार स्केल 'T' के चारो तरफ अंकित रहता है। पूरा उपकरण एक निर्वातित कक्ष (इव्हेकुवेटेड चैम्बर) में इसलिए रखा जाता है ताकि प्रकीर्णन के α अल्फा कण वायु के अणुओं से टकरा न सकें।



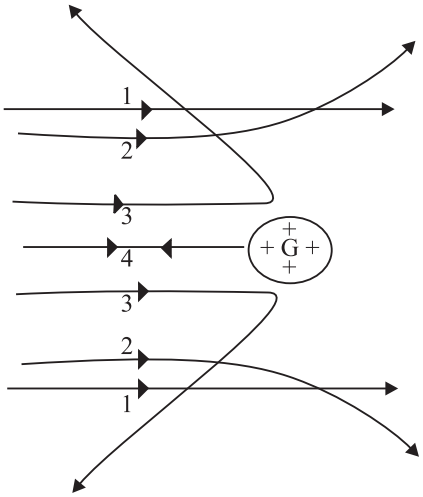
चित्र 24.2 : रदरफोर्ड के प्रकीर्णन प्रयोग में प्रयुक्त उपकरणों की विधिवत जमावट

प्रयोग में इस तर्क को सिद्ध करना था कि यदि थॉमसन का परमाणु संरचना मॉडल सही है तो α कणों की अधिक से अधिक संख्या सीधे सोने की परत पर से गुजरते हुए स्क्रीन पर आपतित होगी। **प्रेक्षण**- प्रयोग में किए गए प्रकीर्णन से उत्पन्न α-किरणों के अधिकांश कण, सोने की परत से सीधे गुजर कर स्क्रीन पर आपतित होते हैं जिससे प्रदीप्त स्क्रीन प्रकाश से दीप्त हो उठता है। जीगर एवं मार्स्डन ने देखा कि कुछ α-कण अधिक कोण (90° से अधि

क) बनाते हुए विक्षेपित (चित्र 24.3) होते पाए गए। कुछ α-कण, जो 180° कोण बनाते हुए विक्षेपित हुए, वे ऐसे प्रतीत हुए जैसे वे स्रोत की ओर वापस आ रहे हों। (पथ 4) यह प्रेक्षण आश्चर्यजनक और चौंकाने वाला था जिसकी कल्पना रदरफोर्ड ने नहीं की थी।



चित्र 24. 3 : रदरफोर्ड के प्रयोग का परिणाम



चित्र 24.4 : सोने की पन्नी द्वारा प्रकीर्णन; α-कणों द्वारा अपनाए गए 1,2,3,4 पथों का चित्रण।

व्याख्या एवं निष्कर्ष– उपरोक्त 180° अंश पर विक्षेपित α-कणों की ऐसी अवस्था को समझाने के लिए लॉर्ड रदर फोर्ड ने परमाणु का न्यूक्लियर मॉडल प्रस्तुत किया। उन्होंने तर्क देते हुए कहा कि α-कण जो न्यूक्लियस से काफी दूरी से गुजरते हैं उन पर बहुत हलका सा कूलॉमी *प्रतिकर्षण बल* लगता है, इसलिए ये कण बिना विक्षेपित हुए गुजर जाते हैं। परंतु जो प्रकीर्णित α-कण, न्यूक्लियस के समीप से गुजरते हैं उन पर प्रतिकर्षण बल ज्यादा लगता है। अत: वे अधिक, अंश का कोण बनाते हुए विक्षेपित होते हैं। जो α-कण सीधे जाकर न्यूक्लियस पर टकराते हैं उन पर लगने वाला प्रतिकर्षण बल तीव्रतम होता है और वे 180° अंश का कोण बनाते हुए पुन: आपतित पथ में परावर्तित होते दिखाई देते हैं। (पथ 4, चित्र 24.4)

लार्ड रदर फोर्ड

(1871–1937)

न्यूजीलैन्ड में जन्में रदर फोर्ड ने जे.जे. टॉमसन के अधिगत होकर इंग्लैंड के केवेंडिश लेबोरेटरी में अध्ययन किया। उनके द्वारा किए गए प्रयोग कार्य न केवल भविष्य के लिए पथ-प्रदर्शक बने अपितु वैज्ञानिक जगत में मील के पत्थर साबित हुए। बेकेरल के रेडियोधर्मिता अविष्कार को परिष्कृत एवं परिमार्जित करते हुए उसे एक सम्पूर्ण विज्ञान के रूप में निरुपित किया। रदरफोर्ड से पहले के वैज्ञानिक मानते थे कि भारी तत्वों के परमाणु अविभाज्य एवम् अपरिवर्तनशील होते हैं किंतु रदरफोर्ड ने प्रमाणों को लिपिबद्ध करते हुए प्रतिपादित किया कि भारी तत्वों के परमाणु स्वत: विनिष्ट होकर अनेक प्रकार के विकिरण वातावरण में बिखरते हैं। सन् 1898 में रदरफोर्ड ने एक नये अन्वेषण के आधार पर बताया कि रेडियोधर्मी परमाणुओं से दो अलग प्रकार के उत्सर्जन होते हैं जिन्हें रदरफोर्ड ने अल्फा, बीटा किरणों की संज्ञा दी। बाद में बीटा किरणों की तीव्र-गामी इलेक्ट्रॉनों के रूप में दर्शाया गया। रदरफोर्ड एवम् उनके सहायक वैज्ञानिक हैंस जीगर ने मिलकर रदरफोर्ड जीगर डिटेक्टर उपकरण को विकसित किया जो रेडियो एक्टिव परमाणुओं से उत्सर्जित किरणों का वैद्युतीय विधि से पता लगा सकता था। इस उपकरण से वे तत्वों के मौलिक भौतिक स्थिरांक जैसे एवोग्रेडोज नम्बर (किसी पदार्थ के एक ग्राम मोल में अणु या परमाणुओं की संख्या) इत्यादि को नाप सकते थे।

सन् 1911 में रदर फोर्ड ने परमाणु के न्यूक्लियर मॉडल की प्रस्तुति की और व्याख्या की कि परमाणु का लगभग सम्पूर्ण भार न्यूक्लियस में ही संकेन्द्रित रहता है और इलेक्ट्रॉन इसके चारों ओर घूमते रहते हैं। न्यूक्लियस का साइज परमाणु के साइज से 10^{-5} गुना छोटा होता है।

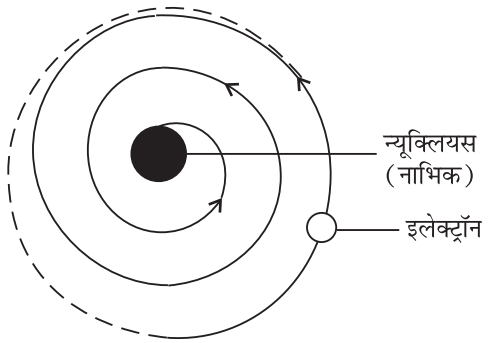
भारत वर्ष के उत्कृष्ट एवं प्रतिष्ठित वैज्ञानिक दार्शनिक डा. डी.एस. कोठारी रदरफोर्ड के विद्यार्थियों में से एक थे, जिन्होंने रदरफोर्ड के मार्ग-दर्शन में तारों (स्टार्स) में होने वाले दाबीय आयनीकरण पर शोध कार्य किया था।

24.1.1 परमाणु का न्यूक्लियर मॉडल

रदरफोर्ड ने तर्क देते हुए कहा कि α-कणों द्वारा अधिक कोण से प्रकीर्णत होने को, परमाणु में कठोर व धनात्मक क्रोड की उपस्थिति की स्थिति के आधार पर ही समझाया जा सकता है और इस प्रकार, उन्होंने परमाणु के नए मॉडल को निम्न विशेषताओं के साथ प्रस्तावित किया–

- परमाणु का पूरा आवेश एवम् द्रव्यमान का अधिकतम भाग केन्द्रीय क्रोड, जो बहुत ही छोटा ($\sim 10^{-15}$ m) में स्थित होता है।
- ऋणावेशित इलेक्ट्रॉन एक खास दूरी पर न्यूक्लियस के चारों ओर घूमते रहते हैं। इससे परमाणु विद्युतीय तौर पर उदासीन (न्यूट्रल) रहता है, साथ ही स्थिर भी रहता है। रदरफोर्ड

के इस प्रस्तावित मॉडल में कुछ कमियाँ दिखाई दीं। रदरफोर्ड के मॉडल से प्राप्त निष्कर्ष उनके द्वारा स्वयं किए गए प्रयोग के निष्कर्षों के विरुद्ध हो गए।



चित्र 24.5: रदरफोर्ड के परमाणु के मॉडल में इलेक्ट्रॉनों की गति

(i) **परमाणु का स्थायित्व :** हम जानते हैं कि इलेक्ट्रॉन ऋणावेशित होते हैं। ये सब न्यूक्लियस (धनात्मक आवेश) की ओर आकर्षण बल से खिचे रहते हैं तथा त्वरित होते रहते हैं। त्वरित आवेशित कण में से, स्थापित तरंग सिद्धांत के अनुसार विद्युत चुम्बकीय विकिरण विसर्जित होते हैं। इसलिए कक्ष में घूमता हुआ गतिशील इलेक्ट्रॉन ऊर्जा उत्सर्जित करता हुआ अंत में सर्पिल चक्र में गतिमान होते-होते (चित्र 24.5) न्युक्लियस में गिरकर समाविष्ट हो जाना चाहिए। पर ऐसा होता नहीं क्योंकि ऐसे में परमाणु समाप्ति के कगार पर आ जाएंगे। हम सब जानते है कि परमाणु में स्थायित्व होता है और इसलिए पदार्थ भी स्थिर होते हैं।

(ii) **वैद्युत-चुम्बकीय विकिरण की आवृत्ति:** इलेक्ट्रॉन सर्पिल पथ में घूमते-घूमते अंत में न्युक्लियस पर आऐंगे और इस परिभ्रमण में वे सभी प्रकार की आवृत्तियों वाले वैद्युत चुम्बकीय विकिरण उत्सर्जित करेंगे। परिणामस्वरूप, संतत और अविच्छिन्न स्पेक्ट्रम बनना चाहिए। परंतु रदरफोर्ड का प्रकीर्णन प्रयोग दर्शाता है कि परमाणु से उत्सर्जित विकिरण एक निश्चित स्पष्ट आवृत्तियों वाले होते हैं जो रेखीय (लाइन) स्पेक्ट्रम बनाते हैं।

उपरोक्त विचार-विमर्श एवम् समालोचना से आप इस निष्कर्ष पर पहुँचने के लिए आतुर होंगे कि परमाणु का न्यूक्लियर मॉडल प्रायोगिक सत्य को स्थापित करने में सक्षम नहीं है। कोई बात नहीं, परंतु यह अवधारणा अपने आप में बहुत महत्वपूर्ण है। क्योंकि इसने हमारी सोच और समझ को एक सही दिशा दी। इस प्रकार रदरफोर्ड का प्रयोग एवं परमाणु का न्यूक्लियर मॉडल दोनो वैज्ञानिक प्रगति पथ के मील के पत्थर साबित होते हैं।

पाठगत प्रश्न 24.1

1. सही उत्तर चुनिए-

   (a) रदर फोड के प्रकीर्णन प्रयोग के अंतर्गत लक्ष्य (टारगेट) पर किन किरणों की बमबारी की गई? (i) β-किरणें (ii) γ-किरणें (iii) α-किरणें

(b) न्यूक्लियस घिरा होता है–

(i) इलेक्ट्रॉनों द्वारा (ii) प्रोटॉनों द्वारा (iii) α-कणों द्वारा

(c) α-कणों का वृहद कोण में प्रकीर्णित होना दर्शाता है (i) परमाणु के अभ्यंतर में ध नावेशित कठोर क्रोड का होना (ii) परमाणु के अभ्यंतर में सरंध्र(पोरस) क्रोड (कोर) का होना। (iii) ऋण–आवेशित क्रोड का होना

2. किन्हीं दो प्रायोगिक प्रेक्षणों का उल्लेख कीजिए, जिन्हें रदर फोर्ड के प्रस्तावित मॉडल द्वारा समझाया नहीं जा सका।

24.2 बोहर का हाइड्रोजन परमाणु मॉडल

रदरफोर्ड के प्रस्तावित मॉडल में विद्यमान त्रुटियों के निराकरण हेतु 1913 में नील्स बोहर ने परमाणु का नया मॉडल प्रस्तुत किया जो मैक्स प्लांक द्वारा प्रस्तावित क्वांटम अवधारणाओं पर आधारित था। बोहर का परमाणु मॉडल, परमाणु संरचना का वर्णन तो करता ही है साथ ही साथ परमाणु के स्थायित्व को भी ध्यान में रखता है। बोहर का परमाणु मॉडल, बडी सफलता के साथ हाइड्रोजन परमाणु के स्पेक्ट्रम को समझा सका। आइए इसके बारे में जानें।

बोहर की अभिधारणाएँ

बोहर ने सौरमण्डल में ग्रहों के सूर्य के चारो ओर की कक्षाओं (आरबिट्स) में परिक्रमण को ध्यान में रखते हुए परमाणु मॉडल की अवधारणा का प्रारंभ किया। रदरफोर्ड के मॉडल में जिस प्रकार से दिक्कते आई, उन्हें भी पुनः न आने देने की सावधानी को ध्यान में रखते हुए बोहर ने कई पूर्वधारणाओं से युक्त चार मान्यताएँ अपनाईं–

(i) *परमाणु के अंदर इलेक्ट्रॉन, वृत्ताकार कक्षाओं (ऑरबिट्स) में न्यूक्लियस के चारों ओर अपकेन्द्रीय बल (सेन्ट्रीपीटल फोर्स), के कारण जो इलेक्ट्रॉन तथा न्यूक्लियस के बीच के कूलॉम आकर्षण बल के द्वारा उत्पन्न होता है, परिभ्रमण करते रहते है। गणितीय सूत्रों द्वारा इसे इस प्रकार लिख सकते हैं–*

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Ze^2}{r^2} \qquad (24.1)$$

Z यह दर्शाता है कि न्यूक्लिस पर कितना धनात्मक आवेश है।

उपर्युक्त समीकरण यह बताता है कि प्रोटॉन के आवेश का परिमाण इलेक्ट्रॉन के आवेश के समतुल्य होता है।

(ii) *वृत्ताकार कक्षाओं की असंख्य संभावनाओं के उपरान्त भी केवल वे ही कक्षाएं संभव या कार्यकारी सिद्ध होंगे, जिनके लिए इलेक्ट्रॉन के कोणीय संवेग का मान $h/2\pi$ का पूर्ण गुणांक होता है:*

$$|\mathbf{L}| = mvr = \frac{nh}{2\pi} \qquad (24.2)$$

यहाँ **L** वृत्ताकार पथ का कोणीय संवेग है, और वृत्ताकार पथ के लिए यह mvr के बराबर होता है। यहाँ h प्लैंक स्थिरांक एवं n एक पूर्णांक है।

(iii) *कोई एक इलेक्ट्रॉन जो स्वीकृत वृत्त में परिभ्रमण करता है उससे किसी प्रकार की ऊर्जा उत्सर्जित नहीं होती।*.इन वृत्ताकार पथों में इलेक्ट्रॉन की ऊर्जा स्थिर रहती है और ऐसी वृत्ताकार कक्षाओं को *स्थाई अवस्थाएं* कहते हैं। ध्यान रहे कि इन स्थाई अवस्थाओं में इलेक्ट्रॉन परिभ्रमण करेगा ही किंतु उसमें उसकी ऊर्जा स्थाई बनी रहेगी।

(iv) *परमाणु से ऊर्जा का उत्सर्जन तभी हो सकता है जब किसी अधिक ऊर्जा स्तर वाले कक्ष E_f से, उसका इलेक्ट्रॉन अन्य कम ऊर्जा स्तर वाले कक्ष E_i. में गिरता है। ऊर्जा में परिवर्तन, उत्पन्न फोटॉन की ऊर्जा है। इसी प्रकार एक इलेक्ट्रॉन, विकिरण को तभी अवशोषित करता है जब वह निम्न ऊर्जा स्तर कक्ष से उच्च ऊर्जा स्तर कक्ष में ''छलांग'' लगाता है (प्रवेश करता है) इलेक्ट्रॉन की ऊर्जा में परिवर्तन को, उत्सर्जित या अवशोषित फोटॉन की आवृत्ति या तरंगदैर्ध्य के साथ निम्न प्रकार से संबंधित किया जा सकता है:*

उत्सर्जन के लिए,

$$\Delta E = E_i - E_f = h\nu \qquad (24.3a)$$

अवशोषण के लिए,

$$\Delta E = E_f - E_i = h\nu \qquad (24.3b)$$

जहाँ ν उत्सर्जित फोटॉन की आवृत्ति है।

नील हेनरिक डेविड बोहर

(1885-1962)

नील बोहर का जन्म डेन्मार्क के कोपनहेगन में हुआ था। उनका लालन-पालन तथा विकास ऐसे माहौल में हुआ था जो उनके अंदर विद्यमान प्रतिभा को विकसित कर सका था। इनके पिता एक जाने-माने प्रतिष्ठित शरीर क्रिया विज्ञानी (फिज़ियोलाजिस्ट) थे जो बालक नील की अभिरूचि भौतिकशास्त्र में जागृत तबसे ही करते रहे जब वे स्कूली शिक्षा प्राप्त करते थे। सन् 1912 के (मार्च से जून माह के बीच) में नील बोहर को इंग्लैंड के मैन्चेस्टर स्थित रदरफोर्ड प्रयोगशाला में कार्य करने का अवसर प्राप्त हुआ। इन्होंने रदरफोर्ड के प्रस्तावित परमाणु मॉडल के आधार पर परमाणुओं की आंतरिक संरचना पर गहन अध्ययन किया। अंत में सफलता उनके हाथ लगी। नील हेनरिक डेविड बोहर ने अपने अभीष्ट लक्ष्य को प्राप्त किया जिसमें उन्होंने हाइड्रोजन परमाणु के परमाण्विक स्पेक्ट्रम को समझाने के प्रयास में परमाणु संरचना का अद्वितीय चित्र प्रस्तुत किया।

1916 में इन्हें कोपनहेगन विश्वविद्यालय में सैद्धांतिक भौतिकी के प्राध्यापक के रूप में नियुक्त किया गया। वे 1920 में सैद्धांतिक भौतिकी संस्थान के विभागाध्यक्ष बनाए गए जहां मृत्युपर्यन्त 1962 तक वह कार्यरत रहे। परमाणु संरचना पर उनके शोध कार्य को सम्मानित करते हुए 1962 में उन्हें भौतिकी में नोबल पुरस्कार प्रदान किया गया।

24.2.1 ऊर्जा-स्तर

nth कक्ष में, जिसकी त्रिज्या r_n, है, उपस्थित इलेक्ट्रॉन की ऊर्जा की गणना करने के लिए हम समीकरण 24.1 को इस प्रकार पुनः लिख सकते हैं-

$$\frac{m\upsilon_n^2}{r_n} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Ze^2}{r_n^2}$$

यहाँ υ_n वृत्ताकार कक्षा में इलेक्ट्रॉन की चाल दर्शाता है।

समीकरण के दोनों पक्षों को mr_n^3 से गुणा करने पर:

$$m^2\upsilon_n^2 r_n^2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} mZe^2 r_n$$

इसमें समीकरण (24.2) का प्रयोग करने पर निम्न परिणाम प्राप्त होगा-

$$m^2\upsilon_n^2 r_n^2 = n^2\frac{h^2}{4\pi^2} = \frac{m}{4\pi\varepsilon_0}Ze^2 r_n \qquad (24.4)$$

उपरोक्त समीकरण में उपस्थित विभिन्न पदों को पुनः व्यवस्थित करने पर हमें n^{th} कक्षा की त्रिज्या के लिए समीकरण प्राप्त हो जाएगा:

$$r_n = 4\pi\varepsilon_o \frac{n^2h^2}{4\pi^2 mZe^2}$$

$$= \frac{n^2h^2\varepsilon_0}{Ze^2 m\pi} \qquad n = 1, 2, 3, \ldots \quad (24.5)$$

आप ध्यान से समझें कि किसी अनुमत वृत्तीय कक्षा की त्रिज्या उस कक्षा की संख्या के वर्ग के समानुपाती होती है। इसका मतलब यह है कि उच्च क्रम श्रेणी की कक्षा की त्रिज्या भी अधिक होगी। इसके साथ-साथ अनुमत वृत्तीय कक्षाओं की त्रिज्याओं के सापेक्ष मानों का अनुपात $1^2, 2^2, 3^2, 4^2, \ldots$, अर्थात 1 : 4 : 9 : 16 :25 इत्यादि होंगे। हाइड्रोजन परमाणु के लिए (Z = 1), उसके सबसे अंदर की वृत्ताकार कक्षा की त्रिज्या बोहर त्रिज्या कहलाती है। इसे a_0 से दर्शाते हैं तथा उसका मान 5.3×10^{-11}m होता है। दूसरी कक्षाओं की त्रिज्याएँ भी निम्नाँकित समीकरण से ज्ञात कर सकते हैं

$$r_n = n^2 a_0$$

उपरोक्त संबंध यह दर्शाता है कि अंदर से बाहरी वृत्ताकार कक्षाओं के बीच की दूरियाँ क्रमशः बढ़ती जाती हैं। समीकरण (24.2) में r_n के मान को समीकरण (24.5) से प्रविष्ट कराने पर एक नया समीकरण प्राप्त होता है जिसके द्वारा किसी विशेष पथ में परिभ्रमणशील इलेक्ट्रॉन की चाल को ज्ञात किया जा सकता है:

$$\upsilon_n = \frac{nh}{2\pi m r_n} = \frac{nh}{2\pi m}\cdot\frac{Ze^2 m\pi}{n^2h^2\varepsilon_0}$$

$$= \frac{1}{2}\frac{Ze^2}{\varepsilon_0 nh} \qquad (24.6)$$

पाठ 16 में बताया गया है कि किसी ऋणात्मक आवेश (यहाँ इसे इलेक्ट्रॉन मान लें) को अनंत से किसी धनात्मक आवेश (यहाँ इसे न्यूक्लियस मान लें) के क्षेत्र में उस आवेश से r दूरी पर लाने में लगने वाली स्थितिज ऊर्जा को ज्ञात करने के लिये हमें कूलॉम बल और दूरी के गुणनफल का समाकलन (इन्टिग्रेशन) करना पड़ता है:

$$U = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_{r_n}^{\infty}\frac{Ze^2}{r^2}dr$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Ze^2}{r}\Big]_{r_n}^{\infty}$$

$$= -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Ze^2}{r_n} \qquad (24.7)$$

चूँकि इलेक्ट्रॉन की स्थितिज ऊर्जा अनन्त दूरी पर शून्य होगी, (समीकरण 24.1) के अनुसार

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Ze^2}{r_n} = m\upsilon_n^2$$

इसलिए, n^{th} कक्षा में इलेक्ट्रॉन की स्थितिज ऊर्जा होगी

$$U = -m\upsilon_n^2 \qquad (24.8)$$

चूँकि गतिज ऊर्जा

$$K.E = \frac{1}{2}m\upsilon_n^2 \qquad (24.9)$$

अत: n^{th} कक्षा में इलेक्ट्रॉन की कुल ऊर्जा E होनी चाहिए

$$E = K.E + U$$

$$= \frac{1}{2}m\upsilon_n^2 - m\upsilon_n^2$$

$$= -\frac{1}{2}m\upsilon_n^2$$

उपरोक्त संबंध तथा समीकरण (24.6) को मिलाकर हम एक नया संबंध बना सकते हैं

$$E = -\frac{m}{2}\left(\frac{2\pi Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 nh}\right)^2$$

$$= -\frac{m}{8\varepsilon_0^2}\frac{Z^2e^4}{n^2h^2} \qquad (24.10)$$

$$= -\frac{RZ^2}{n^2} \quad (n = 1 \text{ या } 2, 3, 4) \qquad (24.11)$$

यहाँ

$$R = \frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2} \qquad (24.12)$$

उपरोक्त समीकरण में R को *रिडबर्ग नियताँक* कहते हैं। समीकरण (24.1) को ध्यान से समझें तो आप पायेंगे कि

- विभिन्न अनुमत कक्षाओं में स्थित इलेक्ट्रॉन की ऊर्जा उसकी कक्षा क्रम संख्या के वर्ग की व्युत्क्रमानुपाती होती है।
- चूँकि अनुमत कक्ष में ऋणात्मक आवेश रहता है, इसका तात्पर्य यह हुआ कि इलेक्ट्रॉन अब न्यूक्लियस (नाभिक) में बंध गया है।

अब मानक मान $m = 9.11 \times 10^{-31}$ kg, $e = 1.6 \times 10^{-19}$ C, $\varepsilon_0 = 0.85 \times 10^{-11}$ $C^2 N^1 m^{-2}$, और $h = 6.62 \times 10^{-34}$ Js को समीकरण (24.12) में रखने पर हमें प्राप्त होता है– $R = 2.17 \times 10^{-18}$ J = 13.6eV, क्योंकि 1eV = 1.6×10^{-19} J अब इन मानों को समीकरण 24.11 में रखने पर n^{th} कक्षा के इलेक्ट्रॉन की ऊर्जा (ev में)

$$E_n = -\frac{13.6}{n^2} \qquad (24.13)$$

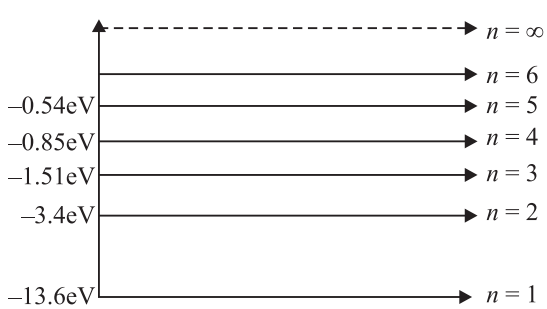
इस प्रकार से प्रत्येक कक्षा की विशिष्ट ऊर्जा को अलग-अलग करके बता सकते हैं, इसमें सबसे पहली कक्षा की ऊर्जा सबसे कम होगी:

$$E_1 = -13.6 \text{ eV}$$

और सबसे अधिक ऊर्जा अवस्था

$$E_\infty = 0$$

उपरोक्त तथ्यों से यह मतलब निकलता है कि विभिन्न कक्षाओं में विभिन्न ऊर्जा स्तर होंगे जो– 13.6eV से लेकर 0 तक होंगे। इसे चित्र 24.6 में दर्शाया गया है। $E = 0$ का तात्पर्य हुआ कि इलेक्ट्रोन मुक्त हो जाता है:



चित्र 24.6: हाइड्रोजन परमाणु में ऊर्जा-स्तर

बोहर के चौथे अभिगृहीत के अनुसार जब कोई इलेक्ट्रॉन–n^{th} कक्षा से m^{th} कक्षा में आता है तो उत्सर्जित विकिरण की आवृत्ति होती है–

$$\nu_{mn} = \frac{RZ^2}{h}\ \frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \qquad (24.14)$$

फ्राउनहोफर रेखाएँ

अधिक शक्तिशाली स्पेक्ट्रोस्कोप में यदि सूर्य प्रकाश द्वारा निर्मित स्पेक्ट्रम का ध्यानपूर्वक अध्ययन करें तो इस पूरे स्पेक्ट्रम पर बहुत सी गाढ़ी रेखायें खिंची हुई दृष्टिगत होती हैं। वॉलेस्टन ने सबसे पहले सन् 1802 में इन गाढ़ी रेखाओं को देखा था। परन्तु इनके स्पेक्ट्रम में आने का समुचित अध्ययन फ्राउनहोफर ने किरखौफ के नियमों के अन्तर्गत किया था, और इन्हें *फ्राउनहोफर रेखाओं* का नाम दिया। सूर्य से निकलने वाली किरणें सतत स्पेक्ट्रम को ही उत्सर्जित करती हैं। परंतु इन किरणों को सूर्य की तापीय स्थिति की तुलना में बहुत कम ताप वाले वाष्प एवं गैसों से निर्मित परिवेश से होकर गुजरना पड़ता है जो सूर्य के वातावरण को आच्छादित किए रहता है। इसे क्रोमोस्फियर (~6000ºC), कहते हैं। यह कुछ तरंगदैर्घ्य के संगत प्रकाश को अवघोषित कर लेता है। यही अवशोषित भाग गाढ़ी रेखाओं के रूप में सूर्य के सतत स्पेक्ट्रम पर दिखाई पड़ते हैं। किरखोफ ने अवशोषित प्रकाश तरंगों की तुलना पृथ्वी में पाए जाने वाले तत्वों द्वारा उत्सर्जित प्रकाश तरंगों से की तथा 60 प्रकार के पार्थिव (टेरेस्ट्रियल) तत्वों की पहचान की जो सूर्य के बाहरी वातावरण में विद्यमान रहते हैं। ये तत्व आक्सीजन हाइड्रोजन, सोडियम, लोहा, कैलशियम इत्यादि हैं।

पाठगत प्रश्न 24.2

1. बोहर के अभीगृहीतों में से कौन सा भौतिकी के चिरसम्मत सिद्धांत से तालमेल रखता है तथा कौन सी मान्यता क्वांटम भौतिकी की धारणाओं को बल प्रदान करता है?

2. बोहर के अनुसार कोई भी परमाणु नष्ट क्यों नहीं हो जाता जबकि उसके इलेक्ट्रॉन नाभिक के चारो ओर परिक्रमा करते हैं?

3. बोहर के अनुसार परमाणु के भीतर क्या होता रहता है जब प्रकाश के फोटान का (i) उत्सर्जन होता है (ii) अवशोषण होता है?

4. बोहर के परमाणु मॉडल के अनुरूप हाइड्रोजन परमाणु के अंदर पहले की तीन कक्षाओं में ऊर्जा का उल्लेख करें।

5. किसी एक परमाणु को उसकी न्यूनतम ऊर्जा स्तर E_0 से उत्तेजित होकर E_1 स्तर की ऊर्जा तक आने पर उत्सर्जित विकिरण का तरंग–दैर्घ्य कितना होगा?

6. हाइड्रोजन परमाणु से nth कक्षा में स्थित इलेक्ट्रॉनों की त्रिज्या समानुपाती होती है–

   (i) $1/n$ के (ii) $1/n^2$ के (iii) n के (iv) n^2 के

7. हाइड्रोजन परमाणु की कक्षा में nth मौजूद इलेक्ट्रॉन की कुल ऊर्जा E_n समानुपाती होता है–

   (i) e^4 के (ii) e^3 के (iii) e^2 के (iv) e के

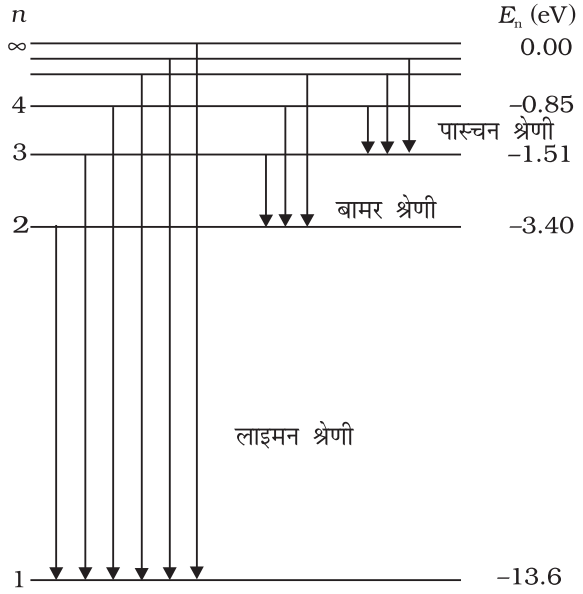
24.3 हाइड्रोजन स्पेक्ट्रम

नीचे दिए गए चित्र 24.7 को ध्यान से देखिए। यह चित्र दर्शाता है कि हाइड्रोजन परमाणु का आवृत्ति स्पेक्ट्रम कैसा होता है। जैसा कि आप स्वंय भी अवलोकन कर सकते हैं कि लाइन स्पेक्ट्रम में अलग-अलग भागों में कई लाइने हैं। हर भाग में लाइनों का एक खास विन्यास क्रम (पैटर्न) है जिनमें एम सामान्य सूत्र द्वारा प्रकट किया जा सकता है। अत: इन्हें एक श्रेणी क्रम में रखा जा सकता है।

लाइमेन श्रेणी : इसकी खोज एवं पहचान लाइमन ने सन् 1906 में की। बोहर के अनुसार इस श्रेणी की उत्पत्ति तब होती है जब एक इलेक्ट्रॉन छलाँग (जम्प) लगाकर उच्च कक्षाओं ($n = 2, 3, 4...$) से प्रथम क्रम की कक्षा ($m = 1$) में पहुँचता है। इसलिए स्पेक्ट्रम की विभिन्न लाइनों की श्रेणी बनती है जिनकी आवृत्तियों को निम्न समीकरण द्वारा बताया जा सकता है–

$$v_{1n} = \frac{R}{h} \quad \frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2}$$

यहां पर n एक सामान्य मूल या स्वाभाविक नम्बर है जिसका मान 1 से अधिक होगा। इस श्रेणी की रेखाएँ स्पेक्ट्रम के पराबैंगनी क्षेत्र में पड़ती हैं।



चित्र 24.7 : हाइड्रोजन परमाणु के ऊर्जा स्तर

बामर श्रेणी : इसकी खोज 1885 में हुई। इसे स्पेक्ट्रम के दृश्य भाग में पाया गया। इस श्रेणी के अस्तित्व में आने के पीछे जो कारण है उसे इस परिकल्पना द्वारा समझा जा सकता है। यदि इलेक्ट्रॉन उच्च कक्षाओं या ऊर्जा स्तरों में $(n = 3, 4, 5...)$ से ऊर्जा स्तर 2 $(m = 2)$ के कक्ष में छलांग लगाता है तो स्पेक्ट्रमी रेखाओं की एक अलग श्रेणी का विकास होता है। इन स्पेक्ट्रम रेखाओं की आवृत्तियों को निम्न समीकरण द्वारा प्रदर्शित किया जा सकता है

$$v_{2n} = \frac{R}{h} \quad \frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \quad ; n > 2$$

पाश्चन श्रेणी: इसकी खोज 1908 में हुई तथा इसे स्पेक्ट्रम के अवरक्त भाग (इन्फ्रारेड) में पाया गया। इसके अस्तित्व में आने का कारण इस प्रकार समझाया जा सकता है कि जब इलेक्ट्रॉन ऊर्जा स्तर $(n = 4, 5, 6...)$ से छलांग लगाकर ऊर्जा स्तर 3 $(m = 3)$ पर पहुँचता है तो उससे प्राप्त स्पेक्ट्रमी रेखाओं की श्रेणी को पाश्चन श्रेणी कहते हैं। स्पेक्ट्रम रेखाओं की आवृत्तियों को निम्न समीकरण द्वारा प्रदर्शित करते हैं।

$$v_{3n} = \frac{R}{h} \quad \frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2} \quad ; n > 3$$

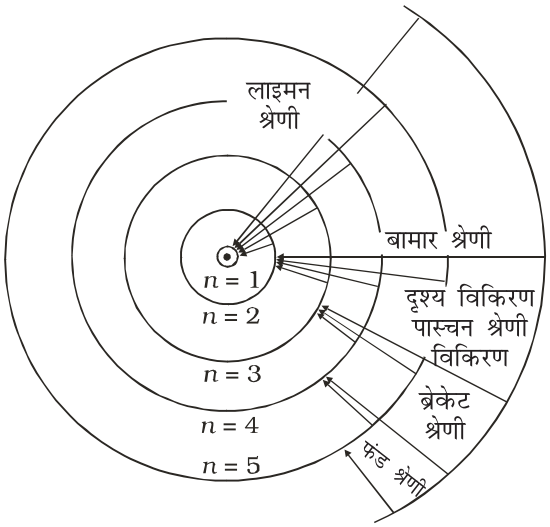
ब्रेकेट श्रेणी इस श्रेणी के स्पेक्ट्रल रेखाओं को स्पेक्ट्रम के मध्य अवरक्त (मिड इन्फ्रारेड रीजन) भाग में पाया गया। इनकी उत्पत्ति तब होती है जब इलेक्ट्रान ऊर्जा स्तर $(n = 5, 6...)$ से छलांग लगाकर ऊर्जा स्तर 4 $(m = 4)$ पर आता है। विभिन्न स्पेक्ट्रम रेखाओं की आवृत्तियों को इस प्रकार दर्शा सकते हैं–

$$v_{4n} = \frac{R}{h} \quad \frac{1}{4^2} - \frac{1}{n^2} \quad ; n > 4$$

फंड श्रेणी: इस श्रेणी के रेखाओं को स्पेक्ट्रम के सुदूर अवरक्त क्षेत्र में पाया गया। बोहर के अनुसार इस श्रेणी का विकास तब होता है जब इलेक्ट्रॉन $(n = 6, 7,...)$ से छलांग लगाकर नीचे क्रम की कक्षा 5 $(m_1 = 5)$ में आ जाता है। इस श्रेणी की विभिन्न स्पेक्ट्रम रेखाओं की आवृत्तियाँ हैं–

$$v_{5n} = \frac{R}{h} \quad \frac{1}{5^2} - \frac{1}{n^2} \quad ; n > 5$$

बोहर माडल की अद्भुत प्रवीणता या सार्थकता इस तथ्य पर आधारित है कि इसके अनुसार स्पेक्ट्रम की श्रेणियों की उत्पत्ति को तो समझाया जाता ही है, इससे एक कदम और आगे इसके द्वारा संभाव्य श्रेणियों के अस्तित्व की भी पूर्व घोषणा की गई थी जिन्हें बाद में सत्य पाया गया। इससे वास्तव में भौतिकी की एक नई विधा का जन्म हुआ। इलेक्ट्रॉनों के उच्च कक्षाओं से नीचे स्तर के कक्ष में पारगमन (ट्रॉन्जीशन) से उत्सर्जित भाँति-भाँति की स्पेक्ट्रल रेखाओं को चित्र 24.8 में नीचे दर्शाया गया है।



चित्र. 24.8 : हाइड्रोजन परमाणु स्पेक्ट्रम की अनुमत कक्षाएँ और इलेक्ट्रॉन के कक्षीय पारगमन (ट्रान्जीशन) से उत्पन्न कई श्रेणियों की स्पेक्ट्रम रेखाएँ

पाठगत प्रश्न 24.3

1. किसी कक्षीय इलेक्ट्रॉन की कुल ऋणात्मक ऊर्जा का अर्थ है: (a) उसने फोटान का उत्सर्जन किया है। (b) न्यूक्लियस का इलेक्ट्रॉन से आबद्ध हो जाना, (c) वह स्थाई संतुलन में आ गया है। (d) वह बोहर की मान्यता $L = \frac{nh}{2\pi}$ को संतुष्ट करता है।

2. एक इलेक्ट्रॉन कक्षा 4 में छलांग लगाकर पहुँचता है, जब यही इलेक्ट्रोन वापस छलांग लगाकर कम ऊर्जा वाली कक्षा में पहुँचता है तो उत्सर्जित स्पेक्ट्रल लाइनों की संख्या होगी–

   अ) 6, ब) 8, ब) 5, द) 3.

3. लाइमन श्रेणी की स्पेक्ट्रम लाइनों का उत्सर्जन होता है जब इलेक्ट्रॉन उच्च क्रम की कक्ष से ..... कक्ष में छलांग लगाता है।

   अ) पहली, ब) दूसरी, स) तीसरी, द) चौथी।

4. बोहर ने इलेक्ट्रॉन के कौन से भौतिक गुणधर्म को क्वांटित किया था।

5. एक इलेक्ट्रॉन तीसरे कक्ष से प्रथम कक्ष में छलाँग लगाकर पहुँचता है। इलेक्ट्रॉन के कोणीय संवेग की गणना कीजिए।

24.4 एक्स-किरणें

जब किसी कांच की नलिका में अत्यंत निम्न दाब पर द्रुत गति से चलते हुए इलेक्ट्रॉन अचानक किसी भारी धातु द्वारा रोके जाते हैं तो एक्स-किरणें उत्पन्न होती हैं।

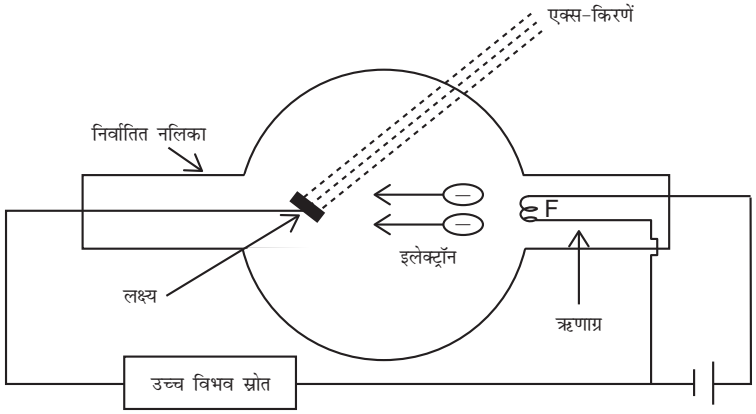


Fig. 24.4

जैसा चित्र 24.4 में दर्शाया गया है तप्त फिलामेंट द्वारा उत्सर्जित इलेक्ट्रॉन उच्च गलनांक और उच्च परमाणु क्रमांक के धातु से बने टार्गेट पर फोकसित किए जाते हैं। टार्गेट से टकराने पर उनकी 5% ऊर्जा एक्स-किरणों में और शेष ऊष्मा में बदल जाती है। इसलिए टार्गेट में जल-प्रवाहित कर इसे ठंडा रखा जाता है। नलिका के अंदर अत्यंत निम्न दाब रखा जाता है ताकि तप्त तंतु से उत्सर्जित इलेक्ट्रॉनों की ऊर्जा बीच में गैस कणों के साथ संघट्ट से नष्ट न हो और वे सीधे टार्गेट पर पहुंच सकें।

एक्स-किरणों की तीव्रता का नियंत्रण तंतु धारा के समंजन द्वारा तथा गुणवत्ता का नियंत्रण तंतु और टार्गेट के बीच त्वरक वोल्टता के समंजन द्वारा किया जाता है। यह वोल्टता प्राय: 10 kV एवं 1 MV के परिसर में होती है।

एक्स-किरणों के गुण

एक्स-किरणें निम्नलिखित गुण प्रदर्शित करती हैं:

(i) वे फोटोग्राफी प्लेट को प्रभावित करती हैं।

(ii) वे कुछ रासायनिक यौगिकों में स्फुरदीप्ति प्रेरित करती हैं।

(iii) वे गैसों को आयनीकृत करती हैं।

(iv) वे साधारण दर्पणों से परावर्तन, कांच में अपवर्तन, पारंपरिक ग्रेटिंग से विवर्तन प्रदर्शित नहीं करती, परंतु विशिष्ट परिष्कृत तकनीकों से क्रिस्टलों की परमाणु परतों पर ये प्रकाश के सभी सुपरिचित गुण दर्शाती हैं।

(v) वे चुंबकीय या विद्युत क्षेत्रों द्वारा विचलित नहीं होतीं।

एक्स-किरण स्पेक्ट्रम : जिस तत्व के एक्स-किरण स्पेक्ट्रम का अध्ययन करना हो उसको एक्स-किरण नलिका में टार्गेट के स्थान पर रखते हैं और उत्सर्जित एक्स-किरणों के तरंगदैर्ध्य ब्रैग स्पेक्ट्रम मापी द्वारा ज्ञात करते हैं।

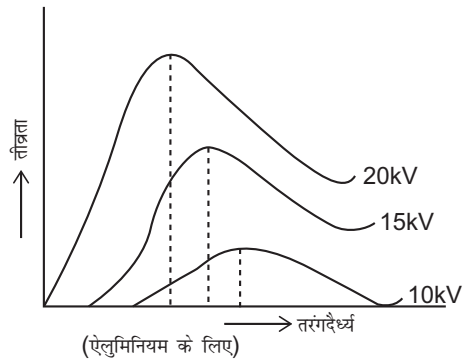
एक्स-किरणें दो प्रकार की होती हैं-

1. **संतत एक्स-किरणें :** सभी एक्स-किरण नलिकाएं एक न्यूनतम तरंगदैर्ध्य से अधिक तरंगदैर्ध्य की सभी एक्स-किरणें उत्सर्जित करती हैं। संतत एक्स-किरणों के स्पेक्ट्रम के कुछ महत्वपूर्ण लक्षण नीचे दिए गए हैं।

   (i) नलिका के सिरों के बीच वोल्टता बढ़ाने पर सभी तरंगदैर्ध्यों की एक्स-किरणों की तीव्रता बढ़ जाती है।

   (ii) उत्सर्जित होने वाली न्यूनतम तरंगदैर्ध्य सुस्पष्टता से परिभाषित होती है और इसका मान लगाई गई वोल्टता पर निर्भर करता है।

   (iii) जैसे-जैसे वोल्टता में वृद्धि होती है, सर्वाधिक उत्सर्जन के संगत तरंगदैर्ध्य का मान कम होता जाता है। देखिए चित्र 24.5



चित्र 24.5

इलेक्ट्रॉन जब परमाणु से संघट्ट करता है तो आपतित इलेक्ट्रॉनों की गतिज ऊर्जा विद्युत चुंबकीय तरंगों के संतत एक्स-किरण रूप में परिवर्तित हो जाती है। विराम में आने से पहले इलेक्ट्रॉन अनेक संघट्ट करते हैं और सभी आवृत्तियों के फोटॉन उत्पन्न करते हैं।

जब इलेक्ट्रॉन का परमाणु से आमने-सामने का संघट्ट होता है और यह अपनी पूरी ऊर्जा खो देता है तो अधिकतम आवृत्ति का फोटॉन उत्पन्न होता है। इस प्रकार के संघट्ट के लिए फोटॉन आवृत्ति अधिकतम एवं संगत तरंगदैर्ध्य न्यूनतम होता है।

अत: $$eV = h\nu_{max} = \frac{hc}{\lambda_{min}}$$

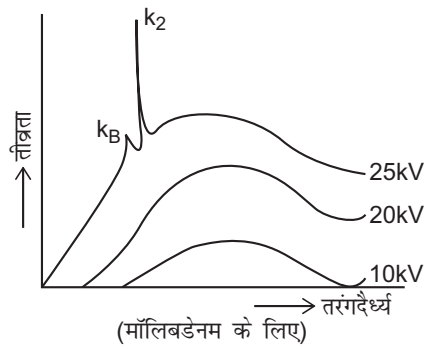
यह डुआने-हंट नियम कहलाता है।

2. अभिलाक्षणिक एक्स-किरणें :

संतत एक्स-किरणों के अतिरिक्त एक्स-किरण नलिकाएं ऐसे विकिरण भी उत्सर्जित करती हैं, जो प्रयुक्त टार्गेट के संगत अभिलाक्षणिक रेखाएं होती हैं। यह देखा गया है कि संतत स्पेक्ट्रम पर कुछ आवृत्तियों के संगत अत्यधिक बड़े परिमाण में ऊर्जा उत्सर्जित होती है। इन रेखाओं की स्थिति लगाई गई वोल्टता पर निर्भर नहीं करती, बल्कि टार्गेट की प्रकृति पर निर्भर करती है।

मोस्ले का नियम

मोस्ले ने अनेक तत्वों की अभिलाक्षणिक एक्स-किरणों का अध्ययन किया। उसने पाया कि कुछ विशिष्ट अभिलाक्षणिक रेखाएं सभी तत्वों के स्पेक्ट्रमों में प्रकट होती हैं परंतु इनके तरंगदैर्ध्य में मामूली अंतर होता है (चित्र 24.6)। प्रत्येक अभिलाक्षणिक रेखा एक विशिष्ट समीकरण का अनुसरण करती है। उदाहरणार्थ, K_2 रेखाएं निम्नलिखित संबंध का अनुसरण करती हैं।



चित्र 24.6

$$\bar{v} = R\left[\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2}\right](Z-1)^2$$

आपने क्या सीखा

- रदरफोर्ड के प्रकीर्णन प्रयोग ने परमाणु के अंदर छोटे से केन्द्रीय क्षेत्र की उपस्थिति को इंगित किया जहां पर उसके सभी धनावेशित कण और परमाणु का अधिकाँश द्रव्यमान केन्द्रित होता है। इस क्षेत्र को न्यूक्लियस (नाभिक) नाम दिया गया।
- इलेक्ट्रॉन न्यूक्लियस के चारो ओर घूमता रहता है तथा कुल ऋणात्मक आवेश का समायोजन कुल धनात्मक आवेश, जो न्यूक्लियस में रहता है, द्वारा बना रहता है।
- रदरफोर्ड के परमाणु मॉडल द्वारा परमाणु का प्रेक्षित स्थायित्व तथा परमाणु द्वारा उत्सर्जित विद्युत चुम्बकीय विकिरण का संतोषजनक स्पष्टीकरण नहीं दिया जा सका।
- परमाणु का संतोषजनक मॉडल नील बोहर द्वारा प्रस्तुत किया गया जो कि चार अभिगृहीतों (पास्चुलेट्स) पर आधारित था।
- इलेक्ट्रॉन की अनुमत कक्षाएँ वे होती हैं जिनका कोणीय संवेग $(I\omega) = nh/2\pi$ होता है।
- कोई इलेक्ट्रॉन जब उच्चक्रम की अनुमत कक्ष से निम्न क्रम की कक्षा में छलांग लगाता है तो ऊर्जा का उत्सर्जन होता है और ठीक इसके विपरीत निम्न अनुमत कक्ष से उच्चक्रम की अनुमत कक्ष में जाने पर ऊर्जा का अवशोषण होता है।

- अनुमत कक्षा जिसमें इलेक्ट्रॉन उन्मुक्त न्यूक्लियस के चारों ओर घूमता है, उसकी त्रिज्या को निम्न समीकरण द्वारा व्यक्त किया जाता है- $a_n = \frac{n^2h^2}{4\pi^2\, mke^2} = \frac{n^2h^2\varepsilon_0}{Ze^2m\pi}$

  हाइड्रोजन परमाणु की प्रथम अनुमत कक्षी की त्रिज्या का मान $a = 0.53\text{Å}$ है।
- हाइड्रोजन परमाणु की n^{th} कक्षा में स्थित इलेक्ट्रॉन की ऊर्जा होती है

$$E_n = -\frac{e^4m}{8h^2\varepsilon_0^2n^2}$$

  कुल ऊर्जा के ऋणात्मक चिन्ह से पता चलता है कि इलेक्ट्रॉन न्यूक्लियस से बँधा रहता है।
- इलेक्ट्रॉन के एक ऊर्जा स्तर E_i से दूसरे ऊर्जास्तर E_f में पारगमन करने से उत्सर्जित फोटॉन की आवृत्ति को निम्न प्रकार से दर्शाते हैं-

$$\nu_{mn} = \frac{R}{h}\quad \frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}$$

- जब द्रुतगामी इलेक्ट्रान अचानक किसी भारी धातु द्वारा रोके जाते हैं तो x-किरणें उत्पन्न होती हैं।
- एक्स किरणें दो प्रकार की होती हैं- (i) संतत एवं (ii) अभिलाक्षणिक
- डुआने-हंट के नियमानुसार $eV = h\nu_{max} = \frac{hc}{\lambda_{min}}$
- मोसले नियम $\bar{\nu} = R\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2}\right)(z-1)^2$

पाठांत प्रश्न

1. रदरफोर्ड के प्रकीर्णन प्रयोग में अधिकांश α-कण लक्ष्य पन्नी (टारगेट फॉएल) से सीधे क्यों गुजरते हैं?
2. रदरफोर्ड के α-किरणों के प्रकीर्णन प्रयोग में कौन सा प्रेक्षण न्यूक्लियस (नाभिक) के अस्तित्व की संभावना के भविष्यकथन में सहायक रहा?
3. रदरफोर्ड ने यह कैसे मान लिया कि इलेक्ट्रॉन न्यूक्लियस (नाभिक) के चारों ओर वृत्तीय कक्षाओं (आरबिट) में परिक्रमा करता है?
4. हाइड्रोजन परमाणु की अपनी पहली कक्षा और दूसरी कक्ष की उत्तेजित अवस्थाओं की ऊर्जाओं का अनुपात क्या होता है?

5. रिडबर्ग नियतांक (कान्सटेंट) का SI मात्रक क्या है?

6. हाइड्रोजन परमाणु का रिडबर्ग नियतांक $1096700\ m^{-1}$ है। लाइमन श्रेणी की छोटी व बड़ी तरंगदैर्घ्य की सीमाओं का परिकलन कीजिए।

7. हाइड्रोजन परमाणु का इलेक्ट्रॉन एक सेकंड में प्रथम कक्षा की कितनी बार परिक्रमा करता है?

8. बोहर के परमाणु माडल के अभिगृहीतों की चर्चा कीजिए।

9. रदरफोर्ड के प्रकीर्णन प्रयोग का वर्णन कीजिए। इसके निष्कर्षों एवम् कमियों पर चर्चा कीजिए।

10. हाइड्रोजन परमाणु की n^{th} कक्षा में इलेक्ट्रोन ऊर्जा का व्यंजक व्युत्पन्न कीजिए।

11. सही उत्तर चुनिए:

    (अ) किसी इलेक्ट्रॉन की nth कक्षा की कुल ऊर्जा E_n समानुपाती होता है–

    (i) $1/n^4$ के (ii) $1/n^2$ के (iii) $1/n^2$ के (iv) $1/n$ के

    (ब) हाइड्रोजन परमाणु की $n = 1$ कक्ष से $n = \infty$ तक इलेक्ट्रॉन को हटाने (विस्थापित करने) में जितनी ऊर्जा की आवश्यकता है वह बराबर होती है

    (i) 13.6 V के (ii) 13.6 eV के (iii) 13.6 MeV के (iv) 13. 6 KeV

    (स) हाइड्रोजन परमाणु में जब इलेक्ट्रॉन उच्च ऊर्जा स्तर की कक्षा $n = 5, 6, 7,...$ से कम ऊर्जा स्तर की कक्ष $n = 4$ पर छलांग लगाता है तो स्पेक्ट्रल लाइनों का जो समुच्चय (सेट) प्राप्त होता है उसे कहते हैं–

    (i) बामर श्रेणी (ii) ब्रेकेट श्रेणी (iii) पाश्चन श्रेणी (iv) लाइमन श्रेणी

12. हाइड्रोजन परमाणु में इलेक्ट्रॉन के तीसरे और चौथे अनुमत कक्षाओं की त्रिज्या का परिकलन कीजिए?

13. हाइड्रोजन परमाणु में ऊर्जा का संक्रमण (ट्रान्जीशन) ऊर्जा स्तर $n = 3$ से $n = 2$पर होता है। दिया हुआ है कि $R = 1.097 \times 10^7\ m^{-1}$ तब–

    (i) उत्सर्जित विकिरणों की तरंगदैर्घ्य कितनी होती है?

    (ii) क्या ये विकरण स्पेक्ट्रम के दृश्य प्रकाश के परिसर में होंगे?

    (iii) यह संक्रमण (ट्रांजीशन) स्पेक्ट्रमी श्रेणी में किससे संबंधित होगा?

14. हाइड्रोजन का आयनन (आयोनाइजेशन) विभव 13.6 वोल्ट है। परमाणु की ऊर्जा $n = 2$ अवस्था में कितनी होगी?

15. एक्स किरणें कैसे उत्पन्न की जाती हैं? एक नामांकित चित्र बना कर स्पष्ट कीजिए।

16. एक्स किरणों के गुणें को सूचीबद्ध कीजिए और उनकी दृष्य प्रकाश के साथ तुलना कीजिए।

17. संतत एक्स किरणें कैसे उत्पन्न की जाती हैं? उच्चतम आवृत्ति के फोटॉन उत्पादन की क्या शर्तें हैं?

पाठगत प्रश्नों के उत्तर

24.1

1. (a) (iii) (b) (ii) (c) (i) (d) (i)
2. यह रदरफोर्ड के प्रयोग में प्राप्त प्रेक्षण की व्याख्या नहीं कर सका जिसके अनुसार α (अल्फ)कण का अधिक कोण से प्रकीर्णन होता है।

24.2

1. बोहर का पहला अभिगृहित चिरसम्मत भौतिकी (क्लासिकल फिजिक्स) से किया गया, बाकी तीनों क्वांटम भौतिकी से लिए गए हैं।
2. क्योंकि कक्षाएं स्थाई हैं।
3. (i) इलेक्ट्रॉन उच्च ऊर्जा स्तर से निम्न ऊर्जा स्तर पर गिरता है।

   (ii) इलेक्ट्रॉन किसी उच्च ऊर्जा की स्थिति में उत्तेजित हो जाता है।
4. $E_1 = -13.6\text{eV}; E_2 = 3.4\text{ eV}, E_3 = -1.51\text{eV}$
5. $\lambda = \dfrac{hc}{E_i - E_0}$
6. (iv)

24.3

1. (ब)
2. (अ) उत्सर्जित स्पेक्ट्रल लाइनों की संख्या $= \dfrac{1}{2} n(n-1) = \dfrac{1}{2} \times 4(4-1) = 6$
3. (अ)
4. परिभ्रमणशील (रिव्होल्विंग) इलेक्ट्रॉन का कोणीय संवेग।
5. प्रमुख क्वांटम संख्या n के साथ, nth कक्षा की स्थिति से उन तरंग-दैर्ध्यों की संख्या का परिकलन कीजिये जिनका हाइड्रोजन के स्पेक्ट्रम में अवलोकन किया जाता है।

पाठांत प्रश्नों के उत्तर

4. यह अनुपात 9 : 4 होगा
6. $\lambda_s = 9114\text{ Å}$, $\lambda_e = 1215\text{ Å}$
7. 6.57×10^{15} Hz.
11. (a) (i), (b) (ii), (c) (iii), (d) (i), (e) (v)
13. (i) 6563 Å, (ii) दृश्य (iii) बामर श्रेणी
14. –3.4 eV.

25

विकिरण एवं द्रव्य की द्वैती प्रकृति

आपने सिनेमा घरों में फिल्में तो अवश्य ही देखी होंगी। पर्दे पर दिखने वाले चित्र/चल चित्र का निर्माण, फिल्म पर अंकित चित्रों/दृश्यों से गुज़रने वाले प्रकाश के द्वारा होता है। पर क्या आपने कभी सोचा है कि फिल्म में ध्वनि/आवाज कहाँ से उत्पन्न होती है? फिल्म के एक तरफ उपस्थित ध्वनि-पथ (ध्वनि-ट्रैक/साऊण्ड ट्रैक) में ध्वनि को भी अंकित किया जाता है। ध्वनि ट्रैक में से प्रकाश पुँज गुजर कर प्रकाश सेल पर गिरता है जो इस प्रकाश पुँज को विद्युत स्पन्दों (Pulses) में परिवर्तित कर देता है। और यही विद्युत स्पन्द ध्वनि/आवाज़ में परिवर्तित हो जाते हैं। इस पाठ में आप उस प्रभाव को पढ़ेगे, जिसके आधार पर फोटो सेल कार्य करता है। इस प्रभाव को प्रकाश विद्युत प्रभाव कहते हैं। घुसपैठियों/चोरों का पता लगाने के लिए उपयोग होने वाले ''बर्गलर अलार्म'' में भी इस प्रभाव का उपयोग होता है। आइन्सटाइन द्वारा, प्रकाश-विद्युत प्रभाव की दी गई व्याख्या ने डी-ब्रॉग्ली (De-Broglie) को तरंग-कण द्वैतता (ड्यूलिटी) अर्थात् पदार्थ तरंग के साथ-साथ कणों के गुणों को भी दर्शा सकता है, को स्वीकार करने की प्रेरणा दी।

अब आप जान चुके हैं कि कण निश्चित स्थिति, आकार, द्रव्यमान, वेग, संवेग आदि गुणों द्वारा अभिलक्षणित होता है। इन कणों की गति की व्याख्या न्यूटन के गति संबंधी नियमों द्वारा की जाती है। अब इससे हटकर तरंग को लें। यह स्थान और समय में आवर्तता, तरंग-दैर्ध्य, आयाम (एम्प्लीच्यूड), आवृत्ति, तरंग गति, आदि गुणों द्वारा अभिलक्षणित होती है। यह ऊर्जा का परिवहन करती है, पदार्थों का नही! अर्थात् तरंग स्थान में विस्तरित होती है जबकि कण स्थानिक (लोकेलाइज्ड) होते हैं। तरंग-कण द्वैतता शब्द से तात्पर्य उस व्यवहार से है जिसमें एक ही वस्तु विभिन्न परिस्थितियों में तरंग सदृश एवं कण सदृश दोनों ही गुणों का प्रदर्शन करती है। डी-ब्रॉग्ली का तर्क सरल और सीधा सा है। उसका कहना है कि प्रकृति सरलता एवं सममिति (समिट्री) को पसंद करती है। इसलिए यदि द्रव्य-तरंग की द्वैतता प्रकाश द्वारा प्रदर्शित की जा सकती है तो यह पदार्थ द्वारा भी प्रदर्शित की जानी चाहिए। डी-ब्रॉग्ली के इस द्रव्य-तरंग संबंधी विवेचनात्मक कथन की व्याख्या इस पाठ के खण्ड 25.4 में आप पढेंगे।

उद्देश्य

इस पाठ को पढ़ने के बाद, आप :

- प्रकाश-विद्युत प्रभाव को समझा सकेंगे;
- प्रकाश-विद्युत प्रभाव का अध्ययन करने के लिए प्रायोगिक व्यवस्था का विवरण दे सकेंगे;
- प्रकाश-विद्युत उत्सर्जन के नियम बता सकेंगे;
- विकिरण की आवृत्ति तथा मंदक-विभव (रिटार्डेशन पोटेंशियल) के बीच ग्राफ की व्याख्या कर सकेंगे;
- संवंग p के कण के साथ सम्बद्ध डि-ब्रॉग्ली तरंग के तरंगदैर्घ्य के लिए व्यंजक लिख सकेंगे;
- डी-ब्राग्ली तरंगों के अस्तित्व के प्रमाण संबंधी प्रयोगिक व्यवस्था का विवरण दे सकेंगे।

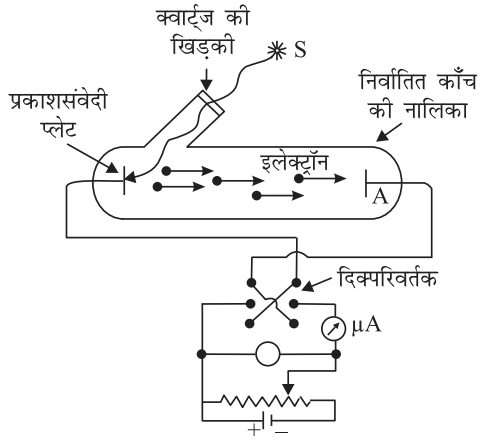
25.1 प्रकाश-विद्युत प्रभाव

सन् 1887 में वैद्युत-चुम्बकीय तरंगों के संचरण (प्रोपोगेशन) पर शोध कार्य करते हुए जर्मन के प्रोफेसर हेनरिच रूडोल्फ हर्ट्ज ने पाया कि स्पार्क (चिंगारी) गेप में मौजूद हवा बहुत अच्छे सुचालक का काम करने लगती है। खासकर तब, जब उसे अल्ट्रावायलेट (पराबैंगनी) किरणों द्वारा प्रदीप्त किया जाये। उनके द्वारा आगे चलकर और भी प्रयोग सम्पन्न किए गए जो यह प्रदर्शित करते हैं कि जिंक धनावेशित हो जाता है जब उस पर अल्ट्रावायलेट किरणें आपतित होकर उसे प्रदीप्त करती हैं। सन् 1900 में लियोनार्ड ने प्रयोग द्वारा दिखाया कि धातु प्लेट की सतह से इलेक्ट्रॉन उत्सर्जित होते हैं जब उस प्लेट पर उच्च-आवृत्ति वाली प्रकाश किरणें आपतित होती हैं। इस परिघटना को प्रकाश-विद्युत प्रभाव कहते हैं। इस प्रभाव से उत्सर्जित इलेक्ट्रॉन **फोटो इलेक्ट्रॉन** कहलाते हैं।

धातुओं को एक अभिलक्षणिक आवृत्ति वाले प्रकाश से प्रदीप्त करने पर उनसे इलेक्ट्रॉनों का उत्सर्जन प्रकाश विद्युत प्रभाव कहलाता है।

25.1.1 प्रकाश-विद्युत प्रभाव के अध्ययन की प्रायोगिक व्यवस्था

चित्र 25.1 को देखिए। यह इस परिघटना के अध्ययन के लिए प्रयुक्त उपकरण की योजनावत् आरेख को दर्शाता है।



चित्र 25.1: प्रकाश-विद्युत प्रभाव के अध्ययन करने की प्रायोगिक व्यवस्था

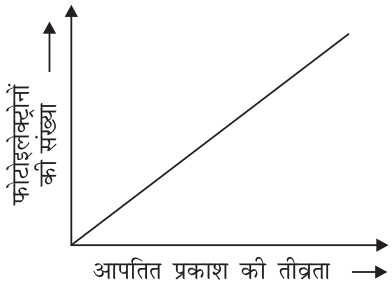
धातु का एक कप C,जिसे फोटो कैथोड कहते हैं, एक निर्वात नली में एक प्लेट A के साथ सील कर दिया जाता है। प्लेट A कैथोड द्वारा उत्सर्जित इलेक्ट्रॉनों को संग्रहित करता है। इन इलेक्ट्रोडों को एक माइक्रो –μ एमीटर (μA) परिपथ के साथ जोड़ दिया जाता है जैसा कि चित्र 25.1 में दिखाया गया है। बैटरी को इस तरह से जोड़ा जाता है कि प्लेट A की वोल्टता कप C के सापेक्ष धनात्मक होती है। यदि बैटरी के ध्रुवों को उलट दिया जाये तो प्लेट A की वोल्टता C के सापेक्ष ऋणात्मक हो जायेगी।

आपतित प्रकाश की तीव्रता का प्रभाव उत्सर्जित फोटो इलेक्ट्रॉनों की संख्या पर किस प्रकार पड़ता है, इसका अध्ययन करने के लिए प्लेट A को कप C के सापेक्ष धनात्मक विभव पर रखा जाता है।

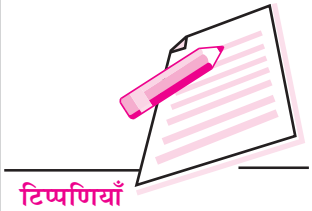
आपतित प्रकाश की आवृत्ति एवं उसके त्वरक विभव को स्थिर रखते हुए, यह प्रेक्षित किया गया कि उत्सर्जक प्लेट की प्रति इकाई क्षेत्रफल से उत्सर्जित फोटो-इलेक्ट्रॉनों की संख्या प्रकाश की तीव्रता के समानुपाती होती है अर्थात् यह रैखिक रूप से परिवर्तित होता है जैसा कि चित्र 25.2 (a) में दर्शाया गया है।

पहली स्थिति: प्लेट A कप C के सापेक्ष धनात्मक

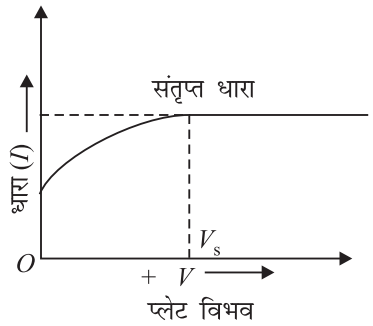
उपरोक्त स्थिति पर विचार करने पर यह देखने में आता है कि जब एक विशेष आवृत्ति वाले प्रकाश की किरणें उत्सर्जक पर आपतित होती हैं तो उससे इलेक्ट्रॉन का उत्सर्जन शुरू हो जाता है। चूंकि प्लेट A, C के सापेक्ष उच्च विभव पर है, उत्सर्जित इलेक्ट्रॉन एक वोल्टता आकर्षण बल का अनुभव करते हैं। जब हम प्लेट A की वोल्टता बढ़ाते हैं तो उत्सर्जित फोटो इलेक्ट्रॉनों की गतिज ऊर्जा बढ़ जाती है। बाह्य परपथ में माइक्रोएमीटर द्वारा दर्शाई जा रही विद्युतधारा उत्सर्जित फोटो इलेक्ट्रॉनों की संख्या पर निर्भर करती है। यदि हम वोल्टता को



चित्र 25.2: (a) फोटो इलेक्ट्रॉनों की संख्या का प्रकाश की तीव्रता के साथ परिवर्तन



लगातार बढ़ाते रहें तो एक स्थिति ऐसी आएगी जब सारे उत्सर्जित इलेक्ट्रॉन प्लेट A पर एकत्रित हो जाएंगे। ऐसी अवस्था में विद्युतधारा संतृप्त हो जाती है। यदि प्लेट की वोल्टता को और अधिक बढ़ाया जाये तो भी विद्युतधारा का परिमाण स्थिर रहता है। प्लेट वोल्टता के सापेक्ष विद्युतधारा की निर्भरता को चित्र 25.2 (b) में दर्शाया गया है। वोल्टेज V को संतृप्त वोल्टेज कहते हैं।



चित्र 25.2 (b) प्रकाश-विद्युतधारा की विभव पर निर्भरता

द्वितीय स्थिति: प्लेट A कप C के सापेक्ष ऋणात्मक

यदि कप C, धातु प्लेट A के सापेक्ष धनात्मक विभव पर है और एक उचित आवृत्ति की प्रकाश किरण उत्सर्जक पर आपतित होती है तो C द्वारा उत्सर्जित फोटो इलेक्ट्रॉन एक मन्दक-विभव का अनुभव करेंगे जो प्लेट A की ओर उनकी गति में अवरोध उत्पन्न करेगा। फिर भी कप C से उत्सर्जित कुछ फोटो इलेक्ट्रॉन प्लेट A तक पहुंचने में सफल हो जाएंगे। यह एक विद्युतधारा को उत्पन्न करेगा जिसे माइक्रो-एमीटर द्वारा नापा जा सकता है। इस सबका क्या मतलब निकलता है? यदि A और C के बीच मौजूद विभवान्तर वही बल प्रदान करता है जिसके कारण फोटो इलेक्ट्रॉन प्लेट A की तरफ गतिशील होते हैं तो एक भी इलेक्ट्रॉन प्लेट A तक नहीं पहुंच पाता। चूंकि कुछ इलेक्ट्रॉन अवरोधक विभव पर विजय प्राप्त करके प्लेट A पर पहुंचते हैं, इससे यह निष्कर्ष निकलता है कि इन इलेक्ट्रॉनों में प्रारंभिक गतिज ऊर्जा रही होगी। प्रेक्षण भी इस बात की पुष्टि करते हैं। आपतित प्रकाश, की किसी खास आवृत्ति (फ्रिक्वेंसी) के लिए यदि अवरोधक विभव के परिमाण को धीरे-धीरे बढ़ाते जाएं तब अंत में एक स्थिति आ पहुंचती है जब कोई भी इलेक्ट्रॉन प्लेट A तक नहीं पहुंच पाता, और धारा का मान शून्य हो जाता है।

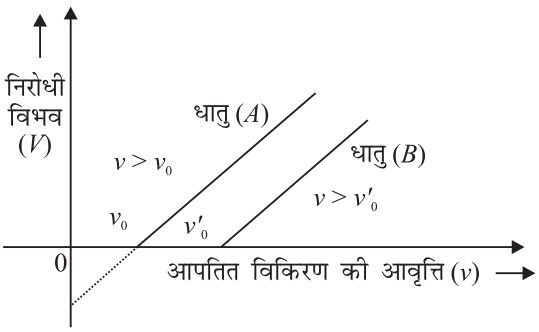
वह अवरोधक विभव जिसके लिए फोटो विद्युतधारा किसी विशिष्ट आवृत्ति वाले आपतित प्रकाश के लिए शून्य हो जाती हो, वह उस आवृत्ति के लिए निरोधी विभव कहलाता है।

निरोधी विभव V_0 के विपरीत किसी इलेक्ट्रॉन द्वारा किया गया कार्य (W) eV_0 होता है, जहाँ e इलेक्ट्रॉन का आवेश है। यह कार्य इलेक्ट्रॉन की गतिज ऊर्जा के मूल्य पर होता है। इसलिए इसे हम इस प्रकार व्यक्त कर सकते हैं–

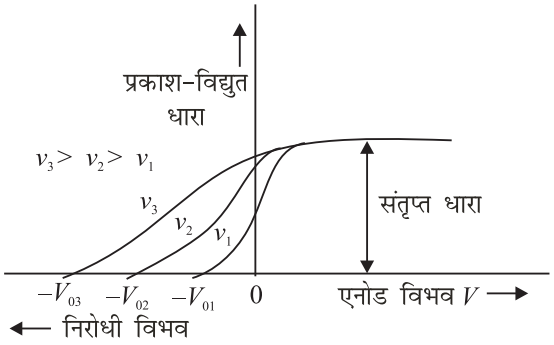
$$eV_0 = \frac{1}{2} m v_{max}^2 \qquad (25.1)$$

मिलिकन ने पाया कि निरोधी विभव V_0 आपतित प्रकाश की आवृत्ति पर निर्भर करता है। निरोधी विभव (V_0) और प्रकाश की आवृत्ति (ν) के मध्य का ग्राफ चित्र 25.3 में दर्शाया गया है। इस चित्र में आप पाएंगे कि एक सबसे कम अंतक आवृत्ति (कट-ऑफ फ्रिक्वेंसी) ν_0 होती है जिसके नीचे की आवृत्ति पर इलेक्ट्रॉनों का उत्सर्जन संभव नहीं है। इसे *देहली-आवृत्ति* (थ्रेशहोल्ड फ्रिक्वेंसी) कहते हैं।

आपतित प्रकाश की आवृत्ति का निरोधी विभव पर किस प्रकार प्रभाव पड़ता है, इसका अध्ययन करने के लिए मिलिकन ने प्रकाश की तीव्रता को विभिन्न आवृत्तियों के लिए एक स्थिर मान पर समायोजित किया और एनोड विभव के साथ प्रकाश विद्युतधारा में होने वाले परिवर्तनों का मापन किया। उसने आपतित प्रकाश की विभिन्न आवृत्तियों के लिए निरोधी-विभव के विभिन्न परिमाणों को प्राप्त किया। निरोधी-विभव अधिक आवृत्ति वाले प्रकाश के लिए अधिक ऋणात्मक विभव के होते गए जैसा कि चित्र 24.4 में दर्शाया गया है। इससे यह मतलब निकला कि यदि आपतित प्रकाश की आवृत्ति बढ़ती जाती है तो फोटो इलेक्ट्रॉन की उच्चतम गतिज ऊर्जा भी बढ़ती जाएगी। इसलिए निरोधी-विभव में भी अभिवृद्धि होना जरूरी है ताकि फोटो इलेक्ट्रॉनों को एनोड की ओर पहुंचने से पूर्ण रूप से रोका जा सके। यह प्रयोग यह भी सिद्ध करता है कि अंतक आवृत्ति (कट-ऑफ फ्रिक्वेंसी) ν_0 जैसे किसी गुण का अस्तित्व है जिसके लिए निरोधी विभव शून्य हो जाएगा। इसके अलावा यह भी प्रेक्षित हुआ कि प्रकाश चाहे क्षीण ही क्यों न हो जैसे ही वह पदार्थ (उत्सर्जक) पर आपतित होता है, प्रकाश इलेक्ट्रॉन उत्सर्जन प्रारंभ हो जाता है अर्थात् प्रकाश इलेक्ट्रॉन उत्सर्जन तात्क्षणिक है। अब यह हमें ज्ञात है कि आपतित प्रकाश तथा उत्सर्जक से निकले प्रकाश इलेक्ट्रॉनों के बीच समय पश्चता (टाइम लैग) 10^{-9} सेकंड की कोटि की होती है।



चित्र 25.3: निरोधी विभव और आपतित प्रकाश की आवृत्ति



चित्र 25.4: प्रकाश-विद्युत धारा

इन प्रेक्षणों को संक्षिप्त रूप में इस प्रकार उल्लेखित कर सकते हैं:

- प्रकाशीय इलेक्ट्रॉनों का उच्चतम वेग, आपतित प्रकाश की आवृत्ति के साथ बढ़ता है तथा उत्सर्जक पदार्थ की प्रकृति पर निर्भर करता है।
- प्रकाश इलेक्ट्रॉनों का उच्चतम वेग आपतित प्रकाश की तीव्रता पर निर्भर नहीं करता है।
- प्रत्येक पदार्थ के लिए एक देहली-आवृत्ति (थ्रेशहोल्ड फ्रिक्वेंसी) होती है जिससे कम आवृत्ति पर प्रकाश इलेक्ट्रॉनों का उत्सर्जन नहीं होता।
- किसी विशिष्ट आवृत्ति वाले प्रकाश के लिए, उत्सर्जक के प्रति इकाई क्षेत्रफल से उत्सर्जित प्रकाश इलेक्ट्रानों की संख्या आपतित प्रकाश की तीव्रता के समानुपाती होती है।

- धातु की सतह पर प्रकाश के आपतित होने और प्रकाश इलेक्ट्रॉनों के उत्सर्जन के बीच व्यावहारिक रूप से कोई समय पश्चता (10^{-9} सेकंड) नहीं होती। दूसरे शब्दों में, प्रकाश इलेक्ट्रॉन उत्सर्जन एक तात्क्षणिक प्रक्रिया है।

पाठगत प्रश्न 25.1

1. स्पष्ट बताइये कि निम्नांकित कथन सत्य हैं या असत्य:

   (क) तापायनिक (थर्मिओनिक) उत्सर्जन में इलेक्ट्रॉन फोटॉनों से ऊर्जा ग्रहण करते हैं।

   (ख) प्रकाश इलेक्ट्रॉनों का अधिकतम वेग, आपतित विकिरण की आवृत्ति पर निर्भर नहीं करता है।

   (ग) एक विशिष्ट आवृत्ति (ν_0) होती है जिससे कम आवृत्ति पर प्रकाश-विद्युत प्रभाव घटित नहीं होता।

2. चित्र 25.3 को देखिए। x और y अक्ष पर बनते हुए अंत:खंडों (इन्टरसेप्ट्स) की व्याख्या करते हुए प्रवणता (स्लोप) का परिकलन करें।

3. निरोधी विभव ($-V_0$) और आपतित प्रकाश की तीव्रता के बीच ग्राफ खींचिए।

25.2 आइन्सटाइन का प्रकाश-विद्युत उत्सर्जन का सिद्धान्त

सन् 1905 में आइन्सटाइन ने प्रकश-विद्युत प्रभाव की एक सरल परन्तु क्रान्तिकारी व्याख्या प्रस्तावित की। उन्होंने यह परिकल्पना की कि प्रकाश ऊर्जा के छोटे-छोटे बन्डलों से मिलकर बना होता है। प्रत्येक बन्डल फोटॉन कहलाता है। उनकी अवधारणा के अनुसार प्रकाश-विद्युत प्रभाव फोटॉन तथा पृष्ठ परिबद्ध इलेक्ट्रॉन के बीच टकराव के कारण होता है।

एक फोटॉन की ऊर्जा निम्न व्यंजक द्वारा निरूपित की जाती है:

$$E = h\nu \qquad (25.2)$$

राबर्ट.ए.मिलिकन
(1868-1953)

राबर्ट ऐन्ड्रूज मिलिकन का जन्म 22 मार्च, 1868 को संयुक्त राष्ट्र अमेरिका में हुआ था। स्नातक स्तर की पढ़ाई करते समय उनके प्रिय विषय ग्रीक भाषा तथा गणित थे। सन् 1891 में स्नातक की पढ़ाई पूरी कर उन्होंने दो वर्षों तक प्रारंभिक भौतिकी के शिक्षक पद पर कार्य किया। इन्हीं वर्षों में इनकी विशेष रूचि भौतिकी के प्रति बढ़ी। सन् 1895 में उद्दीप्त सतहों द्वारा उत्सर्जित प्रकाश के ध्रुवण'' विषय पर शोध के लिए उन्हें भौतिकी में डाक्टरेट की उपाधि प्राप्त हुई।

मिलिकन ने सन् 1895-96 के दौरान एक वर्ष जर्मनी के बर्लिन एवं गाटिंगन विश्वविद्यालयों में बिताया। ए॰ ए॰ माइकेलसन के आमंत्रण पर 1896 में वह (अमेरिका) वापस लौटे। माइकेलसन के सहायक के रूप में तथा नव स्थापित शिकागो विश्वविद्यालय की रायरसन प्रयोगशाला में वह कार्यरत हुए। इसी विश्वविद्यालय में 1910 में वह प्रोफेसर पद पर नियुक्त हुए जिस पर 1921 तक वहाँ रहे। एक वैज्ञानिक के रूप में विद्युत, प्रकाशिकी एवं आण्विक भौतिकी के क्षेत्रों में उन्होंने अनेकों महत्वपूर्ण खोज की। उनकी सबसे पहली महती सफलता "पाती-बिन्दु विधि" (फालिंग-ड्रॉप मैथड) द्वारा इलेक्ट्रॉन के आवेश का परिशुद्ध निर्धारण थी। उन्होंने यह भी सिद्ध किया कि सभी इलेक्ट्रॉनों के लिए इस राशि का एक नियत मान है जो आवेश की क्वांटित प्रकृति को प्रदर्शित करता है।

उन्होंने आइन्सटाइन के प्रकाश-विद्युत समीकरण का प्रायोगिक सत्यापन भी किया तथा प्लांक-नियतांक h का सीधा प्रकाश-विद्युत निर्धारण भी सबसे पहले किया। जीवन पर्यन्त मिलिकन एक बहु-सृजक लेखक के रूप में अनेक प्रतिष्ठित वैज्ञानिक पत्रिकाओं में लिखते रहे। सन् 1927 में उन्हें भौतिकी में नोबेल पुरस्कार प्रदान किया गया

जहाँ ν = आपतित प्रकाश की आवृत्ति तथा h = प्लांक नियतांक है। अब यह कल्पना कीजिए कि एक $h\nu$ ऊर्जा का फोटॉन किसी धातु की सतह पर आपतित होता है। मान लीजिए कि ϕ_0 वह ऊर्जा है जो धातु के पृष्ठ से इलेक्ट्रॉन को बाहर जाने के लिए आवश्यक है। जैसा कि पिछले पाठ में आप पढ़ चुके हैं, इस ऊर्जा को हम किसी चालक का कार्य फलन (वर्क फंक्शन) भी कहते हैं। ***किसी चालक का कार्य फलन वह न्यूनतम ऊर्जा है जो किसी इलेक्ट्रॉन को उसके पृष्ठ से बाहर लाने के लिए आवश्यक है।***

कुछ धातुओं के कार्यफलन के प्रारूपिक (eV में) मान उनके संगत देहली-आवृति (ν) के मानों के साथ सारणी 25.1 में दिए गए हैं।

सारिणी 25.1 कुछ प्रारूपिक धातुओं के कार्यफलन एवं देहली आवृत्तियाँ

धातु	ϕ_0(eV)	ν (Hz)
सोडियम	2.5	6.07×10^{14}
पोटेशियम	2.3	5.58×10^{14}
जिंक	3.4	8.25×10^{14}
आयरन	4.8	11.65×10^{14}
निकल	5.9	14.32×10^{14}

अब सोचिए कि क्या होगा यदि एक फोटॉन जिसकी ऊर्जा $E\,(>\phi_0)$ है धातु की सतह के साथ टकराता है? हम उम्मीद कर सकते हैं कि फोटॉन की कुल ऊर्जा E में से ϕ_0 परिमाण की ऊर्जा इलेक्ट्रॉन के धातु के पृष्ठ से निकल कर बाहर आने में खर्च हो जाएगी। ऊर्जा का अन्तर यानी

$(E - \phi_0)$ उत्सर्जित इलेक्ट्रॉन का गतिज ऊर्जा के रूप में प्रदान कर दिया जाएगा (धातु के पृष्ठ से बाहर आने से पहले आंतरिक टक्करों के कारण इलेक्ट्रॉन की ऊर्जा में कुछ क्षति भी हो सकती है)।

गणितीय रूप से, निम्न व्यंजक को हम लिख सकते हैं:

$$h\nu = \phi_0 + K_{max} \qquad (25.3)$$

अल्बर्ट आइन्सटाइन
(1879-1955)

अल्बर्ट आइन्सटाइन वुर्तेमबर्ग, जर्मनी में 1879 को पैदा हुए थे। सन् 1901 में उन्होंने ''स्विस'' नागरिकता ग्रहण की। चूंकि उन्हें शिक्षक की कोई नौकरी नहीं मिल पा रही थी, उन्होंने स्विस पेटेन्ट आफिस में तकनीकी सहायक की हैसियत से नौकरी कर ली। अपनी इसी नौकरी के दौरान खाली समय में उन्होंने अत्यन्त महत्वपूर्ण शोध कार्य कर डाले जिनमें प्रकाश-विद्युत प्रभाव का सिद्धान्त तथा आपेक्षिकता का विशिष्ट सिद्धांत शामिल थे। सन् 1909 में उन्हें ज्यूरिख में असाधारण विलक्षणता का प्रोफेसर बनाया गया। वर्ष 1911 में उन्होंने प्रेग विश्वविद्यालय में भौतिकी की सैद्धान्तिक भौतिकी शाखा का प्रोफेसर पद स्वीकार किया था। परन्तु इसी प्रकार का और अधिक गरिमायुक्त पद ज्यूरिख में मिल जाने के कारण दूसरे ही वर्ष पुन: ज्यूरिख पहुंच गए। 1914 में उन्हें कैंसर विलहेम भौतिक संस्थान में निदेशक के पद पर नियुक्त किया गया। साथ ही साथ वे बर्लिन विश्वविद्यालय में प्रोफेसर के पद पर थे। सन् 1914 में उन्हें जर्मन नागरिकता प्राप्त हुई। सन् 1921 में उन्हें भौतिकशास्त्र के लिए नोबेल पुरस्कार से नवाज़ा गया। उन्हें यह पुरस्कार उनके क्रांतिकारी शोधकार्यों के लिए दिया गया जो प्रकाश-विद्युत प्रभाव के सिद्धान्त पर प्रकाशित किए गए थे। हालांकि उनकी विश्वभर में प्रसिद्धि उनके आपेक्षिकता के सिद्धांत के लिए कहीं ज्यादा रही। सन् 1933 तक वे बर्लिन में रहे इसके उपरान्त वे जर्मन नागरिकता कतिपय राजनैतिक कारणों से त्यागते हुए प्रवासी के रूप में संयुक्त राष्ट्र अमेरिका चले आए। यहाँ वे प्रिंसटन में सैद्धान्तिक भौतिकी में प्रोफेसर के पद पर नियुक्त हुए।

वे 1940 में अमेरिकी नागरिक बने। सन् 1945 में वे प्रोफेसर के पद से सेवा निवृत्त हुए। 1945-1955 के दरम्यान तथा जीवन के उत्तरार्ध में पूरा समय आपेक्षिकता के सामान्य सिद्धान्त तथा प्रमुख बुनियादी बलों का एकीकरण जैसे कार्यों पर लगाया। आइन्सटाइन ने विज्ञानयुक्त मानवीयता को विकसित और प्रोत्साहित किया। उन्होंने अमेरिकी राष्ट्रपति रूसवेल्ट को नाभिकीय बम का मानवीय विनाश में किए जाने के विरुद्ध अपना विरोध-पत्र भेजा था। उन्हें इस पृथ्वी ग्रह पर कदम रखने वाला सबसे महान वैज्ञानिक माना जाता रहा और इसी लिए उन्हें इस शताब्दी का वैज्ञानिक घोषित किया गया।

आइए, देखें कि प्रेक्षित परिणामों की व्याख्या इस सिद्धांत के आधार पर कैसे की जा सकती है। अगर हम यह मान लें कि

$$\phi_0 = h\nu_0.$$

तो समीकरण (25.3) को हम इस प्रकार लिख सकते हैं:

$$K_{max} = \frac{1}{2}mv^2 = h(\nu - \nu_o) \qquad (25.4)$$

इस समीकरण, जिसे आइन्सटाइन का प्रकाश-विद्युत समीकरण कहते हैं, निम्नलिखित निहितार्थ निकलते हैं:

- यदि ν_{max} धनात्मक होगा तो $\nu < \nu_o$ के लिए इलेक्ट्रॉन उत्सर्जन नहीं होगा। तात्पर्य यह है कि आपतित प्रकाश की आवृत्ति देहली-आवृत्ति से अधिक होनी चाहिए।
- K_{max} $(\nu - \nu_o)$ के समानुपाती होता है।
- धातु सतह पर ν आवृत्ति का जो प्रकाश आपतित हो रहा है उसकी तीव्रता (इन्टेन्सीटी) में वृद्धि करते हैं तो साथ-साथ इलेक्ट्रॉन की संख्या (फोटॉन) में भी बढ़ोत्तरी होती है। प्रत्येक फोटॉन में समान ऊर्जा रहती है और उनकी ऊर्जा में किसी प्रकार की अभिवृद्धि नहीं होती। उत्सर्जित इलेक्ट्रॉनों की संख्या बढ़ने से प्रकाश विद्युतधारा में भी वृद्धि होती है। प्रकाश की तीव्रता इस प्रकार इन दोनों में वृद्धि के कारक सिद्ध होते हैं।
- चूंकि प्रकाश-विद्युत प्रभाव फोटॉन एवं इलेक्ट्रॉन के आपस में टकराने से उत्पन्न होता है इसलिए फोटॉन से ऊर्जा का स्थानान्तरण तत्क्षणिक (इन्सटेन्टीनियस) होता है। इसमें किसी प्रकार की समय पश्चता (टाइम लेग) नहीं होती।
- चूंकि कार्यफलन पदार्थ का विशेष गुण है अत: ν_0 आवृत्ति का जो प्रकाश आपतित होता है उसकी तीव्रता से इसका कोई संबंध नहीं रहता।

इस प्रकार हम देखते हैं कि आइन्सटाइन के प्रकाश-विद्युत प्रभाव का सिद्धान्त फोटॉन की भौतिक उत्पत्ति की सफलतापूर्वक व्याख्या कर सकता है।

उपरोक्त सैद्धान्तिक अवधारणाओं को अच्छी तरह से समझने के लिए निम्नलिखित उदाहरण को सावधानीपूर्वक हल करें:

उदाहरण 25.1: सोडियम का कार्यफलन 2.3 eV है। परिकलन कीजिए (i) इसकी देहली आवृत्ति (ii) 5×10^{-7}m तरंगदैर्ध्य वाले प्रकाश द्वारा दीप्त सोडियम द्वारा उत्पन्न फोटो इलेक्ट्रॉन का अधिकतम वेग (iii) इसी तरंगदैर्ध्य के प्रकाश का निरोधी-विभव। दिया हुआ है–$h = 6.6 \times 10^{-34}$ J s, $c = 3 \times 10^8$ m s^{-1}, 1eV = 1.6×10^{-19} J, इलेक्ट्रॉन का द्रव्यमान $m = 9.1 \times 10^{-31}$ kg.

हल: (i) देहली आवृत्ति प्राप्त करने के लिए सूत्र है $h\nu_0 = \phi_0$. यहाँ $h = 6.6 \times 10^{-34}$ Js और $\phi_0 = 2.3$ eV $= 2.3 \times 1.6 \times 10^{-19}$ J.

$$\therefore \qquad \nu_0 = \frac{\phi_0}{h}$$

$$= \frac{2.3 \times 1.6 \times 10^{-19}\ \text{J}}{6.6 \times 10^{-34}\ \text{J s}} = 5.6 \times 10^{14}\ \text{Hz}$$

(ii) आइन्सटाइन के प्रकाश-विद्युत समीकरण से हम जानते हैं कि

$$h\nu = \phi_0 + K_{max} = \phi_0 + \frac{1}{2} m v_{max}^2,$$

चूंकि $\nu = \frac{c}{\lambda}$, इसे हम इस प्रकार से लिख सकते हैं–

$$E = h \times \frac{c}{\lambda} = \phi_0 + \frac{1}{2}\left(m v_{max}^2\right)$$

जहाँ c प्रकाश का वेग और λ इसका तरंगदैर्ध्य है। दिए गए मानों को समीकरण में भरने पर

$$\therefore \quad E = \frac{(6.6\times10^{-34}\,\text{Js})(3\times10^{8}\,\text{ms}^{-1})}{5\times10^{-7}\,\text{m}}$$

$$= 3.96 \times 10^{-19}\ \text{J}$$

$$\Rightarrow \quad 3.96 \times 10^{-19} = 2.3 \times 1.6 \times 10^{-19} + \frac{1}{2} m\, v_{max}^2$$

$$= 3.68 \times 10^{-19} + \frac{1}{2} m\, v_{max}^2$$

$$\therefore \quad v_{max}^2 = \frac{2\times0.28\times10^{-19}}{m} = \frac{2\times0.28\times10^{-19}}{9.1\times10^{-31}}$$

$$\therefore \quad v_{max} = \sqrt{\frac{0.56\times10^{-19}\,\text{J}}{9.1\times10^{-31}\,\text{kg}}} = 2.5 \times 10^{5}\ \text{m s}^{-1}$$

(iii) निरोधी-विभव का सूत्र है–

$$eV_0 = \frac{1}{2} m v_{max}^2$$

$$\therefore \quad V_0 = \frac{0.28\times10^{-19}\,\text{J}}{1.6\times10^{-19}\,\text{JV}^{-1}} = 0.18\ \text{V}$$

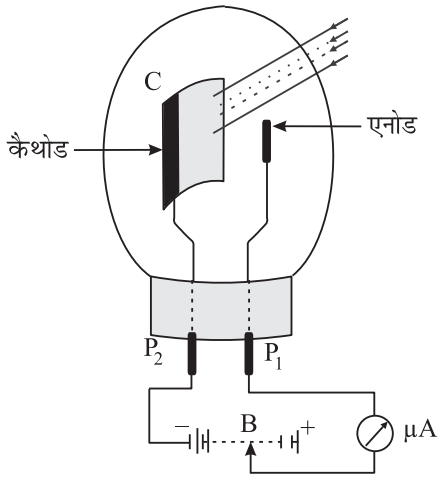
अब आप कुछ सरल प्रश्नों का उत्तर देना चाहेंगे।

पाठगत प्रश्न 25.2

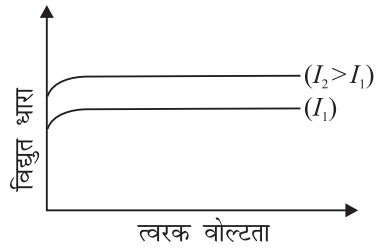
1. ν आवृत्ति वाले फोटॉन के संवेग का परिकलन कीजिए।
2. यदि किसी विद्युत-चुम्बकीय विकिरण का तरंगदैर्ध्य को दुगना कर दिया जाए तो फोटॉनों की ऊर्जा में किस प्रकार परिवर्तन होगा?
3. आपतित विकिरण की तीव्रता को दुगना कर दिया जाता है। उत्सर्जित फोटॉन की गतिज ऊर्जा पर किस प्रकार प्रभाव पड़ेगा?

25.3 प्रकाश-विद्युत नलिका

आपने अब तक विस्तार से प्रकाश-विद्युत प्रभाव को पढ़ लिया है। हम जानते हैं कि जब ν_0 से अधिक आवृत्ति वाला प्रकाश किसी पदार्थ की सतह पर आपतित होता है तब इलेक्ट्रॉन का उत्सर्जन होता है। इनकी गतिज ऊर्जा भिन्न-भिन्न होती है। हम यह भी जानते हैं कि इलेक्ट्रॉन के प्रवाह से ही विद्युत धारा उत्पन्न होती है। प्रकाश विद्युत नलिका भी प्रकाश-विद्युत प्रभाव पर आधारित है।



(a)



(b)

चित्र 24.5: विद्युतधारा तथा त्वरक वोल्टता के बीच संबंध का ग्राफ

प्रकाश-विद्युत नलिका में एक निर्वातित कांच का पात्र होता है जिसमें एक अर्ध-बेलनाकार कैथोड तथा सीधे तार के रूप में एक एनोड होता है। कैथोड पर ऐसे धातु का लेपन होता है जिसका कार्य फलन बहुत कम होता है। इससे यह सुनिश्चित हो जाता है कि पूर्व-निर्धारित आवृत्ति वाले प्रकाश को आपतित करने पर फोटो-इलेक्ट्रॉनों का उत्सर्जन होगा। वह देहली आवृत्ति जिसके ऊपर प्रकाश-विद्युत नलिका कार्य करती है, इस लेप के चयन को निर्धारित करती है।

ऐनोड सामान्यत: निकल धातु या प्लेटिनम का बना होता है। विद्युत कनेक्शन P_1 और P_2 इस काँच के पात्र के पृष्ठ पर बाहर तक आते हैं। कैथोड एवं एनोड के बीच एक बैटरी तथा धारामापी को जोड़ दिया जाता है ताकि त्वरण के लिए वोल्टता दी जा सके। बैटरी पर तीर का निशान इस तथ्य को प्रकट करता है कि इसके द्वारा अनुप्रयुक्त वोल्टता को बदला जा सकता है। विद्युत परिपथ में लगा माइक्रोएमीटर प्रवाहित होने वाली विद्युत धारा को नाप सकता हैं [चित्र 25.5 (a)]।

प्रकाश-विद्युत नलिका की कार्य प्रणाली को समझने के लिए मान लीजिए कि देहली-आवृत्ति से उच्च आवृत्ति का प्रकाश कैथोड पर आपतित होता है। कैथोड और एनोड के बीच त्वरित विभव शून्य होने के बावजूद भी कुछ फोटो इलेक्ट्रॉन उत्सर्जित होंगे। जैसा कि आप जान चुके हैं कि ये इलेक्ट्रॉन कैथोड से एक निश्चित गतिज ऊर्जा से उत्सर्जित होकर एनोड तक पहुँचते हैं। इससे एक विद्युत धारा उत्पन्न होती है जिसे माइक्रो एमिटर इंगित करता है। आइए अब हम कुछ त्वरक वोल्टता का प्रयोग करें और देखें कि क्या होता है। स्पष्ट है कि कुछ अधिक इलेक्ट्रॉन एनोड तक पहुंचेंगे और इससे विद्युत धारा का परिणाम बढ़ेगा। इसे चित्र 25.5 (b) में दर्शाया गया है।

जैसे-जैसे हम कैथोड और एनोड के बीच वोल्टता बढ़ाते जाते हैं, प्रकाश-विद्युत नलिका में विद्युत धारा भी बढ़ती जाएगी। परन्तु उच्च वोल्टता पर यह विद्युत धारा एक स्थिर मान पर संतृप्त हो जाती है। इसे चित्र 25.5(b) में दर्शाया गया है। संतृप्त धारा आपतित प्रकाश की तीव्रता (I) द्वारा निर्धारित होती है। संतृप्त धारा का परिमाण नैनो-एम्पियर ($\sim 10^{-9}$ A) की कोटि का होता है। यह प्रेक्षित किया गया है कि यदि प्रकाश की तीव्रता बढ़ा दी जाए तो संतृप्त धारा भी बढ़ जाती है। इसे चित्र 25.5 (b) में दर्शाया गया है।

25.3.1 अनुप्रयोग

प्रकाश-विद्युत नलिका उन सभी प्रकार की प्रक्रियाओं में अत्यन्त उपयोगी सिद्ध हुई है जहाँ प्रकाश-ऊर्जा को तुल्यात्मक विद्युत धारा में रूपान्तरित करना पड़ता है।

(i) चल चित्रों में ध्वनि का पुनरोत्पादन (रिप्रोडक्शन) प्रकाश-विद्युत सेलों का सबसे महत्वपूर्ण उपयोग फिल्मों से ध्वनि का पुनरोत्पादन करना है। ध्वनि-पट्टी एक समान चौड़ाई की फिल्म होती है जिसकी तीव्रता श्रव्य आवृत्ति के अनुसार बदलती रहती है। प्रकाश को इस फिल्म से गुजारने के पश्चात् प्रकाश-विद्युत सेल के कैथोड पर गिराया जाता है। प्रकाश-विद्युत सेल के परिपथ में उत्पन्न विद्युतधारा श्रव्य आवृत्ति के अनुपात में होती है तथा धारा में परिवर्तन भी श्रव्य आवृत्ति में हुए परिवर्तनों के अनुसार होते हैं। इस उत्पन्न हुई वोल्टता को तब एक प्रतिरोध से होकर गुजारा जाता है। प्रतिरोध के दोनों सिरों के बीच उत्पन्न वोल्टता को उपयुक्त ढंग से प्रवर्धित किया जाता है और इसे फिर एक लाउड-स्पीकर में भेज दिया जाता है। लाउड-स्पीकर उसी प्रकार की ध्वनि का पुनरोत्पादन करता है जिसे फिल्म की ध्वनि पट्टी पर रिकार्ड किया गया था। आप इसके बारे में और विस्तार से जान पाएंगे जब फोटोग्राफी और ऑडियो वीडियो-रिकार्डिंग के वैकल्पिक माड्यूल पर चर्चा होगी।

(ii) लम्बी दूरी तक चित्रों का संप्रेषण: प्रकाश-विद्युत नलिकाओं का उन प्रणालियों में भी उपयोग किया जाता है जो चित्रों को लम्बी दूरी तक संप्रेषित कर सके। लम्बी दूरियों तक चित्रों को संप्रेषित करने की तकनीक को प्रकाश-टेलीग्राफी कहते हैं।

(iii) अन्य उपयोग: वस्तुओं अथवा सजीव प्राणियों की गणना करने के लिए प्रयुक्त कई प्रकार की प्रणालियाँ प्रकाश-विद्युत नलिका पर ही आधारित होती हैं। इनका उपयोग चोर-घंटियों, अग्नि-सूचक घंटियों, ट्रैफ्रिक नियम का उल्लंघन करने वालों की पहचान के लिए प्रयुक्त संसूचकों, टेलीविजन कैमरों में, स्केनिंग और प्रसारण तथा उद्योगों में धातु की शीटों में विद्यमान सूक्ष्म त्रुटियों अथवा छिद्रों का पता लगाने के लिए भी होता है।

पाठगत प्रश्न 25.3

1. बताइये कि निम्न कथन सत्य है या असत्य?

   (अ) प्रकाश-इलेक्ट्रॉन नलिका में कैथोड को एनोड के सापेक्ष धनात्मक रूप से बायसित किया जाता है।

(ब) प्रकाश-इलेक्ट्रॉन में संतृप्त धारा आपतित विकिरण की आवृत्ति पर निर्भर करती है।

(स) प्रकाश-इलेक्ट्रॉन डायोड में संतृप्त धारा आपतित प्रकाश की तीव्रता के साथ बढ़ती है।

2. प्रकाश-इलेक्ट्रॉन नलिका के तीन अनुप्रयोगों को बताइये।

3. फोटो-ट्यूब को एक छोटे प्रकाश स्रोत, जो उससे 100 cm दूरी पर रखा है, प्रदीप्त किया जाता है। यदि स्रोत को 50 cm पर रख दिया जाए तो फोटो-ट्यूब के अन्दर कैथोड से उत्सर्जित होने वाले इलेक्ट्रॉनों की संख्या पर क्या प्रभाव पड़ेगा।

इस पाठ के पिछले खण्ड में आपने आइन्सटाइन के प्रकाश-विद्युत प्रभाव के बारे में पढ़ा तथा यह भी पढ़ा कि प्रकाश फोटॉनों से बना होता है आपने यह भी पढ़ा कि व्यतिकरण और विवर्तन (डिफ्रेक्शन) की परिघटनाओं को प्रकाश के तरंग सिद्धान्त के आधार पर समझाया जा सकता है। प्रकाश की द्वैती प्रकृति को 20वीं सदी के प्रारंभ में भौतिकीविदों ने स्वीकृति प्रदान की। प्रकाश की द्वैती प्रकृति पर विचार करते हुए डी-ब्राग्ली ने स्वयं से प्रश्न किया: यदि प्रकाश द्वैती प्रकृति का प्रदर्शन करता है तो क्या पदार्थ कण भी तरंगों जैसा व्यवहार करेंगे? इस प्रश्न के सही समाधान ने ही डि-ब्रॉग्ली की परिकल्पना को जन्म दिया।

25.4 डि-ब्रॉग्ली की परिकल्पना

एक युवा स्नातक विद्यार्थी के रूप में डि ब्रॉग्ली ने गहन अंतर्दृष्टि के साथ तर्क रखा कि जब प्रकृति में सममितता होती है, प्रकृति अपने सभी भौतिक परिघटनाओं में सादगी और समरूपता को पसन्द करती है तब साधारण कण जिसे हम इलेक्ट्रॉन और प्रोटॉन कहते हैं, वे भी तरंग की विशेषताओं को किसी खास परिस्थिति में प्रदर्शित करेंगे। डि-ब्रॉग्ली का तर्क कुछ इस प्रकार था–प्रकाश एक विद्युत-चुम्बकीय विकिरण है और वह कण-तरंग द्वैतवाद को दर्शाता है। इसलिए आइन्सटीन का द्रव्य-ऊर्जा समतुल्यता का संबंध ($E = mc^2$) जो प्रकाश को फोटॉन के क्वान्टम के रूप में मानता है तभी मान्य होगा यदि पदार्थ भी तरंगवत व्यवहार करे। डि-ब्रॉग्ली ने प्रस्ताव रखा कि किसी कण-द्रव्य का तरंगदैर्ध्य एवं आवृत्ति का निर्धारण उनके संवेग (मोमेन्टम) तथा कण की ऊर्जा द्वारा किया जाना चाहिये ठीक उसी तरह जिस तरह फोटॉन का किया जाता है: ($E = pc$) और p संवेग वाले किसी कण के साथ संबद्ध तरंगदैर्ध्य λ को हम इस प्रकार लिख सकते हैं :

$$\lambda = \frac{h}{p} \qquad (25.5)$$

चूंकि ऐसे कण का संवेग $p = mv$ सूत्र द्वारा दिया जाता है, हम लिख सकते हैं

$$\lambda = \frac{h}{mv} \qquad (25.6)$$

λ को डि-ब्रॉग्ली तरंगदैर्ध्य कहते हैं। समीकरण (25.5) तरंग-कण द्वैती की पूर्णरूप से व्याख्या करता है। इसका निहितार्थ यह है कि एक कण जिसका संवेग p है, वह तरंग–जैसे गुणधर्म दर्शा सकता है और उसके साथ संबद्ध पदार्थ तरंगों का तरंगदैर्ध्य $\lambda = (h/p)$ है। इसका विलोम भी सत्य है अर्थात् λ तरंगदैर्ध्य वाली कोई तरंग कण जैसे गुण दर्शा सकती है और तरंग-पदार्थ का संवेग h/λ है।

डि-ब्रॉग्ली की पी.एच.डी थीसिस में यही परिकल्पना थी जिसे परीक्षकों द्वारा पहले अस्वीकृत कर दिया गया था। शीघ्र ही प्रायोगिक साक्ष्य द्वारा डी-ब्रॉग्ली की परिकल्पना सत्य सिद्ध हुई। इससे हम सबको एक प्रेरणात्मक सीख लेनी चाहिए: हमें प्रत्येक कथन का गंभीरता के साथ विश्लेषण करना चाहिए तथा उसके प्रयोगात्मक साक्ष्य को खोजना चाहिए।

किसी भी स्थूल वस्तु का वास्तविक तरंगदैर्ध्य अत्यल्प होता है। आप चाहें तो क्रिकेट की गेंद के लिए इसकी गणना करके देख सकते हैं। परन्तु मूल कणों जैसे कि इलेक्ट्रॉन के लिए एकदम भिन्न स्थिति है। जब इसे विभावांतर V से त्वरित किया जाता है तो इसकी ऊर्जा E होती है। अत: हम लिख सकते हैं–

$$\frac{1}{2}mv^2 = qV \qquad (25.7)$$

या

$$v = \sqrt{\frac{2qV}{m}}$$

ताकि

$$mv = p = \sqrt{2qmV} \qquad (25.8)$$

इस परिमाण को समीकरण (25.5) के साथ मिलाने पर डी.ब्रॉग्ली तरंगदैर्ध्य को हम इस प्रकार व्यक्त कर सकते हैं

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2qmV}} \qquad (25.9)$$

समीकरण (25.9) में आने वाले स्थिरांकों के मान है : $h = 6.625 \times 10^{-34}$ Js, $q = 1.602 \times 10^{-19}$ C और $m = 9.11 \times 10^{-31}$kg। इन मानों को समीकरण (25.9) में रखने पर हम पाते हैं कि

$$\lambda = \frac{6.625\times10^{-34}\text{Js}}{\sqrt{2\times(1.602\times10^{-19}\text{C})\times(9.11\times10^{-31}\text{kg})\times\sqrt{V}}}$$

$$= \frac{12.3}{\sqrt{V}}\times10^{-10}\text{ m}$$

$$= \frac{12.3}{\sqrt{V}}\ \text{Å} \qquad (25.10)$$

इससे यह परिणाम निकलता है कि यदि एक इलेक्ट्रॉन को $100V$ के विभवांतर से त्वरित किया जाए तो इसका तरंदैर्ध्य होगा

$$\lambda = \frac{12.3}{\sqrt{100}}\text{Å} = 1.23\,\text{Å}$$

100V ऊर्जा वाले इलेक्ट्रॉन के तरंगदैर्ध्यर्ध का भी यही मान है। निम्नलिखित समीकरण के प्रयोग द्वारा इसका आप आसानी से सत्यापन कर सकते हैं

$$\lambda = \frac{h}{(2meE)^{1/2}}$$

100eV ऊर्जा के इलेक्ट्रॉनों के साथ संबंध द्रव्य तरंगों का तरंगदैर्ध्य एक्स-किरण परिसर में होता है और यह किसी ठोस के अंतरापरमाणुक पृथक्करण की कोटि का होता है। इसलिए हम उम्मीद कर सकते हैं कि क्रिस्टल जालक द्वारा उनमें विवर्तन (डिफ्रेक्शन) उत्पन्न हो सकता है।

पदार्थ तरंगों का सबसे प्रथम प्रायोगिक साक्ष्य डेविसन और जर्मर के कार्यों द्वारा प्राप्त हुआ। ये दोनों क्रिस्टल द्वारा इलेक्ट्रॉनों के प्रकीर्णन का अध्ययन कर रहे थे। आइए अब इसके बारे में जानें।

लुई विक्टर डि ब्रॉग्ली
(1892-1987)

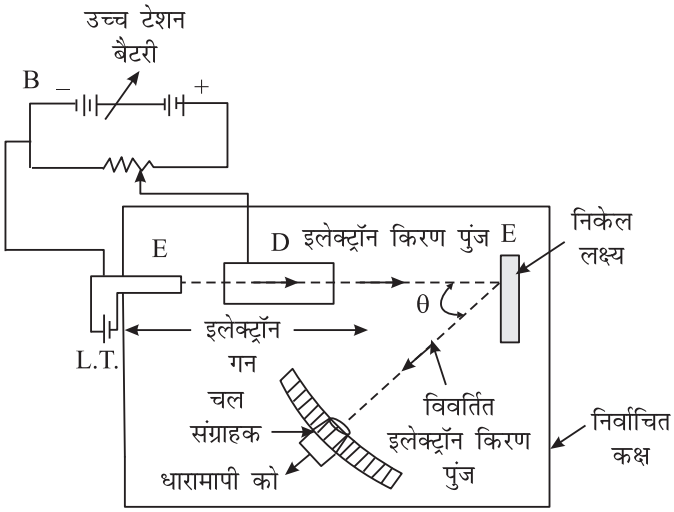
लुई डि ब्रॉग्ली का जन्म 15 अगस्त 1992 को फ्रांस के दीपे (Diepe) नामक स्थान में हुआ था। इन्होंने पहले कला विषयों का अध्ययन किया और 1910 में इतिहास में डिग्री ली। चूंकि उनकी अभिरूचि एवं रूझान विज्ञान के प्रति थी उन्होंने विज्ञान की डिग्री के लिए अध्ययन किया। यह डिग्री उन्हें 1913 में प्राप्त हुई। सन् 1924 में इन्होंने पेरिस विश्वविद्यालय के विज्ञान संकाय में अपना शोध-प्रबंध जमा किया जिस पर उन्हें डाक्टरेट की उपाधि प्राप्त हुई। शोध-प्रबंध का शीर्षक था–''क्वान्टम सिद्धान्त पर शोध''। इस शोध-प्रबंध में कई महत्वपूर्ण परिणाम दिए गए थे जिन्हें उन्होंने लगभग दो वर्ष की अवधि में प्राप्त किए थे। जिन अवधारणाओं को शोध-प्रबंध में सम्मिलित किया गया था वे ही आगे चलकर **तरंग-यांत्रिकी** के विकास में सहायक हुईं। यह सिद्धान्त परमाणु स्तर की भौतिक परिघटनाओं संबंधी हमारी समझ में क्रांतिकारी परिवर्तन लाया।

डि-ब्रॉग्ली को 1929 में इलेक्ट्रॉनों की तरंग-प्रकृति की उनकी खोज के लिए नोबेल पुरस्कर दिया गया।

25.4.1 डि-ब्रॉग्ली तरंगों के अस्तित्व का प्रायोगिक सत्यापन

चित्र 25.6 में डेविसन और जर्मर द्वारा बनाई गई प्रायोगिक व्यवस्था को दर्शाया गया है। इस व्यवस्था में एक तन्तु (F) होता है जो इलेक्ट्रॉन-स्रोत का कार्य करता है। इससे उत्सर्जित इलेक्ट्रॉनों को धात्विक डायाफ्रामों के एक समुच्चय से होकर गुजारा जाता है। इस डायफ्राम

में कई झिरियाँ होती हैं। फिलामेन्ट E से उत्सर्जित इलेक्ट्रॉन विभिन्न दिशाओं में बाहर निकलते हैं। धात्विक डायाफ्राम इन इलेक्ट्रॉनों को समान्तर करने का कार्य करते हैं। केवल वे ही इलेक्ट्रॉन जो डायाफ्राम में बनी झिरियों से होकर गुजर सकते हैं, बाहर निकल सकते हैं। ध्यान दीजिए कि इलेक्ट्रॉनों के समान्तर पुंज की ऊर्जा को त्वरक वोल्टता के परिमाण को नियंत्रित करके परिवर्तित किया जा सकता है। इस व्यवस्था में संसूचक *DT* भी होता है जिसे निकेल क्रिस्टल के अभिलंब के सापेक्ष किसी भी कोण पर रखा जा सकता है। यह संसूचक परावर्तित किरण पुंज की तीव्रता को माप सकता है। ध्यान दीजिए कि निकेल के चयन में कोई विशेष बात नहीं है।



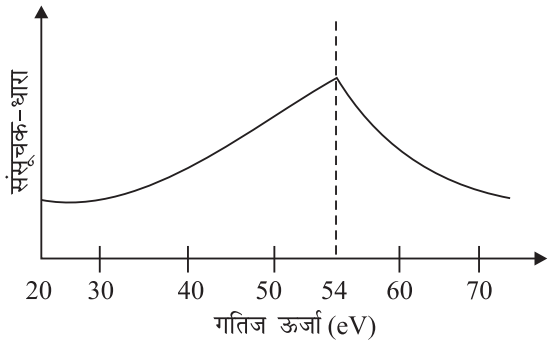
चित्र 25.6: द्रव्य-तरंगों के अस्तित्व के सत्यापन हेतु प्रायोगिक व्यवस्था।

चित्र 25.7 में संसूचक धारा और आपतित इलेक्ट्रॉन की गतिज ऊर्जा के बीच ग्राफ को $\theta = 50^\circ$ के लिए ऊर्जा दर्शाया गया है। ग्राफ से आप देख सकते हैं कि संसूचक धारा 50 eV गतिज ऊर्जा वाले इलेक्ट्रॉनों के लिए उच्चिष्ठ का प्रदर्शन करता है। यदि आप समीकरण 25.9 के आधार पर इन इलेक्ट्रॉनों के तरंगदैर्ध्य का परिकलन करें तो आपको निम्न परिणाम प्राप्त होगा।

$$\lambda = \frac{6.62\times10^{-34}\,\text{Js}}{[2\times(9.1\times10^{-31}\,\text{kg})\times54\times1.6\times10^{-19}\,\text{J}]^{1/2}}$$

$$= 1.67\ \text{Å}$$

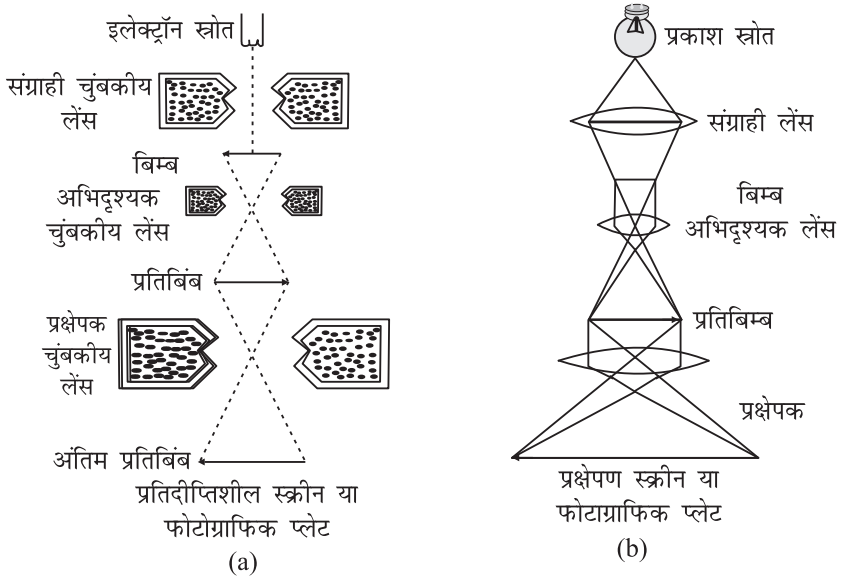
ब्रैग विवर्तन समीकरण $2d\sin\theta = n\lambda$ के आधार पर भी हमें यही मान प्राप्त होता है। अत: डेविसन एवं जर्मर का प्रयोग डी ब्रॉग्ली तरंगों के अस्तित्व का स्पष्ट प्रमाण है।



चित्र 25.7: संसूचक धारा और इलेक्ट्रॉनों की गतिज ऊर्जा के बीच ग्राफ

25.4.2 डि-ब्रॉग्ली तरंगों के अनुप्रयोग

हम जाने चुके हैं कि सूक्ष्मतम परिमाण के तरंगदैर्ध्य को इलेक्ट्रॉन की गतिज ऊर्जा को बढ़ाकर प्राप्त किया जा सकता है। 23वें पाठ के अन्तर्गत आपने पढ़ा था कि प्रकाशीय सूक्ष्मदर्शी की विभेदन क्षमता प्रकाश के तरंगदैर्घ्य पर निर्भर करती है। वस्तुत: तरंगदैर्ध्य को कम करने से सूक्ष्मदर्शी की विभेदन क्षमता बढ़ती है। क्या आप अनुमान लगा सकते हैं कि यदि फोटॉनों के स्थान पर अति ऊर्जायुक्त इलेक्ट्रॉन पुंज का प्रयोग किया जाए तो क्या होगा? स्पष्ट है कि इलेक्ट्रॉनों के साथ संबद्ध डि-ब्रॉग्ली तरंगदैर्ध्य को कम कर देने से आपको सूक्ष्मदर्शी से अति उच्च विभेदन और आवर्धन प्राप्त होगा। इस तकनीक का प्रयोग इलेक्ट्रॉन सूक्ष्मदर्शी में किया जाता है। डि-ब्रॉग्ली तरंगों का यह सबसे उत्तम अनुप्रयोग है। चित्र 25.8 में इलेक्ट्रॉन सूक्ष्मदर्शी तथा प्रकाशीय सूक्ष्मदर्शियों की संरचनाओं एवं कार्य-प्रणाली को तुलनात्मक रूप से प्रदर्शित किया गया है।



चित्र 25.8 : (a) इलेक्ट्रॉन सूक्ष्मदर्शी (b) प्रकाशीय सूक्ष्मदर्शी

डेविसन और जर्मर के प्रयोग की कहानी

जर्मर ने अपने नोटबुक में यह अंकित किया था कि उसने निर्वात ट्रेप में (जो कि इलेक्ट्रॉनों को प्रकीर्णित करने का उपकरण है) कुछ दरारों को (क्रेक्स) ढूंढ लिया है (ता. 5 फरवरी 1925) जर्मर तब क्लिंटन डेविसन के साथ न्यूयार्क (यू. एस.ए.) के वेस्टर्न इलेक्ट्रिक संस्था में काम करते थे। वैसे यह कोई पहली बार नहीं था जब उनका उपकरण टूटा हो, और न ही यह पहली बार था जब अपने बेशकीमती निकेल क्रिस्टल को उन्होंने दोबारा उपयोग में लाने योग्य बनाया हो।

उनके प्रयोग में इस प्रकार की टूट-फूट और फिर उनका ठीक-ठाक मरम्मत करना, यह सिलसिला कई बार चलता रहा। परन्तु टूटने की और मरम्मत करने की परिणति के रूप में इस क्रिया का महत्त्वपूर्ण योगदान इलेक्ट्रॉन के विवर्तन की खोज से हुआ। प्रयोग का जो उपकरण 5 फरवरी 1925 में क्षतिग्रस्त हुआ था उसकी मरम्मत अप्रैल 1925 में पूरी हुई और उस ट्यूब को पुन: प्रयोग में लाया जा सका। आने वाले सप्ताहों में जब प्रयोग पुन: शुरू किए गए तो उन्हें वैसे ही परिणाम मिले जो 4 वर्ष पूर्व मिले थे। तब अचानक मई 1925 के मध्य में अप्रत्याशित परिणाम आने शुरू हुए। इससे परेशान डेविसन एवं जर्मर ने प्रयोग को कुछ दिनो के लिए स्थगित कर दिया। उन्होंने ट्यूब को काट-छांटकर उस निकेल लक्ष्य की जांच की जिसपर प्रकीर्णित इलेक्ट्रॉन लम्बवत् टकराते थे। जांच इसलिए भी जरूरी थी ताकि जो अप्रत्याशित परिणाम मिल रहे थे उनके कारण का कोई सुराग ढूंढ़ा जा सके। उन्होंने निकल क्रिस्टल की जांच की तो यह पाया–बहुफलक वाले ''क्रिस्टल निकेल'' की रूपरेखा (मोरफोलोजी) में बदलाव आ गया है। शायद बहुत ज्यादा गरम तापक्रम पर दस फलक (टेन फेसेट्स) वाला क्रिस्टल बन गया था। डेविसन और जेमर ने सोचा कि जो अप्रत्याशित परिणाम आ रहे थे उसका कारण संभवत: टारगेट निकल क्रिस्टल के बाह्य रूपरेखा में बदलाव के कारण प्रकीर्णित इलेक्ट्रॉन का पैटर्न भी बदलने से होगा। दूसरे शब्दों में उन्होंने यह निष्कर्ष निकाला कि क्रिस्टल के अन्दर परमाणुओं का विन्यास (अरेन्जमेन्ट) बदला होगा ना कि परमाणु संरचना जिसके कारण प्रकीर्णन का पैटर्न बदल गया।

1926 के ग्रीष्मकाल में डेविसन अपनी पत्नी के साथ अपने रिश्तेदारों से मेल-मुलाकात करने इंग्लैंड गए थे। इस यात्रा में कुछ यादगार घटना होनी थी। उन दिनों सैद्धान्तिक भौतिकी में मूलभूत परिवर्तन हो रहे थे। इन सभी पेपरों पर बड़ी ही जीवन्त बहस एवं परिचर्चा ब्रिटिश एसोसिएशन फार एडवान्समेन्ट आफ साइन्स द्वारा आक्सफोर्ड में की जा रही थी। डेविसन जो अपने शोधकार्य के क्षेत्र में होनेवाले समकालीन विकास से तो अपने को अवगत रखते थे परन्तु क्वांटम यांत्रिकी के क्षेत्र में जानकारियों से अनभिज्ञ थे। उनके आश्चर्य की सीमा नहीं रही जब इस मीटिंग में डेविसन की उपस्थिति में बॉन नामक वैज्ञानिक ने पेपर पढ़ा जिसमें डेविसन (1923) और कसमान (प्लेटिनम टारगेट) ग्राफ को डि-ब्रॉग्ली के द्रव्य-तरंग के अस्तित्व को सिद्ध करने के लिए ठोस सबूत के रूप में उद्घृत किया गया।

डेविसन 1937 के नोबल पुरस्कार में जी.पी. थॉमसन (जे. जे.थॉमसन के पुत्र) के साथ सहभागी थे।

उदाहरण 25.2: एक इलेक्ट्रॉन को 182V विभवान्तर से त्वरित किया गया। उसके सहचरी तरंगदैर्ध्य का परिकलन कीजिए।

हल: हम जानते हैं कि डि-ब्रॉग्ली द्रव्य तरंगदैर्ध्य $\lambda = \frac{h}{p} = \frac{12.3}{\sqrt{V}}$ Å. यहाँ $V = 182$V.

$$\lambda = \frac{12.3}{\sqrt{182}} \text{Å} = \frac{12.3}{13.5} = 0.91\text{Å}$$

उदाहरण 25.3: 10^{15}Hz आवृत्ति का प्रकाश एक जिंक प्लेट पर आपतित होता है। उत्सर्जित होने वाले फोटो इलेक्ट्रॉनों की अधिकतम गतिज ऊर्जा का परिकलन कीजिए। जिंक का कार्य फलन 3.4 eV है।

हल: आइन्सटाइन के संबंध का प्रयोग करने पर

$$h\nu = \phi_0 + K_{max}$$

इस प्रश्न में $h = 6.625\times10^{-34}$ Js, $\nu = 10^{15}$ Hz, $E = h\nu = 6.625 \times 10^{-34} \times 10^{15}$ $= 6.625\times 10^{-19}$ J और $\phi_0 = 3.4$ eV $= 3.4 \times 1.602 \times 10^{19}$J $= 5.4468 \times 10^{-19}$ J

$$\therefore \quad K_{max} = E - \phi_0$$
$$= (6.625 - 5.447) \times 10^{-19}\text{J}$$
$$= 1.178 \times 10^{-19} \text{ J}$$

पाठगत प्रश्न 25.4

1. स्पष्ट कीजिए कि निम्नलिखित कथन सत्य है या असत्य:

   (अ) डि-ब्रॉग्ली के अनुसार स्थिर कणें द्वारा तरंग सदृश गुण दर्शाए जाते हैं।

   (ब) द्रव्य तरंगे वही हैं जिन्हें हम डि-ब्रॉग्ली तरंग कहते हैं।

   (c) इलेक्ट्रॉनों के साथ संबद्ध डि-ब्रॉग्ली तरंगदैर्ध्य को कम करने पर, ऊर्जायुक्त इलेक्ट्रॉनों का प्रयोग करने वाली सूक्ष्मदर्शी से अत्यल्प विभेदन प्राप्त होता है।

2. टेबिल पर 50 g वजन की एक गेंद लुढ़क रही है जिसकी चाल 20 cm s^{-1} प्रति सेकंड है। इसका सहचारी तरंगदैर्ध्य कितना होगा? दिया गया है $h = 6.625 \times 10^{-34}$ Js.

3. क्रिकेट बॉल के साथ संबद्ध डि-ब्रॉग्ली तरंगदैर्ध्य का हम क्यों प्रेक्षण नहीं कर सकते?

आपने क्या सीखा

- उचित आवृत्ति के प्रकाश के किसी धातु की सतह पर गिरने पर उससे उत्सर्जित होने वाले इलेक्ट्रॉनों को प्रकाश इलेक्ट्रॉन उत्सर्जन कहते हैं।
- प्रकाश इलेक्ट्रॉन उत्सर्जन में इलेक्ट्रॉन प्रकाश से ऊर्जा ग्रहण करते हैं।
- निरोधी-विभव आपतित प्रकाश की आवृत्ति में वृद्धि होने के साथ बढ़ता है।

- हर पदार्थ की एक आवृत्ति ν_0 होती है, जिसके नीचे कोई प्रकाश-विद्युत प्रभाव घटित नहीं होता है।
- प्रकाश इलेक्ट्रॉनों का अधिकतम वेग आपतित प्रकाश की आवृत्ति में वृद्धि के साथ बढ़ता है परन्तु यह आपतित प्रकाश की तीव्रता पर निर्भर नहीं करता।
- सतह से उत्सर्जित होने वाले प्रकाश इलेक्ट्रॉनों की संख्या आपतित प्रकाश की तीव्रता के समानुपाती होती है।
- आइन्सटाइन ने यह परिकल्पना की कि प्रत्येक फोटॉन की नैसर्गिक ऊर्जा $h\nu$ के बराबर होती है जिसमें h प्लैंक का नियतांक और ν आवृत्ति है।
- प्रकाश इलेक्ट्रॉन उत्सर्जक प्रकार की प्रकाश नलिका, प्रकाश-विद्युत प्रभाव पर निर्भर करती है।
- प्रकाश नलिका की संतृप्त धारा आपतित प्रकाश की बढ़ती तीव्रता के साथ बढ़ती है।
- गतिमान कणों के साथ-साथ उनकी सहचरी तरंगे होती हैं। तरंगदैर्ध्य का मान h/p द्वारा व्यक्त होता है जहाँ p संवेग (मोमेन्टम) है।

पाठान्त प्रश्न

1. प्रकाश-विद्युत उत्सर्जन में, आपतित फोटॉनों का क्या होता है?
2. फोटॉन कण और द्रव्य कण में क्या अंतर है?
3. दैनिक जीवन में द्रव्य की तरंग प्रकृति का आभास क्यों नहीं होता?
4. आपतित प्रकाश की तरंग-दैर्ध्य में वृद्धि करने पर प्रकाश-इलेक्ट्रॉन के वेग पर क्या प्रभाव पड़ता है?
5. किसी धातु की देहली-आवृत्ति 5×10^{14} Hz है। क्या 6000Å तरंदैर्ध्य का कोई फोटॉन ऊर्जायुक्त प्रकाश-इलेक्ट्रॉन को उत्सर्जित कर सकता है?
6. क्या किसी धातु की देहली-आवृत्ति उस पर आपतित विकिरणों पर निर्भर करती है?
7. प्रकाश-विद्युत सेल के विभिन्न उपयोग क्या हैं?
8. डेविसन और जर्मर के प्रयोग का उद्देश्य क्या था? यह प्रयोग किस सिद्धान्त पर आधारित है?
9. प्रकाश-विद्युत प्रभाव के अध्ययन के लिए प्रयुक्त प्रयोग का वर्णन कीजिए।
10. निम्नलिखित पदों की व्याख्या कीजिए–(अ) संतृप्त वोल्टता, (ब) निरोधी-विभव।
11. प्रकाश-विद्युत उत्सर्जन के नियमों का उल्लेख कीजिए।

12. आइन्सटाइन के प्रकाश-विद्युत प्रभाव सिद्धान्त की प्रमुख विशेषताओं का वर्णन कीजिए।

13. आइन्सटाइन के संबंध की व्याख्या कीजिए: $h\nu = E_0 + K_{max}$

14. वेग $\upsilon = 1 \times 10^8$ mèks से गतिशील इलेक्ट्रॉनों की सहचरी तरंगदैर्ध्य परिकलित कीजिए। इलेक्ट्रॉन के द्रव्यमान को 9.1×10^{-31} kg तथा h को 6.6×10^{-34} J.s लें।

15. डि-ब्रॉग्ली तरंगों के अस्तित्व का सत्यापन करने वाले प्रयोग का वर्णन कीजिए।

16. दिखाइए कि विभव V से त्वरित इलेक्ट्रॉनों की सहचरी डि-ब्रॉग्ली तरंगदैर्ध्य निम्न संबंध का पालन करती है:

$$\lambda = \frac{12.3}{\sqrt{V}} \text{ Å}$$

पाठगत प्रश्नों के उत्तर

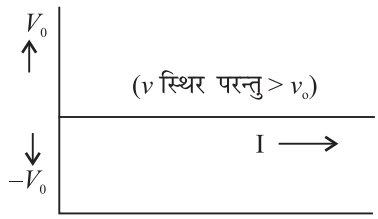
25.1

1. (a) असत्य (b) असत्य (c) सत्य

2. x – अंत:खंड देहली आवृत्ति को दर्शाता है।

   y – अंत:खंड ex कार्यफलन (ϕ_0) को दर्शाता है।

   $V_0 = \frac{h}{e}\nu - \frac{h}{e}\nu_0$, इसलिए ग्राफ की प्रवणता $\frac{h}{e}$ होगी।

3. 

25.2

(1) $\lambda = \frac{h}{p} \Rightarrow p = \frac{h}{\lambda} = \frac{h}{c/\nu} = \frac{h\nu}{c}$

2. $E = hc$èkλ

   यदि λ को दुगना कर दें तो E का मान Eèk2 हो जाएगा।

3. कोई प्रभाव नहीं पड़ेगा।

25.3

1. (a) असत्य (b) असत्य (c) सत्य
2. (i) फिल्मों में ध्वनि के पुनरोत्पादन में

   (ii) चित्रों को अत्यधिक दूरी तक संचरित करना

   (iii) चोरों कापता लगाने वाली प्रणाली में
3. प्रकाश-इलेक्ट्रॉनों की संख्या में वृद्धि 4 के गुणक से होगी।

25.4

1. (a) असत्य (b) सत्य (c) सत्य
2. $P = mv$ और $\lambda = \dfrac{h}{P}$

   यहाँ पर $m = 50$ ग्राम $= 0.05$ कि. ग्रा. और $v = 20$ cm s^{-1} 0.02 m s^{-1}

   $\therefore \lambda = 6.6 \times 10^{-32}$m
3. समीकरण (25.14) से स्पष्ट है कि यदि द्रव्यमान m अधिक है तो λ का कम होगा। यही स्थिति क्रिकेट की गेंद के साथ है।
4. 7.25Å

अन्तिम अभ्यास प्रश्न के उत्तर

14. 7.25 Å

26

नाभिक और रेडियोधर्मिता

अब तक आपने यह जान लिया है कि परमाणु सभी पदार्थों के सूक्ष्मतम तत्व हैं जिनसे पदार्थों का निर्माण होता है। इसमें एक अति लघु **केन्द्रीय क्रोड** होता है, जिसे **नाभिक** कहते हैं तथा जिसके चारों ओर किसी खास निश्चित कक्षाओं में इलेक्ट्रॉन घूमते रहते हैं। यद्यपि नाभिक बहुत सूक्ष्म एवम् नन्हा सा होता है तथापि यह विस्मयकारक रूप से जटिल होता है। अत: इसे आप और अधिक गहराई तथा विस्तार से जानना चाहेंगे। इस नाभिक की भौतिकी के बारे में हमारी जानकारी की यात्रा की शुरूआत उन्नीसवीं शताब्दी के अंत में तब आरंभ हुई जब अचानक संयोग से रेडियोधर्मिता की खोज हुई। रेडियोधर्मिता एक प्राकृतिक किन्तु अद्भूत परिघटना है जिसमें परमाणु का नाभिक स्थाई होने तक विघटित होता रहता है। इस खोज ने एक अनोखा साधन वैज्ञानिकों को उपलब्ध करा दिया जिसके जरिए नाभिक की संरचना की खोज-बीन ज्यादा सटीक हो सकी। स्वाभाविक जिज्ञासा उठती रही कि इस नाभिक का आकार कितना बड़ा है? इसके अंदर क्या है? ऐसी कौन से बल हैं जो इसके संघटकों को बाँधे रहते हैं और क्यो बांधे रखते हैं?

वास्तव में जीगर एवं मार्सडन द्वारा (अल्फा) α-कणों को प्रयोग में लाया गया था ताकि उसके प्रकीर्णन से किसी तत्व के परमाणु के अंदर क्या है, उसे देखें। ये α-कण प्राकृतिक रूप से मिलने वाला रेडियोधर्मी तत्व ^{214}Bi से निकलते थे। इन अनुसंधानों ने शोधकार्यों के लिए नए रास्तों एवं प्रबल संभावनाओं को जन्म दिया। परिणामस्वरूप बहुत कम समय में एक नूतन एवं नायाब भौतिकी उभर कर आई जिसने विकास की दिशा एवं दशा बदल दी। इसी नई विधा को आप सविस्तार जानिएगा।

उद्देश्य

इस अध्याय को पढ़ने के पश्चात् आप

- *विभिन्न परमाणुओं के नाभिकों में विद्यमान न्यूट्रोनों एवं प्रोटोनों की संख्या बता सकेंगे;*
- *परमाणु नाभिक के साइज की गणना कर सकेंगे;*
- *नाभिक के अंदर न्यूक्लिआनों के बीच मौजूद बलों की प्रकृति को समझा सकेंगे;*

- *द्रव्यमान क्षति और बंधन ऊर्जा को समझा सकेंगे;*
- *प्रति न्यूक्लिऑन वक्र रेखा खींचकर उसके बंधन ऊर्जा को बताते हुए नाभिक परमाणु के स्थायित्व पर चर्चा कर सकेंगे;*
- *रेडियोधर्मिता की प्राकृतिक परिघटना पर चर्चा करते हुए तीनों प्रकार के रेडियो-विकिरणों की पहचान एवं प्रकृति को बता सकेंगे;*
- *रेडियोधर्मी नमूने में हो रही सक्रियता से रेडियो विकिरण की वृद्धि एवं क्षय (डिके) को समझा सकेंगे;*
- *किसी रेडियोधर्मिता वाले तत्व की अर्ध-आयु (हाफ-लाइफ) और उसके क्षयांक (डिके कांसटेन्ट) की गणना कर सकेंगे हैं और*
- *विभिन्न क्षेत्रों में रेडियोधर्मिता की उपयोगिता पर प्रकाश डाल सकेंगे।*

26.1 परमाण्विक नाभिक

परमाणु के अंदर नाभिक की खोज रदरफोर्ड ने 1911 में की थी। उसके तुरंत बाद भौतिकीविदों ने यह जानने का प्रयास तेज कर दिया कि आखिर नाभिक के अंदर क्या रहता है। सन् 1932 में जेम्स चेडविक ने न्यूट्रोन की खोज की। इस खोज ने तो वैज्ञानिक जगत में इस सत्य को पूर्णरूप से प्रतिष्ठित कर दिया कि नाभिक परमाणु प्रोटॉनों तथा न्यूट्रॉनों जैसे संघटकों से निर्मित होता है। इससे शोध की दिशा एवं गति में जबरदस्त प्रभाव पड़ा।

26.1.1 आवेश एवं द्रव्यमान

परमाण्विक नाभिक में दो प्रकार के कण होते हैं- प्रोटॉन तथा न्यूट्रॉन। प्रोटोन जहां धनावेशित होते हैं वहीं न्यूट्रॉन उदासीन होते हैं। इलेक्ट्रॉन, जो किसी अनुमत विशिष्ट कक्षाओं में रहकर नाभिक के चारों ओर परिक्रमा करते हैं, ऋणावेशित होते हैं। प्रोटॉन के धनावेश का मान ठीक इलेक्ट्रॉन के ऋणावेश के मान के बराबर होता है। जितनी संख्या में इलेक्ट्रोन होंगे ठीक उतनी ही संख्या में प्रोटॉन होंगे, इसीलिए परमाणु का स्थायित्व सदा बना रहता है। न्यूट्रॉन एवं प्रोटॉन संयुक्त रूप से न्यूक्लिऑन नाम से जाने जाते हैं। नाभिक में इन दोनों को मिलाकर जो संख्या बनती है वहीं न्यूक्लिऑन की संख्या कहलाएगी तथा इसे द्रव्यमान संख्या (मॉस नम्बर) कहते हैं। इसे A द्वारा दर्शाया जाता है। किसी परमाणु के नाभिक के अंदर प्रोटॉनों की संख्या (या फिर इलेक्ट्रॉनों की संख्या) उसकी परमाणु क्रमांक कहलाती है। इसे Z द्वारा दर्शाते हैं। नाभिक में मौजूद न्यूट्रॉन को $N = A - Z$. से दर्शाते है। प्राय: $N \geq Z$ होता है। A के बढ़ने के साथ अंतर $(N–Z)$ भी बढ़ता है। लीथियम के नाभिक में 3 प्रोटॉन तथा 4 न्यूट्रॉन होते हैं और उसका परमाणु क्रमांक $Z = 3$ तथा द्रव्यमान संख्या $A = 7$ होती है। न्यूट्रॉनों की तुलना में प्रोटॉनों का द्रव्यमान थोड़ा कम होता है। वैसे परमाणु का पूरा द्रव्यमान नाभिक पर ही केंद्रित होता है। नाभिक का द्रव्यमान प्रोटॉन (या फिर न्यूट्रॉन) के द्रव्यमान एवं A के गुणनफल के लगभग बराबर होता है। चूंकि प्रोटॉन का द्रव्यमान 1.67×10^{-27} kg होता है तथा A का मान अधिकांश नाभिकों के लिए 1और 240 के बीच होता है, इसलिए नाभिकों का द्रव्यमान 1.67×10^{-27}kg और 4.0×10^{-25}kg के बीच होता है। नाभिक का आवेश Ze के बराबर होता है जिसमें e किसी

भी इलेक्ट्रॉन पर आवेश का परिमाण होता है जो 1.6×10^{-19}C कूलाम के बराबर होता है। प्राकृतिक रूप में विद्यमान नाभिकों में Z का मान 1 और 92 के बीच होता है और कृत्रिम रूप से बनाए गए परायूरेनियम तत्वों (ट्रान्सयूरेनिक एलिमेन्टस) में Z की संख्या 93 से 105 के बीच होती है।

26.1.2 आकार (साइज)

परमाणु नाभिक की साइज को सामान्यत: उनकी त्रिज्याओं द्वारा दर्शाया जाता है। अधिकांश नाभिक लगभग वृत्ताकार साइज के होते हैं और इसलिए उनकी त्रिज्या R को निम्न सूत्र से दर्शाया जाता है

$$R = r_0 A^{1/3}$$

यहाँ पर r_0 नाभिकीय त्रिज्या की इकाई है जिसका सांख्यिकीय मान 1.2 फरमी है (फरमी लम्बाई की इकाई है और इसे प्रसिद्ध भौतिकीविद् एनरिको फरमी के सम्मान में यह नाम दिया गया है)। एक फरमी लगभग 10^{-15}m के बराबर होता है। हाइड्रोजन का परमाणु सबसे कम द्रव्यमान का होता है जिसका मान $1.2\,f$ के बराबर होता है क्योंकि हाइड्रोजन के लिए $A=1$ होता है। इसी प्रकार प्राकृतिक यूरेनियम का सबसे अधिक द्रव्यमान के परमाणु की त्रिज्या लगभग $7.5\,f$ होती है, क्योंकि यूरेनियम के लिए $A = 238$ होता है। यहां पर ध्यान दीजिए कि किसी भी वृत्ताकार नाभिक पिंड जिसकी त्रिज्या r है, उसका आयतन $4/3\pi R^3$ के बराबर होता है। अत: नाभिक का आयतन उसके द्रव्यमान संख्या A के समानुपाती होता है।

अब आप नाभिक के आयतन का अनुमान लगाइए कि परमाणु के आयतन के सापेक्ष वह कितना हो सकता है? यह जानते हुए कि नाभिक और परमाणु के साइजों में अंतर क्रमश: 10^{-15} m और 10^{-10}m के बीच होता है, अब यह सुनिश्चित कर सकते हैं कि परमाणु का आयतन नाभिक के आयतन से 10^{+15} गुना होता है। इसे इस प्रकार कल्पना कर समझें कि नाभिकीय आयतन तथा उसके सापेक्ष परमाणु के आयतन की तुलना ऐसी ही है, मानों एक बाल्टी पानी के आयतन की तुलना समूचे भाखड़ा बांध के पानी के आयतन से की जा रही हो।

अब आप नाभिकीय पदार्थ के घनत्व की परिमाण कोटि के बारे से भी जानना चाहेंगे। यदि हम सबसे हल्के नाभिक हाइड्रोजन पर विचार करें जिसका द्रव्यमान 1.673×10^{-27} kg तथा उसकी त्रिज्या 1.2×10^{-15} m, के बराबर है। उसकी आकृति को गोल मान कर उसके घनत्व का परिकलन निम्न सूत्रों द्वारा कर सकते हैं:

$$d_{\mathrm{H}} = \frac{M_{\mathrm{H}}}{\frac{4\pi}{3}R_{\mathrm{H}}^3} = \frac{1.673\times10^{-27}\,\mathrm{kg}}{\frac{4\pi}{3}\times\left(1.2\times10^{-15}\,\mathrm{m}\right)^3} = 2.3\times10^{17}\,\mathrm{kg\ m^{-3}}.$$

आक्सीजन के लिए $R_0 = 3 \times 10^{-15}$ m और $M_0 = 2.7 \times 10^{26}$ kg, इसलिए $d_0 = 2.39 \times 10^{17}$ kg m^{-3}

यानी हाइड्रोजन और आक्सीजन के नाभिकों का घनत्व एक ही परिमाण कोटि का होता है। हम जानते हैं कि पानी का घनत्व 10^3kg m^{-3} होता है। इसी प्रकार पारे (मरक्यूरी) का घनत्व 13.6×10^3 kg m^{-3} होता है। तब इस तुलनात्मक आंकड़ों से यह निष्कर्ष निकलता है कि

नाभिकीय पदार्थ कितनी विलक्षण परिमाण में सघनता लिए हुए रहता है। इसका एक अनुमान प्राप्त करने के लिए, यदि हम अपनी पृथ्वी को नाभिकीय सघनता से संकुलित द्रव्यमान (= 6×10^{24} kg) वाला एक पिंड मानें तो वह गोल आकृति का होगा जिसकी त्रिज्या 184 m मीटर ही होगी। इसी प्रकार यदि किसी नाभिक की त्रिज्या करीब 10 km हो तो उसका द्रव्यमान सूर्य के द्रव्यमान के बराबर होगा।

26.1.3 संकेतन (नोटेशन)

किसी परमाणु के नाभिक को उस तत्व के रासायनिक प्रतीक के रूप में प्रदर्शित करते हैं तथा उसकी द्रव्यमान संख्या A को उसके ऊपर अंकित करते हैं तथा उसके नीचे परमाणु क्रमांक Z को लिखा जाता है; ये दोनों रसायनिक प्रतीक के बाएँ तरफ ही अंकित होंगे। अर्थात यदि उस परमाणु के तत्व का प्रतीक मान लीजिए X है तो उसके नाभिक का संकेतन $^{A}_{Z}X$ होगा। उदाहरण के लिए, क्लोरीन के नाभिक को लें जिसमें प्रोटोनों की संख्या 17 तथा न्यूट्रानों की संख्या 18 है। उसे $^{35}_{17}Cl$ संकेतन द्वारा लिखेंगे। ध्यान दें कि 35 यहां पर Cl की द्रव्यमान संख्या है। विभिन्न तत्वों के परमाणुओं की समान द्रव्यमान संख्या हो सकती है यद्यपि उनके प्रोटोनों की संख्या भिन्न हो सकती है। ऐसे परमाणु जिनके A का मान तो समान हो परंतु Z के मान अलग-अलग हों उन्हें समभारिक (आइसोबार) कहते हैं। जैसे अरगान, जिसके A का मान 40 तथा Z का मान 18 है, वह कैल्शियम का समभारिक होगा जिसके A का मान 40 और Z का 20 होता है। ध्यान दें कि समभारिकों के रासायनिक गुण को उनके Z निर्धारित करते हैं जो अलग-अलग हैं, इसलिए इनके रासायनिक गुण तो भिन्न होंगे ही।

इसी प्रकार से एक ही तत्व के दो परमाणुओं में जिनके परमाणु क्रमांक Z समान हो किंतु उनके द्रव्यमान क्रमांक A अलग-अलग हों उन्हें समस्थानिक (आइसोटोप्स) कहते है। जैसे क्लोरीन के एक परमाणु जिसका $Z = 17$ और $A = 35$, है तथा दूसरा परमाणु जिसका Z=17 किंतु $A = 37$ है, दोनो एक ही तत्व क्लोरीन के समस्थानिक कहलाएंगे। चूंकि समस्थानिकों के Z का मान समान होते हैं, उनके रासायनिक गुण समान ही होने चाहिएं। ध्यान दें कि समस्थानिकों में न्यूट्रॉन की संख्या अलग-अलग होगी। परंतु यदि दो परमाणुओं में न्यूट्रॉनों की संख्या समान हो तो परमाणु समन्यूट्रॉनिक (आइसोटोन्स) कहलाते हैं। जैसे कि सोडियम जिसका $A = 23$ तथा $Z = 11$ है। मेगनीशियम के परमाणु, जिसका $A = 24$ तथा $Z = 12$ है का समन्यूट्रोनिक हैं क्योंकि दोनों के परमाणुओं के नाभिकों में न्यूट्रॉन की संख्या 12 है।

उदाहरण 26.1 : एक परमाणु $^{238}_{92}U$ के परमाणु में इसके इलेक्ट्रॉनों, प्रोटॉनों तथा न्यूट्रॉनों की संख्या की गणना कीजिए।

हल : $^{238}_{92}U$ संकेतन यूरेनियम तत्व का है जिसमें 92 प्रोटॉन तथा 238 न्यूक्लिओन हैं। अत: परमाणु क्रमांक $Z = 92 =$ प्रोटोनों की संख्या, द्रव्यमान संख्या $A = 238 =$ प्रोटॉनों और न्यूट्रोनों की संख्या = न्यूक्लिऑनों की संख्या इसलिए न्यूट्रानों की संख्या $= A - Z$

$$= 238 - 92$$

$$= 146$$

उदाहरण 26.2 : नीचे दिए गए समूह से समस्थानिक समभारिक तथा समन्यूट्रोनिक जोड़ियों का चुनाव कीजिए।

$^{12}_{6}C$, $^{27}_{13}Al$, $^{39}_{19}K$, $^{22}_{14}Si$, $^{76}_{32}Ge$, $^{40}_{20}Ca$, $^{76}_{34}Se$, $^{14}_{6}C$

हल : समस्थानिक – (समान Z मान) : $^{12}_{6}C$ और $^{14}_{6}C$

समन्यूट्रोनिक – [समान $A - Z$ मान] : $\left[^{27}_{13}Al \text{ और } ^{28}_{14}Si\right]$, $\left[^{39}_{19}K \text{ और } ^{40}_{20}Ca\right]$

आइसोबार (समभारिक) – (समान A का मान) : $^{76}_{32}Ge$ और $^{76}_{39}Se$

पाठगत प्रश्न 26.1

1. नीचे दिए गए विभिन्न परमाणुओं के संचय से समस्थानिक, समभारिक एवं समन्यूट्रोनिक समूह बनाइए

   $^{16}_{8}O$, $^{207}_{82}Pb$, $^{12}_{6}C$, $^{40}_{18}A$, $^{3}_{1}H$, $^{7}_{3}Li$, $^{76}_{32}Ge$, $^{76}_{34}Se$, $^{3}_{2}He$, $^{40}_{20}Ca$, $^{7}_{4}Be$, $^{2}_{1}H$,

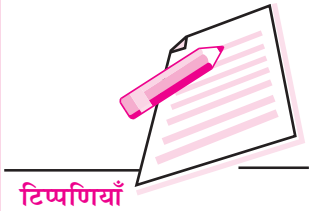
   $^{14}_{6}C$, $^{235}_{92}U$, $^{206}_{82}Pb$, $^{18}_{8}O$, $^{239}_{92}U$, $^{1}_{1}H$, $^{23}_{11}Na$, $^{27}_{13}Al$, $^{27}_{12}Mg$, $^{28}_{14}Si$, $^{37}_{17}Cl$, $^{35}_{17}Cl$

2. रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए:
   (i) न्यूट्रोन प्रोटोन की अपेक्षा ..... होता है।
   (ii) किसी परमाणु में प्रोटोन एवं न्यूट्रान की संख्याओं का कुल योग उस परमाणु की ..... संख्या कहलाती है।
   (iii) प्रोटोन एवं न्यूट्रोनों सम्मिलित रूप से ..... कहलाते हैं।
   (iv) $^{27}_{13}Al$ संकेतन में न्यूट्रोन की संख्या = ... है।
   (v) $^{28}_{14}Si$ संकेतन में प्रोटोनों की संख्या = ... है।
   (vi) दो परमाणु भिन्न-भिन्न तत्वों के होंगे यदि उनके =..... क्रमांक भिन्न हैं।

3. द्रव्यमान संख्या, परमाणु क्रमांक, तथा न्यूट्रॉन संख्या, इनमें से कौन सा गुण ऐसा है जो एक ही तत्व के दो परमाणुओं में भिन्न नहीं हो सकता है?

26.1.4 एकीकृत (यूनीफाइड) परमाणु द्रव्यमान

प्रयोग द्वारा यह तथ्य ज्ञात किया जा चुका है कि प्रोटोन का द्रव्यमान (m_p), इलेक्ट्रॉन के द्रव्यमान (m_e) का 1836 गुना होता है तथा न्यूट्रॉन का द्रव्यमान (m_n) इलेक्ट्रोन के द्रव्यमान का 1840 गुना (1840 m_e) होता है। चूँकि इलेक्ट्रॉन का द्रव्यमान न्यूक्लिओन के द्रव्यमान की तुलना में नगण्य होता है, अत: परमाणु का द्रव्यमान वास्तविक रूप से न्यूक्लिऑन का ही द्रव्यमान होता है। लेकिन न्यूट्रॉन प्रोटॉन की अपेक्षा कुछ भारी होता है, इसलिए आवश्यकता



महसूस होती है कि कोई एकीकृत मानक चुना जाए जो समस्त परमाणुओं (और प्रोटॉनों एवम् न्यूट्रॉनों) के द्रव्यमानों को भी व्यक्त कर सके। आजकल परमाणु द्रव्यमानों को कार्बन के समस्थानिक $^{12}_{6}C$ के वास्तविक द्रव्यमान के रूप में व्यक्त करते हैं। परमाणु द्रव्यमान की इकाई, जिसे u द्वारा दर्शाते हैं, कार्बन आइसोटोप $^{12}_{6}C$ के वास्तविक द्रव्यमान का (1/12) हिस्सा होता है। हमें ज्ञात है कि कार्बन परमाणु $^{12}_{6}C$ का द्रव्यमान 1.99267×10^{-26}kg है। अत:

$$1u = (1/12) \times \text{द्रव्यमान संख्या 12 के कार्बन परमाणु का द्रव्यमान}$$

$$= (1/12) \times (1.99267 \times 10^{-26}\text{kg})$$

$$= 1.660565 \times 10^{-27}\text{kg}$$

$$= 1.66 \times 10^{-27}\text{ kg}$$

चूंकि प्रोटॉन का द्रव्यमान (m_p) 1.6723×10^{-27}kg, न्यूट्रॉन का द्रव्यमान (m_n) 1.6747×10^{-27}kg, है, इन दोनों को u के रूप में इस प्रकार व्यक्त कर सकते है:

$$m_p = \frac{1.6723\times10^{-27}}{1.6606\times10^{-27}}\text{u} = 1.00727\text{ u}$$

और

$$m_n = \frac{1.6747\times10^{-27}}{1.6606\times10^{-27}}\text{u} = 1.00865\text{ u}$$

क्या अब आप इलेक्ट्रॉन के द्रव्यमान 9.1×10^{-31}kg को u के रूप में व्यक्त कर सकते हैं? अब चूँकि हम नाभिकीय द्रव्यमानों को u के रूप में व्यक्त करेंगे, इसका ऊर्जा-तुल्यांक ज्ञात करना हमारे लिए काफी उपयोगी होगा। ऐसा करने के लिए हमें आइंसटाइन के द्रव्यमान-ऊर्जा तुल्य संबंध को प्रयोग में लाना होगा। इसे इस प्रकार व्यक्त किया जाता है:

$$\text{ऊर्जा} = \text{द्रव्यमान} \times c^2$$

यहां पर c निर्वात में प्रकाश का वेग है। अत: हम लिख सकते हैं

$$1u = (1.66 \times 10^{-27}\text{kg})\,(2.9979\times10^{8}\text{m s}^{-1})^2$$

$$= 14.92\times10^{-11}\text{J}$$

$$= \frac{14.92\times10^{-11}}{1.60\times10^{-13}}\text{MeV}$$

$$= 931.3\text{MeV}$$

ध्यान दें कि जूल (J) नाभिकीय भौतिकी के लिए अति विशाल इकाई हो सकती है। अत: हमने u को Mev के रूप में व्यक्त किया है। 1MeV वह ऊर्जा है जिसे एक इलेक्ट्रॉन तब प्राप्त करता है जब उसे एक मिलियन वोल्ट के विभवान्तर पर त्वरित किया जाए। इसका मान 1.6×10^{-13}J जूल के बराबर है।

26.1.5 द्रव्यमान क्षति एवं बंधन ऊर्जा

यह पाया गया है कि किसी भी तत्व के परमाणु के नाभिक का द्रव्यमान नाभिक में उपस्थित न्यूक्लिऑनों के द्रव्यमानों के योग से हमेशा कम रहता है। इस क्षति या कमी को द्रव्यमान क्षति (मॉस डिफेक्ट) कहा जाता है। उदाहरण के लिए, हाइड्रोजन के समस्थानिक ड्यूटीरियम के नाभिक में एक प्रोटॉन और एक न्यूट्रॉन होता है। न्यूट्रॉन तथा प्रोटॉन के मापे गए द्रव्यमान क्रमशः 1.6723×10^{-27} kg तथा 1.6747×10^{-27} kg हैं। इन दोनों का संयुक्त द्रव्यमान 3.34709×10^{-27} kg हुआ। परंतु ड्यूटीरियम के नाभिक का द्रव्यमान 3.34313×10^{-27}kg है, जो प्रोटोन और न्यूट्रोन के संयुक्त द्रव्यमान से कम है। अतः हम कह सकते हैं कि ड्यूटीरियम के लिए द्रव्यमान क्षति 3.96242×10^{-30}kg है। आइए इस द्रव्यमान क्षति को Δm द्वारा दर्शाते हैं। किसी परमाणु ${}^{A}_{Z}X$ के लिए, गणितीय रूप से हम लिख सकते हैं न्यूक्लिओनों के द्रव्यमानों का योग $= Zm_p + (A-Z)m_n$

$\therefore$ द्रव्यमान गति
$$\Delta m = [Z.m_p + (A-Z)m_n] - M \qquad (26.1)$$

जहाँ M नाभिक का वास्तविक द्रव्यमान है।

द्रव्यमान क्षति का ऊर्जा तुल्यांक ज्ञात करने लिए फिर से द्रव्यमान एवं ऊर्जा संबंधी समीकरण का उपयोग करना पड़ेगा

$$\text{BE} = \Delta m\, c^2 \text{ J} \qquad (26.2)$$

ड्यूटीरियम परमाणु के लिए

$$\text{BE} = (3.96242\times10^{-30}\text{ kg}) \times (2.998\times10^{8}\text{m s}^{-1})^2$$
$$= 35.164\times10^{-14}\text{kg m}^2\text{ s}^{-2} = 3.5164\times10^{-13}\text{J}$$
$$= 2.223\times10^{6}\text{eV}$$

(चूँकि $1\text{eV} = 1.602\times10^{-19}$J)

इसका मतलब यह हुआ कि कम से कम 2.223MeV ऊर्जा देने पर ही ड्यूटीरियम नाभिक के संघटक कणों (प्रोटॉन और न्यूट्रॉन) को स्वतंत्र किया जा सकेगा। इस परिणामी को आप ऐसा भी कह सकते हैं कि द्रव्यमान क्षति एक ऐसी ऊर्जा के रूप प्रकट होता है जो न्यूक्लिऑनों को बांधे रहता है।

अतः बंधन ऊर्जा प्रति न्यूक्लिओन, $B = \Delta m\, c^2/A$

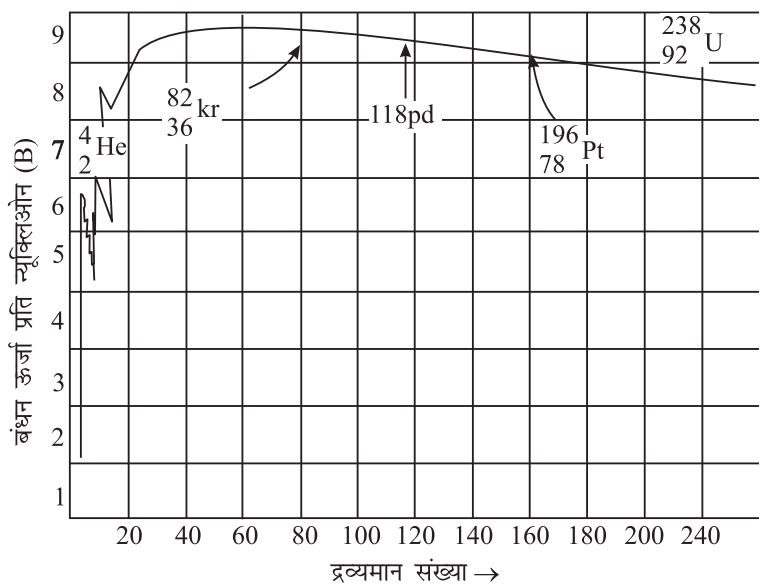
या
$$B = \frac{[Zm_p + (A-Z)m_n - M]\,c^2}{A} \qquad (26.3)$$

${}^{12}_{6}C$ के लिए, $Z = 6$ और $A = 12$. होता है, इसलिए $(A-Z) = 12 - 6 = 6$ होगा यहाँ $M = 12$u (1u = 931.3MeV) है।

अतः
$$B = \frac{[6m_p + 6m_n - 12] \times 931.3}{12} \quad \text{MeV}$$
$$= 7.41\text{MeV}$$

यहाँ हमने $m_p = 1.00727$ u और $m_n = 1.00865$ u लिया है। उपरोक्त परिकलन यह बताता है कि कार्बन के नाभिक के टूटने से करीब 90 MeV की ऊर्जा निकलती है, जिसका उपयोग विभिन्न उद्देश्यों के लिए किया जा सकता है। यह ऊर्जा $^{238}_{92}U$ जैसे भारी परमाणु के नाभिकीय विखंडन से प्राप्त की जाती है। इसके बारे में और अधिक विस्तार से अगले अध्याय में आप जानेंगे। यही परमाणु बम में भी ऊर्जा का स्रोत होता है।

B बंधन ऊर्जा का मान बढ़ते-बढ़ते लगभग 8.8 MeV हो जाता है जैसे-जैसे हम हीलियम (A = 4) से आयरन $(A = 56)$ की ओर बढ़ते हैं; इसके बाद इसका मान धीरे-धीरे घटना शुरु होता है और यूरेनियम के लिए यह घटकर 7.6 MeV हो जाता है। चित्र 26.2 में दर्शाया गया है कि बंधन ऊर्जा किस प्रकार से प्रति न्यूक्लिऑन द्रव्यमान के साथ बदलती है।



चित्र 26.2 : प्रति न्यूक्लिओन बंधन ऊर्जा का द्रव्यमान संख्या के साथ परिवर्तन

उपरोक्त चित्र में ध्यान दें, कि बंधन ऊर्जा की वक्र रेखा $^{4}_{2}He$, $^{12}_{6}C$, $^{16}_{8}O$ and $^{20}_{9}Ne$ परमाणुओं के लिए तीखा शीर्ष (शार्प पीक) दर्शाती है। जहाँ B का मान कम दिखता है वे यह दर्शाते हैं कि हल्के नाभिक जिनका द्रव्यमान $A < 20$ (बीस से कम) है कम स्थाई होते हैं। उदाहरण के लिए, भारी हाइड्रोजन ($^{2}_{1}He$) के लिए बंधन ऊर्जा का मान1.1 MeV प्रति न्यूक्लिऑन होता है। $^{4}_{2}He$, $^{12}_{6}C$, $^{16}_{8}O$ (सम-सम नाभिक अर्थात् ऐसे नाभिक जिनमें प्रोटोनों की संख्या तथा न्यूट्रोनों की संख्या भी सम हो) पर आने वाले गौण शिखर (सब्सीडरी पीक्स) यह दर्शाते हैं कि ऐसे नाभिक अपने ठीक समीपस्थ नाभिकों की अपेक्षा अधिक स्थाई होते हैं। प्रति न्यूक्लिऑन बंधन ऊर्जा की वक्र रेखा नाभिकीय विखंडन एवं नाभिकीय संलयन की परिघटनाओं को समझाने में बहुत ही उपयोगी है।

उदाहरण 26.3 : बोरोन ($^{10}_{5}B$) परमाणु का द्रव्यमान 10.811 u है। इसके द्रव्यमान का परिकलन किलोग्राम में कीजिए।

हल : चूंकि $u = 1.660565 \times 10^{-27}$kg,

$$10.811u = 10.811 \times 1.660565 \times 10^{-27}\text{kg}$$

$$= 17.952368 \times 10^{-27}\text{kg}$$

पाठागत प्रश्न 26.2

1. $^{7}_{3}Li$ के परमाणु का द्रव्यमान 6.01513 u है। द्रव्यमान क्षति तथा प्रति न्यूक्लिऑन बंधन ऊर्जा का परिकलन कीजिए। $m_p = 1.00727$ u.; $m_n = 1.00865$ u और 1 u = 931 MeV लें।

2. $^{8}_{4}Be$ परमाणु की त्रिज्या का परिकलन कीजिए।
   [$R = r_0 A^{1/3}$; $r_0 = 1.2 \times 10^{-15}$m लें।]

26.2 न्यूक्लिऑन किस प्रकार एक दूसरे से जुड़े रहते हैं: नाभिकीय बल

जैसे ही भौतिकीविदों ने नाभिक के न्यूट्रॉन-प्रोटॉन की परिकल्पना को स्वीकार किया, एक महत्वपूर्ण प्रश्न उभर कर आया- नाभिक के अंदर न्यूक्लिऑन किस प्रकार एक दूसरे से जुड़े रहते हैं? दूसरे शब्दों में कहें तो जो बल न्यूक्लिऑनों को परस्पर बांधे रखता है उस बल की प्रकृति क्या है? चूंकि गुरुत्वाकर्षण तथा विद्युत-चुम्बकीय बलों की पारस्परिक अन्योन्यक्रियाएं बहुत से प्रेक्षित तथ्यों पर प्रकाश डालते हैं, इसलिए आप की भी चाहत इन्हीं में से किसी बल को चुनने की होगी। चूंकि नाभिक का साइज इतना सूक्ष्म होता है जिसके अंदर प्रोटॉन और न्यूट्रॉन इतनी सघनता से संकुलित होते हैं। इनके बीच लगने वाले बल प्रबल, लघु परिसर के तथा आकर्षी होने चाहिए। ऐसा बल स्थिर वैद्युत (इलेक्ट्रोस्टैटिक) जाति का नहीं हो सकता क्योंकि प्रोटॉनों के बीच ऐसा बल प्रतिकर्षी होता है और यदि केवल ये ही कार्यरत होते, न्यूक्लिओन नाभिक से निकल कर बाहर चले गए होते, जो हमारे अनुभव के विरुद्ध है। इसके अलावा एक और तथ्य यह है कि न्यूक्लिऑनों के बीच कार्यरत बल ही विशाल बंधन ऊर्जा प्रति न्यूक्लिओन (करीब 8 MeV) के लिए उत्तरदायी होता है। अब दूसरा विकल्प गुरुत्वाकर्षण बल का है। निस्संदेह, यह बल न्यूक्लिऑनों की प्रत्येक जोड़ी के बीच आकर्षण बल के रूप में कार्य करता है। लेकिन यह बल इतना क्षीण है कि न्यूक्लिओनों के बीच लगने वाले शक्तिशाली आकर्षण बलों को समझा पाने में सक्षम नहीं है। यदि न्यूक्लिओन-न्यूक्लिओन के बीच कार्यरत बल को 1 मान लें तो गुरुत्वाकर्षण बल का मान 10^{-39} के करीब होगा।

इन सबसे हम यह निष्कर्ष निकाल सकते हैं कि न्यूक्लिओनों के बीच का आकर्षण बल एक नए किस्म का ही है। इसकी किसी भी ऐसे बल, जो चिरसम्मत भौतिकी के क्षेत्र में अब तक ज्ञात है, से तुलना नहीं हो सकती। ऐसे नए आकर्षण बल को *नाभिकीयबल* कहते हैं।

26.2.1 नाभिकीय बल के विशिष्ट गुणधर्म

आप याद कीजिए कि गुरुत्वाकर्षण बल तथा स्थिर विद्युत (इलेक्ट्रोस्टेटिक) दोनों व्युत्क्रम वर्ग नियम का पालन करते हैं। लेकिन न्यूक्लिऑन अति सघनता से संकुलित होते हैं तथा नाभिकीय बल, जो न्यूक्लिओनों को परस्पर बांधे रखता है, पड़ोसी न्यूक्लिओनों के बीच मौजूद होना चाहिए। अत: नाभिकीय बल एक लघु परास बल होना चाहिए जो अति लघु दूरियों ($\sim 10^{-15}$m) तक ही कार्यकारी होता है। इन नाभिकीय बलों को निम्नलिखित कणों के बीच लगने वाले आकर्षी बल को समझा पाने में सक्षम होना चाहिए:

– प्रोटोनों एवं न्यूट्रॉनों के बीच

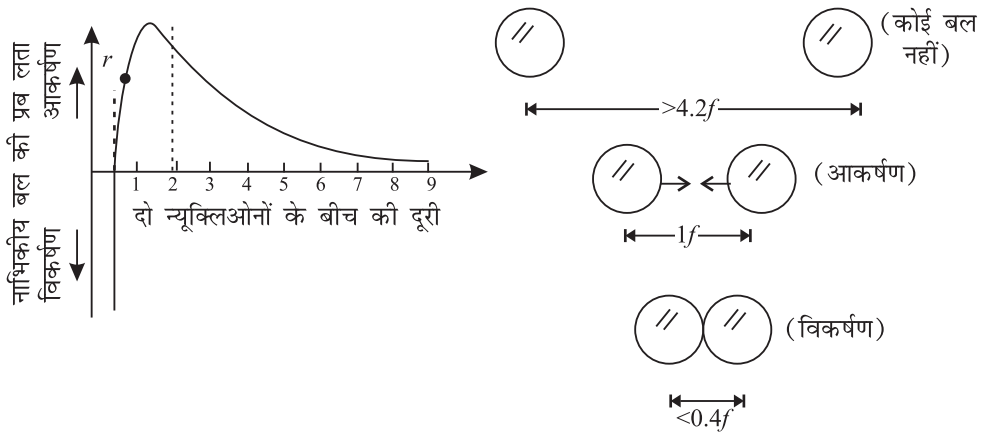
– दो प्रोटोनों के बीच; तथा

– दो न्यूट्रोनों के बीच

चूंकि प्रति न्यूक्लिऑन बंधन ऊर्जा B समान है चाहे नाभिक के अन्दर न्यूट्रॉनों और प्रोट्रॉनों का सम्मिश्रण कुछ भी क्यों न हो, उनके बीच के बल को समतुल्य लेने का हमारे पास पूरा औचित्य है। अत: नाभिकीय बल किसी प्रकार से आवेश द्वारा प्रभावित नहीं रहता, अर्थात यह आवेश अनाश्रित होता है।

नाभिकीय बल संतृप्तता के गुणधर्म का भी प्रदर्शन करता है। इसका तात्पर्य यह है कि न्यूक्लिओन केवल सीमित आकर्षण का ही प्रदर्शन करते हैं। अर्थात् नाभिक में मौजूद हर न्यूक्लिओन केवल अपने पड़ोसी यानी निकटस्थ न्यूक्लिओनों के साथ अन्योन्यक्रिया कर सकता है न कि नाभिक में विद्यमान सभी न्यूक्लिओनों के साथ।

यदि नाभिकीय बल केवल आकर्षी प्रकृति का ही होता तो न्यूक्लिऑन इसके प्रभाव से परस्पर संलीन हो जाते। लेकिम हम सब इस तथ्य से अवगत हैं कि न्यूक्लिऑनों के बीच की औसत दूरी स्थिर रहती है जिसके कारण नाभिकीय आयतन कुल न्यूक्लिओनों की संख्या के समानुपाती होता है। इसकी संभावित व्याख्या यह है कि नाभिकीय बल उसी सीमा तक आकर्षण बल के रूप में कार्यरत रहता है जब तक कि न्यूक्लिऑनों के बीच की दूरी किसी क्रांतिक मान पर बनी रहती है। यह दूरी जैसे ही कम होना शुरु होती है नाभिकीय बल में सहसा बहुत परिवर्तन आता है; आकर्षण विकर्षण में बदल जाता है (ध्यान रहे कि यह विकर्षण सामान्य स्थिर वैद्युत विकर्षण वाला बल नहीं है)। नाभिकीय बलों की इन गुणात्मक विशिष्टताओं को चित्र 26.3 में प्रदर्शित किया गया है।



चित्र 26.3 : (a) नाभिकीय बलों का दूरी के साथ प्रारूपिक परिवर्तन, तथा (b) दो न्यूक्लिऑनों के बीच की दूरी का न्यूक्लिऑनों के बीच कार्यरत बल पर प्रभाव

26.3 रेडियोधर्मिता

हमारी पृथ्वी की आयु कितनी है? भूगर्भविज्ञानी खुदाई द्वारा प्राप्त शैलों तथा जीवाश्मों की आयु का निर्धारण किस प्रकार करते हैं? कैंसर कोशिकाओं की रेडियो-चिकित्सा क्या है? इन सभी रोचक एवं उपयोगी प्रश्नों के उत्तर रेडियोधार्मिता, जो एक प्राकृतिक परिघटना है जिसमें परमाणु विकिरणों के उत्सर्जन द्वारा स्थायित्व प्राप्त करते हैं, के अध्ययन में अंतर्निहित हैं। यद्यपि इस रेडियोधार्मिता की खोज आकस्मिक रूप से हुई थी तथापि इस खोज ने भौतिकी में अनेक नई संभावनाओं के द्वारा खोल दिए। उद्योगों, कृषि तथा चिकित्सा क्षेत्र में इसके व्यापक अनुप्रयोग हैं। आइए, इसके बारे में जानकारी हासिल करें।

26.3.1 रेडियोधर्मिता की खोज

रेडियाधर्मिता की खोज की कहानी बड़ी रोचक है। सन् 1896 में फ्रांसीसी भौतिकीविद ए.एच. बैक्यूरल प्रतिदीप्ति की परिघटना (जिसमें कुछ पदार्थ दृश्य प्रकाश का उत्सर्जन करते हैं जब उन पर पराबैंगनी विकिरण आकर गिरती है) पर कार्य कर रहे थे। अपनी मेज की एक दराज में विभिन्न प्रकार के खनिजों के नमूनें भी रखे हुए थे। इन्हीं के साथ फोटोग्राफिक प्लेटों के कई बंद डब्बे भी रखे गए थे। किन्हीं कारणों से दराज में रखी हुई सभी ज्यों की त्यों रखी रहीं। एक दिन बैक्यूरल ने किसी वस्तु का फोटोग्राफ लेने के लिए डिब्बे में बंद रखी फोटोग्राफिक प्लेटों को दराज से निकाला। जब प्लेटों को डेवलप किया तो उन्हें यह जानकर निराशा हुई कि प्लेटें बुरी तरह से धुंधली थीं मानो पूर्व में वे प्रकाश के संपर्क में आई हों। उन्होंने बंद डिब्बों में रखी सभी फोटोग्राफिक प्लेटों का प्रयोग किया और पाया कि सभी प्लेंटें धुधंली थीं। कारण उनकी समझ में नहीं आ रहा था क्योंकि सभी प्लेटों को सावधानीपूर्वक काले कागजों में लपेटकर सील बंद डिब्बों में सुरक्षित रखा गया था। उन्होंने पाया कि उनके दराज में रखे यूरेनियम ने ही (फोटोग्राफिक प्लेटों को) नुकसान पहुंचाया होगा। उन्होंने यह

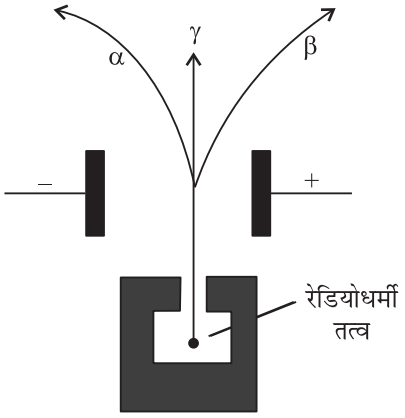
निष्कर्ष निकाला कि यूरेनियम लवण से नए प्रकार का विकिरण उत्पन्न होता है। इस विकिरण को *बैक्यूरल किरणें* कहा गया तथा विकिरण के उत्सर्जन की परिघटना को *रेडियोधर्मिता* नाम दिया गया। इस परिघटना का प्रदर्शन करने वाले तत्वों को *रेडियाधर्मी तत्वों* का नाम दिया गया।

इस खोज के तुरंत पश्चात् मेडम मारी क्यूरी ने व्यापक अध्ययन पर आधारित अपने पति पियरे क्यूरी के साथ मिलकर यूरेनियम अयस्क से बड़ी कठिन और जटिल प्रक्रिया द्वारा, जिसे रासायनिक पृथक्करण (केमिकल फ्रेक्शनिंग) कहते हैं, एक नए तत्व को वियोजित किया। यह नया तत्व यूरेनियम से करोड़ों गुना अधिक क्षमता से रहस्यमयी किरणों को उत्सर्जित कर सकता है। इस नए तत्व का नाम उन्होंने रेडियम रखा। मेडम क्यूरी द्वारा एक और नए रेडियोधर्मी तत्व की खोज की गई जिसका नाम उन्होंने अपने देश पोलेन्ड के सम्मान में पोलोनियम रखा।

26.3.2 विकिरणों की प्रकृति

सन् 1899 में जो एक ब्रिटिश भौतिकीविद लॉर्ड रदरफोर्ड ने रेडियोधर्मी तत्वों द्वारा उत्सर्जित बैक्यूरल किरणों का विश्लेषण किया। उन्होंने दो भिन्न घटकों की उपस्थिति को स्थापित किया: α-कण एवं β-किरणें। तीसरे घटक γ-किरणों का पता पी. विलार्ड ने लगाया।

हम अवगत हैं कि सभी परमाणुओं के नाभिक में धनावेशित प्रोटॉन होते हैं जो स्थिर वैद्युत प्रतिकर्षण के फलस्वरूप एक दूसरे को अत्यधिक प्रबलता से प्रतिकर्षित करते हैं। इस प्रत्याकर्षण पर काबू पाने के लिए नाभिक में न्यूट्रॉन की उपस्थिति गोंद (ग्लू) का काम करती है। परंतु भारी नाभिकों में यह स्थिर वैद्युत प्रतिकर्षण इतना प्रबल होता है कि न्यूट्रॉन की संख्या बढ़ाने से भी नाभिक स्थाई नहीं रह पाता। स्थायित्व प्राप्त करने के लिए ऐसे नाभिक स्वत: विघटित होकर α और β कणों के साथ γ-किरणों का भी उत्सर्जन करने लगते हैं जैसा कि चित्र 26.4 में दर्शाया गया है। इस प्रकार हम यह कह सकते हैं कि प्राकृतिक रेडियोधर्मिता में α व β–कणों और γ-किरणों का उत्सर्जन होता है। उत्सर्जित विकिरणों को रेडियोधर्मी विकिरण रहते हैं तथा (α, β और γ-किरणों के उत्सर्जन के साथ) परमाणु नाभिकों के विघटन (टूटने) की प्रक्रिया को रेडियाधर्मी क्षय करते हैं। कभी-कभी, यह प्रक्रिया स्थाई नाभिकों पर हल्के कणों (जैसे न्यूट्रोन और प्रोटोन) की बमबारी द्वारा भी प्रेरित की जा सकती है। इसे *कृत्रिम रेडियोधर्मिता* कहते हैं। इस परिघटना के विशिष्ट गुण यह है कि यह स्वत: होती है और α अथवा β उत्सर्जनों की स्थिति में नए तत्व से संबंधित नया नाभिक बनता है। अर्थात्, एक तत्व दूसरे तत्व में परिवर्तित हो जाता है। इस प्रकार यह नाभिकीय विघटन की परिघटना है और नए नाभिकों के बनने की संभावना की ओर संकेत करती है। आइए, पहले α, β और γ-विकिरणों के विलक्षण गुणो के विषय में अध्ययन करें।



चित्र 26.4 : α, β γ किरणों का उत्सर्जन

(i) α-**कण**

ये कण हीलियम परमाणु (^4_2He) के नाभिक होते हैं और इस नाभिक में दो प्रोटॉनो तथा दो न्यूट्रॉन होते हैं। α कणों के संबंध में विस्तृत अध्ययन उनके निम्नलिखित गुणों को प्रकाश में लाया:

- आवेशित कण होने के कारण ये विद्युत एवम् चुम्बकीय क्षेत्रों में विक्षेपित हो जाते हैं।
- ये कण बेरियम प्लेटिनोसाइनाइड तथा जिंक सल्फाइड जैसे पदार्थों पर प्रतिदीप्ति उत्पन्न करते हैं, फोटोग्राफिक प्लेट को प्रभावित करते हैं, कुछ तत्वों में रेडियाधार्मिता उत्पन्न कर सकते हैं और नाभिकीय अभिक्रिया उत्पन्न करते हैं।
- इन कणों में अत्यधिक आयनकारी क्षमता होती है। मात्र एक α–कण किसी गैस से पारगमन करने की प्रक्रिया में अवशोषित होने के पूर्व हजारों गैस परमाणुओं को आयनीकृत कर सकता है।
- ठोस पदार्थों में पारगमन करने की इन कणों की वेधन क्षमता कम होती है और धातुओं की पतली पन्नियों द्वारा ये परगमन कर प्रकीर्णित होते हैं। एल्युमिनियम की मात्र 0.02 mm मोटी चादर द्वारा रोक लिए जाते हैं।
- किसी रेडियोधर्मी तत्व से उत्सर्जित कणों की ऊर्जा उसे उत्सर्जित करने वाले नाभिक का अभिलक्षण होती है। यह उनके वेग में $1.4 \times 10^7 \text{ m s}^{-1}$ से $2.05 \times 10^7 \text{ m s}^{-1}$ के परिवर्तन के संगत होता है।

(ii) β-**कण**

β-कण धनावेशित तथा ऋणावेशित भी हो सकते हैं। नाभिक के अंदर एक न्यूट्रोन के प्रोटोन में बदलने और इसकी विपरीत प्रक्रिया के फलस्वरूप ही ये अस्तित्व में आते हैं। β-कणों के विषय में और अधिक अध्ययन करने के उपरांत निम्नलिखित गुणों की जानकारी प्राप्त हुई है:

- आवेशित होने के कारण ये कण विद्युत तथा चुम्बकीय क्षेत्रों में विक्षेपित हो जाते हैं।
- ये कण प्रतिदीप्ति उत्पन्न करने वाली पदार्थों जैसे जिंक सल्फाइड और बेरियम प्लेटिनोसाइनाइड पर डाले जाने पर प्रतिदीप्ति उत्पन्न करते हैं, और ये फोटोग्राफिक प्लेटों को भी प्रभावित करते हैं।
- इन कणों में गैसों के परमाणुओं के अयनीकरण की क्षमता होती है परंतु यह क्षमता α-कणों की क्षमता से कम होती है।
- ऋणावेशित β-कण एल्युमिनियम की कुछ मिलीमीटर तक मोटी चादर से पारगमन कर सकते हैं। इनकी वेधन क्षमता α-कणों से 100 गुना अधिक होती है।

- इनकी औसत ऊजाएँ 2 MeV और 3MeV के बीच होती हैं। इन कणों का द्रव्यमान कम होने के कारण इनके वेगों का परास बहुत अधिक होता है जो कि 0.33c से 0.998 c के बीच होता है, जहाँ c प्रकाश के वेग है।

(iii) **γ-कण**

γ-किरणें उच्च आवृत्ति की विद्युत-चुम्बकीय तरंगे हैं, और इसलिए अति ऊर्जात्मक होती है। इनमें निम्नलिखित अभिलक्षणिक गुण पाए जाते हैं:

- ये विद्युत अथवा चुम्बकीय क्षेत्रों द्वारा विक्षेपित नहीं होती हैं। ये निर्वात में प्रकाश के वेग से चलती हैं।
- इनकी वेधन-क्षमता α तथा β–कणों से अधिक होती है; गामा-किरणें लौह धातु तथा लेड की कई सेन्टीमीटर मोटी चादरों को भेद सकती हैं।
- इनमें अयनीकरण क्षमता होती है जो α एवं β-कणों की अपेक्षा कम होती है।
- ये किरणें पदार्थों में प्रतिदीप्ति उत्पन्न कर सकती हैं तथा फोटोग्राफिक प्लेट को भी प्रभावित कर सकती हैं।
- ये किरणें जिन धातु-पृष्ठों पर गिरती हैं उनसे इलेक्ट्रॉन बाहर निकाल देती हैं एवं पृष्ठ को गर्म कर देती है। कठोर गामा किरणें (अर्थात् उच्च ऊर्जा वाली गामा किरणों) का प्रयोग दुर्दम अर्थात् कैंसरकारी कोशिकाओं की रेडियो-चिकित्सा में किया जाता है।

मारी क्यूरी
(1867–1934)

मारी क्यूरी ने रेडियोधर्मिता के क्षेत्र में किए गए अपने अध्ययनों के लिए वर्ष 1903 के भौतिकी नोबेल पुरस्कार को ए. हेनरी बैक्यूरल तथा अपने पति पियरे क्यूरी के साथ संयुक्त रूप से प्राप्त किया। विश्व की वह एकमात्र महिला थीं। जिन्हें दो बार नोबेल पुरस्कार से सम्मानित किया गया था। उन्हें दूसरा नोबल पुरस्कार 1911 में रसायन विज्ञान के क्षेत्र में दिया गया था। कालान्तर में उनकी पुत्री जोलिओट को भी रसायन विज्ञान के क्षेत्र में नोबेल पुरस्कार प्रदान किया गया जो उनकी कृत्रिम रेडियोधर्मिता की खोज के लिए था।

26.3.3 रेडियोधर्मी क्षय

किसी भी रेडियोधर्मी क्षय प्रक्रिया में स्वत: प्रवर्तित (स्पान्टेनियस) उत्सर्जन सें या तो α-कण अथवा एकल β-कण उत्सर्जित होता है। किसी रेडियोधर्मी नाभिक (जिसे *जनक नाभिक* कहते हैं) से α-कण का उत्सर्जन होता है तो यह एक नए नाभिक (जिसे *संतति नाभिक* कहते हैं) में बदल जाता है। इसके परिणामस्वरूप, परमाणु क्रमांक में दो इकाई और द्रव्यमान संख्या में चार इकाई की कमी हो जाती है। इसी प्रकार जनक नाभिक से β–कण के उत्सर्जन से संतति नाभिक प्राप्त होता है और इस प्रक्रिया में परमाणु क्रमांक एक इकाई बढ़ जाता है (यदि

यह β-उत्सर्जन है) परन्तु द्रव्यमान संख्या में कोई परिवर्तन नहीं होता। किरणों के उत्सर्जन से जनक नाभिक का न तो परमाणु क्रमांक और न ही द्रव्यमान का संख्या में कोई परिवर्तन होता है। इसलिए किसी नए नाभिक का सृजन नहीं होता।

ध्यान दीजिए कि किसी भी नाभिकीय विघटन में आवेश संख्या (Z) और द्रव्यमान संख्या (A) सदैव संरक्षित रहते हैं। इस प्रकार रेडियोधर्मी नाभिक, जो X द्वारा प्रदर्शित होता है, के लिए नाभिकीय रूपान्तरणों को निम्न प्रकार लिखा जा सकता है–

$$^{A}_{Z}X \xrightarrow{\alpha-\text{क्षय}} {}^{4}_{2}He + {}^{A-4}_{Z-2}Y$$

(α-कण)

$$^{A}_{Z}X \xrightarrow{\beta-\text{क्षय}} {}^{0}_{-1}e + {}^{A}_{Z-1}Y$$

(β-कण)

$$(^{A}_{Z}X)^{*} \xrightarrow{\gamma-\text{क्षय}} {}^{A}_{Z}X + \gamma$$

तत्व के संकेत के ऊपर लगा तारा-चिह्न यह दर्शाता है कि वह उत्तेजित अवस्था में।

26.3.4 रेडियोधर्मी क्षय के नियम

हम जानते हैं कि यदि हमारे पास किसी खास मात्रा में रेडियोधर्मी समस्थानिक पदार्थ है तो विघटनों के कारण उसकी मात्रा समय के साथ धीरे-धीरे कम होती जाएगी। इसे दर्शाने वाला नियम बहुत सरल है। रेडियोधर्मी विघटन की दर बाहरी कारकों जैसे ताप, दबाव आदि पर निर्भर नहीं करती है तथा यह केवल संभाव्यता के नियम पर निर्भर करती है। यह नियम बताता है कि प्रति सेकंड विघटित होने वाले रेडियोधर्मी परमाणुओं की संख्या विघटन के क्षण उपस्थित कुल रेडियाधर्मी परमाणुओं की संख्या के समानुपाती होता है। इसे रेडियोधर्मी क्षय का नियम कहते हैं।

मान लीजिए कि $t = 0$ समय पर रेडियोधर्मी परमाणु की प्रारंभिक संख्या N_o है तथा किसी समय t पर उपस्थित रेडियोधर्मी परमाणुओं की संख्या $N(t)$ है। यदि dN अल्प समय dt में क्षय होने वाले उन परमाणुओं की संख्या को दर्शाता है, तो समय $(t+dt)$ पर परमाणुओं की संख्या $(N - dN)$ होगी। अत: क्षय की दर:

$$\frac{dN(t)}{dt} \propto N,$$

अथवा

$$\frac{dN(t)}{dt} = -\lambda N(t) \qquad (26.4)$$

जहां λ क्षय नियतांक है जो क्षय होने वाले रेडियोधर्मी पदार्थ का अभिलक्षण होता है। ऋणात्मक चिन्ह यह बताता है कि समय के साथ नाभिकों की संख्याओं में कमी आती है। इस संबंध को इस प्रकार लिख सकते हैं:

$$\lambda = -\frac{1}{N(t)}\frac{dN(t)}{dt} \qquad (26.5)$$

हम समी. (26.4) को निम्न प्रकार से लिख सकते हैं :

$$\frac{dN(t)}{N(t)} = -\lambda\, dt$$

समाकलित करने पर,

$N(t) = -\lambda t + k.$

$t = 0$ पर $N(t) = N_0$

अत: $k = ln\, N_0$

अथवा

$\ln N(t) - \ln N_0 = -\lambda t$

$$\text{or } \ln\left(\frac{N(t)}{N_0}\right) = -\lambda t$$

एंटीलॉग लेने पर हमें वांछित संबंध प्राप्त होता है :

$N(t) = N_0 \exp(-\lambda t)$

इस प्रकार, क्षय नियतांक (λ) को विघटन की तात्कालिक दर तथा उस क्षण उपस्थित रेडियोधर्मी परमाणुओं की संख्या के अनुपात के रूप में परिभाषित किया जा सकता है।

क्षय-नियम को कभी-कभी चर-घातांकी रूप में भी व्यक्त करते हैं- और इसे चर घातांकी *क्षय नियम* भी कहते हैं। चर-घातांकी रूप को प्राप्त करने के लिए हम समीकरण (26.4) को समय के सापेक्ष समाकलित करते हैं:

$$N(t) = N_0 \exp(-\lambda t) \qquad (26.6)$$

इस नियम से सबसे महत्वपूर्ण निष्कर्ष यह निकलता है कि N तभी शून्य होगा जब $t = \infty$ होगा। इस प्रकार कोई भी रेडियोधर्मी जनक तत्व बहुत लम्बी अवधि में भी पूर्णतः लुप्त नहीं हो सकता। रेडियोधर्मी क्षय नियम बताता है कि यदि भिन्न रेडियोधर्मी तत्वों की प्रारंभिक संख्या एक ही अर्थात् N_0 है तो भी बाद के किसी क्षण $N(t)$ के मान भिन्न-भिन्न होंगे। ऐसा इसलिए होगा क्योंकि उनके क्षय नियतांक (λ) भिन्न-भिन्न होंगे। इसलिए वे विघटन की भिन्न-भिन्न दरें दर्शाएंगे। इसका परिकलन उनकी अर्ध-आयु ($T_{1/2}$) तथा औसत आयु (T_a) से किया जाता है।

विघटन के मात्रक

क्षय नियतांक की माप का मात्रक प्रति सेकेंड है। किसी क्षण पर किसी रेडियोधर्मी पदार्थ की सक्रियता उस क्षण, उसके विघटन दर से मापी जाती है। इसका *SI* मात्रक बैक्यूरल कहलाता है:

1 बेक्युरल = 1 विघटन प्रति सेकंड

क्षय नियतांक का एक अन्य मात्रक क्यूरी है।

1 क्यूरी $= 3.7 \times 10^{10}$ विघटन प्रति सेकंड

एक और मात्रक रदरफोर्ड (rd) है:

1 रदरफोर्ड $= 10^6$ विघटन प्रति सेकेंड

26.3.5 अर्ध-आयु ($T_{1/2}$)

किसी रेडियोधर्मी तत्व की अर्ध-आयु वह समय-अंतराल है जिसमें उसके जनक रेडियोधर्मी परमाणुओं की संख्या अपनी प्रारंभिक संख्या की आधी रह जाती है।

परिभाषा के अनुसार, समय $t = T_{1/2}$, पर $N = N_{0/2}$ समीकरण (26.2) के प्रयोग द्वारा हम लिख सकते हैं:

$N_0/2 = N_0 \exp(-\lambda T_{1/2})$

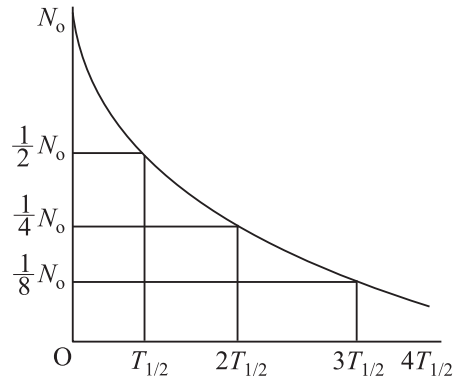
अथवा $\lambda T_{1/2} = \log_e 2$

अथवा $$T_{1/2} = \frac{\log_e 2}{\lambda}$$

$$= \frac{2.303 \times \log_{10} 2}{\lambda}$$

$$= \frac{2.303 \times 0.3010}{\lambda}$$

$$= \frac{0.693}{\lambda}$$



चित्र 26.5 रेडियोधर्मी क्षय वक्र

इस प्रकार किसी रडियोधर्मी पदार्थ की अर्ध-आयु उसके क्षय-नियतांक की व्युत्क्रमानुपाती होती है और रेडियोधर्मी नाभिक का यह एक अभिलक्षणिक गुण है। $^{14}_{6}C$ (रेडियोधर्मी कार्बन) की अर्धआयु 5730 वर्ष है। इसका अर्थ यह हुआ कि $^{14}_{6}C$ की 1 g मात्रा को 0.50 g तक घटने में 5730 वर्ष लगेंगे। अगले 5730 वर्षों अर्थात् 11460 वर्षों की कुल अवधि में यह संख्या घटकर $\frac{0.5}{2} = 0.025$ g रह जाएगी। रेडियोधर्मी नमूना किस प्रकार विघटित होता है इसे चित्र 26.5 में दिखाया गया है।

उदाहरण 26.4 : मोहनजोदड़ो की खुदाई से प्राप्त एक प्राणी का जीवाश्म कार्बन के एक ग्राम का 9 क्षय प्रतिमिनट की सक्रियता बताता है। इसके आधार पर ज्ञात कीजिए की सिन्धु घाटी सभ्यता कितनी पुरानी है। दिया है कि कार्बन ^{14}C की सक्रियता जीवित प्राणि-प्रतिदर्श के लिए 15 क्षय प्रति मिनट प्रति ग्राम कार्बन है तथा कार्बन (^{14}C) की अर्ध आयु 5730 वर्ष है।

हल : कार्बन ^{14}C, कार्बन का रेडियोधर्मी समस्थानिक है। जीवित प्राणियों में इसका प्रतिशत नियत रहता है। परन्तु मृत्यु होने पर रेडियोधर्मी क्षय के कारण ^{14}C का प्रतिशत घटने लगता है। रेडियोधर्मी क्षय के नियम के अनुसार इसे हम इस प्रकार लिख सकते हैं

$$N(t) = N_0 \exp(-\lambda t)$$

ताकि $$N/N_0 = \exp(-\lambda t)$$

अथवा $$9/15 = \exp(-\lambda t)$$

अथवा $$\log_e (9/15) = -\lambda t$$

अथवा $$\text{loge}\left(\frac{15}{9}\right) = \lambda t$$

जिससे $$t = 1/\lambda\,[\log_e (15/9)]$$

यहाँ $T_{1/2} = 0.693/\lambda = 5730$ वर्ष। इसलिए

$$t = 2.303 \times (5730/0.693)\,[\log_{10}15 - \log_{10}9]$$

अत: $t = 4224.47$ वर्ष

इस प्रकार कार्बन-14 का नमूना 4224.47 वर्ष पहले अस्तित्व में था। अत: सिंधु घाटी सभ्यता का अनुमानित अस्तित्व 4225 वर्ष पूर्व था।

पाठगत प्रश्न 26.3

1. आप किस प्रकार से समझाएंगे कि रेडियोधर्मिता एक नाभिकीय विघटन की परिघटना है?
2. α, β और γ - विकिरणों की आयनीकरण क्षमता एवं वेधन क्षमता की तुलना कीजिए।
3. निम्नलिखित क्षय-समीकरणों में आवेश तथा द्रव्यमान संख्या के संरक्षण नियमों का प्रयोग करते हुए a और b के मानों को ज्ञात करें:

   (i) ${}^{A}_{Z}X = {}^{4}_{2}He + {}^{b}_{a}Y + \gamma$

   (ii) ${}^{4}_{Z}X = {}^{0}_{-1}e + {}^{b}_{a}Y + \gamma$
4. एक रेडियोधर्मी पदार्थ की अर्ध-आयु पांच वर्ष है। कितने समय में इस पदार्थ की 10 g की मात्रा घटकर 2.5g रह जाएगी?

रेडियोधर्मिता के अनुप्रयोग

रेडियोधर्मिता के हमारे दैनिक जीवन में अनेक अनुप्रयोग हैं, जिनमें से कुछ को नीचे बताया जा रहा है

(i) ***चिकित्सा में:*** कैंसर के इलाज (रेडियो-चिकित्सा) में कोबोल्ट के रेडियोधर्मी स्रोत, जिससे X- किरणें उत्सर्जित होती है, का प्रयोग कैंसरकारी कोशिकाओं को नष्ट करने में होता है। एकल रेडियोधर्मी परमाणु के क्षय को एक धारक दीवार के बाहर बहुत दूर पर रखे एक उपकरण द्वारा दर्ज किया जा सकता है। ऐसे उच्च संवेदनशीलता के गुण का उपयोग ट्रेसर टेकनीक कहलाता है तथा इसका उपयोग चिकित्सा क्षेत्र में शरीर के अंदर किसी भाग में व्रण (अल्सर) की पहचान और किस जगह में स्थित है, इसका पता लगाने में किया जाता है। कुछ हानिरहित तत्व, जैसे सोडियम के समस्थानिक $\left({}^{24}_{11}Na\right)$ के कुछ रेडियोधर्मी परमाणुओं को रोगी के शरीर में इन्जेक्शन द्वारा पहुंचाया जाता है। इनकी गति को दर्ज किया जा सकता है। शरीर का प्रभावित भाग रेडियोधर्मी परमाणुओं को अवशोषित कर लेता है जिससे उनकी गति अवरूद्ध हो जाती है। इससे रोगग्रस्त भाग की चिकित्सक अच्छी तरह पहचान कर पाते हैं।

(ii) ***कृषि क्षेत्र में:*** जीवों पर नियंत्रित गामा किरणें डालकर हम फसलों, फलों और सब्जियों की गुणवत्ता और उपज में सुधार ला सकते हैं। भंडारण से पहले उन पर विकिरणों का प्रयोग कर उन्हें क्षति से बचाया जा सकता है।

(iii) ***भूगर्भ विज्ञान में :*** सबसे महत्वपूर्ण उपयोग पुराने जीवाश्मों (फासिल्स) के आयु निर्धारण में होता है। पदार्थों में उपलब्ध जीवित कार्बन की सामान्य सक्रियता लगभग 15 क्षय प्रति मिनट प्रति ग्राम कार्बन पाई जाती है। यह सक्रियता वातावरण में उपलब्ध साधरण कार्बन (C –12) के साथ रेडियोधर्मी कार्बन (C–14) की कुछ मात्रा पाए जाने के कारण होती है। पेड़-पौधे इस समस्थानिक (^{14}C) को वातावरण से प्राप्त करते हैं और यह उन प्राणियों में पहुँचता है जिनका भोजन ही पेड़-पौधे होता है। इस प्रकार समस्त जीव जन्तुओं में उपलब्ध कार्बन का लगभग 10^8 अंश में से एक भाग रेडियोधर्मी कार्बन का होता है। सभी जीवित प्राणियों (जंतु एवं पौधे) की मृतावस्था में उनका वातावरण के साथ संबंध समाप्त हो जाता है क्योंकि वातावरण से कार्बन (14) का अवशोषण नहीं हो पाता है। अत: साम्यावस्था समाप्त हो जाती है और सक्रियता घटने लगती है। इस प्रकार किसी भी नमूने की अनुमानित आयु निर्धारित की जाती है। इसी इसे कार्बन-काल निर्धारण कहते हैं और इसी सिद्धांत के आधार पर पुरातत्व वेत्ता किसी जीवाश्म की आयु निर्धारित करते हैं।

इसी तकनीक का उपयोग भूगर्भीय नमूनों में प्राप्त यूरेनियम अयस्क में उपलब्ध ^{238}U तथा ^{206}Pb की सापेक्षिक मात्राओं को मापकर पृथ्वी की आयु आकलित करने के लिए किया जाता है। मान लीजिए की पृथ्वी की उत्पत्ति के समय प्रारंभिक समय के नमूनों में केवल यूरेनियम ही था और लेड नहीं था। किंतु जैसे-जैसे समय बीतता गया यूरेनियम क्षय के द्वारा लेड में परिवर्तित होता गया। अत: किसी नमूने में उपस्थित लेड की मात्रा उसकी आयु बता सकती है। इस तकनीक के प्रयोग द्वारा पृथ्वी की वर्तमान आयु लगभग 4 अरब वर्ष आंकी गई है।

(iv) ***उद्योगों में :*** भारी मशीनरी के अंदरूनी भागों में छूटी हुई कमियों या अपूर्णताओं को पहचानने के लिए गामा किरणों का प्रयोग किया जाता है। उदाहरण के लिए, यदि अंदरुनी भाग में वायु का बुलबुला रह गया है तो वहाँ पर γ-किरणों का वेधन अधिक होगा।

आपने क्या सीखा

- परमाणु के नाभिक में धनावेशित प्रोटॉन तथा निरावेशित न्यूट्रॉन होते हैं।
- किसी तत्व के परमाणु के नाभिक में उपस्थित प्रोटोनों की संख्या उस तत्व का परमाणु क्रमांक है।
- किसी परमाणु के नाभिक में प्रोटोनों तथा न्यूट्रानों की संख्या का योग उसकी द्रव्यमान संख्या कहलाती है।
- वे परमाणु जिनके परमाणु क्रमांक तो समान होते हैं परंतु उनके द्रव्यमान संख्या भिन्न होते हैं, समस्थानिक कहलाते हैं।

- वे परमाणु जिनकी द्रव्यमान संख्या समान होती है परन्तु उनका परमाणु क्रमांक भिन्न होता है, समभारिक कहलाते हैं।
- वे परमाणु जिनके नाभिको में न्यूट्रॉनों की संख्या समान हो समन्यूट्रॉनिक कहलाते हैं।
- प्रत्येक परमाणु के नाभिक के अंदर स्थित न्युक्लिऑन आपस में तीव्र नाभिकीय आकर्षण बलों से बंधे होते हैं। ये बल लघु परिसर वाले होते हैं और आवेश पर निर्भर नहीं करते हैं।
- नाभिक के न्यूक्लिऑनों का कुल द्रव्यमान, परमाणु के द्रव्यमान से अधिक होता है। द्रव्यमानों के इस अंतर को द्रव्यमान क्षति कहते हैं। बंधन ऊर्जा का यह अनुमापक है।
- नाभिक का साइज (आयतन) उसके न्यूक्लिओनों के कुल द्रव्यमानों पर निर्भर होता है।
- किसी नाभिक से α-कण अथवा β-कण के स्वत: प्रवर्तित उत्सर्जन के बाद अनुगामी γ-विकिरणों का उत्सर्जन रेडियोधर्मिता कहलाता है।
- α-कणों की पहचान हीलियम के नाभिकों के रूप में तथा β-कणों की पहचान द्रुतगामी इलेक्ट्रोनों के रूप में की गई है। γ किरणें छोटी तरंग दैर्ध्य वाली विद्युत-चुम्बकीय तरंगे होती हैं।
- रेडियोधर्मिता क्षय के नियमानुसार, रेडियोधर्मी परमाणुओं के प्रति सेकंड क्षय होने की संख्या विघटन के समय उपस्थित परमाणुओं के संख्या की अनुक्रमानुपाती होती है।
- किसी रेडियाधर्मी पदार्थ की अर्ध-आयु समय का वह अंतराल है जिसमें रेडियोधर्मी परमाणुओं की संख्या अपनी प्रारंभिक संख्या की आधी रह जाती है।
- रेडियोधर्मिता क्षय का चर-घातांकी नियम $N(t) = N_0 \exp(-\lambda t)$ है।

पाठांत प्रश्न

1. रेडियोधर्मिता का नमूना कब विघटित होता है?
2. समस्थानिकों और समभारिकों के बीच अंतर स्पष्ट कीजिए।
3. बंधन ऊर्जा प्रति न्यूक्लिऑन तथा द्रव्यमान संख्या के बीच खींचे गए ग्राफ के अभिलक्षण स्पष्ट कीजिए।
4. नाभिकीय बल की क्या प्रकृति होती है? उनके कुछ विशेषताओं को लिखिए।
5. स्पष्ट कीजिए कि किसी रेडियोधर्मी पदार्थ का क्षय नियतांक उसके अर्ध आयु से किस प्रकार का संबंध रखता है।
6. निम्नलिखित शब्दों की परिभाषा लिखिए-

   (i) परमाणु क्रमांक; (ii) द्रव्यमान संख्या; (iii) द्रव्यमान क्षति

   (iv) न्यूक्लिओनों की बंधन ऊर्जा; (v) अर्ध-आयु; (vi) औसत आयु

   (vii) क्षय-नियतांक

7. रेडियोधर्मी क्षय के नियम को स्पष्ट कीजिए।

8. ''कार्बन-काल निर्धारण' क्या होता है? इसकी महत्ता की व्याख्या कीजिए।

9. निम्नलिखित परमाणुओं में न्यूट्रोनों, प्रोटोनों तथा इलेक्ट्रोनों की संख्या ज्ञात करें।

   (i) ${}^{23}_{11}Na$; (ii) ${}^{2}_{1}H$; (iii) ${}^{238}_{92}U$; (iv) ${}^{35}_{17}Cl$;

10. निम्नलिखित नाभिकों के लिए द्रव्यमान क्षति और बंधन ऊर्जा का परिकलन कीजिए-

    (i) ${}^{4}_{2}He$; (ii) ${}^{7}_{3}Li$; (iii) ${}^{14}_{7}N$;

    दिया हुआ है, $1\ u = 1.660566 \times 10^{-27} kg = 931$ MeV, प्रोटॉन का द्रव्यमान $= 1.007276$ u, न्यूट्रॉन का द्रव्यमान $= 1.008665$ u, ${}^{4}_{2}He$ परमाणु का द्रव्यमान $= 4.00260$ u, ${}^{7}_{3}Li$ परमाणु का द्रव्यमान $= 7.01601$ u, ${}^{14}_{7}N$ परमाणु का द्रव्यमान $= 14.00307$ u.

11. यूरेनियम के दो मुख्य समस्थानिकों की वर्तमान प्रचुरता को प्रयोग में लाते हुए तथा यह कल्पना करते हुए कि प्रचुरता अनुपात 1 से अधिक कभी नहीं रहा, भूपर्पटी (क्रस्ट) की अधिकतम संभावित आयु का प्राक्कलन कीजिए। दिया हुआ है कि ${}^{238}U$ और ${}^{235}U$ के मध्य का वर्तमान अनुपात 137.8 : 1 है; ${}^{238}U$ की अर्ध-आयु $= 4.5 \times 10^{9}$ वर्ष; और ${}^{235}U$ की अर्ध-आयु $= 7.13 \times 10^{8}$ वर्ष।

12. किसी रेडियोधर्मी नमूने की सक्रियता 1 घंटे 20 मिनट में उसकी प्रारंभिक मान की $\left(\frac{1}{16}\right)$ रह जाती है। उस नमूने की अर्ध-आयु ज्ञात कीजिए।

पाठगत प्रश्नों के उत्तर

26.1

1.

समस्थानिक	समभारिक	समन्यूट्रॉनिक
${}^{12}_{6}C$ और ${}^{14}_{6}C$	${}^{76}_{32}Ge$ और ${}^{76}_{34}Se$	${}^{2}_{1}H$ और ${}^{3}_{2}He$
${}^{1}_{1}H$, ${}^{2}_{1}H$ और ${}^{3}_{1}H$	${}^{40}_{18}A$ और ${}^{40}_{20}Ca$	${}^{14}_{6}C$ और ${}^{18}_{8}O$
${}^{16}_{8}O$ और ${}^{18}_{8}O$	${}^{76}_{32}Ge$ और ${}^{76}_{34}Se$	${}^{23}_{11}Na$ और ${}^{24}_{12}Mg$
${}^{35}_{17}Cl$ और ${}^{37}_{17}Cl$	${}^{3}_{1}H$ और ${}^{3}_{2}He$	${}^{27}_{13}Al$ और ${}^{28}_{14}Si$
${}^{206}_{82}Pb$ और ${}^{207}_{82}Pb$	${}^{7}_{3}Li$ और ${}^{7}_{4}Be$	${}^{27}_{13}Al$ और ${}^{28}_{14}Si$
${}^{238}_{92}U$ और ${}^{239}_{92}U$		

2. (i) भारी; (ii) द्रव्यमान; (iii) न्यूक्लिऑन; (iv) 14; (v) 14 (vi) परमाणु

3. परमाणु संख्या.

26.2

1. $\Delta m = 1.041358$ u; 969.5 MeV.
2. 2.4×10^{-15}m.

26.3

1. नाभिकीय विघटन में सामान्यत: α या β कणों का उत्सर्जन होता है जिसके परिणामस्वरूप जनक तत्व के परमाणु क्रमांक और द्रव्यमान संख्या में परिवर्तन उत्पन्न होते हैं। α और β कणों के उत्सर्जन से भारी नाभिक अपने द्रव्यमान में कमी कर लेता है। परिणामस्वरूप, थोड़े हल्के द्रव्यमान वाला नाभिक उत्पन्न होता है। इसलिए, यह एक नाभिकीय विघटन की परिघटना है।
2. अयनीकरण क्षमता क्रम–

   $\alpha > \beta > \gamma$

   वेधन क्षमता क्रम–

   $\alpha < \beta < \gamma$
3. i) $a = Z - 2$ और $b = A - 4$

   ii) $a = Z + 1$ और $b = A$.
4. दो अर्ध-आयु का समय लगेगा। एक अर्ध-आयु 10 ग्राम से पांच ग्राम तक घटने में और दूसरी पांच ग्राम से 2.5 ग्राम तक घटने में, अर्थात 10 वर्ष।

पाठांत प्रश्नों के उत्तर

9. (i) 12, 11, 11 (ii) 1, 1, 1 (iii) 146, 92, 921 (iv) 18, 17, 17
10. (i) 0.034, 28 MeV (ii) 0.044, 37.86 MeV (iii) 0.10854, 101 MeV
11. 6×10^9 वर्ष
12. 20 मिनट

27

नाभिकीय विखंडन एवं संलयन

हम सभी यह जानते हैं कि सूर्य, सतत ऊर्जा प्रदान कर पृथ्वी पर जीवन संभव कर रहा है। सूर्य ऐसा पिछले कई करोड़ वर्षों से करता आ रहा है और आने वाले कई करोड़ वर्षों तक ऐसा करता रहेगा। सूर्य द्वारा विशाल मात्रा में उत्सर्जित इस ऊर्जा का स्रोत क्या है? यह प्रश्न सदैव मानव मस्तिष्क के लिए आकर्षण का केन्द्र बना रहा है। पर अब हमें विश्वस्तता से ज्ञात है कि सूर्य के क्रोड में ऊर्जा, हाइड्रोजन नाभिक के हीलियम नाभिक में, अत्याधिक तापमान पर संलयन के कारण उत्पन्न होती है। यह तथ्य अन्य तारों के लिए भी लागू होता है। किसी संलयन रियेक्टर में इसी तरह की परिस्थितियों के अनुकरण को, आने वाले वर्षों में हमारी ऊर्जा संबंधी सभी आवश्यकताओं के लिए ऊर्जा के परम स्रोत के रूप में देखा जा रहा है।

इसी तरह आपने, ऊर्जा में सुरक्षा एवं तारापुर, कोटा, कैगा, नरोरा, कल्पाकम एवं काकरपरा में स्थित हमारे नाभिकीय रियेक्टरों में विद्युत उत्पादन में नाभिकीय ऊर्जा की भूमिका के विषय में अवश्य पढ़ा होगा। इसी प्रकार आपने समाचार पत्र में पढ़ा होगा कि 6 अगस्त 1945 को जापान के एक बड़े शहर हिरोशिमा में परमाणु बम गिराया गया था जिससे लगभग पूरा शहर कुछ ही क्षणें में नष्ट हो गया एवं लाखों लोग मर गए। इस बम से उत्सर्जित ऊर्जा 20,000 टन टी.एन.टी. (ट्राई नाईट्रो टॉलूईन) के धमाके में उत्सर्जित ऊर्जा के बराबर थी एवं यह बम, मानव इतिहास में एकदम नया था। तब से और अधिक शक्तिशाली (परमाणु, हाइड्रोजन, न्यूट्रॉन) बम निर्मित हो चुके हैं जिनकी विध्वंसक शक्ति कई मेगा टन टी.एन.टी के बराबर है। ऐसा कहा जाता है कि विश्व की महाशक्तियों ने इस तरह से बमों का बड़ी संख्या में संचयन कर रखा है। उनके इस संचय की विध्वंस शक्ति इतनी अधिक है कि यह संपूर्ण पृथ्वी को कई बार नष्ट कर सकती है। ऊर्जा की इस विशाल मात्रा के लिए जो भौतिक प्रक्रिया उत्तरदायी है वह है नाभिकीय विखंडन। अब आप इन प्रक्रियाओं के विषय में जानेंगे।

उद्देश्य

इस पाठ को पढ़ने के पश्चात् आप:

- नाभिकीय अभिक्रियाओं में विभिन्न राशियों के संरक्षण नियमों को बता सकेंगे;

- नाभिकीय श्रृंखला-अभिक्रिया, नियंत्रित एवं अनियंत्रित विखंडन श्रृंखला-अभिक्रिया जैसे शब्दों को समझा सकेंगे;
- नाभिकीय रिएक्टर की कार्य-विधि का वर्णन कर सकेंगे; एवं
- तारों में ऊर्जा उत्पादन की क्रियाविधि को समझा सकेंगे।

27.1 रासायनिक एवं नाभिकीय

27.1.1 रासायनिक अभिक्रिया

हम जानते हैं कि सभी पदार्थ परमाणुओं से बने होते हैं। पाठ 26 में आपने पढ़ा कि किसी भी तत्व के रासायनिक गुणों का नियंत्रण, सबसे बाह्य कक्षा में उपस्थित इलेक्ट्रॉन करते हैं। अर्थात्, परमाणु अन्य परमाणु या अणु (परमाणु के समूह) से संयोग करते हैं एवं अपने संयोजक इलेक्ट्रॉन को पुन: व्यवस्थित करते हैं, जिसके साथ-साथ उनकी स्थैतिक ऊर्जा का ह्रास होता है।

अंत:क्रिया करने वाले परमाणु एवं अणु में, संयोजक इलेक्ट्रॉनों की पुन: व्यवस्था के कारण, ऊर्जा या अवशोषण के साथ नए यौगिक अणु के निर्माण को रासायनिक अभिक्रिया कहते हैं। इस प्रक्रिया में नाभिक (न्यूक्लियस) पूर्णत: अप्रभावित रहता है। इतना ही नहीं, आंतरिक कक्षाओं के इलेक्ट्रान भी अप्रभावित रहते हैं।

कार्बन अणु की ऑक्सीजन परमाणु से अंत:क्रिया के द्वारा कार्बन डाइ-ऑक्साइड का बनना रासायनिक अभिक्रिया का उदाहरण है:

$$C + O_2 \rightarrow CO_2 + 4.08 \text{ eV} \qquad (27.1)$$

इस रासायनिक अभिक्रिया में भाग लेने वाले प्रत्येक कार्बन परमाणु के लिए *4.08* eV ऊर्जा मुक्त होती है। इसे कार्बन डाईऑक्साइड की बंधन ऊर्जा कहते हैं। वे अभिक्रियाएं जिनमें ऊर्जा का उत्सर्जन होता है उन्हें ऊष्माक्षेपी अभिक्रियाएँ कहते हैं। वे रासायनिक अभिक्रियाएं जिन्हें प्रारंभ होने के लिए ऊर्जा की आवश्यकता होती है उन्हें ऊष्माशोषीय अभिक्रियाएँ कहते हैं। उदाहरण के लिए 4. 03eV ऊर्जा, यदि कार्बन डाईऑक्साइड परमाणु को उपयुक्त परिस्थिति में दी जाए तो वह अपने अव्यवी तत्वों में टूट जाएगा:

$$CO_2 + 4.08\text{eV} \rightarrow C + O_2 \qquad (27.2)$$

जैसे कि समीकरण 27.1 से स्पष्ट हे कि, 4.08 eV की ऊर्जा निकाय से निकल कर CO_2 गैस का निर्माण करती है। अत: CO_2 अणु का द्रव्यमान, C व O_2 के कुल द्रव्यमान से 4.08eV द्रव्यमान तुल्यांक कम होगा। द्रव्यमान के इस ह्रास Δm की गणना समीकरण $E = mc^2$ का उपयोग कर की जा सकती है।

$$\Delta m = \frac{4.08 \times 1.602 \times 10^{-19}}{9 \times 10^{16}} = 7.26 \times 10^{-36} \text{kg} \qquad (27.3)$$

द्रव्यमान में इतने कम/तुच्छ परिवर्तन का पता नहीं लगाया जा सकता है। अत: इसे नगण्य मान कर हम कहते हैं कि रासायनिक अभिक्रिया में द्रव्यमान संरक्षित रहता है, हालांकि द्रव्यमान में तुच्छ परिवर्तन अवश्य रहता है।

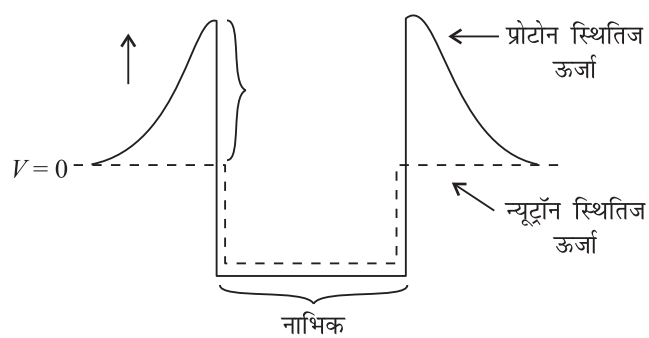
रासायनिक अभिक्रिया में ध्यान रखने योग्य महत्वपूर्ण बिंदू हैं:

- 10 eV की कोटि की ऊर्जा सम्मिलित है।
- द्रव्यमान में ह्रास 10^{-35} kg के क्रम का होता है जो अत्यन्त कम है। अत: हम कहते हैं कि द्रव्यमान संरक्षित रहता है।
- रासायनिक समीकरण के दाहिनी ओर उपस्थित प्रत्येक प्रकार के परमाणुओं की कुल संख्या, समीकरण के बाँई ओर उपस्थित प्रत्येक प्रकार के परमाणुओं की कुल संख्या के सदैव बराबर होती है।

27.1.2 नाभिकीय अभिक्रियाएँ

नाभिकीय अभिक्रियाओं में, अभिकारकों के नाभिक, न कि इलेक्ट्रॉन एक दूसरे से अंत:क्रिया करते हैं। परिणाम के रूप में वे नए तत्व का निर्माण करते हैं।

यह अभिक्रिया नाभिकों का तत्वान्तरण (ट्रान्सम्यूटेशन) भी कहलाती है। पिछले पाठ से आप स्मरण कीजिए जिसमें कहा गया था कि नाभिकीय अभिक्रिया में M eV के तुल्य ऊर्जा का समागम होता है। हम जानते हैं कि परमाणु का सम्पूर्ण आवेश नाभिक में ही संकेन्द्रित होता है जिसका आकार (साइज) लगभग 10^{-15} m होता है। न्यूक्लियस चारो ओर से किसी खास अनुमत कक्षाओं में घूमते हुए इलेक्ट्रॉन द्वारा घिरा रहता है। इनसे प्रबल स्थिर वैद्युत विभव रोधिका (जिसे कूलॉम रोधिका भी कहते हैं) सृजित होती है। जैसा कि चित्र 27.1 में दर्शाया गया है।



चित्र 27.1 : नाभिक के समीप प्रोटोन और न्यूट्रॉन की स्थितिज ऊर्जाएं।

कूलॉम बेरियर का मान कार्बन नाभिक के लिए 3MeV तथा लेड नाभिक के लिए 20 M eV है। इसका तात्पर्य यह हुआ कि नाभिक की ओर लक्षित किसी आवेशित प्रक्षेपक को लक्ष्य नाभिक के कूलॉम रोधिका द्वारा उत्पन्न प्रबल विकर्षण का सामना करना होगा। यदि प्रक्षेपक की गतिज ऊर्जा रोधिका को भेदने के लिए पर्याप्त नहीं है तो वह वापस हो जाएगा और इस प्रकार किसी भी प्रकार की नाभिकीय अभिक्रिया नहीं होगी। कार्बन न्यूक्लियस में प्रोटॉन को

प्रवेश करके तत्वांतरण करने के लिए 3MeV ऊर्जा से अधिक ऊर्जा की आवश्यकता होती है। चूंकि नाभिकीय अभिक्रियाओं में बहुत अधिक ऊर्जा की आवश्यकता होती है, इसीलिए हम अपने दैनिक जीवन में सामान्य ताप और दबाव पर इन नाभिकीय अभिक्रियाओं का अवलोकन नहीं कर सकते।

नाभिकीय तत्वान्तरण या नाभिकीय अभिक्रिया की परिघटना की खोज लार्ड रदरफोर्ड ने सन् 1919 में की थी। उन्होंने नाइट्रोजन गैस पर पोलोनियम स्रोत से प्राप्त 7.7 MeV ऊर्जा के α–कणों की बमबारी कराई। रदरफोर्ड ने अवलोकित किया कि नाइट्रोजन का तत्वान्तरण ऑक्सीजन में हो गया। इस अभिक्रिया में उच्च ऊर्जा वाले प्रोटान की उत्पत्ति होती है:

$$^{4}_{2}He + ^{14}_{17}N \rightarrow ^{17}_{8}O + ^{1}_{1}H \qquad (27.5)$$

आक्सीजन के नाभिक और प्रोटोन में 6.5 M eV की ऊर्जा समाहित रहती है। इससे स्पष्ट है कि इस अभिक्रिया के लिए किसी बाहरी स्रोत से 1.2 M eV ऊर्जा की आपूर्ति होनी चाहिए। जब बाहर से ऊर्जा ग्रहण की जा रही हो तो ऐसी अभिक्रिया ऊष्मा शोषी अभिक्रिया कहलाएगी। जब एल्युमिनियम पर 7.7 M eV ऊर्जा वाली अल्फा कणों की बमबारी की जाती है (इन कणों को पोलोनियम स्रोत से प्राप्त किया जाता है) तो जो नाभिकीय अभिक्रिया घटित होती है, उससे 10.7 M eV की ऊर्जा उत्पन्न होती है:

$$^{27}_{13}Al + ^{4}_{2}He \rightarrow ^{30}_{14}Si + ^{1}_{1}H \qquad (27.6)$$

यहाँ पर हम देखते हैं कि निवेशित से अधिक ऊर्जा उत्पन्न और मुक्त हो रही है। इससे इस नाभिकीय अभिक्रिया को ऊष्माक्षेपी (एक्सोथर्मिक) कहते हैं। ध्यान दीजिए कि निवेशित ऊर्जा 7.7M eV थी और अभिक्रिया से 10.7M eV ऊर्जा मुक्त होकर निकल रही है अर्थात् प्रत्येक अभिक्रिया से 3 M eV ऊर्जा की प्राप्ति हो रही है। यह कार्बन परमाणु के दहन से मुक्त होने वाली ऊर्जा से 700, 000 गुना के बराबर है। **पर इस अभिक्रिया का प्रयोग ऊर्जा उत्पादन में नहीं किया जा सकता क्योंकि 1,25,000 आपतित अल्फा कणों में केवल एक कण ही उस अभिक्रिया को क्रियान्वित करने में सफल हो पाता है।** अत: इस अभिक्रिया द्वारा प्राप्त कुल ऊर्जा अभिक्रिया को सम्पन्न कराने में निवेशित ऊर्जा से बहुत ही कम हो जाती है। इस अभिक्रिया में निवेशित ऊर्जा का अपव्यय बहुत हो जाता है।

नाभिकीय अभिक्रिया प्रोटॉनों, ड्यूट्रॉनों, न्यूट्रॉनों के अलावा अन्य हल्के (नाभिकों) द्वारा भी शुरू हो सकती है। **इन सब में न्यूट्रॉन सर्वोत्तम प्रक्षेपक पाया गया है। इसका कारण है न्यूट्रॉनों का उदासीन होना जिसके कारण उन्हें कूलॉमी विकर्षण का सामना नहीं करना पड़ता।** इस प्रकार से समतापीय न्यूट्रॉन (अर्थात् जिनकी ऊर्जा 0.0253 eV हो) लक्ष्य नाभिक को भेदकर नाभिकीय अभिक्रिया को सम्पन्न कर सकता है।

प्रोटॉनों, ड्यूटॉनों तथा न्यूट्रॉनों द्वारा उत्पन्न की जाने वाली नाभिकीय अभिक्रियाओं के कुछ प्रारूपिक उदाहरण हैं–

$$^{6}_{3}Li + ^{1}_{1}H \rightarrow ^{3}_{2}He + ^{4}_{2}He \qquad (27.7)$$

$$^{10}_{5}B + ^{2}_{1}H \rightarrow 3\,^{4}_{2}He \qquad (27.8)$$

टिप्पणियाँ

$$^{10}_{5}B + n \rightarrow ^{7}_{3}Li + ^{4}_{2}He \qquad (27.9)$$

रासायनिक अभिक्रियाओं की तरह नाभिकीय अभिक्रियाएँ भी संरक्षण के नियमों का पालन करती हैं। इन नियमों का उल्लेख नीचे किया जा रहा है।

27.1.3 नाभिकीय अभिक्रियाओं के लिए संरक्षण नियम

- *अभिकारकों की द्रव्यमान-संख्याओं का योग सदैव उत्पादों (प्रोड्क्टस) की द्रव्यमान संख्याओं के योग* के बराबर होता है। समीकरण (27.7) में द्रव्यमान संख्या 7 = 3 + 4 = 6 + 1 संरक्षित रहती है।
- अभिकारकों के परमाणु क्रमांकों का योग सदैव उत्पादों के परमाणु क्रमांकों के योग के बराबर होता है। समीकरण (27.7) में परमाणु क्रमांक 4 = 3 + 1 = 2 + 2 संरक्षित रहता है।
- नाभिकीय अभिक्रिया ऊर्जा संरक्षण नियम का पालन करती है। हम जानते हैं कि द्रव्यमान भी संकेन्द्रित ऊर्जा ही होता है। अत: निवेश गतिज ऊर्जा तथा अभिकारकों के द्रव्यमान का योग निर्गत गतिज ऊर्जा तथा उत्पादों के द्रव्यमान के योग के बराबर होता है।
- नाभिकीय अभिक्रियाएं संवेग संरक्षण नियम का भी पालन करती हैं। परिणामस्वरूप, गतिज ऊर्जा का वितरण समान रूप से सभी उत्पाद नाभिकों में होता है।

पाठगत प्रश्न 27.1

1. सभी समीकरणों को पूरा कीजिए

   (a) $^{19}_{9}F + ^{1}_{1}H \rightarrow ^{16}_{8}O + ?$

   (b) $^{27}_{13}Al + ^{1}_{0}n \rightarrow ? + ^{4}_{2}He$

   (c) $^{234}_{90}Th \rightarrow ^{234}_{91}Pa + ?$

   (d) $^{63}_{29}Cu + ^{2}_{1}D \rightarrow ^{64}_{30}Zn + ?$

2. निम्नलिखित नाभिकीय अभिक्रियाओं में मुक्त हुई ऊर्जा का परिकलन करें

   $^{10}_{5}B + ^{2}_{1}D \rightarrow 3^{4}_{2}He + Q$

   दिया हुआ है– $m(^{10}B)$ = 10.01294 u; $m\left(^{2}_{1}D\right)$ = 2.014103 u, और $m(^{4}_{2}He)$ = 4.002604 और u.

3. $^{14}_{7}N$ नाभिक पर α कणों की बमबारी करने से $^{17}_{8}O$ उत्पन्न होता है। इस नाभिकीय अभिक्रिया का समीकरण लिखिए तथा मुक्त हुई ऊर्जा का परिकलन कीजिए

दिया है : $m\left(^{14}_{7}N\right) = 14.003014\,u$; $m\left(^{17}_{8}O\right) = 16.999138\,u$; $m\left(^{4}_{2}He\right) = 4.002604$ u; $m\left(^{1}_{1}H\right) = 1.007825$ u और α–कण की ऊर्जा = 7.7MeV.

27.2 नाभिकीय विखंडन

विखंडन के खोज की कहानी बड़ी रोचक है। सन् 1938 में एनरिको फर्मी, ऑटो हैन एवं अन्य वैज्ञानिकों ने परायूरेनियम तत्वों (जिनके परमाणु क्रमांक 92 से अधिक होते हैं), जो प्रकृति में नही पाए जाते, को उत्पन्न करने के लिए यूरेनियम के नाभिक पर कम गति वाले न्यूट्रॉनों की बमबारी कराई। जब आपतित न्यूट्रॉनों को यूरेनियम नाभिक ने प्रग्रहण कर लिया तब उसके नाभिक में न्यूट्रोन-प्रोट्रोन का अनुपात भी बढ़ गया। इस अनुपात को कम करने के प्रयास में यहाँ अपेक्षा की जा रही थी कि संभवत: यूरेनियम β–सक्रिय हो जाएगा। अर्थात् एक न्यूट्रॉन निश्चित रूप से ऐसा व्यवहार करेगा मानो कि वह प्रोटॉन में परिवर्तित हो गया हो। परिणामस्वरूप β-कण के साथ निम्न समीकरण के अनुसार कुछ ऊर्जा भी मुक्त होनी चाहिए:

$$^{238}_{92}U + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{239}_{93}Np + ^{0}_{-1}e + Q \qquad (27.10)$$

इस अभिक्रिया में 93 परमाणु क्रमांक वाले एक नए परायूरेनियम तत्व के निर्माण की अपेक्षा की जा रही थी। वास्तव में, फर्मी और उसके सहयोगी शोधकर्ताओं ने β–क्रियाशीलता अवलेकित की। जिसकी अर्ध-आयु का मान यूरेनियम के आसपास के भारी तत्वों के अर्ध-आयु के ज्ञात मानों से एकदम अलग था। इन प्रेक्षणों से फर्मी और उसके साथियों ने निष्कर्ष निकाला कि परायूरेनियम तत्व का उत्पादन हुआ था और इस तत्व की पहचान के लिए उन्होंने कुछ रासायनिक विश्लेषण किया किन्तु असफल रहे।

उसी वर्ष में ऑटो हैन एवं फ्रिज स्ट्रॉसमैन ने अनेक प्रयोग किए और इस तथ्य को स्थापित किया कि बेरियम एक मध्यवर्ती द्रव्यमान संख्या वाला तत्व ही इस अभिक्रिया में बनता है न कि परायुरेनिक तत्व और इस अभिक्रिया में लगभग 200 MeV ऊर्जा भी मुक्त होती है। यह अप्रत्याशित परिणाम कि धीमी गति से यूरेनियम नाभिक पर न्यूट्रॉन की बमबारी से बेरियम नामक तत्व उत्पन्न होता है, उस समय की नाभिकीय भौतिकी विज्ञान की जानकारी को अचम्भे में डाल दिया क्योंकि उस समय की यह बहुत बड़ी विरोधात्मक खोज थी। इस पूरे खोज की रिपोर्ट सुप्रतिष्ठित पत्रिका 'नेचर' में दिसम्बर 1938 में प्रकाशित हुई थी।

लिज़ मिटनर, एवं ओटोफ्रिश नाम के वैज्ञानिकों ने इस परिणामों को परमाणु नाभिक के द्रव बूंद मॉडल द्वारा (लिक्विड ड्राप मॉडल ऑफ न्यूक्लियस) समझाया। व्याख्या करते हुए इन वैज्ञानिकों ने इस अभिक्रिया को ''नाभिकीय विखंडन'' से नामजद किया। उन्होंने इस नाम की युक्ति जीव-विज्ञान में प्रयुक्त अभिक्रियात्मक शब्द ''कोशिका विखंडन' से प्रयुक्त किया था। कालान्तर में बोहर और व्हीलर ने नाभिकीय विखंडन में मुक्त होने वाली ऊर्जा का परिकलन किया और साथ ही साथ इस ''द्रव बूंद मॉडल'' के भौतिकीय आधार को स्थापित किया।

एनरिको फर्मी
(1901 – 1954)

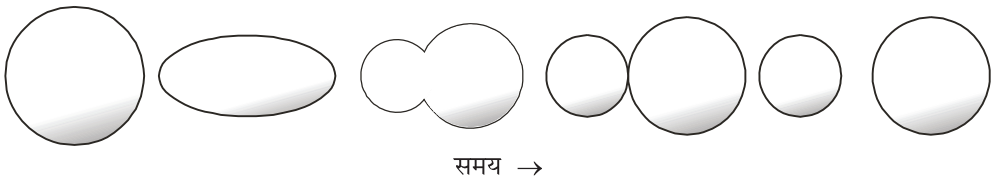
एनरिको फर्मी इटली देश में पैदा हुए भौतिकीविद् थे। नाभिकीय ऊर्जा का मानव कल्याण के लिए शान्तिपूर्ण अनुप्रयोगों के लिए आप ही उत्तरदायी थे। उन्होंने यह प्रदर्शित किया कि किसी भी तत्व को यदि न्यूट्रॉन की धारा से बमबारी कराएंगे तो उसमें रूपान्तरण (ट्रान्सफारमेशन) हो सकता है। स्वयं-पोषित एवं प्रचालित नाभिकीय विखंडन श्रृंखला अभिक्रिया को 1942 में उन्होंने साकार रुप दिया।

फर्मी जब केवल 25 वर्ष की उम्र के थे तब उन्होंने फर्मी-डिराक सांख्यिकी को सूत्रबद्ध किया था। यह सांख्यिकी अर्द्ध पूर्णांकीय स्पिन मान रखने वाले कणों (जिन्हें फर्मियॉन कहते हैं) के लिए लागू होती है। इनकी कम उम्र में ही मृत्यु हो गई। मृत्यु से कुछ वर्ष पूर्व तक वे ब्रह्माण्डीय विकिरण संबंधी सैद्धान्तिक अध्ययन में व्यस्त थे।

27.2.1 नाभिकीय विखंडन की प्रक्रिया

सन् 1939 में बोहर एवं व्हीलर ने नाभिकीय विखंडन के सिद्धांत का विकास नाभिकीय बलों की उन बलों के साथ अनुरुपता के प्रयोग द्वारा किया जो अणुओं को किसी द्रव में परस्पर बांधते हैं। उन्होंने पूर्वानुमान लगाया कि ${}^{238}_{92}U$ की तुलना में ${}^{235}_{92}U$ अधिक विखण्डनीय होता है। चित्र 27.2 का अवलोकन करें। यह तापीय न्यूट्रानों द्वारा ${}^{235}_{92}U$ के निम्न समीकरण द्वारा व्यक्त नाभिकीय विखंडन को दर्शाता है:

$$ {}^{235}_{92}U + {}^{1}_{0}n \rightarrow {}^{141}_{36}Ba + {}^{92}_{36}Kr + 3{}^{1}_{0}n + Q \qquad (27.11) $$

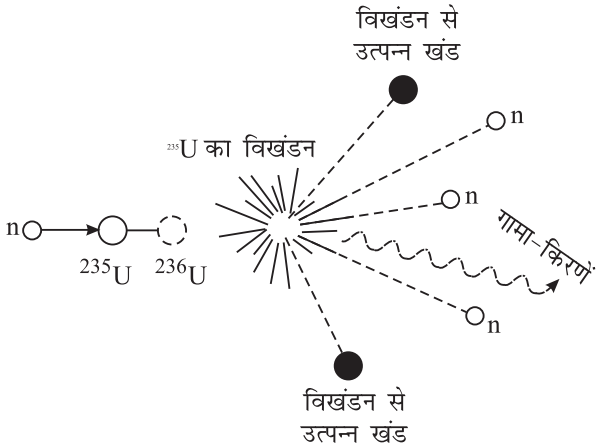


चित्र 27.2: द्रव-बूंद मॉडल के अनुसार किसी नाभिक का विखंडन

उत्सर्जित न्यूट्रॉन की ऊर्जा कुछ MeV कोटि की होती है तथा $Q \simeq 200MeV$

ध्यान दीजिए कि जैसे ही न्यूट्रॉन का नाभिक में अवशोषण (केप्चर) हुआ उसके 10^{-17} सेकंड में विखंडन की घटना हो जाती है तथा विखंडित न्यूट्रॉनों का उत्सर्जन घटना के 10^{-14} सेकंड पश्चात् प्रारंभ हो जाता है। इसके अलावा विखंडित टुकड़े भी असमान द्रव्यमान के होते हैं; एक टुकड़ा दूसरे की तुलना में 1.5 से 2 गुना तक भारी होता है। समीकरण (27.11) चालीस संभावित प्रकार के विखंडनों जिनके द्वारा ${}^{235}_{92}U$ यूरेनियम न्यूक्लियस का विखंडन हो सकता है, में से केवल एक को ही दर्शाता है। इसका आशय यह हुआ कि ${}^{235}_{92}U$ के विखंडन से मध्यवर्ती द्रव्यमानों वाले लगभग 80 भिन्न नाभिक उत्पन्न होते हैं। भारी विखंडित टुकड़े

125-150 के बीच के द्रव्यमान परास में होते हैं जिनका उच्चिष्ठ 140 के आसपास होता है जबकि हल्के विखांडित टुकड़े 80-100 के बीच के द्रव्यमान परास में होते हैं जिनका उच्चिष्ठ 95 के आसपास होता है। उत्सर्जित न्यूट्रॉनों की संख्या 2 या 3 होती है किन्तु औसतन न्यूट्रोन जो ^{235}U के विखण्डन में उत्सर्जित होते हैं वे 2.54 है।



चित्र 27.3 : नाभिकीय विखंडन

बोहर एव व्हीलर की मान्यता थी कि परमाणु नाभिक एक द्रव की बूंद की तरह समरूप गोलाई आकृति लिए (अपनी सबसे कम ऊर्जा की स्थिति में) सन्तुलन में बना रहता है। उनके अनुसार जब एक तापीय न्यूट्रॉन का न्यक्लियस द्वारा अवशोषण हो जाता है तो इस न्यूट्रॉन की बन्धन ऊर्जा, जो ^{235}U के लिए 6.8 Mev प्रति परमाणु द्रव्यमान इकाई मुक्त होती है। यह मुक्त हुई ऊर्जा न्यूक्लियस को उत्तेजित कर देती है जिससे उसकी आकृति (शेप) विकृत हो जाता है। जहाँ पृष्ठ-तनाव बल पुरानी आकृति को कायम रखने में प्रयासरत रहता है वहीं कूलॉम बल उसे विकृत करने में लगा रहता है। इस खींचा-तानी में नाभिक गोल आकृति तथा डम-बेल आकृतियों के बीच दोलायमान रहता है। इसे चित्र 27.2 में दिखाया गया है। जब दोलनों के बीच का आयाम (एम्पलीचूड) बढ़ जाता है तब कम परास (रेंज) वाला नाभिकीय आकर्षण बल डमबेल के सिरों के बीच घट जाता है। इन दोनों सिरों के बीच प्रतिकर्षण बल घटे हुए नाभिकीय आकर्षण बल से अधिक होते ही नाभिक के दोनों सिरे अलग-अलग विखंडित हो जाते हैं।

ऐसा पदार्थ जैसे $^{235}_{92}U$ यूरेनियम जिसका विखंडन तापीय न्यूट्रॉन द्वारा होता है, विखंडनीय पदार्थ कहलाता है। अन्य विखंडनीय पदार्थ के उदाहरण हैं $^{233}_{90}Th$ (थोरियम), $^{233}_{92}U$ और $^{239}_{93}Pu$ इत्यादि। आप पाएंगे कि इन सभी पदार्थों के नाभिक विषम द्रव्यमान संख्या वाले होते हैं और इनके परमाणु क्रमांक सम संख्या वाले होते हैं।

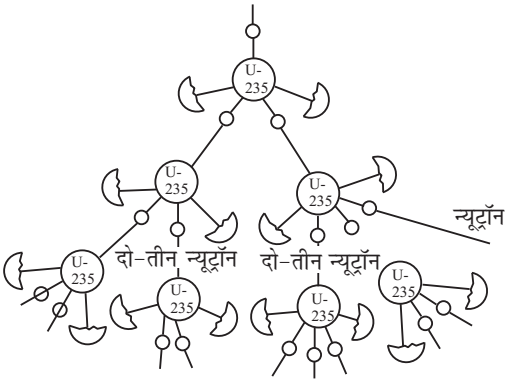
$^{235}_{92}U$ के विखंडन में मुक्त हुई ऊर्जा का परिकलन उसके नाभिक के विखंडन में द्रव्यमान क्षति (मास डिफेक्ट) को ज्ञात करके किया जा सकता है। इसे सारिणी 27.1 में दिया गया है:

सारिणी 27.1: नाभिकीय अभिक्रिया में उत्पन्न हुई ऊर्जा

अभिकारक	द्रव्यमान	उत्पाद	द्रव्यमान
^{235}U	235.0439u	$^{141}_{56}Ba$	140.9139u
^{1}n	1.008665 u	$^{92}_{36}Kr$	91.8973u
		$3\times Vn$	3.025995u
कुल द्रव्यमान	236.052565u	कुल द्रव्यमान	235.837195u
द्रव्यमान क्षति	0.21537u		
मुक्त हुई ऊर्जा	$0.21537\times931\simeq200$ MeV		

27.2.2 नाभिकीय शृंखला अभिक्रिया

अब आप जान चुके हैं कि जब एक न्यूट्रॉन का $^{235}_{92}U$ नाभिक द्वारा प्रग्रहण होता है तो उसका विखंडन दो भागों में हो जाता है और 2 या 3 न्यूट्रॉन उत्पन्न होते हैं। इनमें विखंडन की प्रक्रियाको आगे बढ़ाने की क्षमता होती है। इसने विखंडन श्रृंखला अभिक्रिया को पोषित करने की एक रोमांचक संभावना प्रस्तुत की जिसमें प्रत्येक विखण्डन प्रक्रिया में एक न्यूट्रॉन प्रयुक्त होता है और इनके स्थान पर दो से अधिक न्यूट्रॉन आ जाते हैं। जब न्यूट्रॉनों की दर उनकी क्षति की दर के बराबर हो जाती है तो प्रक्रिया स्वत: पोषित एवं स्वत: स्फूर्त हो जाती है। ऐसी युक्ति जिसका निर्माण स्वत: स्फूर्त एवं नियन्त्रित श्रृंखला अभिक्रिया को पोषित करने के लिए किया जाता है, *नाभिक रियेक्टर* कहलाता है।



चित्र 27.4 : नाभिकीय शृंखला अभिक्रिया

नाभिक रिएक्टर उद्देश्यों के अनुसार वर्गीकृत होते हैं। नाभिक शक्ति रिएक्टर का उपयोग विद्युत उत्पादन के लिए होता है। एक शोध रिएक्टर का प्रयोग चिकित्सीय उद्देश्यों, अधिशोधन के लिए किए जाने वाले प्रयोगों या अनुप्रयुक्त शोध के लिए रेडियो समस्थानिकों के उत्पादन के लिए किया जाता है। भारत में भी इनका वर्गीकरण द्रुतगामी (फास्ट) और तापीय रिएक्टर के रूप में करते हैं जो इस बात पर आधारित है कि विखण्डन अभिक्रिया के लिए प्रयुक्त न्यूट्रॉन की ऊर्जा कितनी है। भारत में तापीय शक्ति रिएक्टर तारापुर, नरोरा, कोटा, कैगा आदि में स्थित हैं। तमिलनाडु के समुद्र तटीय कलापक्कम स्थान पर भारत एक द्रुत प्रजनक शोध रिएक्टर को विकसित कर रहा है।

आगे के खण्ड में आपको नाभिकीय रिएक्टर पर विशेष किन्तु संक्षिप्त जानकारी दी जाएगी।

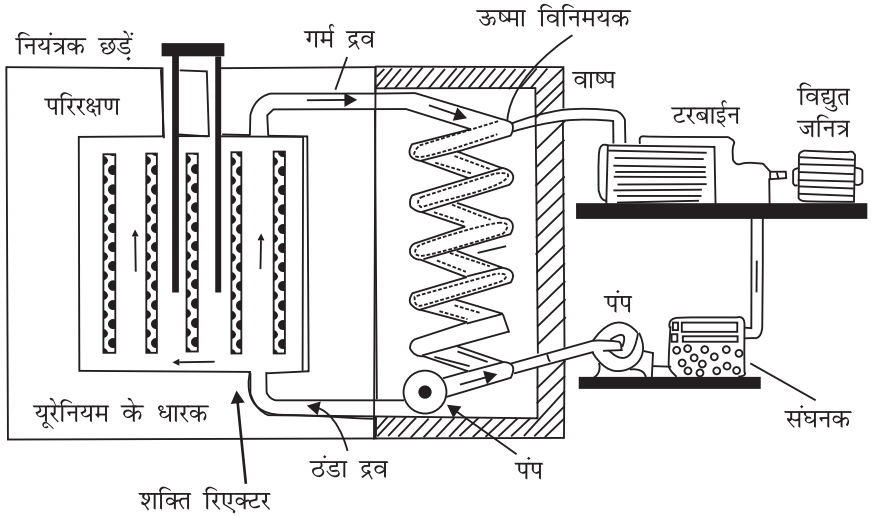
27.3 नाभिकीय रिएक्टर

शिकागो विश्वविद्यालय (संयुक्त राष्ट्र अमेरिका) में फर्मी एवं उसके सहयोगियों द्वारा जब सर्वप्रथम नाभिकीय रिएक्टर का निर्माण किया गया तब से आज तक पूरे विश्व में ऊर्जा-आपूर्ति के प्रयास

में बहुत बड़ी संख्या में नाभिकीय रिएक्टरों का निर्माण हो चुका है। कुछ देशों में तो लगभग 70% बिजली का उत्पादन न्यूक्लियर रिएक्टरों द्वारा होता है, भारत में नाभिकीय शक्ति का प्रयोग मात्र 3% ही है परंतु प्रयास किए जा रहे हैं कि इसका योगदान और बढ़ाया जा सके। ठीक-ठीक आंकड़ों में व्यक्त किया जाये तो हम भारत में 20,000 MW विद्युत-शक्ति नाभिकीय रिएक्टरों द्वारा उत्पन्न करते हैं।

नाभिकीय रिएक्टरों की विशाल जटिल संरचना होती है तथा इसके डिज़ाइन में काफी सावधानी और सतर्कता की जरूरत होती है। सैद्धान्तिक रूप से न्यूक्लियर रिएक्टर और विद्युत (पावर) संयंत्र में समरूपता होती है। नाभिक विखण्डन से उत्पन्न तापीय ऊर्जा को किसी शीतलक जैसे कि जल को ईंधन से प्रवाहित करके अधिक दाब और ताप पर वाष्प में बदला जाता है। (तापीय विद्युत संयंत्र में भी कोयले को ईंधन के रूप में जलाकर वाष्प उत्पन्न की जाती है जिससे विद्युत पैदा करने वाले टरबाइन संचालित होते हैं। चूंकि एक बार की विखण्डन की अभिक्रिया में जो ऊर्जा उत्पन्न होती है वह कोयले को जलाने से उत्पन्न ऊर्जा से 7×10^5 गुना अधिक होती है। नाभिकीय ऊर्जा के प्रयोग द्वारा ग्रीन हाउस गैसों के उत्सर्जन में अभूतपूर्व कमी लाई जा सकती है। यद्यपि नाभिक ऊर्जा शक्ति के संयंत्र के संचालन एवं निर्माण में राजनैतिक एवं सामाजिक परिप्रेक्ष्य में कुछ जटिल समस्याओं को, जिनका वैश्विक स्तर पर भी प्रभाव पड़ता है, सुलझाना या सामंजस्य स्थापित करना अनिवार्य होता है, इन्हीं सब समस्याओं के परिप्रेक्ष्य में हमारी राष्ट्रीय नीति ऊर्जा विकल्पों में नाभिकीय ऊर्जा का क्या स्थान होगा, इस पर अन्तिम निर्णय करेगी।

विद्युत शक्ति उत्पादन में न्यूक्लियर रिएक्टर से प्राप्त ऊर्जा को वाष्प बनाने में प्रयुक्त करते हैं। इस भाप को जनरेटर का टरबाइन चलाने में प्रयोग करते हैं। परन्तु शोधकार्य के लिए प्रयुक्त न्यूक्लियर रिएक्टर में बनी ऊष्मा को समीपस्थ नदी अथवा समुद्र के जल में छोड़ा जाता है। मुम्बई स्थित भाभा एटॉमिक रिसर्च सेन्टर तथा कलपक्कम स्थित इन्दिरा गाँधी रिसर्च सेन्टर, दोनों स्थानों में क्रमशः अरब सागर एवं बंगाल की खाड़ी में ऊष्मा को छोड़ दिया जाता है।



चित्र 27.5 : नाभिकीय रिएक्टर का व्यवस्थात्मक आरेख

किसी रिएक्टर के सामान्य लक्षणों को चित्र 27.5 में दर्शाया गया है। सभी नाभिकीय रिएक्टरों में निम्नलिखित घटक होते हैं:

- **रिएक्टर** : यह वह आन्तरिक भाग है जहाँ नाभिकीय विखण्डन की अभिक्रिया सम्पन्न होती रहती है। इससे ऊर्जा मुक्त होती है। इसके अन्दर ईंधन छड़ें ग्रेफाइट के बने मन्दक में जड़ी रहता हैं तथा नियंत्रक छड़ें होती हैं। इन नियंत्रक छड़ों द्वारा श्रृंखला अभिक्रिया को एक निर्धारित स्तर पर कायम रखा जाता है। नियंत्रक छड़ों में केडमियम या बोरॉन का प्रयोग किया जाता है।
- शीतलक को विखंडन से प्राप्त ऊर्जा को अवशोषित करने के लिए संचारित किया जाता है। सामान्यत:, भारी जल या सामान्य जल का प्रयोग शीतलक के रुप में किया जाता है
- **एक रिफ्लेक्टर (परावर्तक)** होता है जो क्रोड के बगल में रखा रहता है। इसका मुख्य उद्देश्य क्रोड से न्यूट्रॉनों का रिसाव रोकना होता है।
- **प्रेशर-वेहसल:** यह एक विशेष प्रकार का पात्र होता है जिसके अन्दर रिएक्टर की संपूर्ण असेम्बली रखी जाती है। कुछ इंच मोटी परत वाली स्टेनलेस स्टील का प्रयोग इस प्रेशर वेहसल में होता है।
- **परिरक्षक (शील्ड):** रिएक्टर क्रोड से निकलने वाली रेडियोधर्मी विकिरणों से वैज्ञानिकों एवं सहयोगियों को सुरक्षा कवच के रूप में एक मोटी कंक्रीट की दीवार रिएक्टर की पूरी संरचना (असेम्बली) के चारो ओर बनाई जाती है ओर उसे सीसे (लेड) की पर्त से आच्छादित कर दिया जाता है।
- रिएक्टर भवन: सम्पूर्ण नाभिकीय रिएक्टर को अपनी संरचनात्मक (एसेम्बली यूनिट के साथ एक ऐसे भवन में स्थापित किया जाता है जो पूर्णत: वायुरुद्ध (एयर टाइट) हो तथा वहाँ दबाव सामान्य वातावरणीय दाब से कम रखा जाता है ताकि पूरी तरह एयर टाइट रहे।

ऊष्मा, जो रिएक्टर क्रोड भवन में विखण्डन अभिक्रिया से उत्पन्न होती है, उसे बाहर निकालने के लिए किसी शीतलक (कूलेंट) की आवश्यकता होती है जिसे चित्र में दर्शाए अनुसार संचारित किया जाता है। तप्त कूलेन्ट को एक तापीय विनिमयक (हीट एक्सचेंज) से संचारित किया जाता है जहाँ तप्त शीतलक अपना ताप ठंडे जल को प्रदान करता है और इससे पानी की वाष्प बनती है। इस वाष्प का प्रयोग टरबाइन-जनरेटर को संचालित करने के लिए किया जाता है। टरबाइन को चलाने के पश्चात भाप पुन: संघनक (कन्डेन्सर) में आती है और पुन: जल में परिवर्तित हो जाती है। यह जल पुन: ऊष्मा विनिमायक में चला जाता है।

पाठगत प्रश्न 27.2

1. $^{238}_{92}U$ यूरेनियम का नाभिक एक न्यूट्रोन को अवशोषित करने के पश्चात् β–सक्रिय क्यों हो जाता है?
2. निम्नलिखित में से कौन-सा नाभिक विखण्डनीय है– $^{238}_{92}U$, ^{141}Ba, ^{239}Pu, और $^{12}_{6}C$
3. जब $^{235}_{92}U$ के विखण्डन में कितनी ऊर्जा मुक्त होती है?

27.3 नाभिकीय संलयन

अब आप जानते हैं कि यूरेनियम के नाभिक को हलके नाभिकों में पृथक किया जा सकता है और ऐसा करने में भारी मात्रा में ऊर्जा मुक्त होती है। अब आप पूछ सकते हैं: यदि हम हल्के नाभिकों को मिला दें तो क्या ऊर्जा उत्पन्न होगी? इस प्रश्न के उत्तर को ढूंढ़ने के लिए आइए हम प्रति न्यूक्लिआन बंधन ऊर्जा (BE/A) वक्र (चित्र 26.2) का अवलोकन करें। आप पाएंगे कि जैसे-जैसे हम हाइड्रोजन से हीलियम तत्व की ओर बढ़ेंगे प्रति न्यूक्लिओन बंधन ऊर्जा में भी वृद्धि होती जाएगी। इसका मतलब यह हुआ कि हाइड्रोजन की अपेक्षा हीलियम अधिक स्थिर है। अब निम्नलिखित समीकरण पर ध्यान दें–

$$^{2}_{1}D + ^{2}_{1}D \rightarrow ^{4}_{2}He + Q$$

आप बड़ी आसानी से अभिकारकों एवम् उत्पादों के बंधन ऊर्जा का अवकलन कर सकते हैं:

अभिकारकों की कुल बंधन ऊर्जा $BE_1 = 2 \times 2.22 = 4.44 MeV$

उत्पादों की कुल बंधन ऊर्जा $BE_2 = 28.295\ MeV$

$$Q = (BE_2 - BE_1) \simeq 24 MeV$$

ध्यान दें कि इस अभिक्रिया में प्रति न्यूक्लिओन मुक्त ऊर्जा $24/4 = 6 MeV$ है, जो नाभिकीय विखण्डन अभिक्रिया से उत्पन्न ऊर्जा $(200/238 = 0.83\ MeV)$ का लगभग 7 गुना है।

वह प्रक्रिया जिसमें दो हल्के नाभिक परस्पर मिलकर अर्थात् संलयित होकर एक भारी नाभिक का निर्माण करते हैं, नाभिकीय संलयन कहलाती है।

नाभिकीय संलयन प्रक्रिया अपने आपको अधिक उपयुक्त संभावित ऊर्जा विकल्प के रूप में प्रस्तुत करती है। यह बात अलग है कि नाभिकीय संलयन की अभिक्रिया को कार्यान्वित करना नाभिकीय विखण्डन की अभिक्रिया के मुकाबले ज्यादा कठिन है। इसका प्रमुख कारण दोनों ड्यूट्रॉनों का धनावेशित होना है। इसलिए संलयन प्रक्रिया में पास आकर मिलने की जगह वे प्रत्याकर्षित हो जाते हैं। प्रत्याकर्षण इतना प्रबल होता है कि अभिक्रिया होना साधारणतया असंभव सा लगता है।

इस अभिक्रिया को संभव बनाने के लिए ड्यूट्रॉनों को लगभग 10 मिलियन केल्विन ताप तक तापित किया जाता है जिसके कारण उसकी गतिज ऊर्जा इतनी अधिक बढ़ जाती है कि ड्यूट्रॉन के नाभिक उस प्रत्याकर्षण बल को लांघकर हीलियम के नाभिक में संलयित हो जाते हैं। परन्तु इतने अधिक-ताप को निरंतर बनाए रखना तथा अभिकारकों को साथ रखने की समस्या आज तक बनी हुई है। अब वह समय दूर नहीं रहा जब इस ऊर्जा स्रोत के दोहन के लिए नियंत्रित ताप नाभिकीय अभिक्रिया को संपन्न करना संभव हो पाएगा।

ड्यूटारियम (भारी हाइड्रोजन) के लगभग अक्षय भण्डार समुद्र में विद्यमान हैं। यदि एक बार इस स्रोत का दोहन शुरू कर दें तो ऊर्जा की समस्या का स्थायी समाधान मिल जाएगा। इससे हम कम लागत में बिजली की असीमित आपूर्ति प्राप्त कर सकेंगे और वह भी बिना किसी प्रदूषण की समस्या के। ऐसा इसलिए है क्योंकि एक ग्राम ड्यूटीरियम 100,000 kwh की ऊर्जा देता है।

27.3.1 सूर्य और तारों में ऊर्जा

हमारे सूर्य के समान तारों का द्रव्यमान बहुत अधिक होता है। वे पिछले अरबों वर्षों से लगातार असीमित ऊर्जा का उत्सर्जन करते आ रहे हैं।

इतनी विशाल ऊर्जा पारंपरिक ईंधन जैसे कि कोयले के जलाने से कभी भी प्राप्त नहीं की जा सकती। नाभिकीय विखण्डन की अभिक्रिया भी इतनी ऊर्जा उत्पन्न नहीं कर सकती क्योंकि सूर्य में भारी तत्व अधिक मात्रा में नहीं पाए जाते। सूर्य में प्रमुख रूप से हाइड्रोजन और हीलियम गैस होती हैं। तब आप यह जानना चाहेंगे कि सूर्य में ऊर्जा का कौन सा स्रोत है? यह प्रश्न मानव मस्तिष्क में सदियों से उठता रहा है। बपचन में आपने भी निम्न शिशु गीत को याद करते समय आकाश को निहारा होगा: ट्विन्कल ट्विन्कल लिटिल स्टार, हाऊ आई वन्डर व्हाट यू आर।

आप जानते होंगे कि अपने विशाल द्रव्यमान के कारण सूर्य बहुत शक्तिशाली गुरुत्वाकर्षण क्षेत्र उत्पन्न करता है। यह प्रबल क्षेत्र सूर्य के घटक गैसों को बहुत अधिक दबाव से सम्पीड़ित करता है। परिणामस्वरूप, सूर्य के केन्द्र में ताप करोड़ों केल्विन तक जा पहुँचता है। अनुमान लगाया जाता है कि सूर्य के केन्द्र में विद्यमान ताप लगभग दो करोड़ (20 मिलियन) केल्विन के बराबर होता है। इतने उच्च दबाव एवम् ताप पर गैस के अणु बड़ी उच्च चाल से गतिमान होकर आपस में टकराते हैं जिससे ताप-नाभिकीय अभिक्रिया प्रारंभ हो जाती है और विशाल मात्रा में ऊर्जा मुक्त होती है।

बेथे ने यह प्रस्तावित किया कि हाइड्रोजन नाभिकों का हीलियम में संलयन ही तारों में ऊर्जा के उत्पादन के लिए उत्तरदायी होता है:

$$4\,{}^{1}_{1}\mathrm{H} \rightarrow {}^{4}_{2}\mathrm{He} + 2\,{}^{0}_{+1}e + Q$$

अर्थात् संपूर्ण संलयन की अभिक्रिया में चार हाइड्रोजन के नाभिक हीलियम के नाभिक में संलयित हो जाते हैं, साथ ही दो पॉजिट्रॉनों (इलेक्ट्रॉन जैसे सूक्ष्म कण जिनका द्रव्यमान इलेक्ट्रॉन के बराबर किन्तु आवेश धनात्मक होता है) के मुक्त होने के साथ 26.8 MeV की ऊर्जा भी मुक्त होती है। एक ताप-नाभिकीय अभिक्रिया में विपुल परिणाम में मुक्त होने वाली ऊर्जा ही तारों में ऊर्जा स्रोत का कार्य करती है। अनुमान के अनुसार सूर्य में विद्यमान हाइड्रोजन अभी इतनी मात्रा में उपलब्ध है कि वह सूर्य को 8 अरब वर्षों तक प्रकाशमान रख सकती है।

पाठगत प्रश्न 27.3

1. ${}^{235}_{92}\mathrm{U}^{5}$ यूरेनियम के एक नाभिक के विखण्डन से 200 MeV ऊर्जा मुक्त होती है और 4 प्रोटोनों के संलयन (फ्यूज़न) से 26.8 MeV ऊर्जा निकलती है। इन दोनों में से कौन-सी अभिक्रिया में प्रति इकाई द्रव्यमान (पर यूनिट मास) अधिक ऊर्जा निकलती है?

2. निम्नलिखित अभिक्रियाओं पर विचार कीजिए।

   (*a*) ${}^{1}_{1}\mathrm{H} + {}^{7}_{3}\mathrm{Li} \rightarrow {}^{4}_{2}\mathrm{He} + Q$.

(b) ${}^{2}_{1}H + {}^{2}_{1}H \rightarrow {}^{3}_{1}H + {}^{1}_{1}H + 4MeV.$

प्रथम अभिक्रिया में Q का मान और द्वितीय अभिक्रिया में ट्रीशियम का द्रव्यमान ज्ञात कीजिए।

दिया हुआ है कि $m\left({}^{2}_{1}H\right) = 2.014103u, m\left({}^{4}_{2}H\right) = 4.002604u, m\left({}^{1}_{1}H\right) = 1.007825u$ और

$m\left({}^{7}_{3}Li\right) = 7.015982u.$

27.4 नाभिकीय ऊर्जा

हमारी सभी आर्थिक गतिविधियों के लिए हमें ऊर्जा की आवश्यकता होती है। प्रति-व्यक्ति खपत की जाने वाली ऊर्जा की मात्रा किसी भी देश की प्रगति की परिचायक है। 2007 की यूनेस्को रिपोर्ट में दिए गए एक अनुमान के अनुसार हम हमारी धरती माता द्वारा पैदा किए जाने वाले भोजन, पानी और ऊर्जा से 40% अधिक मात्रा में उपभोग कर रहे हैं। वस्तुत: मानव समाज लगातार ऊर्जा की सुरक्षात्मक एवं विश्वसनीय उपलब्धता के बारे से कोशिशें करता रहा है और इसीलिए नए-नए ऊर्जा स्रोतों की खोज करता रहा है। अत्यधिक खपत एवं ऊर्जा के प्रयोग से हमारे पारंपरिक ऊर्जा स्रोत घटते रहे हैं और हो सकता है आनेवाले 100 वर्षों में पूर्णत: समाप्त हो जाएं। नाभिकीय ऊर्जा शायद आगामी भविष्य की जरूरतों को पूरा कर सकने का एक महत्वपूर्ण विकल्प सिद्ध होगा जिसे हम शान्तिपूर्ण अनुप्रयोगों में लगा सकते हैं। आइए इस पर चर्चा करें।

27.4.1 शान्तिपूर्ण अनुप्रयोग

नाभिकीय ऊर्जा का सर्वश्रेष्ठ अनुप्रयोग विद्युत-शक्ति के उत्पादन में होता है। नाभिकीय शक्ति संयंत्र के अनेकों लाभों में से प्रमुख लाभ यह है कि इस संयंत्र में किसी भी तापीय-विद्युत उत्पादक संयंत्र में लगने वाले पारंपरिक ईंधन जैसे किसी इंधन की आवश्यकता नहीं होती है। दूसरा लाभ यह है कि अन्य संयंत्रों में जहाँ पारंपरिक ईंधन जैसे गैस या कोयले का प्रयोग होता है जिससे उत्पन्न धुआं एवं राख पर्यावरण को बहुत अधिक प्रदूषित करते हैं, इन नाभिकीय ऊर्जा संयंत्रों में न धुआँ और न राख उत्पन्न होता है। अत: बिजली शक्ति उत्पादन पूर्णत: प्रदूषण रहित होता है। जो ईंधन परमाणु भट्टी (रिएक्टर) में प्रयुक्त होता है उसे एक बार भट्टी में डाल दिया जाए तो लगातार छ: महीनों तक ऊर्जा उत्पादन होती रहती है। इसी विशेषता के कारण नाभिकीय ऊर्जा संयंत्रों का अनुप्रयोग बड़े-बड़े समुद्री जहाजों एवं पनडुब्बियों को विद्युत शक्ति प्रदान कने के लिए होता है।

परमाणु भट्टी (रिएक्टर) में प्रयोग के बाद बचा ईंधन काफी रेडियोधर्मी हो जाता है क्योंकि इसमें बहुत मात्रा में रेडियोआइसोटोप्स मौजूद होते हैं। भारत में अवशिष्ट ईंधन के पुन: प्रयोग के लिए शोधन की तकनीक विकसित हो चुकी है। इस शोधन की तकनीक से प्रयुक्त ईंध न के अवशेष से अनेक रेडियो आइसोटोप्स निकाल लिए जाते हैं जिनका अनुप्रयोग विभिन्न क्षेत्रों जैसे कृषि, औषधि, उद्योग एवं शोधकार्य (रिसर्च) में होता है। रेडियो एक्टिव कचरा को उचित और सुरक्षित तरीके से निष्कासित किया जाता है। इन रेडियाधर्मी टुकड़ों से विकिरण के प्रसार को इधर-उधर खुली जगह या जल में जाने से रोकने के लिए इन्हें भारी मोटी परत

वाली स्टील केस में बन्द करके या तो नमक की गहरी खदानों में या जमीन की काफी गहराई में गाड़ दिया जाता है। परमाणु ऊर्जा के हानिकारक या कहें विध्वंसकारक क्षमता एवं प्रभाव ने तीव्र प्रतिरोध एवं विवाद खड़े किए। इसका नमूना 6 अगस्त 1945 में देखने को मिल चुका है। परमाणु बम को जापान देश के हिरोशिमा में गिराने से बहुत कम समय में हजारों-लाखों लोगों की मृत्यु हो गई। इसके कुछ वर्षों पश्चात इससे भी अधिक विनाशकारी हाइड्रोजन एवं नाइट्रोजन बम तैयार कर लिए गए जो इस समूचे पृथ्वी को अनेक बार विनष्ट करने की क्षमता रखते हैं।

भारत में नाभिकीय शक्ति

भारत को स्वतंत्रता मिलने के कुछ ही वर्षों बाद डा. होमी जहाँगीर भाभा (एच.जे. भाभा) ने सर्वप्रथम नाभिकीय ऊर्जा को सार्वजनिक उपयोग में लाने की संभावना की पहचान एवं पहल की। उन्होंने देश की परमाणु शक्ति की आवश्यकताओं की आपूर्ति को ध्यान में रखते हुए, एक त्रिचरणीय विकास की योजना रूपरेखा तैयार की। ये तीन चरण हैं:

- बिजली को उत्पादित करने के लिए प्राकृतिक यूरेनियम का ईंधन के रूप में उपयोग करके दाबित भारी जलरिएक्टरों का निर्माण जिनसे प्लूटोनियम एक उप उत्पाद के रूप में प्राप्त होता है।
- प्लूटोनियम के दहन से तीव्र प्रजनक रिएक्टर स्थापित करना और इस तरह थोरियम से U-233 प्राप्त करना
- उपरोक्त द्वितीय चरण में और विकास लाते हुए अधिक से अधिक विखण्डनीय पदार्थों का ब्रीडर रिएक्टर में उत्पादन।

भारत में नाभिक शक्ति का उत्पादन वाणिज्यिक रूप में, 14 छोटे रिएक्टरों तथा 1 मध्य आकार के रिएक्टर द्वारा किया जा रहा है। इसके अलावा 8 रिएक्टर अभी निर्माण की प्रक्रिया में हैं तथा और भी रिएक्टरों के निर्माण की योजना चल रही है। अब तक जो नाभिकीय ऊर्जा विकसित हुई है उससे 2×10^{10}kWh की बिजली मिल रही है जो कुल उपलब्ध क्षमता का मात्र 3% ही है।

सरकारी नीति के अनुसार 2020 तक 20GWe की नाभिकीय क्षमता प्राप्त करना है और 2050 तक नाभिकीय ऊर्जा के योगदान को 3% से बढ़ाकर 25% तक लाने की योजना है।

पाठगत प्रश्न 27.4

1. भारत में किस प्रकार के रिएक्टर विद्युत उत्पादन के लिए प्रयोग में लाए जा रहे हैं?
2. एक परमाणु बम में $^{235}_{92}U$ का कितनी मात्रा में विखण्डन होता है जिससे 20,000 टन TNT के समतुल्य ऊर्जा का विस्फोट हो? (दिया गया है कि 1 g TNT लगभग 1000 कैलोरी ऊष्मा देता है।

27.4.2 नाभिकीय विकिरण के खतरे एवं सुरक्षा-उपाय

सजीव एवं निर्जीव पदार्थ, जो हमारे चारों ओर के परिवेश में व्याप्त हैं, उनसे ही हमारे पर्यावरण का निर्माण होता है। हमारे इस पर्यावरण में पेड़-पौधे, जीव-जन्तुओं, जलीय जीव तथा मानव जीवन के बीच एक नाजुक संतुलन करोड़ों वर्षों से बना हुआ है। अब इस संतुलन के बिगड़ने का खतरा उत्पन्न हो गया है। बहुत से कारणों के बीच सबसे बड़ा खतरा बढ़ता हुआ प्रदूषण है। पर्यावरण में विद्यमान प्रदूषण के कारकों में सबसे खतरनाक कारक जिसका दीर्घकालीन दुष्प्रभाव जैविक जगत में हो सकता है वह है नाभिकीय विकिरण। प्रकृति में विद्यमान रेडियोधर्मी खनिजों से उत्सर्जित विकिरण तथा अन्तरिक्ष से आपतित विकिरण तो हमारे पर्यावरण में बहुत पहले से ही व्याप्त हैं। किन्तु इनकी मात्रा में मानव निर्मित स्रोतों से उत्तरोत्तर वृद्धि हो रही है। वर्तमान में नाभिकीय विकिरणों के प्रधान मानव-निर्मित स्रोत हैं :

नाभिकीय परीक्षण, नाभिकीय शोधकार्य के उद्देश्यों के लिए स्थापित किए जा रहे विभिन्न प्रकार की नाभिकीय संरचनाएं, नाभिकीय रिएक्टर, एवं रेडियो समस्थानिकों का बीमारियों के इलाज में व्यापक पैमाने पर प्रयोग।

नाभिकीय विकिरण जीवित कोशिकाओं की जटिल संरचनाओं को आयनीकृत कर उनका विनाश कर देता है। इनसे कैंसरकारी वृद्धि हो सकती है, वंध्यापन आ सकता है खतरनाक त्वचा दाह उत्पन्न हो सकते हैं तथा बीमारियों के प्रति शरीर की प्रतिरोधकता घट सकती है। विकिरण आनुवंशिक प्रक्रिया को, विशेष रुप से अजन्में शिशुओं में, छिन्न-भिन्न कर देता है और अपना दुष्प्रभाव आने वाली पांच पीढ़ियों तक छोड़ जाता है। प्रत्यक्ष दुष्प्रभाव के अलावा नाभिकीय विकिरण का परोक्ष प्रभाव हमारे पेड़-पौधों एवं जलीय प्राणियों पर भी पड़ता है। यह विकिरण वनस्पति, मछलियों एवं जीव-जंतुओं को नष्ट करता है।

नाभिकीय विकिरण द्वारा क्षति, शरीर के खुले हुए अंगों के साथ-साथ विकिरण की ऊर्जा तीव्रता एवं प्रकृति पर भी निर्भर करती है। मानव शरीर के विभिन्न अंगों की विकिरण के गति अलग-अलग संवेदनशीलता होती है। α-कण अपनी उच्च आयनन शक्ति के कारण बहुत क्षतिकारक होते हैं। विभिन्न प्रकार के विकिरणों की क्षतिकारक क्षमता की तुलना उनकी आपेक्षिक जैव प्रभावशीलता (रिलेटिव बायलॉजिकल इफेक्टिवनेस) से की जाती है जिसे आर बी ई गुणक कहते हैं। विभिन्न कणों/किरणों के लिए इन गुणाकों के मान सारणी 27.3 में दिए गए हैं।

प्राकृतिक पदार्थों से उत्पन्न विकिरणों पर तो कोई नियंत्रण नहीं हो सकता। किन्तु वे सभी प्रयास तो किए ही जा सकते हैं जिनसे मानव-निर्मित रेडिएशन के स्रोतोंसे विकिरण को कम किया जा सके। इनमें से कुछ निम्नवत प्रयास हो सकते हैं:

- नाभिकीय विस्फोटों को टालना
- रेडियो आइसोटोप्स के उत्पादन में कमी लाना
- कारखानों के कचरों में जिनमें रेडियोधर्मी न्युक्लिआइडों के सूक्ष्म अंश हों, उनका निष्पादन अत्यन्त सावधानी से करना।

सारणी 27.2 : कुछ हल्के नाभिकों की प्रति न्युक्लियॉन बंधन ऊर्जा (BE/A)

न्युक्लियॉन	*BE/A*(MeV में)
^{2}D	1.11
^{3}T	2.827
^{3}He	2.573
^{4}He	7.074
^{6}Li	5.332
^{7}Li	6.541

- नाभिकीय चिकित्सा की दवाएं, और रेडिएशन द्वारा उपचार तभी करना चाहिए जब और कोई विकल्प ही नहीं बचा हो और इसकी मात्रा भी उचित विचार-विमर्श के बाद ही सुनिश्चित करना चाहिये।

आपने क्या सीखा

- रासायनिक अभिक्रिया में संयोजी इलेक्ट्रोन भाग लेते हैं और इस अभिक्रिया में सम्मिलित ऊर्जा 10 eV कोटि की होती है।
- नाभिकीय अभिक्रिया में नाभिकीय कणों द्वारा अन्योन्यक्रिया (इन्टरएक्शन) से नए तत्व का निर्माण होता है।
- नाभिकीय अभिक्रिया में सम्मिलित ऊर्जा MeV कोटि की होती है।
- नाभिकीय अभिक्रिया में परमाणु संख्या, द्रव्यमान संख्या और आवेश संरक्षित रहते हैं।
- जब किसी भारी नाभिक (जैसे यूरेनियम) पर धीमी गति के न्यूट्रॉनों द्वारा बमबारी कराई जाती है तो यह भारी नाभिक 2 भागों में विभक्त हो जाता है तथा 2-3 न्यूट्रोन मुक्त होते हैं और इसके साथ-साथ 200MeV शक्ति की ऊर्जा भी मुक्त होती है। इस अभिक्रिया को नाभिकीय विखण्डन कहते हैं।
- ऐसे पदार्थ जो विखण्डन की प्रक्रिया में विखण्डित होते हैं, इन्हें विखण्डनीय पदार्थ कहते हैं। ^{233}Th, ^{233}U, ^{235}U, और ^{239}Pu इसके उदाहरण हैं।
- शृंखला अभिक्रिया तब ही हो पाती है जब एक से अधिक उत्सर्जित न्यूट्रॉन विखण्डन की अभिक्रिया में प्राथमिक विखण्डन को अभिप्रेरित करता हुआ शृंखला की अभिक्रिया को स्वरूप देता है।
- न्यूक्लियर रिएक्टर एक ऐसी युक्ति है जिसके द्वारा नियंत्रित श्रृंखला अभिक्रिया स्वत: स्फूर्ति के साथ चलता रहे।
- नाभिकीय संलयन में दो हल्के नाभिक आपस में घुलमिल कर एक हो जाते हैं।
- नाभिकीय संलयन को उत्पन्न करने के लिए अभिकारक नाभिकों को 20 मिलियन (2 करोड़) केल्विन ताप पर तपाया जाता है। इस ताप से नाभिकीय कणों में पर्याप्त गतिज ऊर्जा आ जाती है और ये कूलॉम बेरियर को आसानी से पार कर लेते हैं।
- तारों में ऊर्जा उत्पादन नाभिकीय संलयन अभिक्रिया द्वारा होता है।
- हाइड्रोजन की जितनी मात्रा की खपत सूर्य में होती है वह लगभग 400×10^6 टन प्रति सेकन्ड के बराबर होती है।
- रेडियो आइसोटोप्स के विभिन्न अनुप्रयोग कृषि, औषधि एवं उद्योग के क्षेत्रों में होते हैं।

पाठान्त प्रश्न

1. नाभिकीय अभिक्रिया किस प्रकार से रासायनिक अभिक्रिया से भिन्नता रखती है?
2. विखण्डन रिएक्टर में मंदक (माडरेटर) और अवशोषक (एब्सोर्बर) के क्या उपयोग हैं?
3. बन्धन ऊर्जा प्रति न्यूक्लिओन तथा द्रव्यमान संख्या ग्राफ के आधार पर नाभिकीय संलयन की अभिक्रिया को समझाइये।
4. नाभिकीय अभिक्रिया क्या है? इस नाभिकीय अभिक्रिया के अन्तर्गत संरक्षण नियमों का अनुपालन होता है उसे स्पष्ट कीजिए। नाभिकीय अभिक्रियाओं के तीन उदाहरण दीजिए।
5. नाभिकीय विखण्डन क्या है? उदाहरण सहित अपने उत्तर पर प्रकाश डालें।
6. कितनी मात्रा (किलोग्राम) में ^{235}U की आवश्यकता होगी जो 100 मेगावाट की शक्ति लगातार 30 दिनों तक उत्पन्न कर सके।
7. भारी हाइड्रोजन में निम्नलिखित संलयन की अभिक्रिया होती है–

   $^{2}_{1}D + ^{2}_{1}D \rightarrow ^{4}_{2}He + 24\ MeV$

   उपरोक्त समीकरण में दर्शाए गए ऊर्जा के उत्पादन के लिए कितनी मात्रा में भारी हाइड्रोजन की आवश्यकता होगी–इसका परिकलन कीजिए।
8. नाभिकीय संलयन क्या है? अपने उत्तर को स्पष्ट करने के लिए नाभिकीय संलयन का एक समीकरण लिखें।
9. सूर्य में ऊर्जा का कौन सा स्रोत है? यह ऊर्जा किस प्रकार उत्पन्न होती है? उदाहरण के द्वारा इस पर प्रकाश डालें।
10. परमाणु रिएक्टर की संरचना का वर्णन कीजिए।
11. निम्नलिखित समीकरण जिस संलयन अभिक्रिया को दर्शा रहा है, उसमें मुक्त होने वाली ऊर्जा का परिकलन करें–

    $3\,(^{4}_{2}He) \rightarrow ^{12}_{6}C$

    दिया है–एक α-कण का द्रव्यमान = 4.00263u.

पाठगत प्रश्नों के उत्तर

27.1

1. a. $^{19}_{9}F + ^{1}_{1}H \rightarrow ^{16}_{8}O + ^{4}_{2}He$; b. $^{27}_{13}AI + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{24}_{11}Na + ^{4}_{2}He$;

c. $^{234}_{90}Th \rightarrow ^{234}_{90}Pa + ^{0}_{-1}e$; d. $^{63}_{29}Cu + ^{2}_{1}D \rightarrow ^{64}_{30}Zn + ^{1}_{0}n$

2. 17.9MeV

3. $^{14}_{7}N + ^{4}_{2}He \rightarrow ^{17}_{8}O + ^{1}_{1}H + 6.5MeV$.

27.2

1. *n/p* के अनुपात में वृद्धि उसके स्वभाविक अनुपात से होने के कारण उसका स्थायित्व घट जाता है। अत: इस अनुपात को घटाने के लिए, क्योंकि तभी स्थायित्व प्राप्त हो सकता है, यह β-कण को उत्सर्जित करता है।

2. 239Pu

3. 200 MeV.

27.3

1. (1) विखंडन में उत्सर्जित होने वाली ऊर्जा 0.84 MeV/u जबकि संलयन में यह 6.7 MeV/u है। इस प्रकार प्रति इकाई द्रव्यमान के लिए उत्सर्जित ऊर्जा संलयन में अधिक है।

2. (*a*) 17.3 MeV, (b) 2.69 MeV.

27.4

1. दाबित भारी जल रिएक्टर 2. लगभग 1 kg

पाठांत प्रश्नों के उत्तर

6. 30.6 kg 7. 146.6 g 11. 7.35 MeV

उच्चतर माध्यमिक पाठ्यक्रम

भौतिकी

विद्यार्थी मूल्याकंन पत्र – 7

अधिकतम अंक : 50 **समय : $1\frac{1}{2}$ घंटा**

निर्देश

- सभी प्रश्नों के उत्तर कागज की पृथक शीट पर दीजिए।
- अपनी उत्तर पुस्तिका पर निम्नलिखित सूचनाएं दीजिए
  - नाम
  - पंजीयन संख्या
  - विषय
  - मूल्यांकन पत्र संख्या
  - पता
- अपने मूल्यांकन पत्र का मूल्यांकन अपने अध्ययन केन्द्र के विषयाध्यापक से करायें ताकि आपको उनसे अपने कार्य के संबंध में धनात्मक प्रतिक्रिया प्राप्त हो सके।

1. हाइड्रोजन परमाणु की प्रथम एवं द्वितीय कक्षाओं की ऊर्जाओं में क्या अनुपात होता है? (1)
2. 1 eV को जूल में व्यक्त कीजिए। (1)
3 1 u को किलोग्राम में व्यक्त कीजिए। (1)
4. द्रव्य की तरंग प्रकृति हमारे दैनंदिन प्रेक्षणों में व्यक्त क्यों नहीं होती? (1)
5. जब किसी रेडियोएक्टिव पदार्थ का द्रव्यमान कम होता है तो उसकी औसत आयु पर क्या प्रभाव पड़ता है? (1)
6. नाभिकीय विखंडन अभिक्रिया में मंदक की क्या भूमिका होती है? (1)
7. आपाती विकिरणों का तरंगदैर्ध्य बढ़ाने से फोटो इलक्ट्रॉनों के वेग में क्या परिवर्तन होता है? (1)
8. समस्थानिक एवं समभारिकों में विभेद कीजिए। (1)
9. 200V के विभवान्तर पर त्वरित किसी इलेक्ट्रॉन का द ब्रॉग्ली तरंगदैर्ध्य ज्ञात कीजिए। (2)
10. उदाहरण देकर रासायनिक एवं नाभिकीय अभिक्रियाओं में अन्तर कीजिए। (2)
11. बोर के हाइड्रोजन परमाणु संबंधी सिद्धान्त के अभिगृहीत लिखिए। (2)

12. दर्शाइए कि किसी नाभिक का घनत्व उसकी द्रव्यमान संख्या पर निर्भर नहीं करता है। (2)

13. किसी रेडियोएक्टिव पदार्थ की अधार्यु एवं औसत आयु में अन्तर लिखिए। उस रेडियोएक्टिव पदार्थ की अर्ध-आयु बताइये जो 16 दिन में अपने प्रारंभिक द्रव्यमान का $\frac{1}{8}$ रह जाता है। (4)

14. ''किसी मूल कण के आवेश (e) अथवा द्रव्यमान की तुलना में इसका विशिष्ट आवेश $\left(\frac{e}{m}\right)$ अधिक महत्वपूर्ण भौतिक राशि होती है।'' इस कथन के समर्थन में उदाहरण दीजिए। (4)

15. निम्नलिखित नाभिकीय अभिक्रियाओं के समीकरण लिखिए:

(a) $^{286}_{88}Ra$ का अल्फा-क्षय

मॉड्यूल - 8
अर्द्धचालक युक्तियाँ एवं संचार

28 अर्द्धचालक एवं अर्द्धचालक युक्तियाँ

29 अर्द्धचालक युक्तियों के अनुप्रयोग

30 संचार तंत्र

28

अर्द्धचालक एवं अर्द्धचालक युक्तियाँ

जब से आदमी ने गुफाओं से निकलकर सभ्यताओं का निर्माण किया उसकी आरामदायक जीवन की इच्छा भी लगातार प्रबल होती गयी है। आग एवं पहिये के आविष्कार मानव इतिहास में निर्णायक मोड़ सिद्ध हुए। सम्भवत: अगला बड़ा परिवर्तन 'धूसर क्रांति' के रूप में हुआ जिसने संचार आवागमन के साथ जीवन-शैली को ही बदल दिया। अपने घर में बैठे ही हम अपने प्रियजनों से महासागरों एवं महाद्वीपों के पार वीडियो कॉन्फ्रेन्सिंग द्वारा जुड़ सकते हैं।

इस सबको संभव बनाने के लिए ठोस इलेक्ट्रॉनिकी युक्तियों ने महत्वपूर्ण भूमिका निभाई है। इलेक्ट्रॉनिकी विज्ञान एवं प्रौद्योगिकी की वह शाखा है, जिसमें कुछ विशिष्ट कार्यों को करने के लिए इलेक्ट्रॉनों की गति को समायोजित किया जाता है। वैज्ञानिको ने पदार्थों की वैद्युत प्रकृति का अध्ययन किया है और ऊर्जा बैंडों की अवधारणा का विकास किया है, जिसके पदों में ठोसों का चालकों, अर्द्ध चालकों एवं विद्युतरोधियों में वर्गीकृत किया जा सकता है। इलेक्ट्रॉनिकी युक्तियों के विकास के लिए प्राय: अर्द्ध चालक उपयोग में लाए जाते हैं। सिलिकन एवं जर्मेनियम सर्वाधिक प्रचलित अर्द्धचालक पदार्थ हैं। सामान्यत: एक अर्द्धचालक की चालकता का मान धातुओं एवं अचालाकों की चालकताओं के मध्य में कहीं होता है। परम शून्य (Absolute zero) ताप पर अर्द्धचालक पूर्णतया अचालक की तरह ही व्यवहार करता है। अर्द्धचालक की चालकता कुछ विशेष अशुद्धियों के अपमिश्रण से अत्यंत प्रभावित होती हैं। अपमिश्रित किए जाने वाले इन तत्वों को ***डोपेंट*** कहते हैं।

इस अध्याय में आप विभिन्न प्रकार के अर्द्धचालक, उनके व्यवहार तथा उनसे निर्मित युक्तियों यथा जेनर डायोड, सौर सेल, फोटो डायोड, प्रकाश उत्सर्जक डायोड तथा ट्रांजिस्टर इत्यादि के बारे में पढ़ेंगे। इस अध्याय में आप जेनर डायोड, प्रकाश उत्सर्जक डायोड, फोटो डायोड एवं सौर सेल के I-V अभिलाक्षणिक वक्र खींचने के विषय में भी अध्ययन करेंगे।

उद्देश्य

इस पाठ के अध्ययन के बाद आप:

- ऊर्जा बैंड क्या हैं और वे किस प्रकार चालकों, कुचालकों और अर्द्ध चालकों का वर्गीकरण करने हेतु प्रयुक्त किए जा सकते हैं, की व्याख्या कर पाएंगे;

- (i) नैज (शुद्ध) एवं बाह्य एवं (ii) n-प्रकार तथा p-प्रकार के अर्द्धचालकों में विभेद कर सकेंगे;
- p–n संधि डायोड में अवक्षय-क्षेत्र तथा विभव-प्राचीर की संरचना समझा पाएंगे;
- p–n संधि डायोड की अग्र एवं उत्क्रम अभिनतियों में I-V अभिलाक्षणिक वक्र का आरेख बना पाएंगे;
- विभिन्न प्रकार के डायोड-जेनर डायोड, प्रकाश उत्सर्जक डायोड, फोटो डायोड और सौर सेल और उनके I-V अभिलाक्षणिक वक्रों के विषय में समझा पाएंगे।
- ट्रांजिस्टर की कार्य-विधि का वर्णन कर सकेंगे;
- ट्रांजिस्टर के विभिन्न क्षेत्रों के आकार, कार्य एवं अपमिश्रण का उन पर प्रभाव बता पाएंगे;
- $p-n-p$ तथा $n-p-n$ ट्रांजिस्टरों के बीच अन्तर बता सकेंगे;
- विभिन्न विन्यास अथवा व्यवस्थायें जिनमें ट्रांजिस्टर को जोड़ा जा सकता है तथा उनके निवेशी एवं निर्गम अभिलक्षण की व्याख्या कर पाएंगे तथा
- निवेश/निर्गम प्रतिरोध, उपयोगों तथा अनुप्रयोगों के आधार पर ट्रांजिस्टर के विभिन्न विन्यासों की तुलना कर सकेंगे।

28.1 ठोसों में ऊर्जा बैंड

परमाणु की संरचना का अध्ययन करते समय आपने सीखा था कि एक विलगित परमाणु में इलेक्ट्रॉन कुछ विविक्त, सुपरिभाषित ऊर्जा अवस्थाओं में विद्यमान रहते हैं। जब दो परमाणु स्थाई संरचना निर्मित करने के लिए एक-दूसरे के पास आते हैं और उनके बीच की दूरी (x) उनके व्यास (d) से कम होने लगती है तो ये ऊर्जा अवस्थाएं एक-दूसरे पर अध्यारोपित होने की ओर प्रवृत्त होती हैं, जो कि पाऊली के अपवर्जन नियम के कारण वर्जित होता है। अत: ये ऊर्जा अवस्थाएं परिवर्धित हो जाती हैं और प्रत्येक अन्योन्यक्रियाकारी ऊर्जा अवस्था के संगत दो अलग-अलग ऊर्जा अवस्थाएं निर्मित हो जाती हैं। एक अवस्था सामान्य ऊर्जा अवस्था से थोड़ी कम हो जाती है, जिसे बंधकारी अवस्था कहते हैं और दूसरी अवस्था सामान्य ऊर्जा अवस्था से थोड़ी अधिक हो जाती है, जिसे बंध रोधकारी अवस्था कहा जाता है।

ठोसों में परमाणुओं की अत्यंत बड़ी संख्या (प्रारूपिकत: 10^{23} परमाणु प्रति घन सेंटीमीटर) पास-पास आकर क्रिस्टल की रचना करती है। यदि N परमाणु अन्योन्य क्रिया करते हैं तो प्रत्येक ऊर्जा अवस्था के संगत 2N ऊर्जा अवस्थाएं निर्मित हो जाएंगी। ये सभी ऊर्जा अवस्थाएं एक-दूसरे के इतने पास होती हैं ($\Delta E \sim 10^{-23}$ eV) कि व्यावहारिक रूप में हम उनकी अलग-अलग पहचान नहीं कर सकते। ऊर्जा अवस्थाओं का यह सतत प्राय: वितरण, जिनमें अलग-अलग होते हुए भी व्यवहारत: भेद नहीं किया जा सकता, ऊर्जा बैंड कहलाता है।

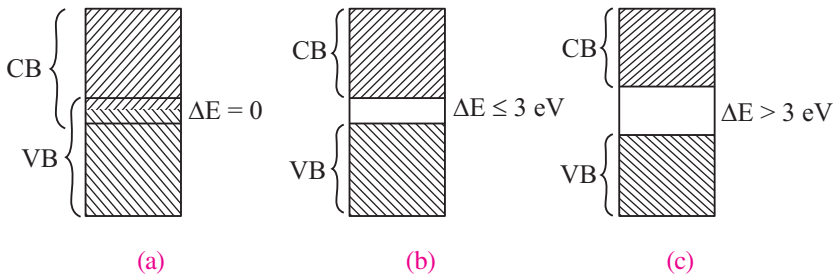
ऊर्जा-अवस्थाओं के बीच अन्योन्यक्रियाओं की यह प्रक्रिया (और परिणामस्वरूप ऊर्जा बैंडों का बनना) बाहरी बिना भरी ऊर्जा अवस्थाओं से शुरू होकर अंदर संयोजकता बैंडों की ओर जाती है। बिना भरी ऊर्जा अवस्थाओं से निर्मित बैंड चालन बैंड कहलाते हैं और फिर भरी

हुई संयोजकता अवस्थाओं से निर्मित बैंड संयोजकता बैंड कहलाते हैं। इन दो बैंडों की साम्य प्राथक्य पर पारस्परिक स्थिति ठोसों की वैद्युत चालकता का निर्धारण करती हैं।

28.1.1 ऊर्जा बैंडों के आधार पर ठोसों का चालकों, अर्द्ध चालकों एवं विद्युत रोधियों में वर्गीकरण

साम्य प्राथक्य पर यदि किसी पदार्थ के चालन बैंड (CB) एवं संयोजकता बैंड (VB) अध्यारोपण करें–जैसा कि धातुओं के प्रकरण में होता है तो पदार्थ चालक होता है (चित्र 28.1a)।

यदि साम्य प्राथक्य पर चालन बैंड पूरी तरह खाली हो। संयोजकता बैंड पूरी तरह भरा हो संयोजकता बैंड के उच्चतम एवं चालन बैंड के निम्नतम स्तर के बीच लघु स्तर के बैंड अंतराल हो, (जिसे वर्जित **ऊर्जा-गैप** कहते हैं) तो पदार्थ अर्द्ध चालक होता है (चित्र 28.1 b)।



चित्र 28.1: ऊर्जा बैंड (a) चालकों, (b) अर्द्ध चालकों (c) विद्युत रोधियों

यदि साम्य प्राथक्य पर CB पूर्णत: खाली हो, VB पूर्णत: भरा हो और उनके बीच विशाल बैंड गैप हो तो पदार्थ विद्युत रोधी होता है (चित्र 28.1c)

28.2 नैज एवं बाह्य अर्द्धचालक

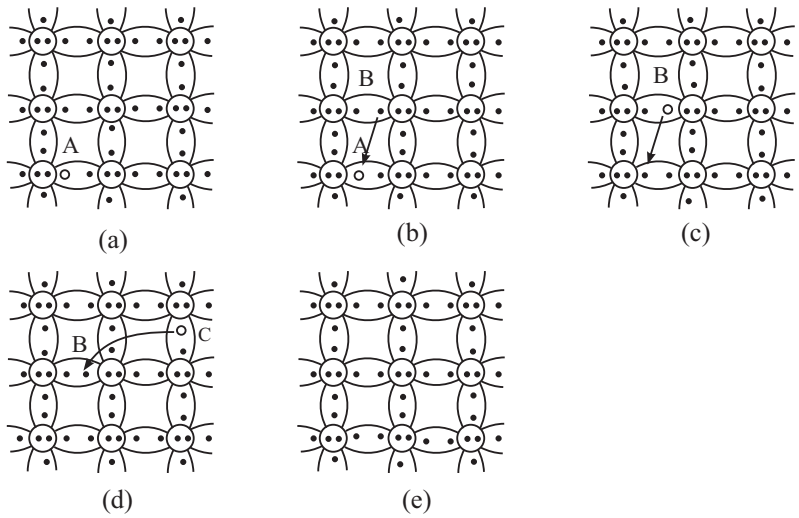
शुद्धता के आधार पर अर्द्धचालकों को नैज (शुद्ध) एवं बाह्य (अशुद्ध) अर्द्धचालकों में वर्गीकृत किया जाता है।

28.2.1 नैज अर्द्धचालक

शुद्ध सिलिकन तथा जर्मोनियम जिनमें कोई अशुद्धि न हो नैज अर्द्धचालक कहलाते हैं। इन तत्वों में इलेक्ट्रॉन क्रिस्टलीय संरचना के अन्तर्गत दृढ़ता के साथ बंधे होते हैं। अर्थात् वे गति के लिये स्वतंत्र नहीं होते। जब शुद्ध सिलिकन को ऊष्मीय ऊर्जा मिल जाती है तो कुछ इलेक्ट्रॉन बंधों से मुक्त हो जाते हैं। प्रत्येक बन्ध के टूटने पर जहाँ एक अवमुक्त इलेक्ट्रॉन प्राप्त होता है तो बन्ध में एक कोटर (होल) भी उत्पन्न हो जाता है। बन्ध में इलेक्ट्रॉन की कमी इलेक्ट्रॉन के बराबर किन्तु धनात्मक आवेश वाले 'कण' के सदृश होती है। इसी रिक्तता को *विवर* (होल) कहते हैं। यहाँ यह ध्यान रखने योग्य है कि इलेक्ट्रॉन तो पूरे क्रिस्टल में भ्रमण के लिये स्वतंत्र होते हैं किन्तु होल केवल एक बंध से दूसरे बंध में ही स्थानान्तरित हो सकते हैं। इलेक्ट्रॉन एवं होल 'स्वतंत्र वाहक' कहलाते हैं तथा इनके प्रवाह से ही धारा उत्पन्न होती है, किन्तु

शुद्ध सिलिकन में इनकी संख्या इतनी कम होती है कि उसकी व्यावहारिक उपयोगिता अत्यन्त सीमित होती है।

ध्यान दें कि नैज अर्द्धचालक में इलेक्ट्रॉन एवं होल सदैव युग्मों में उत्पन्न होते हैं। अतः स्वतंत्र इलेक्ट्रॉनों का ऋणावेश कोटरों के धनावेश के ठीक बराबर होता है। होल का एक बन्ध से दूसरे बन्ध में स्थानांतरण एक इलेक्ट्रॉन के उन्हीं बन्धों के बीच विपरीत दिशा में स्थानान्तरित होने से ही होता है। क्रिस्टल के अन्दर भ्रमण करते हुए अवमुक्त इलेक्ट्रॉन नाभिकों तथा दूसरे अवमुक्त इलेक्ट्रॉनों से लगातार टकराते रहते हैं। इससे उनकी गति यदृच्छ (अनियमित) तथा टेढ़ी-मेढ़ी होती है जो कि गैस में अणुओं की गति से काफी मिलती-जुलती है।

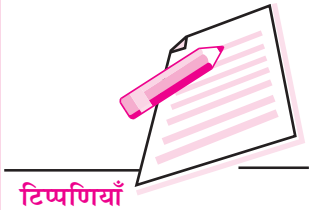


चित्र 28.1: अर्द्धचालक में इलेक्ट्रॉन एवं विवरों (होलों) की गति

चित्र 28.2(a) का अवलोकन करें। बिन्दु A पर इलेक्ट्रॉन व विवर (होल) का एक युग्म उत्पन्न हुआ है। टूटे हुए बन्ध में केवल एक इलेक्ट्रान है जिसकी स्वाभाविक प्रवृत्ति एक अन्य इलेक्ट्रॉन के साथ जोड़ा बनाकर सह संयोजक बन्ध को पूर्ण करने की है। बिन्दु B पर अथवा पास के किसी अन्य बन्ध में से कोई इलेक्ट्रॉन पर्याप्त ऊष्मीय ऊर्जा द्वारा उत्पन्न उत्तेजना से अपने बन्ध को तोड़कर होल A के स्थान पर पहुंच सकता है। परिणामस्वरूप बिन्दु A पर होल विलुप्त हो जाता है। किन्तु बिन्दु B पर एक नया होल प्रकट हो जाता है। इस प्रकार बन्ध में इलेक्ट्रॉन व होल की गति एक दूसरे के विपरीत है। वस्तुतः एक बन्ध से दूसरे बन्ध में इलेक्ट्रॉन के स्थानान्तरण की अवधारणा को ही दूसरे रूप में विपरीत दिशा में *होल गति* कहा जाता है।

अब शायद आप यह जानना चाहेंगे कि तब क्या होगा जब बिन्दु B पर होल समीप के बंध में बिन्दु C से इलेक्ट्रॉन आकर्षित करता है। चित्र 28.2(d) व (e) में दर्शाया गया है कि इलेक्ट्रॉन का C से B को स्थानान्तरण होल को B से C पर स्थानान्तरित कर देता है। परम्परानुसार विद्युतधारा का प्रवाह होलों की गति के अनुदिश माना जाता है।

परम शून्य ताप पर समस्त इलेक्ट्रान अपने मूल परमाणु के साथ दृढ़ता के साथ बंधे होते हैं, इस कारण अर्द्धचालक एक अचालक की भांति व्यवहार करता है। साधारण ताप पर ऊष्मीय



विक्षोभ के कारण परमाणु में कोई इलेक्ट्रॉन नाभिक के प्रभाव से मुक्त हो सकता हैं इस प्रकार एक सह-संयोजक बन्ध के टूटने से मुक्त इलेक्ट्रॉन क्रिस्टल में स्वतंत्र हो जाता है तथा बन्ध में एक रिक्तता (होल) उत्पन्न हो जाती है। **ऊष्मीय विक्षोभ के कारण उत्पन्न इलेक्ट्रॉन होल के युग्मों के कारण ही अर्द्धचालक की वैद्युत चालकता होती है।** साधारणत (300K) ताप पर Ge में नैज वाहक सघनता लगभग $2.5 \times 10^{19}\ m^{-3}$ होती है। ताप बढ़ने पर उत्पन्न इलेक्ट्रॉन होलों की सघनता बढ़ती है तथा वैद्युत चालकता बढ़ती जाती है। दूसरे शब्दों में यह भी कहा जा सकता है कि ताप बढ़ने पर प्रतिरोधकता घटती है। इससे यह निष्कर्ष निकलता है कि अर्द्धचालकों का प्रतिरोध-ताप गुणांक ऋणात्मक होता है।

28.2.2 बाह्य अर्द्धचालक

आप जानते हैं कि नैज अर्द्धचालक उच्च प्रतिरोधकता वाले होते हैं तथा उनकी चालकता में बहुत अधिक परिवर्तन सम्भव नहीं है। इस कारण से नैज (शुद्ध) अर्द्धचालकों की सीमित उपयोगिता होती है और अधिकतर वे ऊष्मीय अथवा प्रकाश संवेदी प्रतिरोध के रूप में प्रयक्त होते हैं। इन कमियों को दूर करने के लिये नैज (शुद्ध) अर्द्धचालकों में दूसरे पदार्थों की अल्प मात्रा अपमिश्रित की जाती है जिससे होल अथवा इलेक्ट्रॉनों में से किसी एक की संख्या बढ़ जाती है।

ध्यान दें कि इन अपमिश्रित पदार्थों को अपद्रव्य या अशुद्धि इसलिए कहा जाता है क्योंकि एक शुद्ध पदार्थ में दूसरे तत्व का मिश्रण किया जाता है।

नैज (शुद्ध) अर्द्धचालक में अशुद्धि मिश्रण की प्रक्रिया को ही मादन, अपमिश्रण अथवा डोपिंग कहते हैं तथा अशुद्धि परमाणु अपदव्य, मादक, अपमिश्रक या डोपेन्ट कहलाता है। अपमिश्रित अर्द्धचालक ही अपद्रव्यी अर्द्धचालक कहे जाते हैं।

अपमिश्रण के लिए अपद्रव्य (डोपेन्ट) सामान्यत: आवर्त सारणी के तृतीय समूह (जिनमें तीन संयोजी इलेक्ट्रॉन होते हैं) अथवा पंचम समूह (जिनमें पाँच संयोजी इलेक्ट्रॉन होते हैं) के तत्वों से लिए जाते हैं। चित्र 28.3 में आवर्त सारणी का एक लघु अंश दर्शाया गया है जिसमें तृतीय एवं पंचम समूह के अपमिश्रण में प्रयुक्त होने वाले तत्व देखें जा सकते हैं।

	III	IV	V	VI
II	Al	Si	P	S
Zn	Ga	Ge	As	Se
Cd	In	Sn	Sb	Te
Hg				

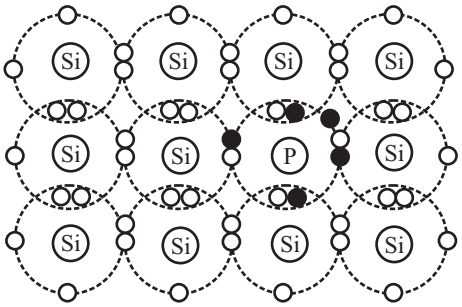
चित्र 28.3: आवर्त सारणी का एक अंश। नैज अर्द्धचालकों के अपमिश्रण में तृतीय व पंचम समूह के तत्व ही प्रयुक्त होते हैं।

सामान्यतया अपद्रव्य (अशुद्धि) की सूक्ष्म मात्रा का ही शुद्ध अर्द्धचालकों में अपमिश्रण किया जाता है। इसका मान शुद्ध अर्द्धचालकों के 10^8 परमाणुओं के मध्य अशुद्धि के एक परमाणु

की कोटि का ही होता हे। ये अशुद्धि परमाणु आवेश वाहकों का सन्तुलन परिवर्तित कर देते हैंक्योंकि इनसे मुक्त इलेक्ट्रॉन अथवा कोटरों में से किसी एक की संख्या बढ़ जाती है। अपमिश्रण अर्द्धचालक की चालकता बढ़ा देता है। अपद्रव्यी अर्द्धचालकों में अधिकांश आवेश वाहक अशुद्धि परमाणु के ही कारण होते हैं।

28.2.3 *n*-प्रकार एवं *p*-प्रकार के अर्द्धचालक

सिलिकन के इलेक्ट्रॉन विन्यास ($1s^2, 2s^2, 2p^6, 3s^2, 3p^2$), से ज्ञात होता है कि दस इलेक्ट्रॉन तो नाभिक के साथ दृढ़ता से बंधे होते हैं और चार इलेक्ट्रॉन बाह्यतम कक्षा में नाभिक के चतुर्दिश परिक्रमण करते हैं। सिलिकन के नैज अर्द्धचालक में, एक Si परमाणु चार अन्य Si परमाणुओं के साथ एक-एक संयोजी इलेक्ट्रॉन की साझेदारी करता है। (इसे सह-'संयोजक बन्ध कहते हैं)। ऐसा ही जर्मेनियम के बारे में भी सत्य है जिसका इलेक्ट्रॉन विन्यास $1s^2$, $2s^2, 2p^6, 3s^2, 3p^6, 3d^{10}, 4s^2, 4p^2$ होता है। जब सिलिकन अथवा जर्मेनियम क्रिस्टल में पंच संयोजक तत्व (जिसके बाह्यतम कक्षा में पाँच इलेक्ट्रॉन होते हैं) जैसे फॉस्फोरस, आर्सेनिक, एंटीमनी आदि का अपमिश्रण किया जाता है तो अशुद्धि परमाणु के चार इलेक्ट्रॉन तो समीप के चार अर्द्धचालक परमाणुओं के साथ चार सह-संयोजक बन्ध बना लेते हैं किन्तु पाँचवा संयोजी इलेक्ट्रॉन बन्धन मुक्त रह जाता है, जो कि चित्र 28.4 के अनुसार, वैद्युत चालन के लिए उपलब्ध रहता है। इस प्रकार पंच संयोजक तत्व से अपमिश्रित सिलिकन अथवा जर्मेनियम क्रिस्टल में मुक्त इलेक्ट्रॉन की अधिकता होती है तथा वह *n*-प्रकार का अर्द्धचालक कहा जाता है। इन अशुद्धियों को 'दाता अशुद्धि' कहते हैं।

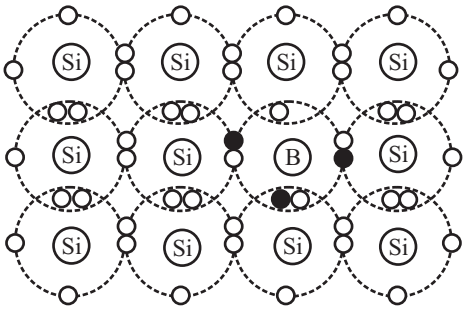


चित्र 28.4: *n*-प्रकार के अर्द्धचालक में सह-संयोजक बन्ध।

ध्यान दें कि *n*-प्रकार के अर्द्धचालक में 'मुक्त इलेक्ट्रॉनों की संख्या होलों की संख्या से बहुत अधिक होती है। अक्षर '*n*' का अभिप्राय इलेक्ट्रॉन के ऋणावेश (negative charge) से है।

यदि सिलिकन (अथवा जर्मेनियम) क्रिस्टल में त्रिसंयोजक (जिसके बाह्यतम कक्ष में तीन इलेक्ट्रॉन होते हैं) तत्व जैसे बोरॉन, एल्यूमिनियम, गैलियम, इन्डियम इत्यादि का अपमिश्रण किया जाय तो तीन सह-संयोजक बन्ध हो जाते हैं किन्तु चौथे बन्ध में एक इलेक्ट्रॉन की रिक्तता' रहती है जिसे 'विवर अथवा होल कहते हैं। यह चित्र 28.5 में दर्शाया गया है। ऐसे अर्द्धचालक को *p*-प्रकार का अर्द्धचालक कहते हैं तथा अशुद्धियाँ 'ग्राही' अशुद्धियाँ कहलाती हैं।

यहाँ यह पूछना स्वाभाविक है कि क्या *n*-प्रकार का अर्द्धचालक ऋणावेशित होता है? उत्तर है—नहीं। नैज तथा अपद्रव्यी अर्द्धचालक दोनों ही विद्युत उदासीन होते हैं।



चित्र 28.5: *p*-प्रकार के अर्द्धचालक में सह-संयोजक बन्ध

ध्यान दें कि *p*-प्रकार के अर्द्धचालके में ग्राही अशुद्धि के कारण उत्पन्न होलों की संख्या उन आवेश वाहकों से बहुत अधिक होती है जो साधारण ताप पर ऊष्मीय विक्षोभ के कारण सहसंयोजक बंधों के टूटने से उत्पन्न होते हैं। अत: होलों की कुल संख्या इलेक्ट्रॉनों की संख्या से बहुत अधिक होती है। अर्थात, *p*-प्रकार के अर्द्धचालक में होल प्रमुख आवेश वाहक होते हैं।

पाठगत प्रश्न 28.1

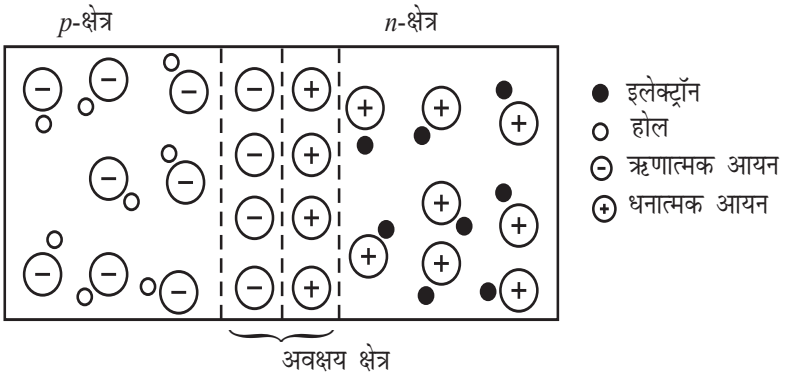
1. शुद्ध सिलिकन में 300K पर नैज आवेश वाहकों की सघनता $1.5 \times 10^{16}\,m^{-3}$ है तो विवरों एवं स्वतंत्र इलेक्ट्रॉनों की सघनता क्या होगी?
2. निम्नलिखित में से किसके अपमिश्रण से *n*-प्रकार का अर्द्धचालक प्राप्त होता है?
   (i) त्रि-संयोजक अशुद्धि
   (ii) पंच संयोजक अशुद्धि
   (iii) चतुर्थ संयोजक अशुद्धि
   (iv) त्रि-संयोजक तथा चतुर्थ संयोजक कोई भी अशुद्धि।
3. नैज अर्द्धचालक को ..... के मिश्रण से बाह्य अर्द्धचालक में परिवर्तित किया जा सकता है। यह प्रक्रिया ..... कहलाती है।
4. इलेक्ट्रॉन *n*-प्रकार के अर्द्धचालक में तथा होल *p*-प्रकार के अर्द्धचालक में ..... आवेश वाहक होते हैं।
5. नैज अर्द्धचालक की तुलना में अपद्रव्यी अर्द्धचालक की प्रतिरोधकता ..... होती है।

28.3 *p-n* संधि

अब तक आप पढ़ चुके हैं कि *n*-प्रकार तथा *p*-प्रकार के अर्द्धचालकों में क्रमश: इलेक्ट्रॉन व होल बहुसंख्यक आवेश वाहक होते हैं। यहाँ यह सोचना बहुत रोचक होगा कि एक *n*-प्रकार तथा एक *p*-प्रकार के अर्द्धचालक के मध्य सम्पर्क स्थापित करने पर क्या कोई उपयोगी युक्ति बनेगी? इसका उत्तर जानने के लिये हमें *p-n* संधि की संरचना व कार्य-विधि का अध्ययन करना होगा।

28.3.1 *p-n* संधि की संरचना

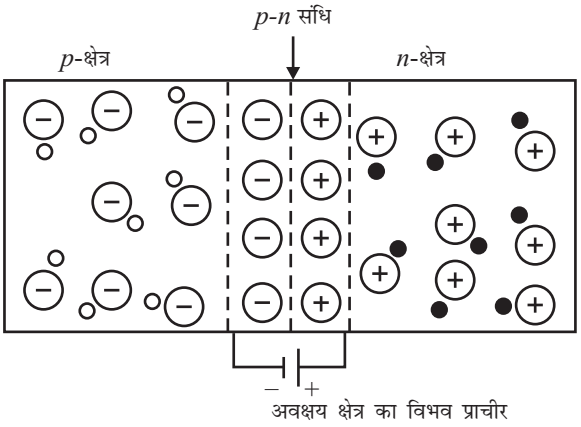
जैसा कि चित्र 28.6 में दर्शाया गया है कि *p–n* संधि के बनने की सबसे सरल विधि यह है कि किसी अर्द्धचालक क्रिस्टल के एक भाग में दाता अशुद्धि का तथा दूसरे भाग में ग्राही अशुद्धि का अपमिश्रण किया जाए।



चित्र 28.6: अवक्षय-क्षेत्र सहित *p-n* संधि

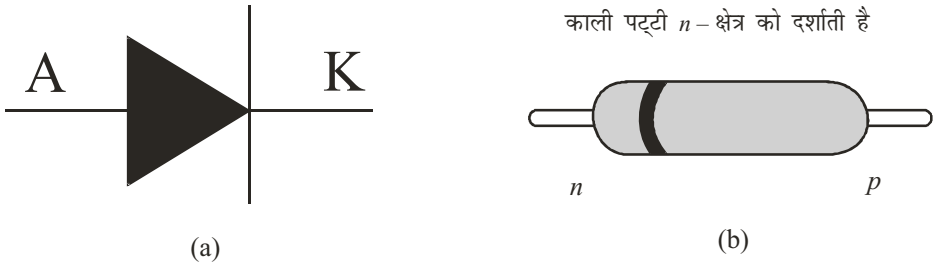
क्रिस्टल के *n*-क्षेत्र में इलेक्ट्रॉनों की तथा *p*-क्षेत्र में विवरों (holes) की सघनता होती है। अत: इलेक्ट्रॉनों का p-क्षेत्र की ओर तथा होलों का *n*-क्षेत्र की ओर विसरण होने लगता है। इस प्रक्रिया में कुछ इलेक्ट्रॉन व होल पुनर्संयोजन (Recombination) कर समाप्त भी हो जाते हैं। इसके परिणामस्वरूप संधि के पास *n*-क्षेत्र में धनायन तथा p-क्षेत्र में ऋणायन उत्पन्न हो जाते हैं। संधि के दोनों ओर इन स्थिर आयनों की उत्पत्ति से इलेक्ट्रॉन व होलों का विसरण बाधित होता है। इस प्रकार इलेक्ट्रॉनों व होलों के पुनर्संयोजन से संधि के दोनों ओर ऐसा सूक्ष्मक्षेत्र उत्पन्न हो जाता है जिसमें चलनशील (Mobile) आवेश वाहकों का अभाव होता है। इसकी चौड़ाई 0.5 माइक्रोमीटर होती है तथा इसे अवक्षय क्षेत्र अथवा अन्तराशील-आवेश क्षेत्र कहते हैं।

संधि के पास एकत्रित आवेश विद्युत-क्षेत्र स्थापित करते हैं जिसके परिणामस्वरूप विकसित स्थिर-विद्युत विभव को 'विभव प्राचीर' कहते हैं। इस विभव की ध्रुवीयता चित्र 28.7 में प्रदर्शित है। बाह्य विद्युत-क्षेत्र की अनुपस्थिति में विभव प्राचीर संधि के पार आवेश वाहकों के विसरण को रोक देता है।



चित्र 28.7: अवक्षय क्षेत्र के कारण विभव प्राचीर

विभव प्राचीर का मान प्रयुक्त अर्द्धचालक के ऊपर निर्भर करता है। Ge व Si के लिए इसका मान क्रमशः 0.3 V व 0.7 V होता है। *p-n* संधि एक डायोड की भांति कार्य करती है। इसका सांकेतिक निरूपण चित्र 28.8(a) में किया गया है। *p*-क्षेत्र वाणाग्र A से प्रदर्शित है तथा धनोद (एनोड) का कार्य करता है। इसी प्रकार *n*-क्षेत्र बार (Bar) K से प्रदर्शित है तथा ऋणोद (कैथोड) का कार्य करताहै। चित्र 28.8(b) में बाजार में उपलब्ध *p-n* संधि डायोड का चित्र प्रदर्शित है।



चित्र 28.8 (a) *p-n* संधि डायोड का प्रतीक। परम्परागत धारा की दिशा वाणाग्र के अनुदिश अर्थात् *p* से *n*-क्षेत्र की ओर है। (b) बाजार में उपलब्ध p - n संधि डायोड

अर्द्धचालक डायोड की पहचान के लिए दो अक्षर तथा एक अंक से बना एक 'कोड' होता है। प्रथम अक्षर प्रयुक्त पदार्थ को इंगित करता है। A ऐसे पदार्थ को निरूपित करता है जिसमें वर्जित क्षेत्र 0.6eV से 1.0eV के मध्य हो यथा जर्मेनियम, B ऐसे पदार्थ को निरूपित करता है जिसमें वार्जित क्षेत्र 1.0eV से 1.3 eV के मध्य हो यथा सिलिकन। द्वितीय अक्षर मुख्य अनुप्रयोग को इंगित करता है।: A संसूचक डायोड (Detection Diode), B परिवर्तनशील धारिता डायोड (Variable Capacitance Diode), E टनल डायोड (Tunnel Diode), Y दिष्टकारी डायोड (Rectifying diode) तथा Z जेनर डायोड को निरूपित करते हैं। क्रोड में दिए गए अंक शक्ति रेटिंग (Power Rating), शिखर उत्क्रम वोल्टता (Peak Reverse Voltage), महत्तम धारा रेटिंग (Maximum Current Rating) इत्यादि के सूचक हैं। निर्माता की केटलॉग में इनका विवरण होता है। उदाहरणतः By 127 सिलिकन दिष्टकारी डायोड का संकेतन है तथा Bz 248 सिलिकन जेनर डायोड का संकेतन है।

एनोड (धनोद) एवं कैथोड (ऋणोद) की दृष्टव्य पहचान के लिए निर्माता निम्नलिखित में से कोई विधि अपनाते हैं:

- डायोड के ऊपर प्रतीक (symbol) बना देते हैं।
- डायोड के ऊपर लाल एवं नीले रंग के चिन्ह बना देते हैं। लाल चिह्न एनोड तथा नीला चिह्न कैथोड को दर्शाता है।
- डायोड के ऊपर एक सिरे की ओर एक छोटा छल्ला बना देते हैं। यह कैथोड को दर्शाता है। चित्र 28.8(b) में *p-n* संधि का *n*-क्षेत्र काली पट्टी (Band) से दर्शाया गया है।

ध्यान रखें कि डायोड रेटिंगों की निर्धारित सीमा के अन्दर कार्य करना आवश्यक है ताकि युक्ति नष्ट न हो।

पाठगत प्रश्न 28.2

1. रिक्त स्थान भरिये:

   (a) ..... के संधि के पार विसरण करने से *p-n* संधि की रचना होती है।

   (b) विभव प्राचीर का मान सिलिकन डायोड में ..... वोल्ट तथा जर्मेनियम डायोड में ..... वोल्ट होता है।

   (c) अचलशील ग्राही एवं दाता आयन वाले क्षेत्र को ..... कहते हैं।

   (d) बिना बाह्य विद्युत क्षेत्र के *p-n* संधि में इलेक्ट्रॉनों का विसरण *n*-क्षेत्र से *p*-क्षेत्र की ओर होता है क्योंकि ..... की सघनता *p* क्षेत्र की तुलना में *n*-क्षेत्र में ..... होती है।

2. सही विकल्प चुनिये:

   (a) *p-n* संधि पर विभव प्राचीर संधि के दोनों ओर स्थित कुछ आवेशों के कारण होता है। ये आवेश हैं–
   - (i) बहुसंख्यक वाहक,
   - (ii) अल्पसंख्यक वाहक,
   - (iii) स्थिर दाता व ग्राही आयन,
   - (iv) उपर्युक्त में से कोई नहीं।

   (b) बिना बाह्य विभव के *p-n* संधि में संधि धारा साम्य स्थिति में
   - (i) केवल अल्पसंख्यक आवेश वाहकों के विसरण के कारण होती है।
   - (ii) केवल बहुसंख्यक आवेश वाहकों के विसरण के कारण होती है।
   - (iii) शून्य होती है क्योंकि कोई ओवश संधि को पार नहीं कर पाते।
   - (iv) शून्य होती है क्योंकि बराबर किन्तु विपरीत आवेश संधि को पार कर रहे होते हैं।

   (c) अर्द्धचालक डायोड में, विभव प्राचीर प्रतिकर्षित करता है–
   - (i) दोनों क्षेत्रों के अल्पसंख्यक आवेश वाहकों को।
   - (ii) दोनों क्षेत्रों के बहुसंख्यक आवेश वाहकों को।
   - (iii) बहुसंख्यक तथा अल्पसंख्यक दोनों आवेश वाहकों को।
   - (iv) उपर्युक्त में से कोई नहीं।

3. अवक्षय क्षेत्र को इस नाम से क्यों जानते हैं तथा इसमें क्या स्थित होते हैं?

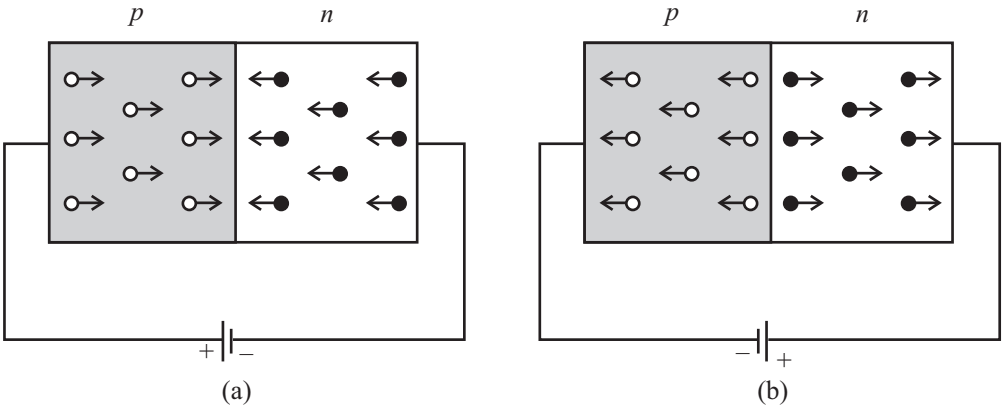
28.4 अग्र एवं उत्क्रम अभिनत *p-n* संधि

अभिनति अथवा बायसिंग का अभिप्राय है: (युक्ति को) वोल्टता देना। *p-n* संधि में वैद्युत चालन के लिए आवश्यक है कि इलेक्ट्रॉन *n*-क्षेत्र से *p*-क्षेत्र को तथा होल उसके विपरीत दिशा में प्रवाहित हो। इसके लिए *p-n* संधि डायोड के दोनों सिरों के बीच एक बैटरी जोड़नी होती है

ताकि विभव प्राचीर के प्रभाव को समाप्त किया जा सके। *p-n* संधि से बैटरी जोड़ने की दो विधियाँ हैं:

- **अग्र अभिनति** जिसमें बैटरी के धनात्मक सिरे को *p*-क्षेत्र से तथा ऋणात्मक सिरे को *n*-क्षेत्र से जोड़ा जाय [चित्र 28.9(a)]
- **उत्क्रम अभिनति** जिसमें बैटरी के ऋणात्मक सिरे को *p*-क्षेत्र से तथा धनात्मक सिरे को *n*-क्षेत्र से जोड़ा जाय [चित्र 28.9(b)]।

जब *p-n* संधि को विभव प्राचीर से अधिक अग्र अभिनति दी जाती है तो होल *p*-क्षेत्र से *n*-क्षेत्र की ओर तथा इलेक्ट्रॉन उसके विपरीत दिशा में संधि के पार अनुगमन करते हैं। इससे डायोड में अग्र धारा उत्पन्न होती है। यह धारा अग्र अभिनति के बढ़ने के साथ बढ़ती है, किन्तु इसका मान कुछ मिली एम्पियर की कोटि का ही होता है। अग्र अभिनति *p-n* संधि के प्रतिरोध को 'अग्र प्रतिरोध' कहते हैं। इसका मान बहुत कम 10Ω से 30Ω के मध्य ही होता है।



चित्र 28.9 (a) अग्र अभिनत, तथा (b) उत्क्रम अभिनत *p-n* संधि।

उत्क्रम अभिनत *p-n* संधि में होल *p*-क्षेत्र में तथा इलेक्ट्रॉन *n*-क्षेत्र में संधि से दूर हटने का प्रयास करते हैं। इसका यह अर्थ कदापि नहीं है कि परिपथ में कोई धारा प्रवाहित नहीं होती। वस्तुत: ऊष्मीय विक्षोभ के कारण भंजित सह-संयोजक बंधो से उत्पन्न इलेक्ट्रॉन व होल सूक्ष्म मात्रा में विद्युतधारा उत्पन्न करते हैं। इन अल्पसंख्यक आवेश वाहकों के द्वारा उत्पन्न धारा को उत्क्रम संतृप्त धारा अथवा लीकेज धारा कहते हैं। वाणिज्यिक रुप से उपलब्ध अधिकतर डायोडों में उत्क्रम धारा नियत होती है तथा उत्क्रम अभिनति पर निर्भर नहीं करती। इसका मान Ge डायोडों में कुछ माइक्रोएम्पियर तथा Si डायोडों में कुछ नेनोएम्पियर होता है।

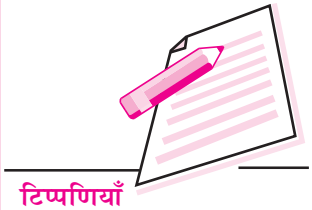
अग्र अभिनति में अल्प प्रतिरोध तथा उत्क्रम अभिनति में उच्च प्रतिरोध के कारण *p-n* संधि दिष्टकारी के रूप में कार्य करती है।

जब उत्क्रम अभिनति कुछ सौ वोल्ट की होती है तो *p-n* संधि में प्रवाहित उत्क्रम धारा का मान तीव्रता से यकायक बढ़ने लगता है। इससे उत्पन्न अत्याधिक ऊष्मा युक्ति को स्थायी रूप से क्षतिग्रस्त कर सकती है। जिस उत्क्रम विभव पर यह घटना होती है उसे भंजन विभव कहते हैं। इसकी व्याख्या निम्नलिखित तरीके से की जा सकती है–

उत्क्रम अभिनति लगाने से संधि में उच्च विद्युत क्षेत्र उत्पन्न होता है जो (1) अल्पसंख्यक आवेश वाहकों को त्वरित करता है। ये वाहक बन्ध के इलेक्ट्रॉनों को टक्कर द्वारा ऊर्जा प्रदान कर मुक्त कर देते हैं (ऐवलांश प्रभाव), (2) विद्युत बल द्वारा सह संयोजक बन्ध टूट जाते हैं (जेनर प्रभाव)। भंजन की इस घटना में बहुत बड़ी संख्या में इलेक्ट्रॉन व होलों के युग्म उत्पन्न होते हैं जिससे उच्च उत्क्रम धारा उत्पन्न होती है।

पाठगत प्रश्न 28.3

1. अग्र अभिनति को परिभाषित कीजिए।
2. उत्क्रम अभिनति को परिभाषित कीजिए।
3. रिक्त स्थान भरिए:
   (a) *p-n* संधि डायोड को अग्र अभिनत करने पर अवक्षय क्षेत्र की चौड़ाई ..... जाती है।
   (b) *p-n* संधि को उत्क्रम अभिनत करने पर अवक्षय क्षेत्र की चौड़ाई ..... जाती है।
   (c) जब उत्क्रम अभिनति अत्याधिक हो जाती है तो *p-n* संधि में धारा अचानक .....। इस वोल्टता को ..... कहते हैं।
4. सही विकल्प चुनिए:
   (a) अग्र अभिनत संधि में
      (i) *n*-क्षेत्र से होल *p*-क्षेत्र की ओर चलते हैं।
      (ii) अल्पसंख्यक वाहक ही चलते हैं।
      (iii) आवेश वाहक नहीं चलते हैं।
      (iv) दोनों ही (*n* तथा *p*) क्षेत्रों के बहुसंख्यक आवेश वाहक दूसरे क्षेत्र की ओर चलने लगते हैं।
   (b) उत्क्रम अभिनत संधि में
      (i) विभव प्राचीर के कारण आवेश वाहक गतिमान नहीं हो पाते।
      (ii) केवल बहुसंख्यक आवेश वाहक ही स्थानान्तरिक होते हैं।
      (iii) केवल अल्पसंख्यक आवेश वाहक ही स्थानान्तरित होते है।
      (iv) उपर्युक्त में से कोई नहीं।
5. कौन-से दो प्रकार के 'भंजन' उत्क्रम अभिनत *p-n* संधि में होते हैं। उनमें विभेद कीजिए।



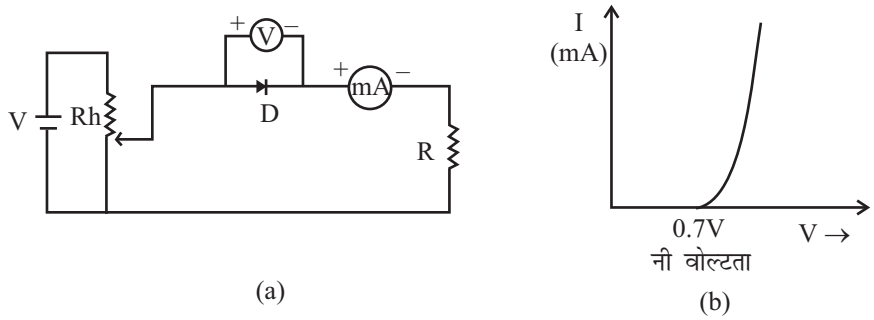
28.5 *p-n* संधि के अभिलक्षण

किसी अर्द्धचालक डायोड का अनुप्रयोग उसके धारा-विभव अभिलाक्षणिक वक्र पर निर्भर करता है।

28.5.1 अग्र अभिनति अभिलक्षण

चित्र 28.10(a) को ध्यान दें। *p-n* संधि डायोड के अग्र अभिनति वक्र खींचने के लिए बैटरी B का धनात्मक सिरा डायोड के *p*-क्षेत्र से जुटा है। धारा-विभाजक के रूप में प्रयुक्त धारा-नियन्त्रक द्वारा डायोड की दी जाने वाली वोल्टता को परिवर्तित किया जा सकता है। मिलीएमीटर (mA) परिपथ में धारा तथा वोल्टमीटर (V) डायोड के बीच वोल्टता को मापता है। परम्परागत धारा की दिशा डायोड के प्रतीक में वाणाग्र की ओर होती है। अग्र अभिनत डायोड में धारा का बहुत कम अवरोध होता है जिसके कारण वोल्टता बढ़ाने पर धारा तीव्रता से बढ़ती है। अत: धारा को नियन्त्रित करने के लिए परिपथ में प्रतिरोध (R) जोड़ा जाता हैं। यदि ऐसा न करे तो अत्यधिक धारा के प्रवाह से डायोड को स्थायी क्षति हो सकती है।

p-n संधि का अग्र अभिनति में *I-V* अभिलाक्षणिक वक्र चित्र 29.10(b) में दर्शाया गया है।



चित्र 28.10: (a) अग्र अभिनत *p-n* संधि डायोड के *I-V* अभिलक्षणों के लिए परिपथ (b) अभिलक्षण वक्र

ध्यान दें कि अभिलक्षण वक्र मूल बिन्दु से नहीं गुजरता, बल्कि V-अक्ष से 0.7V के पास मिलता है। इसका अर्थ है कि *p-n* संधि डायोड में तब तक वैद्युत चालन नहीं होता जब तक कि विभव प्राचीर से अधिक बाह्य वोल्टता न दी जाय। इस आवश्यक न्यूनतम वोल्टता को 'नी वोल्टता' (Knee Voltage) कहते हैं। Si डायोड में इसका मान लगभग 0.7V तथा Ge डायोड में लगभग 0.3V होता है।

यह वोल्टता होल-इलेक्ट्रॉन संयोजन के लिए आवश्यक है। जैसे ही दी गयी वोल्टता (Knee Voltage) से अधिक होती है, धारा वृद्धि रेखीय होती है। 1V की वोल्टता के द्वारा उत्पन्न धारा का मान 30-80 mA हो सकता है।

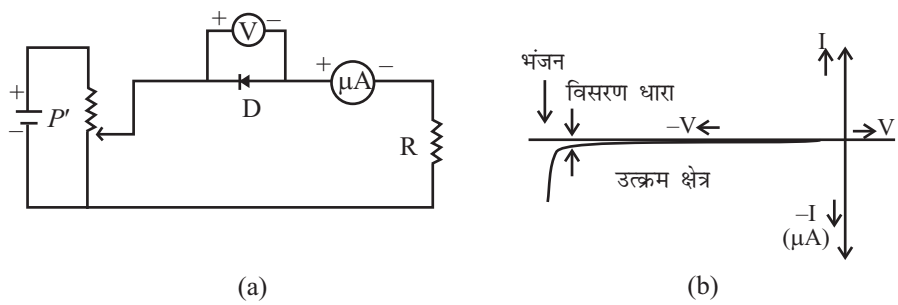
28.5.2 उत्क्रम अभिनति अभिलक्षित

p-n संधि के उत्क्रम अभिनति अभिलक्षण जानने के लिए आवश्यक परिपथ चित्र 28.11(a) में दर्शाया गया है। यदि चित्र 28.10(a) में दर्शाये गये अग्र *I-V* अभिलक्षणों के परिपथ से तुलना करें तो निम्नलिखित अन्तर पायेंगे–

(i) संधि (अथवा बैटरी) के सिरे उलट दिये गये हैं।

(ii) मिलीएमीटर के स्थान पर माइक्रोएमीटर लगाया गया है।

उत्क्रम बायस में *p-n* संधि का एक प्रारुपिक अभिलाक्षणिक आरेख चित्र 28.11 (b) में दर्शाया गया है।



चित्र 28.11: (a) *p-n* संधि के उत्क्रम अभिनति में *I-V* अभिलक्षित हेतु परिपर्थ
(b) उत्क्रम अभिनति अभिलाक्षणिक वक्र

ध्यान दें कि उत्क्रम अभिनति में भंजन वोल्टता के नीचे संधि धारा का मान न्यून होता है किन्तु भंजन वोल्टता में अल्प वृद्धि से ही धारा का मान तीव्रता से बढ़ता है। इसके अतिरिक्त 28.10(b) तथा 28.11 (b) के चित्रों की तुलना से स्पष्ट है कि *p-n* संधि डायोड का प्रतिरोध अग्र अभिनति में न्यून तथा उत्क्रम अभिनति में उच्च होता है। उत्क्रम धारा में तीव्र वृद्धि संधि के प्रतिरोध में यकायक अत्यन्त कमी के कारण होती है।

इस प्रकार यह निष्कर्ष निकलता है कि *p-n* संधि में वैद्युत चालन एक दिशा में ही होता है। यह एक दिशीय धारा प्रवाह तब होता है जब इलेक्ट्रॉन *n*-प्रकार के क्षेत्र से *p*-प्रकार के क्षेत्र की ओर तथा होल उसके विपरीत दिशा में अनुगमन करते हैं।

आपने मैट्रो स्टेशन के उपमार्ग पर टर्न स्टाइल (Turn Styles) देखें होंगे जो लोगों को एक दिशा में ही जाने की अनुमति देते हैं। डायोड इलेक्ट्रॉनों के लिए एक प्रकार का 'टर्नस्टाइल' ही है।

p-n संधि के अनेकानेक अनुप्रयोग है यथा :

1. डायोड में एक दिशीय वैद्युत चालन के गुण को प्रत्यावर्ती वोल्टता को दिष्ट वोल्टता में परिवर्तित करने के लिए दिष्टकारी के रूप में किया जाता है। डायोड सैलफोनों, सीडी

प्लेयर, लैप-टॉप आदि की बैटरी के ऊर्जन में 'एडेप्टर' में प्रयुक्त होते हैं। आप इसका विस्तृत अध्ययन अगले अध्याय में करेंगे।

2. बैटरी का इस्तेमाल करने वाली कई युक्तियों में डायोड प्रयुक्त होता है क्योंकि वह उत्क्रम अभिनत होकर बैटरी से धारा के निर्गम को अवरुद्ध कर देता हैं। इससे अति संवेदनशील इलेक्ट्रॉनिक युक्तियाँ सुरक्षित रहती है।

पाठगत प्रश्न 28.4

1. 'नी वोल्टता (Knee Voltage) की अवधारणा को स्पष्ट करिये।
2. (a) नी वोल्टता सिलिकन डायोड में ..... तथा जर्मेनियम डायोड में ..... होती है।

   (b) *p-n* संधि डायोड में धारा प्रवाह केवल ..... दिशा में ही होता है।

   (c) जर्मेनियम डायोड में उत्क्रम अभिनत धारा का मान लगभग ..... होता है।
3. सही विकल्प चुनिये:

   (a) अग्र अभिनत *p-n* संधि डायोड के *I-V* अभिलाक्षणिक वक्र होते हैं–

   (i) केवल अरेखीय

   (ii) केवल रेखीय

   (iii) रेखीय तथा अरेखीय दोनों अंशों सहित

   (iv) उपर्युक्त में से कोई नहीं।

   (b) जब अग्र अभिनत *p-n* संधि की वोल्टता बढ़ाई जाती है तो वोल्टता में अल्प वृद्धि के फलस्वरूप धारा में तीव्र परिवर्तन।

   (i) लगभग तुरन्त होता है।

   (ii) तभी होता है जब अग्र अभिनत विभव प्राचीर से अधिक हो।

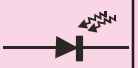
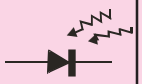
   (iii) जब संधि का भंजन होता है।

   (iv) उपर्युक्त में से कोई नहीं।

28.6 विभिन्न प्रकार के डायोड

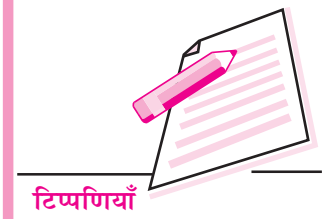
p-n संधि डायोड के विद्युतीय एवं प्रकाशीय व्यवहार में परिवर्तन अपदृव्य पदार्थ की प्रकृति, मात्रा तथा डायोड की ज्यामिति (जैसे साइज, क्षेत्रफल आदि) में परिवर्तन करके किया जा सकता है। इस अंक में विभिन्न विशिष्ट क्षमताओं वाले डायोडों को सूचीबद्ध किया गया है। प्रत्येक डायोड का अपना विशिष्ट प्रतीक होता है जो उसकी प्रकृति तथा कार्य-प्रणाली को प्रतिबिम्बित करता है।

निम्नलिखित सारणी का उपयोग विभिन्न डायोडों की तुलना करने के लिए किया जा सकता है:

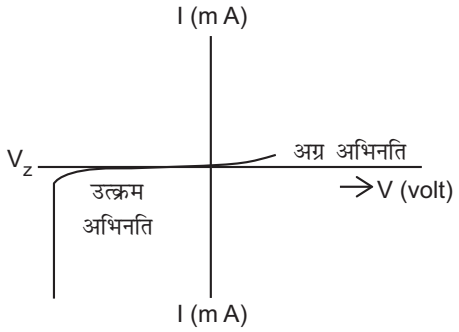
नाम	प्रतीक	संरचना-विधि	सिद्धान्त	मुख्य कार्य	मुख्य उपयोग
जेनर डायोड		अत्यधिक अपमिश्रित *p* एवं *n* क्षेत्रों वाला *p-n* संधि डायोड अत्यन्त सूक्ष्म अवक्षय पर्त (<10 nm)।	जेनर/ ऐवलांश भंजन	बिना क्षतिग्रस्त हुए उत्क्रम अभिनति भंजन वोल्टता पर सतत धारा प्रवाहित कर देता है।	वोल्टता स्थायीकारी अथवा नियामक
फोटो डायोड		*p-n* संधि डायोड जिसमें प्रकाश उत्सर्जी अर्द्धचालक पदार्थ प्रयुक्त होता होता है। प्रकाश उत्सर्जक डायोड (LED) p-क्षेत्र की चौड़ाई संसूचित की जाने वाले विकिरण की तरंगदैर्ध्य पर निर्भर करती है।	प्रकाश वोल्टाई प्रभाव	उत्क्रम अभिनति में प्रकाशीय निवेश का विद्युत धारा में परिवर्तित कर देता है।	वीसीआर एवं टी वी में रिमोट कन्ट्रोल का रिसीवर
		p-n संधि डायोड जिसमें प्रयुक्त पदार्थ के वर्जित क्षेत्र की चौड़ाई निकट अवरक्त अथवा दृश्य प्रकाशीय क्षेत्रों में होती है।	विद्युत प्रदीप्ति	अग्र अभिनति में विद्युत निवेश को प्रकाशीय निर्गम में परिवर्तित कर देता है।	मल्टीमीटर डिजिटल घड़ियाँ, प्रदर्शी औजार, कैलकुलेटर, स्विच बोर्ड, चोर घंटी तथा रिमोट कन्ट्रोल युक्तियाँ,
सौर सेल		*p-n* संधि डायोड जिसमें *p*-अथवा *n*-क्षेत्र बहुत पतला होता है ताकि संधि पर पहुंचने से पूर्व प्रकाश का बहुत अधिक अवशोषण न हो	प्रकाश वोल्टाई प्रभाव	सौर ऊर्जा का वैद्युत ऊर्जा में परिवर्तन	1. उपग्रहों की ऊर्जा प्रणालियों 2. बैटरियों को चार्ज करने में 3. केलकुलेटर्स में

28.6.1 जेनर डायोड के अभिलक्षण

जेनर डायोड संधि के *p* क्षेत्र एवं *n* क्षेत्र दोनों को अधिकता में अपमिश्रित कर बनाया जाता है। इसके फलस्वरूप बहुत पतले $(< 10^{-6}\,\text{m})$ अवक्षय क्षेत्र का निर्माण हो जाता है। उत्क्रम अभिनत विभव बहुत कम, 5 वोल्ट होने पर भी, अवक्षय क्षेत्र के पार वैद्युत क्षेत्र अत्यधिक होता है $(\sim 5\times 10^{6}\,\text{N C}^{-1})$।



जेनर डायोड का *I-V* अभिलक्षण – वक्र चित्र 28.12 में दर्शाया गया है।

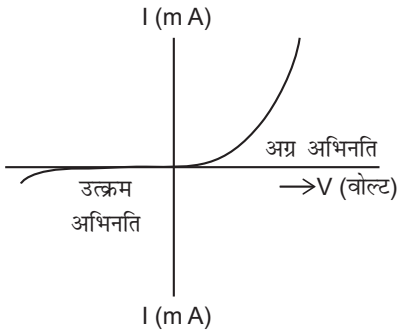


चित्र 28.12

यह देखा गया है कि जेनर डायोड में जब उत्क्रम अभिनत विभव V भंजक विभव के समीप पहुंचता है तो विद्युत धारा में बहुत अधिकत: परिवर्तन होता है। भंजक विभव के बाद विद्युत धारा में अत्यधिक परिवर्तन अधिकांशत: नगण्य उत्क्रम अभिनत विभव द्वारा उत्पन्न किया जा सकता है। यद्यपि जेनर डायोड में विद्युत धारा का परास बहुत बदलता है, परंतु जेनर विभव नियत रहता है।

28.6.2 प्रकाश उत्सर्जक डायोड के *I-V* अभिलक्षण

प्रकाश उत्सर्जक डायोड में जब अग्रधारा कम होती है तो उत्सर्जित प्रकाश की तीव्रता भी कम होती है। जैसे-जैसे अग्रधारा बढ़ती है, उत्सर्जित प्रकाश की तीव्रता भी बढ़ती है एवं अधिकतम मान प्राप्त कर लेती है। पुन: अग्रधारा में वृद्धि के परिणामस्वरूप प्रकाश की तीव्रता घट जाती है। LED को इस प्रकार अभिनत किया जाता है कि उत्सर्जित प्रकाश की दक्षता अधिकतम रहे। LED के *I-V* अभिलक्षण Si संधि डायोड की तरह होते हैं, जो चित्र 28.13 में दिखाए गए हैं।



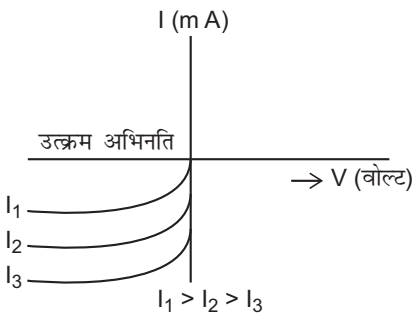
चित्र 28.13

लेकिन देहली वोल्टता बहुत अधिक होती है एवं प्रत्येक रंग के LED के लिए इसका मान अलग-अलग होता है।

LED के लिए भंजक विभव बहुत कम, प्रारूपिक रूप से लगभग 5V, होता है।

28.6.3 फोटो डायोड के *I-V* अभिलक्षण

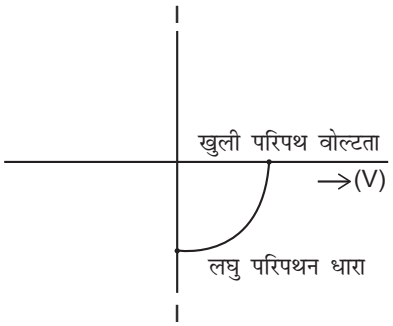
फोटो डायोड इस प्रकार बनाए जाते हैं कि डायोड के अवक्षय-क्षेत्र के समीप इलेक्ट्रॉन- होल युग्म उत्पन्न हो जाएं। संधि के वैद्युत क्षेत्र के कारण इलेक्ट्रॉन-होल युग्म पुनः संयोजित होने से पूर्व पृथक हो जाते हैं।



चित्र 28.14

वैद्युत क्षेत्र की दिशा इस प्रकार होती है कि इलेक्ट्रॉन *n* सिरे एवं होल *p* सिरे की ओर पहुंचते हैं। इलेक्ट्रॉन *n* सिरे पर एवं होल *p* सिरे पर एकत्र हो जाते हैं एवं एक विद्युत वाहक बल (emf) उत्पन्न करते हैं। जब कोई बाह्य लोड जोड़ा जाता है तो धारा प्रवाहित होती है। फोटो धारा का परिमाण आपतित प्रकाश की तीव्रता पर निर्भर करता है।

फोटो डायोड के *I-V* अभिलक्षण चित्र 28.14 में दर्शाए गए हैं।



चित्र 28.15

28.6.4 सौर सेल के *I-V* अभिलक्षण

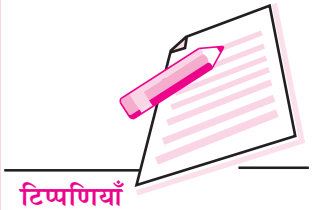
सौर सेल पर प्रकाश पड़ने से emf की उत्पत्ति निम्नलिखित तीन बुनियादी प्रक्रमों के कारण होती है : जनन, पृथक्करण एवं संचयन। इलेक्ट्रॉन-होल युग्मों का जनन संधि के निकट के प्रकाश ($h\nu > E_g$) के कारण होता है। इलेक्ट्रॉनों और होलों का पृथक्करण अवक्षय-परत के विद्युत क्षेत्र के कारण होता है। इलेक्ट्रॉन *n*-क्षेत्र और होल *p*-क्षेत्र में जाते हैं।

n-क्षेत्र में पहुंचने वाले इलेक्ट्रॉन सम्मुख संपर्क द्वारा एकत्रित किए जाते हैं तथा *n*-क्षेत्र में पहुंचने वाले होल पश्च संपर्क द्वारा एकत्रित किए जाते हैं। इस प्रकार *p*-क्षेत्र धनात्मक तथा *n*-क्षेत्र ऋणात्मक होकर फोटो वोल्टता उत्पन्न करती है।

सौर सेल के *I-V* अभिलक्षण वक्र चित्र 28.15 में दर्शाए गए हैं। ये निर्देशांक अक्षों के चतुर्थ चतुर्थांश में बनाए गए हैं। ऐसा इसलिए है, क्योंकि सौर सेल धारा लेता नहीं है, उल्टे यह लोड को धारा प्रदान करता है।

पाठगत प्रश्न 28.5

1. सही विकल्प चुनें:
   (अ) जेनर डायोड कार्य करता है
      (i) अग्र अभिनति में
      (ii) उत्क्रम अभिनति में



(iii) दोनों में

(iv) दोनों में से किसी में नहीं।

(ब) जेनर डायोड

(i) एक अत्यधिक अपमिश्रित (doped) *p-n* संधि डायोड होता है।

(ii) एक अल्प अपमिश्रित *p-n* संधि डायोड होता है।

(iii) एक मध्यम अपमिश्ररित *p-n* संधि डायोड होता है।

(iv) सामान्य *p-n* संधि डायोड का ही दूसरा नाम है।

(स) जेनर डायोड का उपयोग होता है

(i) एक प्रवर्धक के रूप में।

(ii) एक दिष्टकारी के रूप में।

(iii) एक स्थिर धारा युक्ति के रूप में।

(iv) एक स्थिर वोल्टता युक्ति के रूप में।

2. रिक्त स्थान भरिये:

(क) जेनर डायोड ..... भंजन क्रिया विधि पर आधारित होता है।

(ख) फोटो डायोड ..... अभिनत होने पर कार्य करता है।

(ग) फोटो डायोड में *p-n* संधि ..... अर्द्धचालक पदार्थ से बनायी जाती है।

(घ) एल ई डी (LED) आवर्त सारणी के ..... चालक तत्वों से बनाये जाते हैं।

(ङ) प्रकाश उत्सर्जी डायोड (LED) ..... अभिनति में कार्य करते हैं।

(च) एल ई डी (LED) के प्रतीक चिह्न में तीर प्रकाश के ..... को दर्शाता है।

(छ) एल ई डी (LED) में प्रकाश का उत्सर्जन इलेक्ट्रॉन विवरों (Holes) के ..... के कारण होता है।

(ज) एल ई डी (LED) ..... के सिद्धान्त पर आधारित होता है।

(ज) सौर सेल ..... प्रभाव पर आधारित होते हैं।

(झ) जब वर्जित बैण्ड ऊर्जा से ..... ऊर्जा का सूर्य का प्रकाश सौर सेल पर डाला जाता है तो सौर ऊर्जा ..... हो जाती है तथा होल व इलेक्ट्रॉनों के युग्म उत्पन्न होते हैं।

28.7 ट्रांजिस्टर – *pnp* एवं *npn*

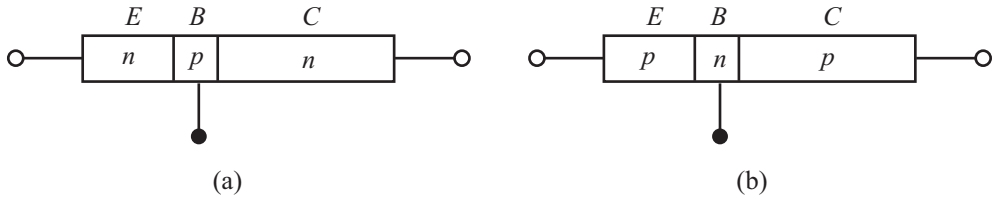
पिछले अनुच्छेद में आपने *p-n* संधि डायोड का अध्ययन किया है जो कि धारा को केवल एक दिशा में ही प्रवाहित होने देता है। इस कारण से इसका उपयोग दिष्टकारी (Rectifier) एवं संसूचक (Detector) के रूप में ही सम्भव है। द्वि–ध्रुवीय संधि ट्रांजिस्टर (Bipolar Junction Transistor) एक अन्य अत्यन्त उपयोगी अर्द्धचालक युक्ति है।

ट्रांजिस्टर का आविष्कार जॉहन बार्डीन, वाल्टर ब्रटेन तथा विलियम शॉक्ले ने 1948 में अमेरिका की सुप्रसिद्ध बैल प्रयोगशाला में किया था। इससे इलेक्ट्रॉनिक उद्योग के क्षेत्र में नयी क्रांति का सूत्रपात हुआ। इसके उपयोग दैनिक जीवन में इस्तेमाल की जाने वाली वस्तुओं जैसे गैस-लाइटर व खिलौनों से लेकर प्रवर्धकों (Amplifiers) तथा रेडियो व टी वी सैटों तक में हैं। एक स्विच-युक्ति के रूप में ये सड़क पर यातायात को नियन्त्रित करने में उपयोग किये जाते हैं तो कम्प्यूटरों, अन्तरिक्षयानों तथा संचार व्यवस्थाओं की ऊर्जा प्रणालियों में भी इनका उपयोग है।

ट्रांजिस्टर मूलत: सिलिकन अथवा जर्मेनियम क्रिस्टल से बने होते हैं जिनके p तथा n प्रकार के क्षेत्र चित्र 28.16 में दर्शाये गए हैं। इन तीन क्षेत्रों को उत्सर्जक (E), आधार (B), तथा संग्राहक (C) कहा जाता है। आधार (B) मध्य में स्थित होता है तथा उत्सर्जक (E) व संग्राहक (C) बाहरी क्षेत्र है।

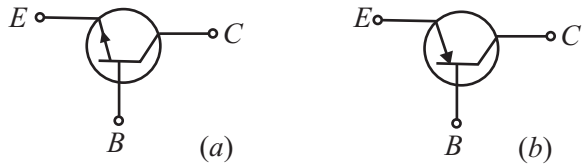
ध्यान दें कि उत्सर्जक एवं संग्राहक एक ही प्रकार (n अथवा p) के अर्द्धचालक होते हैं तथा संग्राहक तीनों में सबसे बड़े आकार का होता है।

आधार (B) उत्सर्जक से संग्राहक के बीच धारा प्रवाह को नियन्त्रित करता है। यह 'नियंत्रण' डायोड में संभव नहीं है। मिश्रित अपदृश्यों के दृष्टिकोण से ट्रांजिस्टर दो प्रकार के होते हैं–*n-p-n* तथा *p-n-p*। सामान्यत: अपमिश्रण का स्तर उत्सर्जक में सर्वाधिक, संग्राहक में मध्यम तथा आधार में से सबसे कम होता है।



चित्र 28.16: (a) *n-p-n* एवं (b) *p-n-p* ट्रांजिस्टर

ट्रांजिस्टर के विभिन्न क्षेत्रों के नाम से उनके कार्य के बारे में पता चलता है। *n-p-n* ट्रांजिस्टर में बहुसंख्यक आवेश वाहक (इलेक्ट्रॉन) उत्सर्जक से आधार में प्रविष्ट होते हैं। बहुत छोटे आकार तथा अत्यंत अल्प अपमिश्रण के कारण आधार अधिकांश इलेक्ट्रॉनों को संग्राहक की ओर जाने देता है। अपने बड़े आकार के कारण संग्राहक में अन्य दो क्षेत्रों की तुलना में अधिक ऊष्मा उत्पन्न होती है।

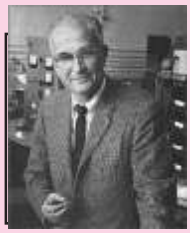


चित्र 28.17 (a) *n-p-n*, (b) *p-n-p* ट्रांजिस्टरों के प्रतीक

चित्र 28.17 में *n-p-n* व *p-n-p* ट्रांजिस्टरों का सांकेतिक निरूपण किया गया है। वाणाग्र परम्परागत धारा-प्रवाह की दिशा को इंगित करता है। आप शायद यह जानना चाहेंगे कि *n-p-n* ट्रांजिस्टर में वाणाग्र बाहर की ओर तथा *p-n-p* ट्रांजिस्टर अन्दर की ओर क्यों होता है? *n-p-n* ट्रांजिस्टर में इलेक्ट्रॉन का प्रवाह उत्सर्जक से आधार की ओर होता है। अत: परम्परागत धारा-प्रवाह आधार से उत्सर्जक की ओर माना जाता है। इसी कारण से वाणाग्र आधार से बाहर की ओर है। *p-n-p* ट्रांजिस्टर में उत्सर्जक धारा होलों के उत्सर्जक से आधार की ओर प्रवाह के कारण होती है। इस प्रकार परम्परागत धारा उत्सर्जक से आधार की ओर प्रवाहित होती है।

ट्रांजिस्टर द्वि-ध्रुवीय युक्ति है, अत: इसकी क्रिया बहुसंख्यक एवं अल्पसंख्यक दोनों प्रकार के आवेश वाहकों पर निर्भर करती है।

विलियम ब्रैडफोर्ड शॉक्ले
(1910 – 1989)



इंग्लैण्ड में जन्में अमेरिकी भौतिकीविद् डब्ल्य. बी. शॉक्ले उन तीन वैज्ञानिकों में से एक थे जिनको ट्रांजिस्टर के आविष्कार के लिए सन् 1956 में भौतिकी का नोबेल पुरस्कार मिला था। मूलत: ठोस प्रावस्था भौतिक शास्त्री शॉक्ले ने अर्द्धचालकों में बैण्डों की सैद्धान्तिक समझ, मिश्रधातुओं में व्यवस्था एवं अव्यवस्था, निर्वात ट्यूबों का सिद्धान्त, अवस्थिति भ्रंश (Dislocation) का सिद्धान्त तथा लौह चुम्बकीय परिक्षेत्रों (Domains) जैसे विषयों के विकास में महत्वपूर्ण योगदान किया। वे सचमुच इलेक्ट्रॉनिकीय क्रांति के अगुआ थे।

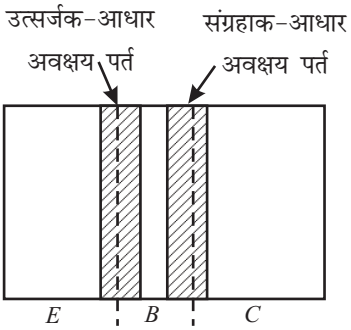
28.7.1 कार्यविधि सिद्धान्त

आप *p-n* संधि की क्रिया-विधि से परिचित हो चुके हैं। अब हम ट्रांजिस्टर की क्रिया-विधि के सिद्धान्त को समझेंगे। पहले *n-p-n* ट्रांजिस्टर की चर्चा की जाएगी क्योंकि इसका उपयोग ज्यादा किया जाता है। जब तक ट्रांजिस्टर को कोई वोल्टता न दी जाय, मुक्त इलेक्ट्रॉनों के संधियों के पार विसरण से चित्र 28.18 के अनुसार दो अवक्षय पर्त बन जाती है। प्रत्येक अवक्षय-पर्त के लिए 25°C पर विभव प्राचीर का मान सिलिकन ट्रांजिस्टर में 0.7V तथा जर्मोनियम ट्रांजिस्टर में 0.3V होता है। जैसा कि आपको विदित है कि सिलिकन ट्रांजिस्टर अधिक वोल्टता रेटिंग, धारा रेटिंग तथा कम ताप सहनशीलता के कारण जर्मेनियम ट्रांजिस्टर की तुलना में अधिक उपयोग में लाए जाते हैं। इस चर्चा में सिलिकन ट्रांजिस्टर की ही बात करेंगे जब तक कि किसी अन्य का उल्लेख न हो।

ट्रांजिस्टर के तीनों क्षेत्रों में अपमिश्रण का स्तर अलग-अलग होता है, अत: अवक्षय पर्त की चौड़ाई भी भिन्न होती है। यदि किसी क्षेत्र में अत्यधिक अपमिश्रण किया जाये तो संधि के समीप आयनों की सघनता भी अधिक होगी। इसके परिणामस्वरूप अवक्षय पर्त पतली होगी। यही बात विलोमत: भी कही जा सकती है। उत्सर्जक एवं संग्राहक की तुलना में आधार अत्यन्त कम अपमिश्रित होता है। अत: अवक्षय पर्त इसमें काफी अन्दर तक होती है, जबकि उत्सर्जक

अथवा संग्राहक में इसका बेधन काफी कम होता है (चित्र 28.18)। इसके अतिरिक्त उत्सर्जक अवक्षय पर्त संग्राहक अवक्षय पर्त की तुलना में संकीर्ण होती है।

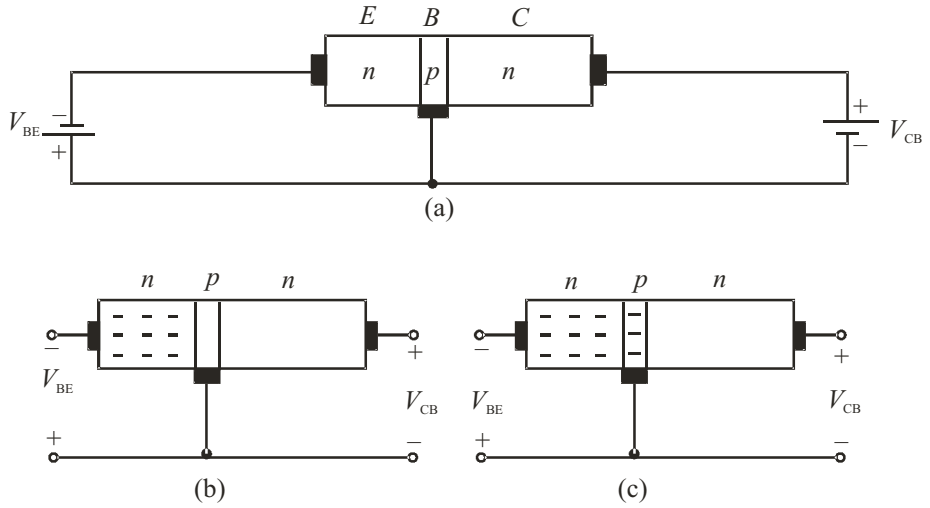
ट्रांजिस्टर के ठीक तरीके से कार्य करने के लिए यह आवश्यक है कि इसके सिरों के मध्य उचित वोल्टता प्रदान की जाय। इसी प्रक्रिया को ट्रांजिस्टर की अभिनति कहते हैं।

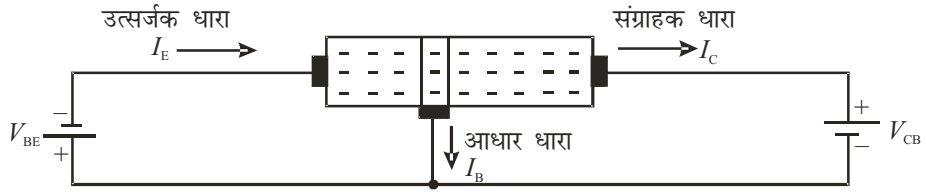


चित्र 28.18 : ट्रांजिस्टर में अवक्षय पर्तें जब उसे कोई वोल्टता न दी जाए।

n-p-n ट्रांजिस्टर

*n-p-n*ट्रांजिस्टर की अभिनति विधि चित्र 28.19(a) में दर्शायी गयी है। **उत्सर्जक-आधार संधि अग्र अभिनत, जबकि संग्राहक-आधार संधि उत्क्रम अभिनत है।** अत: ऐसा प्रतीत हो सकता है कि उत्सर्जक धारा बहुत अधिक तथा संग्राहक-धारा बहुत कम होगी। किन्तु देखा यह गया है कि संग्राहक धारा उत्सर्जक धारा के लगभग बराबर होती है। अब हम इसका कारण समझने का प्रयास करते हैं। अग्र अभिनत उत्सर्जक से मुक्त-इलेक्ट्रॉन विभव-प्राचीर को पार कर आधार में प्रवेश करते हैं (चित्र 28.19(b) को देखें)। जब V_{BE} विभव प्राचीर (0.6 V से 0.7 V सिलिकन ट्रांजिस्टर में) से अधिक हो जाता है तो इलेक्ट्रॉन आधार क्षेत्र में प्रवेश कर जाते हैं, जैसा कि चित्र 28.19(c) में दर्शाया गया है। एक बार आधार में पहुंचने पर ये इलेक्ट्रॉन या तो पतले आधार से होते हुए बाहर आधार की लीड तक पहुंचते है अथवा संग्राहक संधि को पार कर संग्राहक क्षेत्र में अनुगमन करते हैं। आधार धारा जिसे पुनर्संयोजन धारा भी कहते हैं, अत्यन्त अल्प होती है क्योंकि आधार पतला तथा अल्प अपमिश्रित होता है और उसमें बहुत कम होल होते हैं। V_{BE} >0.7 V के लिए अधिकतर इलेक्ट्रॉन संग्राहक की अवक्षय पर्त में विसरित होते हैं इस पर्त के मुक्त इलेक्ट्रॉन अवक्षय पर्त क्षेत्र द्वारा धकेले जाने से संग्राहक भाग [चित्र 28.19(d)] में अनुगमन करते हुए बाहर संग्राहक की लीड तक पहुंचते हैं। इस प्रकार स्रोत के ऋणात्मक सिरे से इलेक्ट्रॉन की स्थिर धारा निकल कर उत्सर्जक भाग में प्रवेश करती है।





(d)

चित्र 28.19: n-p-n ट्रांजिस्टर जब (a) उत्सर्जक अग्र अभिनत तथा संग्राहक उत्क्रम अभिनत हो (b) उत्सर्जक में मुक्त इलेक्ट्रॉन (c) आधार में प्रविष्ट मुक्त इलेक्ट्रॉन (d) आधार के रास्ते संग्राहक जाते हुए मुक्त इलेक्ट्रॉन

अग्र अभिनति के कारण इलेक्ट्रॉन आधार क्षेत्र में प्रवेश करते हैं। लगभग समस्त इलेक्ट्रॉन आधार से गुजरते हुए संग्राहक की अवक्षय पर्त में विसरण करते हैं। अवक्षय पर्त क्षेत्र (Deplition layer field) इलेक्ट्रॉनों की स्थिर धारा को संग्राहक भाग में भेजता है। अधिकतर ट्रांजिस्टरों में उत्सर्जक से निकले 95 प्रतिशत से अधिक इलेक्ट्रॉन संग्राहक में प्रवाहित होते हैं तथा 5 प्रतिशत से भी कम आधार लीड तक पहुंचते हैं।

यहाँ यह निष्कर्ष नहीं निकाला जाना चाहिए कि दो पृथक डायोडों को एक दूसरे से उलटे जोड़कर ट्रांजिस्टर बनाया जा सकता है। ऐसे परिपथ में प्रत्येक डायोड में दो अपमिश्रित भाग तथा सम्पूर्ण परिपथ में चार अपमिश्रित भाग हो जायेंगे। इसके अतिरिक्त आधार भी वैसा नहीं होगा जैसा ट्रांजिस्टर में होता है। **ट्रांजिस्टर की उचित कार्य-विधि के लिए आवश्यक यह है कि अत्याधिक अपमिश्रित उत्सर्जक एवं मध्यम अपमिश्रित संग्राहक के मध्य पतला व अल्प अपमिश्रित आधार हो।** मुक्त इलेक्ट्रॉन आधार को लघु समयान्तराल में ही पार कर संग्राहक में पहुंच जाते हैं।

संग्राहक धारा (I_c) व उत्सर्जक-धारा (I_E) में संबंध धारा-लाभ (α) की भाषा में व्यक्त किया जाता है–

$$\alpha = \frac{I_C}{I_E}. \qquad (28.1)$$

यहाँ α का मान एक के लगभग बराबर, वास्तव में एक से बहुत थोड़ा ही कम होता है।

इसी प्रकार संग्राहक धारा एवं आधार का संबंध भी यूनानी भाषा के अक्षर बीटा द्वारा व्यक्त किया जाता है–

$$\beta = \frac{I_C}{I_B} \qquad (28.2)$$

बीटा ट्रांजिस्टर के उभयनिष्ठ उत्सर्जक विन्यास में धारा-लाभ को व्यक्त करता है। बीटा (β) का मान एक से बहुत अधिक होता है।

संग्राहक धारा व आधार धारा का योग ही उत्सर्जक धारा होता है, अत:

$$I_E = I_c + I_B$$

सम्पूर्ण समीकरण को I_C से विभाजित करने पर,

$$\frac{I_E}{I_C} = 1 + \frac{I_B}{I_C}. \qquad (28.3)$$

α एवं β के पदों में, इसे हम लिख सकते हैं–

$$\frac{1}{\alpha} = 1 + \frac{1}{\beta}$$

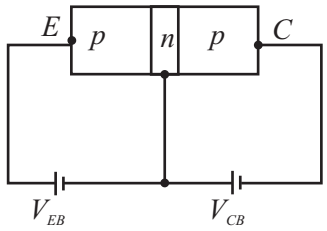
अथवा

$$\beta = \frac{\alpha}{1-\alpha} \qquad (28.4)$$

अब हम देखेंगे कि *p-n-p* ट्रांजिस्टर *n-p-n* ट्रांजिस्टर से किस प्रकार भिन्न है:

p-n-p ट्रांजिस्टर

चित्र 28.20 सक्रिय क्षेत्र में क्रिया के लिए अभिनत ट्रांजिस्टर दर्शाया गया है। ध्यान दें कि *n-p-n* ट्रांजिस्टर के स्थान पर *p-n-p* ट्रांजिस्टर लेने पर बैटरी के सिरे उलट दिये हैं।



चित्र 28.20 : सक्रिय क्रिया के लिए अभिनत *p-n-p* ट्रांजिस्टर

पूर्व की भांति, उत्सर्जक–आधार संधि V_{EB} वोल्टता की बैटरी द्वारा अभिनत है तथा संग्राहक आधार संधि V_{CB} वोल्टता की बैटरी द्वारा उत्क्रम अभिनत है। उत्क्रम अभिनत संग्राहक आधार संधि की तुलना में उत्सर्जक आधार संधि का प्रतिरोध बहुत कम है क्योंकि यह अग्र अभिनत है। अत: उत्सर्जक आधार संधि को अल्प अग्र अभिनति वोल्टता (0.6V) दी जाती है, जब कि संग्राहक आधार संधि की दी गयी उत्क्रम अभिनति वोल्टता कहीं अधिक (9V) होती है।

उत्सर्जक–आधार संधि की अग्र अभिनति उत्सर्जक (*p*-क्षेत्र) में विद्यमान बहुसंख्यक वाहकों अर्थात् होलों के आधार (*n*-क्षेत्र) में विसरण करती है क्योंकि वे बैटरी के धनात्मक सिरे से प्रतिकर्षित होते हैं। आधार की चौड़ाई बहुत कम तथा अपमिश्रण बहुत हल्का होने के कारण उसमें प्रवेश करने वाले होलों में से बहुत कम (दो से पाँच प्रतिशत) ही इलेक्ट्रॉनों के साथ पुनर्संयोजन करते है जबकि 95 से 98 प्रतिशत ही संग्राहक भाग में पहुंच जाते हैं। संग्राहक आधार क्षेत्र के उत्क्रम अभिनत होने के कारण वहाँ पहुंचने वाले होल संग्राहक के ऋणात्मक विभव से आकर्षित होते हैं जिससे संग्राहक धारा बढ़ जाती है। अत: उत्सर्जक धारा में वृद्धि संग्राहक धारा में भी वृद्धि करती है। 28.1 से समीकरण 28.4 तक यहाँ भी सत्य हैं।

पाठगत प्रश्न 28.6

1. सही विकल्प चुनिए:
   (a) ट्रांजिस्टर के प्रतीक में वाणाग्र की दिशा होती है–
      (i) उत्सर्जक क्षेत्र में होलों के प्रवाह की ओर।
      (ii) उत्सर्जक क्षेत्र में इलेक्ट्रॉनों के प्रवाह की ओर।
      (iii) उपर्युक्त क्षेत्र में बहुसंख्य आवेश वाहकों के प्रवाह की ओर।
      (iv) उपर्युक्त में से कोई नहीं।
   (b) ट्रांजिस्टर में प्राय: की जाने वाली अभिनति में उत्सर्जक धारा–
      (i) संग्राहक धारा से कम होती है।
      (ii) आधार धारा तथा संग्राहक धारा के योग के बराबर होती है।
      (iii) आधार धारा के बराबर होती है।
      (iv) उपर्युक्त में से कोई नहीं।
2. रिक्त स्थान भरिये:
   (a) ट्रांजिस्टर में ..... क्षेत्र तथा ..... संधि होती हैं।
   (b) ट्रांजिस्टर में ..... की चौड़ाई सबसे कम होती है।
   (c) उत्सर्जक क्षेत्र ट्रांजिस्टर में ..... अपमिश्रिण होता है जबकि ..... क्षेत्र सबसे कम अपमिश्रित होता है।
   (d) ट्रांजिस्टर में संग्राहक का आकार ..... तथा अपमिश्रिण ..... होता है।
   (e) ट्रांजिस्टर तब सक्रिय क्षेत्र में कहा जाता है जब ..... संधि अग्र अभिनत तथा ..... संधि उत्क्रम अभिनत होती है।
   (f) दो प्रकार के ट्रांजिस्टर हैं: ..... तथा ..... ।

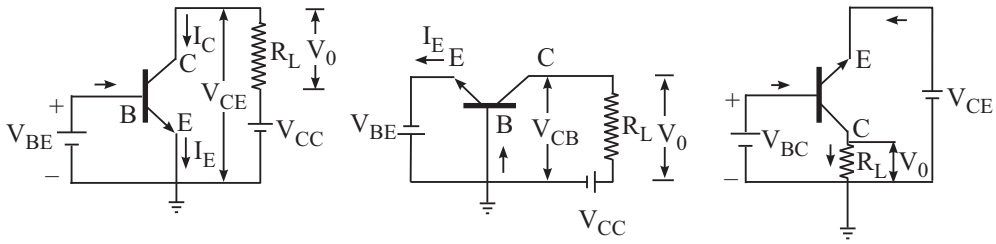
अब आप ट्रांजिस्टर के कार्य सिद्धांत के बारे में सीख चुके हैं। आइये देखें कि किसी ट्रांजिस्टर को हम किन विभिन्न विन्यासों में उपयोग कर सकते हैं।

28.7.2 ट्रांजिस्टर विन्यास

ट्रांजिस्टर दो 'पोर्ट' वाली युक्ति है। निवेश मिलने पर वह एक निर्गम प्रदान करता है। निवेश एवं निर्गम में प्रत्येक के लिए दो टर्मिनलों की आवश्यकता है। तीन टर्मिनलों में से एक को उभयनिष्ठ कर दें तो ट्रांजिस्टर में यह आवश्यकता पूर्ण हो जाती है। 28.21 के चित्रों में ट्रांजिस्टर के विभिन्न विन्यास दर्शाये गये है, जो निवेश एवं निर्गम के मध्य एक टर्मिनल को उभयनिष्ठ करने पर बनते हैं।

- जब उत्सर्जक निवेशी एवं निर्गम परिपथों के बीच उभयनिष्ठ हो तो उभयनिष्ठ-उत्सर्जक (*CE*) विन्यास बनता है [चित्र 28.21 (a)]।
- जब आधार निवेशी एवं निर्गम परिपथों के बीच उभयनिष्ठ हो तो उभयनिष्ठ आधार (CB) विन्यास बनता है [चित्र 28.21(b)]।
- जब संग्राहक निवेशी एवं निर्गम परिपथों के बीच उभयनिष्ठ हो तो उभयनिष्ठ संग्राहक (CC) विन्यास बनता है [चित्र 28.21(c)]।

तीनों विन्यासों में ट्रांजिस्टर अभिलक्षण भिन्न-भिन्न होते हैं। CE विन्यास सबसे अधिक प्रयुक्त होता है क्योंकि यह उच्च वोल्टता-लाभ, धारा-लाभ एवं शक्ति-लाभ प्रदान करता है। CB विन्यास में ट्रांजिस्टर को नियत धारा स्रोत के रूप में उपयोग किया जा सकता है, जबकि CC विन्यास अक्सर 'प्रतिबाधा-मैचिंग' (Impedence Matching) के रूप में इस्तेमाल होता है।



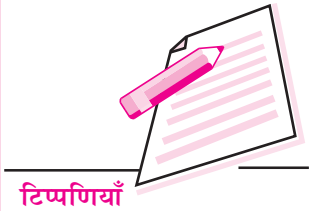
(a) (b) (c)

चित्र 28.21: ट्रांजिस्टर विन्यास (a) CE, (b) CB, तथा (c) CC

प्रत्येक विन्यास के लिए अभिलक्षण खींचे जा सकते हैं: (a) निवेशी अभिलक्षण, (b) निर्गम अभिलक्षण, (c) पारस्परिक हस्तान्तरण अभिलक्षण।

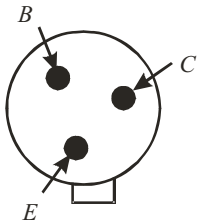
सारणी 28.2: ट्रांजिस्टर के विभिन्न अभिलक्षणों से संबंधित भौतिक राशियाँ

विन्यास	निवेशी अभिलक्षण	निर्गम अभिलक्षण	पारस्परिक (हस्तान्तरण) अभिलक्षण	महत्वपूर्ण ट्रांजिस्टर नियंतांक
CE	V_{BE} एवं I_B में जबकि V_{CE} नियत	V_{CE} एवं I_C में जबकि I_B नियत	I_B एवं I_C में	धारा-लाभ (β)
CB	V_{BE} एवं I_E में जबकि V_{CB} नियत	V_{CB} एवं I_C जबकि I_E नियत	I_E एवं I_C	धारा-लाभ α
CC	V_{CB} एवं I_B में जबकि V_{CE} नियत	V_{CE} एवं I_E जबकि I_B नियत	I_B एवं I_E	



ट्रांजिस्टर को व्यवहारिक प्रयोग में लाने से पूर्व उसके आधार, उत्सर्जक व संग्राहक के सिरों (leads) की पहचान आवश्यक है। इसके लिए निम्नलिखित विधि अपनायी जाती है:

धातु की टोपी (cap) पर छोटे से खाचे (Notch) को देखिये। इसके समीप स्थित सिरा (टर्मिनल) ही उत्सर्जक है। अन्य दो भागों (टर्मीनलों) की पहचान के लिए ट्रांजिस्टर को उलटिए। आधार एवं संग्राहक को चित्र 28.22 के अनुसार आसानी से पहचाना जा सकता है।



चित्र 28.22: ट्रांजिस्टर के भागों की पहचान

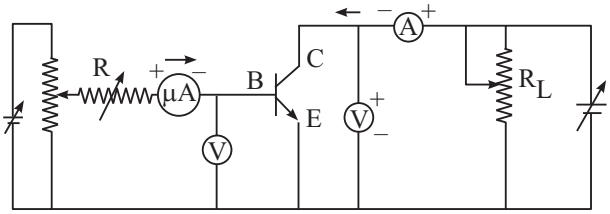
p-n संधि की तरह ट्रांजिस्टरों का भी दो अक्षर व एक संख्या से बना एक 'कोड' होता है। प्रथम अक्षर प्रयुक्त पदार्थ को इंगित करता है तथा दूसरा अक्षर मुख्य अनुप्रयोग बताता हैं। C श्रृव्य आवृत्ति ट्रांजिस्टर, D शक्ति ट्रांजिस्टर, F रेडियो आवृति ट्रांजिस्टर को प्रदर्शित करते हैं। संख्या क्रमांक निर्माता द्वारा पहचान के लिए निर्धारित अंक होते हैं। उदाहरणत: AC 125 AF (श्रृव्य आवृत्ति) अनुप्रयोग के लिए जर्मेनियम ट्रांजिस्टर का कोड है।

28.8 ट्रांजिस्टर अभिलक्षण

जैसा कि पहले बताया गया है कि ट्रांजिस्टर की क्रियाविधि का अध्ययन निवेशी एवं निर्गम *I-V* अभिलक्षणों से किया जा सकता है। ये अभिलक्षण विशिष्ट होते हैं तथा विन्यास पर निर्भर करते हैं। सर्वप्रथम हम CE विन्यास का अध्ययन करेंगे।

28.8.1 *npn* ट्रांजिस्टर का उभयनिष्ठ उत्सर्जक विन्यास

जब उज्सर्जक निवेशी एवं निर्गम परिपथों के बीच उभयनिष्ठ हो तो *CE* अभिलक्षण ट्रांजिस्टर के धारा एवं वोल्टता के मध्य संबंध को व्यक्त करते हैं। *npn* ट्रांजिस्टर के *CE* अभिलक्षणों के लिए परिपथ चित्र 28.23 में प्रदर्शित है। V_{BB} 0 – 3 *V* की परिवर्तनशील (Variable) *dc* (दिष्ट) आपूर्ति है तथा V_{ce} 0 – 15*V* की परिवर्तनशील *dc* आपूर्ति (Supply) है। R_1 एवं R_2 विभव विभाजक है तथा *R* परिवर्तनशील प्रतिरोध (Variable Resistance) हैं। यह आधार व उत्सर्जक के मध्य वोल्टता V_{BE} को नियन्त्रित करने के लिए प्रयोग में लाया गया है।

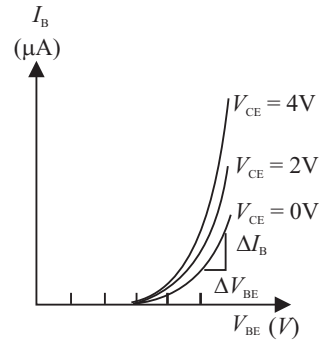


चित्र 28.23 : ट्रांजिस्टर के CE विन्यास में निवेशी एवं निर्गम अभिलक्षणों के लिए परिपथ

निवेशी अभिलक्षण

CE विन्यास में निवेशी अभिलक्षण V_{BE} को परिवर्तित करने पर I_B में परिवर्तन प्रदर्शित करते हैं जबकि V_{CE} को नियत रखा गया हो। अभिलाक्षणिक वक्र खींचने के लिए *R* एवं R_1 की

सहायता से V_{CE} को स्थिर रखते हुए V_{BE} में धीरे-धीरे परिवर्तन किया जाता है तथा I_B के समवर्ती मान आधार से जुड़े माइक्रोएम्पियरमीटर द्वारा मापे जाते हैं। चित्र 29.24 में *npn* ट्रांजिस्टर का CE विन्यास में सामान्य अभिलाक्षणिक वक्र दर्शाया गया है।



चित्र 28.24: npn ट्रांजिस्टर का CE विन्यास में निवेशी अभिलाक्षणिक वक्र

ध्यान दें कि V_{CE} के निश्चित मान के लिए, वक्र *p-n* संधि के *I-V* अभिलाक्षणिक वक्र की भांति ही है। $V_{BE} < 0.5V$, पर I_B में तीव्रता से वृद्धि होती है।

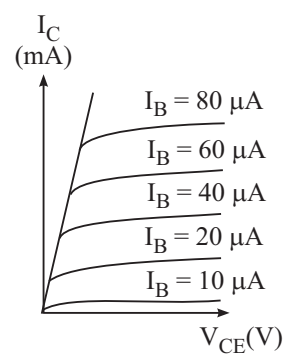
निवेशी अभिलक्षणों की प्रवणता (ढलान) के व्युत्क्रम (Reciprocal) से ट्रांजिस्टर का निवेशी प्रतिरोध ज्ञात किया जा सकता है जो कि आधार-उत्सर्जक वोल्टता में अल्प परिवर्तन एवं उत्पन्न आधार-धारा में परिवर्तन के अनुपात के बराबर होता है जबकि संग्राहक-उत्सर्जक वोल्टता नियत हो:

$$R_{ie} = \left.\frac{\Delta V_{BE}}{\Delta I_B}\right|_{V_{BE}} \qquad (28.5)$$

सामान्यतया R_{ie} का मान 20-100Ω के मध्य होता है। यहाँ ध्यान देने योग्य तथ्य है कि वक्र रेखीय नहीं है, अत: निवेशी प्रतिरोध का मान मापन-बिन्दु (क्रियाकारी-बिन्दु) के बदलने पर बदल जाता है। V_{CE} के बढ़ने पर वक्र ऊर्ध्वाधर (Vertical) हो जाता है, अत: R_{ie} घटता जाता है।

निर्गम अभिलक्षण

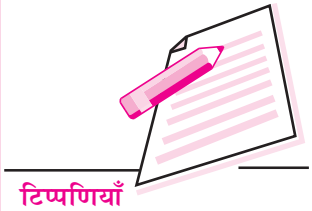
निवेशी अभिलाक्षणिक वक्र V_{CE}, के साथ संग्राहक धारा I_C में परिवर्तन को चित्रित करते है जबकि आधार-धारा I_B स्थिर रखी गयी हो। निर्गम अभिलक्षण जानने के लिए I_B को R_1 एवं R के समायोजन से स्थिर रखते हैं। V_{CE} को 0.5V के अन्तराल में 0 से 10V तक R_2 में परिवर्तन करके बढ़ाते जाते हैं तथा समवर्ती $I_B = 40\ \mu A, 60\ \mu A, 80\ \mu A$ आदि पर प्राप्त किये जा सकते हैं। यहाँ यह सावधानी रखना परम आवश्यक है कि I_B का मान रेटिंग के मान से कभी अधिक न होने पाये।



चित्र 28.25: npn ट्रांजिस्टर के CE विन्यास में निर्गम अभिलाक्षणिक वक्र

इस विन्यास के निवेशी अभिलक्षाण चित्र 28.25 में दर्शाए गए हैं।

निवेशी अभिलक्षणों में आपने ध्यान दिया होगा कि I_B के निश्चित मान के लिए V_{CE} के बढ़ने पर I_C में परिवर्तन हो रहा है, तथा V_{CE} के निश्चित मान के लिए I_B के बढ़ने पर I_C भी बढ़ जाती है। इन अभिलक्षणों से निर्गम प्रतिचालकता या एडमिटैन्स (Admittance) h_{oe} ज्ञात की जा सकती है:

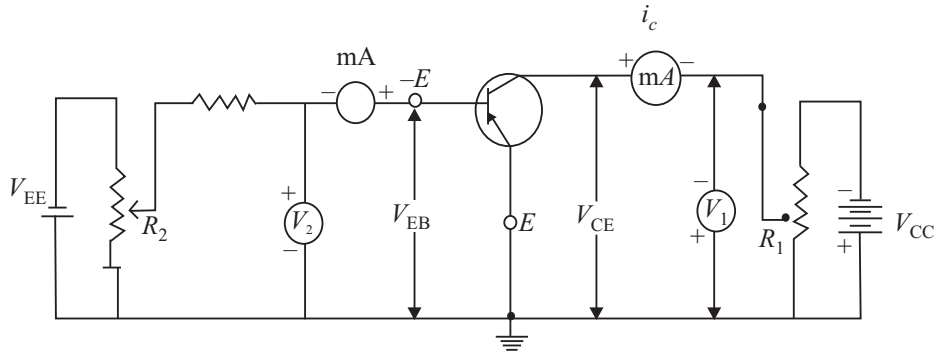


$$h_{oe} = \frac{\Delta I_C}{\Delta V_{CE}} \qquad (28.6)$$

यहाँ Δ न्यून परिवर्तन को इंगित करता है।

28.8.2 ट्रांजिस्टर का उभयनिष्ठ उत्सर्जक (*CE*) विन्यास

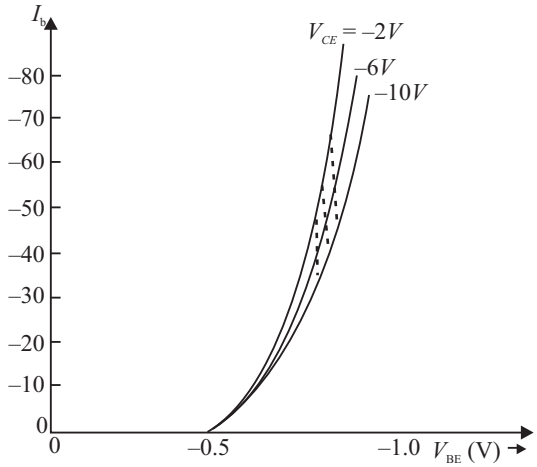
पिछले अनुच्छेद में आपने *n-p-n* ट्रांजिस्टर के उभयनिष्ठ उत्सर्जक विन्यास में निवेशी एवं निर्गम अभिलक्षण जाने। अब हम *p-n-p* ट्रांजिस्टर पर विचार करेंगे। चित्र 28.26 में *p-n-p* ट्रांजिस्टर के CE अभिलक्षणों के लिए परिपथ दर्शाया गया है। ट्रांजिस्टर सक्रिय क्षेत्र में क्रिया करने के लिए अभिनत है। माइक्रोएमीटर एवं वोल्टमीटर आधार-उत्सर्जक परिपथ में क्रमशः आधार-धारा (I_B) एवं आधार व उत्सर्जक के बीच वोल्टता के मापन के लिए लगाये गये हैं। इसी प्रकार मिलीएमीटर व वोल्टमीटर संग्राहक-उत्सर्जक परिपथ में क्रमशः संग्राहक धारा एवं संग्राहक व उत्सर्जक के मध्य वोल्टता मापन के लिए जोड़े गये हैं।



चित्र 28.26: *p-n-p* ट्रांजिस्टर के CE विन्यास में निवेशी व निर्गम अभिलक्षण जानने के लिए परिपथ

निवेशी अभिलक्षण

निवेशी अभिलक्षण V_{CE} के स्थिर मानों के लिए V_{BE} तथा I_B के मध्य ग्राफ हैं। निवेशी अभिलक्षण खींचने के लिए उत्सर्जक-संग्राहक परिपथ में विभव-विभाजक इस प्रकार समायोजित किया जाता है कि वोल्टमीटर स्थिर मान दर्शाता है। तदुपरान्त उत्सर्जक-आधार परिपथ का विभव-विभाजक इस प्रकार समायोजित किया जाता है कि आधार-उत्सर्जक वोल्टता शून्य हो। इस स्थिति में आधार-धारा भी शून्य पायी जाती हैं। V_{CE} को स्थिर रखते हुए V_{BE} को धीरे-धीरे बढ़ाया जाता है तथा आधार-धारा में परिवर्तित को माइक्रोएमीटर द्वारा ज्ञात करते हैं। जैसे $V_{CE} = -2V$ पर



चित्र 28.27 : एक विशिष्ठ *p-n-p* ट्रांजिस्टर के CE विन्यास में निवेशी अभिलक्षण

निवेशी अभिलक्षण खींचने हों तो उत्सर्जक-संग्राहक परिपथ का वोल्टमीटर 2V प्रदर्शित करे। तब उत्सर्जक-आधार परिपथ के विभव-विभाजक को V_{BE} के शून्य मान के लिए समायोजन करते हैं। इसी प्रकार $V_{CE} = -6V, -10V$ इत्यादि के लिए ट्रांजिस्टर के CE विन्यास में निवेशी अभिलाक्षणिक वक्र बनाये जा सकते हैं। चित्र 28.27 में CE विन्यास के निवेशी अभिलक्षण दर्शाये गये हैं। जैसा कि देखा जा सकता है कि इन निवेशी अभिलक्षणों की प्रकृति p - n संधि की अग्र-अभिलक्षणों के समान ही है। जब तक आधार-वोल्टता का मान विभव प्राचीर (सिलिकन ट्रांजिस्टर में 0.7V के लगभग) से कम रहता है तब तक आधार-धारा शून्य रहती है। जैसे ही आधार वोल्टता विभव प्राचीर से अधिक होने लगती है, धारा भी शुरू में धीरे -धीरे बढ़ने लगती है और फिर तीव्रता से बढ़ती है।

आपको स्मरण होगा कि ये वक्र *n-p-n* ट्रांजिस्टर के CE विन्यास में अभिलाक्षणिक वक्रों के समान ही हैं।

निवेशी अभिलाक्षणिक वक्रों की प्रवणता (Gradient) या ढलान के व्युत्क्रम (Reciprocal) से ट्रांजिस्टर का a.c. निवेशी प्रतिरोध ज्ञात किया जा सकता है।

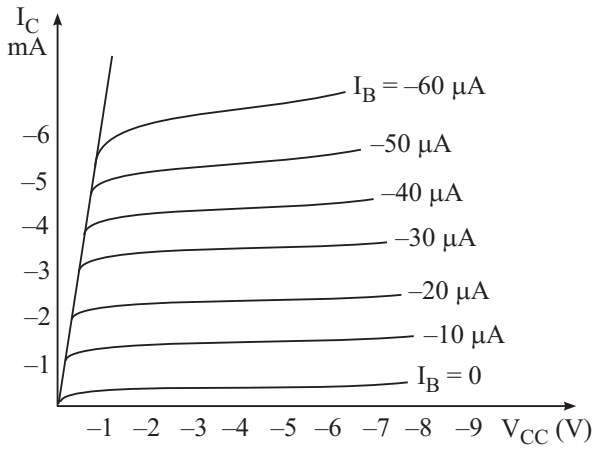
ट्रांजिस्टर के *CE* विन्यास में a.c. निवेशी प्रतिरोध,

$$R_{in} = \left.\frac{\Delta V_{BC}}{\Delta I_B}\right|_{V_{CE}}$$

इस विन्यास में R_{in} 1 KΩ की कोटि का होता है।

निर्गम अभिलक्षण

ये आधार-धारा विभिन्न स्थिर मानों के लिए संग्राहक-उत्सर्जक वोल्टता (V_{CE}) तथा संग्राहक धारा (I_C) के बीच के ग्राफ होते हैं। इन अभिलक्षणों को बनाने के लिए V_{CE} को शून्य रखकर V_{BE} को समायोजित किया जाता है ताकि आधार-उत्सर्जक परिपथ में माइक्रोएमीटर में प्रदर्शित धारा का मान स्थिर रहे। अब I_B को स्थिर रखते हुए V_{CE} को शून्य से आगे छोटे-छोटे अन्तरालों में बढ़ाया जाता है तथा समवर्ती संग्राहक धारा (I_c) का मान संग्राहक के साथ श्रेणी में लगे मिलीएमीटर से ज्ञात कर लिया जाता है।



चित्र 28.28: *p-n-p* ट्रांजिस्टर के CE विन्यास में निर्गम अभिलक्षण

$I_B = 50\mu$ पर निर्गम अभिलक्षण कैसे बनाए जाएं?

इसके लिए V_{BE} इस प्रकारा समायोजित किया जाता है मिलीएमीटर 50 μA पढ़ें। V_{CE} को धीरे-धीर बढ़ाकर I_c का समवर्ती मान ज्ञात किया जाता है। V_{CE} व I_c के बीच का ग्राफ $\boldsymbol{I_B = 50\ \mu A}$ पर निर्गम अभिलक्षण दर्शाता है। इसी प्रकार $I_B = 100\ \mu A, 200\ \mu A$ इत्यादि पर निवेशी अभिलक्षण प्राप्त किये जा सकते हैं।

उदाहरण 28.1: यदि किसी ट्रांजिस्टर का धारा-लाभ $\alpha = 0.98$ हो तो धारा-लाभ (β) की गणना कीजिए।

हल : $\beta = \dfrac{\alpha}{1-\alpha} = \dfrac{0.98}{1-0.98} = 49$

उदारहण 28.2 किसी ट्रांजिस्टर में उत्सर्जक धारा में 1mA का परिवर्तन संग्राहक-धारा को 0. 99 mA से परिवर्तित कर देता है तो a.c. धारा-लाभ बताइए।

हल : दिया है, $\Delta I_e = 1\ mA = 1 \times 10^{-3}\ A$ एवं $\Delta I_c = 0.99\ mA = 0.99 \times 10^{-3}\ A$

अत: ट्रांजिस्टर का a.c. धारा-लाभ, $\alpha = \dfrac{\Delta I_c}{\Delta I_e} = \dfrac{0.99 \times 10^{-3}\ A}{1 \times 10^{-3}\ A} = 0.99$

पाठगत प्रश्न 28.7

1. पाठ्य अन्तर्गामी प्रश्न

   (a) ..... वक्र एक निश्चित निर्गत वोल्टता के लिये निवेशी धारा तथा निवेशी वोल्टता के मध्य संबंध को प्रदर्शित करता है।

   (b) ..... वक्र एक निश्चित निवेशी धारा के लिए निर्गत धारा तथा निर्गत वोल्टता के मध्य संबंध को प्रदर्शित करता है।

   (c) उभयनिष्ठ उत्सर्जक विन्यास के ट्रांजिस्टर में ..... एवं ..... निर्गती सिरों का कार्य करते हैं।

   (d) उभयनिष्ठ आधार विन्यास वाले ट्रांजिस्टर में ..... एवं ..... निवेशी सिरे जबकि ..... एवं ..... निर्गती सिरे हैं।

आपने क्या सीखा

- अर्द्धचालक पदार्थों की चालकता का मान चालकों एवं अचालकों के मध्य होता है। उदाहरण–सिलिकन एवं जर्मेनियम।
- अर्द्धचालक दो प्रकार के होते हैं: नैज (शुद्ध) तथा बाह्य (अपमिश्रित अथवा मादित)।

- बाह्य अर्द्धचालक *p*-प्रकार (जिनमें तृतीय समूह की अशुद्धि से अपमिश्रण किया जाता है) अथवा *n*-प्रकार (जिसमें पंचम समूह की अशुद्धि का अपमिश्रण किया जाता है) के हो सकते हैं।
- *p-n* संधि डायोड एक *p*-प्रकार के तथा *n*-प्रकार के क्षेत्र से मिलकर बना होता है जिसके प्रत्येक सिरे पर एक टर्मीनल बनाया होता है।
- जब *p-n* संधि की रचना होती है तो विवरों (होलों) एवं इलेक्ट्रॉनों के संधि के पार विसरण से अवक्षय क्षेत्र उत्पन्न हो जाता है जिसमें कोई चलनशील आवेश वाहक नहीं होते।
- अवक्षय क्षेत्र के आयन संधि पर विभवान्तर उत्पन्न कर देते हैं जिसे विभव प्राचीर कहते हैं।
- अग्र अभिनत *p-n* संधि का अल्प प्रतिरोध होता है।
- उत्क्रम अभिनत *p-n* संधि का उच्च प्रतिरोध होता है।
- *p-n* संधि में धारा प्रवाह केवल एक दिशा में ही होता है।
- विभिन्न प्रकार के डायोड फोटो डायोड, प्रकाश उत्सर्जक डायोड, जेनर डायोड और सौर सेल हैं।
- फोटो डायोड परिपथ में हमेशा उत्क्रम अभिनति में संयोजित किया जाता है।
- ट्रांजिस्टर में तीन अलग-अलग क्षेत्र (उत्सर्जक, आधार एवं संग्राहक) तथा दो संधियां होती हैं। उत्सर्जक सर्वाधिक अपमिश्रित तथा आधार सबसे कम अपमिश्रित होता है। संग्राहक का आकार सबसे बड़ा जबकि आधार सबसे पतला होता है।
- ट्रांजिस्टर *p-n-p* अथवा *n-p-n* प्रकार का हो सकता है।
- ट्रांजिस्टर को तीन विन्यासों अथवा व्यवस्थाओं में जोड़ा जा सकता है-

  उभयनिष्ठ आधार (*CB*), उभयनिष्ठ उत्सर्जक (*CE*) अथवा उभयनिष्ठ संग्राहक (*CC*).
- ट्रांजिस्टर के अभिलक्षण विन्यास के अनुसार भिन्न-भिन्न होते हैं।
- *CE* विन्यास को अन्य विन्यासों के ऊपर वरीयता दी जाती है, क्योंकि, इसमें धारा-लाभ तथा 'वोल्टता-लाभ' दोनों ही उच्च होते हैं।

पाठांत प्रश्न

1. *p-n* संधि डायोड की महत्वपूर्ण विशेषताओं का वर्णन करिये।
2. *p-n* संधि डायोड में अवक्षय क्षेत्र की संरचना की व्याख्या करिये।
3. कौन से आवेश वाहक *p-n* संधि डायोड में अग्र धारा प्रवाहित करते हैं?

4. विभेद कीजिये:

   (i) अग्र अभिनति तथा उत्क्रम अभिनति,

   (ii) एवलांश भंजन तथा जेनर भंजन।

5. *p-n-p* तथा *n-p-n* ट्रांजिस्टरों की कार्यविधि समझाइए।

6. किसी ट्रांजिस्टर के लिए धारा-लाभ α एवं β को परिभाषित कीजिए।

7. यदि $\alpha = 0.998$, तो I_E में 4 mA. परिवर्तन के कारण I_C में परिवर्तन की गणना कीजिए।

पाठगत प्रश्नों के उत्तर

28.1

1. प्रत्येक 7.5×10^{15} 2. (ii)

3. अशुद्धि अथवा अपद्रव्य, अपमिश्रण (डोपिंग)

4. बहुसंख्यक 5. कम

28.2

1. (a) बहुसंख्यक आवेश वाहकों (b) अवक्षय क्षेत्र

   (c) 0.7 वोल्ट , 0.3 वोल्ट (d) अधिक, इलेक्ट्रॉनों

2. (a) (iii), (b) (iii), (c) (i)

28.3

3. (a) घटता है (b) बढ़ता है (c) बढ़ जाती है, भंजन वोल्टता

4. (a) (iv); (b) (iii)

28.4

2. (a) 0.7 वोल्ट, 0.3 वोल्ट (b) एक (c) μA

3. (a) (iii); (b) (ii)

28.5

1. (a) (ii), (b) (i), (c) (iv)

2. (a) जेनर, (b) उत्क्रम, (c) प्रकाश संवेदी,
   (d) समूह तृतीय व पंचम, (e) अग्र, (f) उत्सर्जन,
   (g) पुनर्संयोजन (h) विद्युत प्रदीप्ति (Electroluminiscence),
   (i) फोटो वोल्टाइक (j) अधिक, अवशोषित।

28.6

1. (a) (i); (b) (ii)
2. (a) तीन, दो (b) आधार (c) सर्वाधिक, आधार,
   (d) सर्वाधिक, मध्यम (e) उत्सर्जक–आधार, आधार–संग्रहाक
   (f) *npn, pnp*

28.7

1. (a) निवेशी अभिलाक्षणिक (b) निर्गम अभिलाक्षणिक
   (c) संग्राहक, उत्सर्जक (d) आधार एवं उत्सर्जक, आधार एवं संग्राहक

पाठांत प्रश्न

7. 3.992 mA

29

अर्द्धचालक युक्तियों के अनुप्रयोग

पिछले अध्याय में आपने अर्द्धचालक युक्तियों जैसे *p-n* संधि डायोड, जेनर डायोड, LED, सौर सेल एवं ट्रांजिस्टर के सिद्धांत पढ़े। अपने लघु आकार एवं विशिष्ट वैद्युत गुणों के कारण इन युक्तियों के घरेलू उपकरणों एवं यंत्रों जैसे गैस-लाइटर, सुरक्षा सूचक घंटी, रेडियो, टीवी, टेलीफोन, टेप रिकार्डर, सीडी प्लेयर, कम्प्यूटर, पंखा नियंत्रक, आदि में अनेक अनुप्रयोग है। बड़े उद्यमों की नियंत्रण प्रक्रिया में, हवाई जहाजों के उड्डयन नियंत्रण उपकरणों तथा उपग्रहों की ऊर्जन प्रणालियों में अर्द्धचालक युक्तियाँ ही प्रयुक्त होती हैं। एक प्रकार से, जिन्दगी के बारे में इनके बिना सोचना असंभव है।

इस अध्याय में आप डायोड एवं ट्रांजिस्टर के कुछ सरल अनुप्रयोग सीखेंगे। इस चर्चा के बाद डिजिटल इलेक्ट्रॉनिक्स के आधारभूत तथ्यों से परिचय होगा। इलेक्ट्रॉनिक्स की इस शाखा में ऐसे विशिष्ट सिगनल/ तरंग-रूप प्रयुक्त होते हैं जो 0 एवं 1 द्वारा दर्शायी जाने वाली केवल दो अवस्थाओं में ही मौजूद हो सकते हैं। डिजिटल इलेक्ट्रॉनिक्स तार्किक परिपथ (Logic Gates) की अवधारणा पर आधारित होते हैं। ये परिपथ डिजिटल स्वरूप में निवेश ग्रहण कर सकते हैं तथा एक तार्किक क्रिया-विधि (Logic Operation) के उपरांत एक निश्चित निर्गम देते हैं। आप इन तार्किक परिपथों के प्रतीक, वास्तविक स्वरूप आदि के बारे में इस अध्याय में पढ़ेंगे।

उद्देश्य

इस पाठ के अध्ययन के पश्चात आप:

- डायोड की अर्द्ध-तरंग एवं पूर्व-तरंग दिष्टकारी के रूप में व्याख्या कर सकेंगे;
- जेनर डायोड की वोल्टेज नियंत्रक (Voltage Regulator) के रूप में व्याख्या कर सकेंगे;
- ट्रांजिस्टर को प्रवर्धक, स्विच एवं दोलित्र के रूप में उपयोग में ला पाएंगे;
- तार्किक परिपथों की सत्य सारणी सहित व्याख्या कर पाएंगे, तथा
- सरल परिपथ अवयवों द्वारा तार्किक परिपथों की रचना कर पाएंगे।

29.1 $p-n$ संधि डायोड के अनुप्रयोग

आप अब तक p–n संधि में असममित वैद्युत चालन के बारे में पढ़ चुके हैं अर्थात् इसका अग्र अभिनति में प्रतिरोध उत्क्रम अभिनति में प्रतिरोध से भिन्न होता है। इस विशेषता के कारण डायोड दिष्टकरण (Rectification) अर्थात् प्रत्यावर्ती सिगनल को दिष्ट सिगनल (नियम मान का) में परिवर्तित करने के लिए इस्तेमाल किया जाता है। दैनिक जीवन में इसकी सैल फोन, लैप-टॉप आदि के आवेशन (Charging) में आवश्यकता होती है।

29.1.1 p-n संधि डायोड दिष्टकारी के रूप में

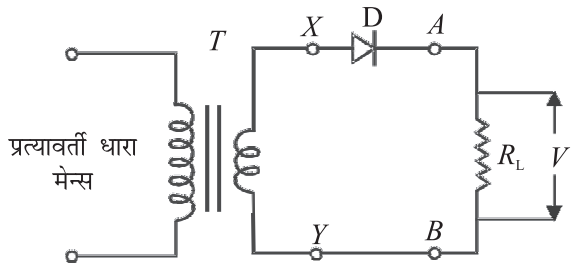
आपने मॉड्यूल 5 के अध्याय में पढ़ा था कि हमारे घरों में विद्युत आपूर्ति प्रत्यावर्ती वोल्टता के रूप में होती है। यह 50 हर्ट्ज आवृत्ति का ज्या सिगनल (Sinusoidal Signal) होता है। इसका तात्पर्य है कि वोल्टता (अथवा धारा) एक चक्र में दो बार शून्य होती है अर्थात् शून्य वोल्टता स्तर के दोनों ओर सममिति रूप से तरंग-रूप एक अर्द्ध चक्र (Half cycle) में धनात्मक तथा दूसरे अर्द्ध चक्र में ऋणात्मक होता है। ऐसी तरंग की औसत वोल्टता शून्य होगी।

a) अर्द्ध-तरंग दिष्टकरण

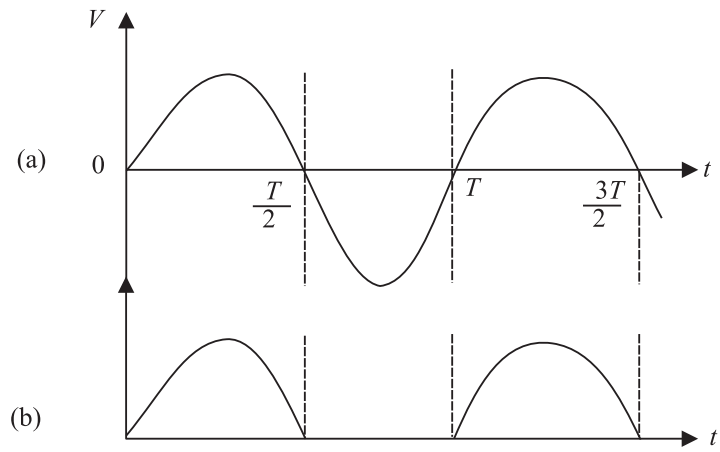
चित्र 29.1 का अवलोकन करें। प्रत्यावर्ती धारा-स्रोत से प्राप्त सिगनल को अपचायी ट्रांसफार्मर T में निवेश किया जाता है जो कि उसको X तथा Y बिन्दुओं के बीच निर्गत करता है। इन सिरों के बीच p-n संधि डायोड D के माध्यम से लोड-प्रतिरोध R_L भी जोड़ दिया जाता है। आप शायद यह जानना चाहेंगे कि यहाँ अपचायी ट्रांसफार्मर क्यों प्रयुक्त हुआ है। ऐसा इसलिए किया गया है क्योंकि अधिकतर इलेक्ट्रॉनिक युक्तियों में 220V से काफी कम वोल्टता-स्तर की आवश्यकता होती है। अपचायी ट्रांसफार्मर के निर्गम के रूप में प्रत्यावर्ती सिगनल प्राप्त किया जाता है। जैसा कि चित्र 29.2 (a) में दर्शाया गया है कि बिन्दु Y के सापेक्ष बिन्दु X का विभव ज्या फलन (Sine Function) की भांति परिवर्तित होता है। 0 से $T/2$ के समयान्तराल के बीच होने वाले धनात्मक अर्द्ध-चक्र में डायोड D अग्र अभिनत होने के कारण वैद्युत चालन करता है अर्थात् धारा R_L में A से B की ओर प्रवाहित होती है। किन्तु समयान्तराल $T/2$ से T के बीच होने वाले ऋणात्मक अर्द्ध-चक्र में डायोड D उत्क्रम अभिनत होने के कारण वैद्युत चालन नहीं करता अर्थात् R_L में कोई धारा प्रवाहित नहीं होती। यह चित्र 29.2(b) में देखा जा सकता है। इस प्रकार p-n संधि ज्या-तरंग (Sine Wave) के एक अर्द्ध-चक्र में ही वैद्युत चालन करती है इसलिए यह अर्द्ध-तरंग दिष्टकारी का कार्य करता है।

अचालन वाले अर्द्ध-चक्र में डायोड के बीच अधिकतम उत्क्रम वोल्टता शिखर प्रत्यावर्ती वोल्टता V_m के बराबर होती है। अधिकतम उत्क्रम वोल्टता जिसे डायोड बिना भंजन के सहन कर सकता है, शिखर व्युत्क्रम वोल्टता **[Peak Inverse Voltage(PIV)]** कहलाती है। अत: स्पष्ट है कि दिष्टकारी के रूप में ऐसे डायोड का प्रयोग करना चाहिए जिसकी PIV दिष्टकृत की जाने वाली प्रत्यावर्ती शिखर वोल्टता से अधिक हो, अन्यथा डायोड को क्षति पहुंच सकती है। अर्द्ध तरंग दिष्टकारी के परिपथ में वोल्टमीटर द्वारा R_L के सिरों के बीच मापी गयी दिष्ट वोल्टता V_{dc} का मान निम्नलिखित होता है

$$V_{dc} = V_m/\pi \qquad (29.1)$$



चित्र 29.1: अर्द्ध तरंग दिष्टकारी का परिपथ



चित्र 29.2: (a) निवेशी प्रत्यावर्ती वोल्टता (b) अर्द्ध तरंग दिष्ट निर्गम

जहाँ V_m शिखर प्रत्यावर्ती वोल्टता है। लोड प्रतिरोध R_L में प्रवाहित दिष्ट धारा निम्नलिखित होती है

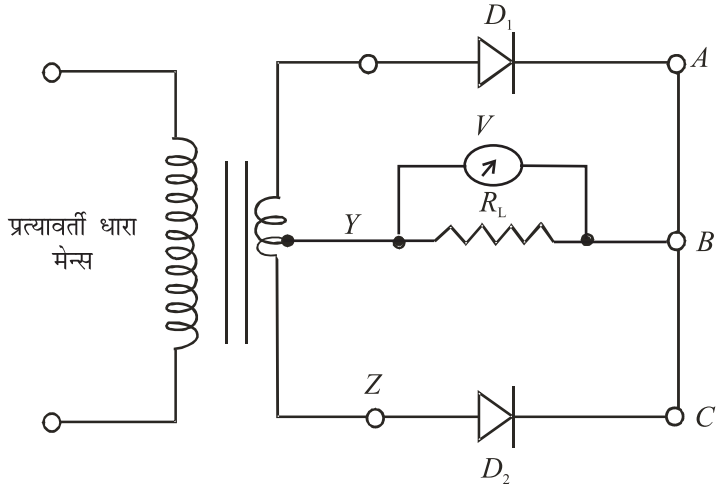
$$I_{dc} = \frac{V_{dc}}{R_L} = \frac{V_m}{\pi R_L} \qquad (29.2)$$

ध्यान दें कि यहाँ केवल आधी निवेशी शक्ति का उपयोग हो रहा है। इसलिए दिष्ट धारा प्राप्त करने की यह अच्छी दक्षतापूर्ण विधि नहीं कही जा सकती। यहाँ यह तर्क दिया जा सकता है कि एक के बजाय दो डायोड इस प्रकार इस्तेमाल क्यों नहीं किये जाते जिसमें वे एक-एक करके क्रमागत रूप से प्रत्येक अर्द्धचक्र में कार्य करें। इसी को पूर्ण-तरंग दिष्टकारी कहते हैं जिसका अब हम अध्ययन करेंगे।

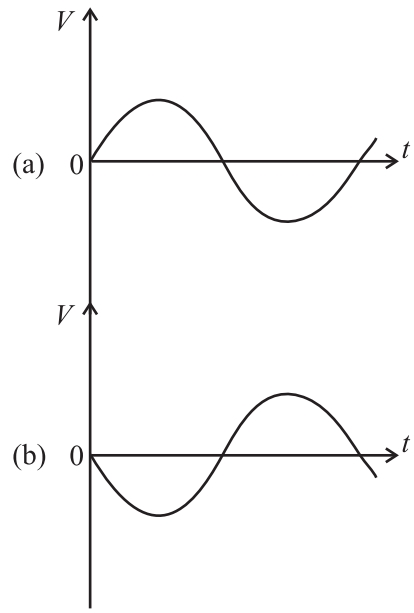
b) पूर्ण-तरंग दिष्टकरण

पूर्ण तरंग दिष्टकरण के लिए निवेशी सिगनल चित्र 29.3 में दर्शाये गये परिपथ में अपचायी ट्रांसफार्मर की प्राथमिक कुण्डली में दिया जाता है (इसके द्वितीयक कुण्डली में दो एकसमान कुण्डलियाँ श्रेणीबद्ध होती है)। D_1 एवं D_2 दो p-n संधि डायोड है। लोड-प्रतिरोध (R_L) का एक सिरा द्वितीयक कुण्डली के फेरों के मध्य बिन्दु Y से तथा दूसरा सिरा डायोड D_1 एवं D_2 के केथोड सिरों से जोड़ दिया जाता है। इन डायोडों के द्वितीयक कुण्डली के सिरों X एवं Z के साथ क्रमशः जुड़े होते हैं। Y के सापेक्ष X तथा Z का विभव विपरीत कला में होता है अर्थात् जब

X का विभव धनात्मक होता है तो Z का विभव ऋणात्मक होगा तथा यही कथन विलोमत: भी सत्य है। चित्र 29.4(a) तथा (b) इसको ग्राफ के माध्यम से प्रदर्शित किया गया है।

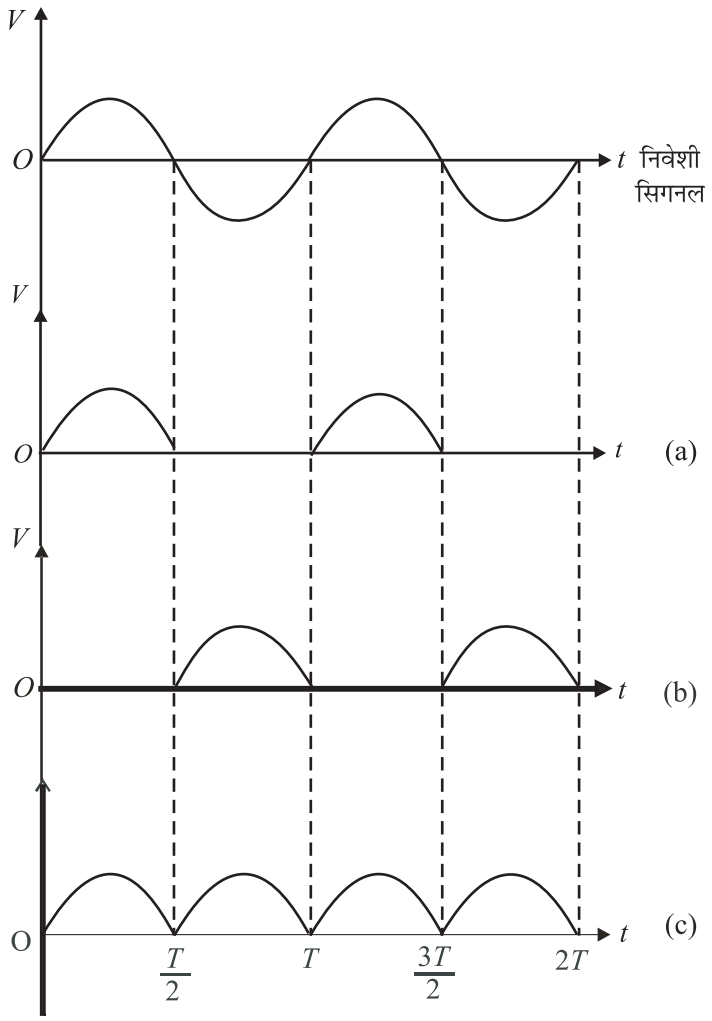


चित्र 29.3: दो डायोडों वाला पूर्ण-तरंग दिष्टकारी



चित्र 29.4 : (a) Y के सापेक्ष X बिन्दु पर विभव धनात्मक है, तथा (b) बिन्दु Z का विभव Y के सापेक्ष ऋणात्मक है।

मान लीजिये, शुरू में Y के सापेक्ष बिन्दु X धनात्मक, किन्तु बिन्दु Y ऋणात्मक विभव पर है। इस स्थिति में डायोड D_1 में विद्युत प्रवाह तो होगा किन्तु डायोड D_2 में ऐसा नहीं होगा। अत: लोड-प्रतिरोध R_L में धारा B से Y की ओर प्रवाहित होगी तथा R_L के बीच निर्गत वोल्टता चित्र 29.5(a) के अनुसार होगी। अगले अर्द्ध चक्र में, X ऋणात्मक तथा Z धनात्मक विभव पर होगा। इस स्थिति में डायोड D_2 में विद्युत प्रवाह होगा तथा उसकी लोड-प्रतिरोध में दिशा पूर्ववत् अर्थात् B से Y की ओर ही होगी। संगत तरंग-रूप चित्र 29.5(b) में दर्शाया गया है। R_L के बीच निर्गत वोल्टता एकदिश, किन्तु स्पन्दनयुक्त होती है, जैसा कि चित्र 29.5(c) में प्रदर्शित है।



चित्र 29.5 : R_L के बीच वोल्टता a) जब D_1 में वैद्युत-प्रवाह होता है, b) D_2 वैद्युत-प्रवाह होता है, c) पूर्ण-तरंग दिष्टकारी का कुल निर्गम

लोड में धारा प्रवाह ज्या-तरंग (Sine Wave) के संपूर्ण चक्र में होने के कारण इस प्रक्रिया को पूर्ण-तरंग दिष्टकरण कहते हैं। दिष्ट-वोल्टता एवं दिष्ट-धारा के मान निम्नलिखित हैं-

$$V_{dc} = 2 \times V_m/\pi \qquad (29.3)$$

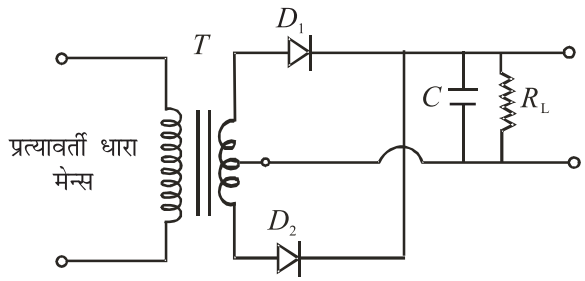
तथा

$$I_{dc} = \frac{V_{dc}}{R_L} = \frac{2V_m}{\pi R_L} \qquad (29.4)$$

ध्यान दें कि पूर्ण-तरंग दिष्टकरण के उपरांत लोड-प्रतिरोध में प्रवाहित होने वाली धारा एक-दिशीय होते हुए भी बहुत अधिक व्यवहारिक उपयोग के योग्य नहीं है क्योंकि इसका मान महत्तम से न्यूनतम के बीच लगातार स्पन्दित (Pulsate) होता है। उच्चावच घटक (Fluctuating component) को कम कर स्थिर धारा प्राप्त करने के लिए स्पन्दीय भाग को 'फिल्टर' किया जाता है। आपको यह जिज्ञासा होगी कि यह कैसे किया जाता है। अब हम इन महत्वपूर्ण प्रश्नों के उत्तर ढूढ़ेंगे।

फिल्टरिंग (Filtering)

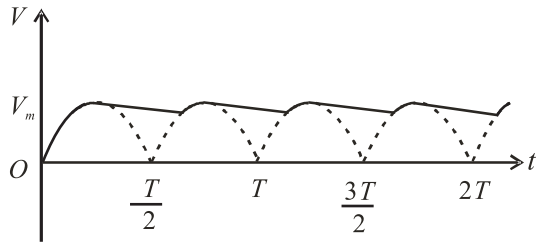
आपको याद होगा कि संधारित्र की प्रतिबाधा (Impedence) स्रोत की आवृत्ति पर निर्भर करती है। अत: चित्र 29.6 में दर्शाया गया लोड-प्रतिरोध के समांतर संधारित्र C उच्च आवृत्ति वाले घटक को फिल्टर करेगा।



चित्र 29.6 : पूर्ण तरंग दिष्टकरण में संधारित्र-फिल्टर का परिपथ चित्र

उच्च गुणवत्ता के शक्ति प्रदायों में प्रेरकों एवं संधारित्रों के संयोजनों $L-C-L$ अथवा $C-L-C$ का उपयोग किया जाता है। जिस प्रकार इन अवयवों को जोड़ा जाता है उसी के अनुसार इन्हें 'T' अथवा 'π'-फिल्टर कहा जाता है।

जब डायोड D_1 में कालांश $t = T/4$ की अवधि में वैद्युत चालन होता है तो संधारित्र अधिकतम विभव V_m तक आवेशित हो जाता है। जब $T/4 < t < T/2$ अवधि में धारा घटती है तो संधारित्र अनावेशित होते हुए लोड में धारा का मान स्थिर रखने का प्रयास करता है जिससे उच्चावचन (Fluctuations) काफी हद तक कम हो जाते हैं, जैसा कि चित्र 29.7 में दर्शाया गया है। धारिता एवं लोड-प्रतिरोध का मान जितना अधिक होगा निर्गत दिष्ट धारा में उच्चावचन उतने ही कम होंगे। उच्चावचन को कम करने के लिए लोड के समांतर लगाये जाने वाले इस संधारित्र को फिल्टर संधारित्र कहते हैं। विद्युत आपूर्ति यूनिट (Power Supply Unit) में LC तथा C-L-C (अथवा π) 'फिल्टर' लगाकर ऊर्मित प्रभाव (Ripple Effect) को कम किया जाता है। आप इनका विस्तृत अध्ययन उच्चतर कक्षाओं में कर पायेंगे।



चित्र 29.7: निर्गत वोल्टता जब संधारित्र फिल्टर के रूप में प्रयुक्त हो।

विशेष प्रकार के p-n संधि जिन्हें जेनर डायोड करते हैं, उत्क्रम-अभिनति में वोल्टता-नियंत्रक का कार्य करते हैं। अब आप इस विषय का अध्ययन कर पायेंगे।

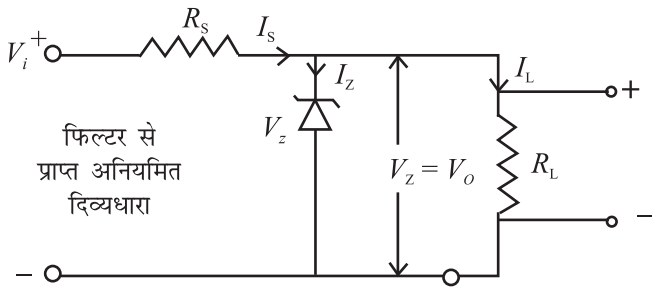
29.1.2 वोल्टता-नियंत्रक के रूप में जेनर डायोड

फिल्टर युक्त अर्द्ध-तरंग एवं पूर्ण-तरंग दिष्टकारी सरलतम प्रकार की विद्युत आपूर्ति व्यवस्थायें हैं। इनसे प्राप्त होने वाली धारा प्राय: शुद्ध दिष्ट धारा तो होती है, किन्तु इनका एक बड़ा दोष यह है कि यदि प्रतिरोध घटने पर लोड-धारा बढ़ जाय तो निर्गत वोल्टता घट जाती है। इसका

कारण यह है कि अत्यधिक धारा-प्रवाह होने पर फिल्टर-संधारित्र अधिक अनावेशित हो जाता है तथा लोड-प्रतिरोध के बीच इसकी वोल्टता घट जाती है। इसी प्रकार यदि प्रत्यावर्ती निवेश में परिवर्तन होता है तो दिष्ट निर्गम भी परिवर्तित हो जाता है। स्पष्ट है कि परिवर्तनशील निर्गत वोल्टता वाली आपूर्ति-व्यवस्था से क्रियारत विभिन्न युक्तियों की कार्य-कुशलता भी प्रभावित होगी। उदाहरणत: यदि एक प्रवर्ध क्रियारत है तो इससे उत्पन्न ध्वनि की गुणवत्ता खराब होगी। इस दोष को दूर करने के लिए किसी सामान्य विद्युत आपूर्ति इकाई के साथ एक जेनर डायोड प्रयोग किया जाता है; निर्गत दिष्ट वोल्टता अब स्थिर होती है। इस प्रकार के परिपथ को नियंत्रित विद्युत आपूर्ति कहते हैं।

जेनर वोल्टता नियंत्रित आपूर्ति का परिपथ चित्र 29.8 में दर्शाया गया है। इसमें एक जेनर डायोड है जो भंजन वोल्टता (V_z) पर कार्य करता है। निर्गत स्थिर वोल्टता (V_O) जो भंजन वोल्टता के बराबर ही होता है। एक उपयुक्त श्रेणीबद्ध प्रतिरोध R_s परिपथ में धारा नियंत्रित करने के लिए लगाया जाता है जो अतिरिक्त वोल्टता को विभाजित कर अलग कर देता है। जेनर डायोड का एनोड निवेशी आपूर्ति के ऋणात्मक सिरे से जोड़ दिया जाता है तथा केथोड को श्रेणीबद्ध प्रतिरोध R_s के माध्यम से आपूर्ति के धनात्मक सिरे से जोड़ा जाता है। इस प्रकार जेनर डायोड उत्क्रम अभिनत होता है। लोड-प्रतिरोध जेनर डायोड के समांतर लगाते हैं। जेनर नियामत तभी होगा जब निवेशी आपूर्ति वोल्टता (V_i) का मान V_z से अधिक हो। भंजन के उपरांत, जेनर डायोड के बीच वोल्टता स्थिर रहती है तथा प्रवाहित धारा पर निर्भर नहीं करती। R_s में प्रवाहित धारा I_s का मान निम्नलिखित समीकरण द्वारा व्यक्त किया जा सकता है :

$$I_s = (V_i - V_z)/R_s \qquad (29.5)$$



चित्र 29.8 : वोल्टता नियंत्रक के रुप में जेनर डायोड

धारा I_z को दो भागों में विभाजन होता है : जेनर धारा I_Z एवं लोड धारा I_L। अब किरचॉफ के नियमों से यह कहा जा सकता है

$$I_s = I_z + I_L$$

या $$I_z = I_s - I_L \qquad (29.6)$$

जेनर डायोड के कार्य करने के लिए कुछ न्यूनतम धारा ($I_{Z_{min}}$) इसमें अवश्य प्रवाहित होनी चाहिए। अत: लोड धारा (I_L) मुख्य धारा I_s से सदैव कुछ कम होती है। $I_{Z_{min}}$ का मान सामान्यतया 5 mA से 20 mA के मध्य होता है। यदि लोड-धारा शून्य हो तो धारा I_s सम्पूर्णतया जेनर डायोड से ही प्रवाहित होगी तथा निर्गत वोल्टता V_O का मान V_z के बराबर ही होगा। जब कुछ लोड-धारा

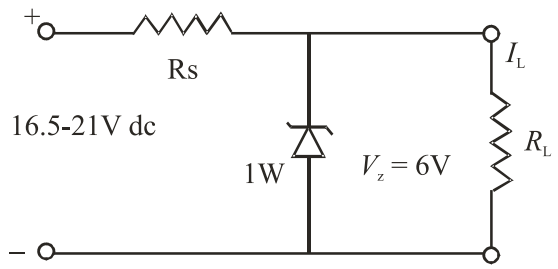
I_L भी प्रवाहित होती है तो जेनर धारा भी इतनी ही मात्रा में कम होगी किन्तु निर्गत वोल्टता का मान पूर्ववत V_z ही रहेगा। इसी प्रकार यदि प्रत्यावर्ती स्रोत वोल्टता बढ़ती या घटती है तो निवेशी वोल्टता V_i भी तदनुसार बढ़ेगी या घटेगी। इसके परिणामस्वरूप धारा I_s समीकरण (29.5) के अनुसार परिवर्तित होगी। V_i में परिवर्तन I_s के बदल जाने के कारण श्रेणी-प्रतिरोध R_s के मध्य विभवान्तर के रूप में प्रकट होता है। जेनर वोल्टता V_z तथा निर्वात वोल्टता V_O अपरिवर्तित रहते हैं। इस प्रकार निवेशी वोल्टता एवं धारा (अथवा लोड प्रतिरोध) में परिवर्तन से अप्रभावित रहते हुए निर्गत वोल्टता स्थिर (Stabilized) हो जाती है।

जेनर डायोड में ऊर्जा की खपत निम्नलिखित समीकरण द्वारा व्यक्त की जा सकती है

$$P_d = V_z \times I_z \qquad (29.7)$$

यह खपत निर्माता द्वारा अनुमोदित महत्तम ऊर्जा खपत दर के मान से अधिक नहीं होनी चाहिए। अब हम जेनर नियंत्रित विद्युत आपूर्ति को एक उदाहरण द्वारा समझेंगे।

उदाहरण 29.1: यदि किसी परिपथ में लोड धारा 0 से बढ़कर 100 mA तथा निवेशी आपूर्ति वोल्टता 16.5 V से बढ़कर 21 V हो जाती हो तो एक ऐसे परिपथ की रचना करिये जिससे कि 6 V की स्थिर आपूर्ति प्राप्त हो सके।



हल : हम 6 V (भंजन वोल्टता) का जेनर डायोड लेते हैं। मान लीजिये इसकी $I_{Z_{min}}$ का मान 5 mA है। जेनर डायोड में अधिकतम धारा तब प्रवाहित होगी जब लोड-धारा शून्य हो। इसका मान (100+5) mA= 0.105A होगा।

R_s का मान न्यूनतम निवेशी वोल्टता तथा अधिकतम आवश्यक धारा द्वारा निर्धारित होता है :

$$R_s = \frac{V_{z_{min}} - V_z}{I_{max}} = \frac{16.5V - 6V}{105mA} = 100\,\Omega$$

निवेशी वोल्टता के अधिकतम होने पर जेनर डायोड में प्रवाहित धारा भी अधिकतम होगी। अतः अधिकतम जेनर धारा $I_{max} = (21V - 6V)/100\,\Omega$ □ 0.15 A.

डायोड में अधिकतम ऊर्जा खपत की दर = 6V × 0.15A= 0.9W.

इससे निष्कर्ष निकलता है कि प्रयुक्त डायोड 6V, 1W एवं 100 π का होना चाहिए तथा इसके परिपथ की रचना संलग्न चित्रानुसार होनी चाहिए। यह लोड एवं निवेश में निर्धारित सीमाओं के अंदर परिवर्तन होने पर 6V का स्थिर निर्गम प्रदान करेगा।

पाठगत प्रश्न 29.1

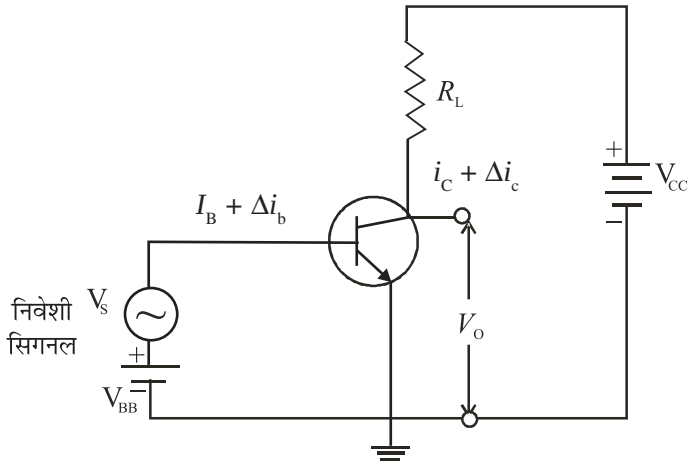
1. फिल्टर संधारित्र युक्त पूर्ण-तरंग दिष्टकारी के परिपथ की रचना कीजिए।
2. यदि उदाहरण 29.1 में दर्शाये गये नियंत्रण-परिपथ (Regulator Circuit) में जेनर डायोड को उत्क्रम अभिनत के बजाय अग्र अभिनत किया जाय तो उसकी निर्गत वोल्टता पर क्या प्रभाव पड़ेगा?

29.2 ट्रांजिस्टर के अनुप्रयोग

पिछले अध्याय में आपने ट्रांजिस्टर के सिद्धांत का विस्तार से अध्ययन किया था। सामान्यतया संग्राहक उत्क्रम अभिनत होता है तथा संग्राहक उत्सर्जक परिपथ में कोई धारा प्रवाहित नहीं होती। यदि आधार-परिपथ में अल्प मात्रा में भी धारा प्रवाहित हो तो संग्राहक परिपथ में अत्याधिक धारा प्रवाह होता है। इस विशेषता के कारण ही ट्रांजिस्टर के अनेकानेक अनुप्रयोग हैं। किन्तु यहाँ हम प्रवर्धक, स्विच एवं दोलित्र के रूप में उसके अनुप्रयोगों की चर्चा करेंगे।

29.2.1 ट्रांजिस्टर एक प्रवर्धक के रूप में

वैद्युत सिगनल कोई वोल्टता अथवा धारा ही होती है जिसमें उपयोगी सूचना निहित होती है। इसे एक उदाहरण से देखें : जब हम माइक्रोफोन के सम्मुख कुछ बोलते हैं तो डायाफ्राम कम्पन्न करता है जिससे कुण्डली में अति सूक्ष्म वोल्टता उत्पन्न हो जाती है जिसकी मात्रा ध्वनि की तीव्रता पर निर्भर करती है। यह प्रेरित वोल्टता इतने क्षीण सिगनल के रूप में होती है कि उससे लाउडस्पीकर ध्वनि उत्पन्न नहीं कर सकता। इस कारण से इसे प्रवर्धक नामक युक्ति में निवेश किया जाता है। प्रवर्धक निवेशी सिगनल के स्तर (परिमाण) को बढ़ाकर आवर्धित निर्गम प्रदान करता है। आवर्धित निर्गम वोल्टता V_O तथा निवेशी सिगनल वोल्टता V_i के अनुपात को *वोल्टता-लाभ* (Av) कहते हैं।



चित्र 29.9: मूल प्रवर्धक परिपथ जिसमें *n-p-n* ट्रांजिस्टर *CE* व्यवस्था में है।

अर्थात् $$A_V = \frac{V_O}{V_i} \quad (29.8)$$

इसी प्रकार, धारा-लाभ एवं शक्ति-लाभ को परिभाषित किया जा सकता है :

$$A_L = \frac{i_O}{i_i} \quad (29.10)$$

$$A_p = \frac{P_O}{P_i} \quad (29.11)$$

प्रवर्धक की भांति ट्रांजिस्टर का परिपथ चित्र 29.9 में दर्शाया गया है। यहाँ CE विन्यास के *n-p-n* ट्रांजिस्टर को प्रयोग किया गया है। इसका संग्राहक बैटरी V_{CE} के द्वारा लोड-प्रतिरोध के माध्यम से उत्क्रम अभिनत है। आधार-धारा (I_B) के प्रवाहित होने पर संग्राहक धारा (I_C) का प्रवाह भी होने लगता है। I_B के कम होने पर एक स्थिति ऐसी आती है कि I_C लगभग शून्य हो जाती है। यह I_B में परिवर्तन की निम्नतम सीमा है। इसी प्रकार I_B के बढ़ने पर संतृप्त अवस्था की स्थिति आ जाती है तथा I_C बढ़ना बंद कर देती है। यह I_B की ऊपरी सीमा का द्योतक है। निवेशी सिगनल के भरोसेमंद प्रवर्धन के लिए यह आवश्यक है कि I_B परिवर्तन के सीमांत मानों (न्यूनतम व अधिकतम) के माध्य के बराबर आधार धारा बैटरी V_{BB} द्वारा आधार को अग्र-अभिनत कर प्रवाहित की जाय। क्रियाकारी बिन्दु ट्रांजिस्टर के रेखीय क्रियाकारी क्षेत्र के मध्य में चुना जा सकता है। इसे आधार की अभिनति कहते हैं। V_{BB} के साथ श्रेणी में उस सिगनल स्रोत को जोड़ा जाता है जो निवेशी सिगनल υ_S प्रदान करता है।

V_{BB} में प्रत्यावर्ती सिगनल वोल्टता υ_S के मिलने के कारण दिष्ट अभिनत धारा I_B में Δi_b परिवर्तन होता है। सिगनल वोल्टता को इस प्रकार न्यून रखा जाता है कि सिगनल धारा Δi_b के I_B में जुड़ने अथवा घटने पर आधार-धारा में परिवर्तन के सीमांत मानों (Limiting Values) के परे नहीं होता। अन्यथा ट्रांजिस्टर संस्तब्ध (Cut-off) अथवा संतृप्त (Saturation) क्षेत्रों में चला जायेगा तथा प्रवर्धित निर्गम (Amplified Output) अत्यधिक विकृत (Distorted) तथा शोरयुक्त होगा। ध्यान दें कि सिगनल धारा

$$\Delta i_b = \upsilon_S / r_i \quad (29.12)$$

जहाँ r_i निवेशी प्रतिबाधा (Input Impedence) है। आधार धारा में इस परिवर्तन Δi_b से संग्राहक-धारा में बहुत अधिक परिवर्तन Δi_C होता है

$$\Delta i_c = \beta \Delta i_b = \beta \upsilon_s / r_i \quad (29.13)$$

जहाँ β प्रत्यावर्ती धारा प्रवर्धन गुणांक है जो कि $\Delta i_c / \Delta i_b$ के बराबर होता है। समीकरण (29.13) से,

$$\upsilon_s = \Delta i_c \times r_i / \beta \quad (29.14)$$

चित्र 29.9 के निर्गम परिपथ में किरचॉफ के नियम लगाने पर

$$V_{CC} = V_{CE} + I_C R_L \quad (29.15)$$

समीकरण (29.15) का अवकलन करने पर

$$dV_{CC} = dV_{CE} + dI_C \times R_L \quad (29.16)$$

V_{CC} नियत है, अतः $dV_{CC} = 0$

$$dV_{CE} = -dI_C \times R_L$$

लेकिन dV_{CE} वस्तुतः निर्गम में परिवर्तन $\Delta\upsilon_0$ तथा i_c में परिवर्तन dI_C है, अतएव

$$\Delta\upsilon_0 = -\Delta i_c \times R_L$$

अतः प्रवर्धक का वोल्टता-लाभ

$$A_V = \upsilon_0/\upsilon_S = -(\Delta i_c \times R_L)/(\Delta i_c \times r_i/\beta)$$

$$= -\beta \times R_L / r_i \qquad (29.17)$$

अनुपात β/r_i ट्रांजिस्टर की अन्योन्य चालकता (Trans conductance) कहते हैं तथा g_m से निरूपित करते हैं। अतः समीकरण (29.17) को निम्नलिखित रूप में लिखा जा सकता है :

$$A_V = -g_m \times R_L \qquad (29.18)$$

यहाँ ऋणात्मक चिन्ह इस बात का द्योतक है कि निवेश तथा निर्गम विपरीत कला में हैं अर्थात् उनमें 180° का कलान्तर है। शक्ति लाभ,

$$A_P = A_I \times A_V = \beta \times A_V \qquad (29.19)$$

शक्ति-लाभ से यह अभिप्राय नहीं है कि प्रवर्धक द्वारा ऊर्जा संरक्षण के नियम का उल्लंघन होता है। प्रवर्धक के प्रत्यावर्ती शक्ति निर्गम का मान प्रत्यावर्ती सिगनल शक्ति निवेश से अधिक अवश्य है, किन्तु यह वृद्धि अभिनति के दिष्ट-स्रोतों द्वारा प्रदान की गयी ऊर्जा से ही हुई है।

जॉहन बार्डीन
(1908 – 1991)

जॉहन बार्डीन विज्ञान के इतिहास में अकेले ऐसे शोधकर्त्ता हुए हैं जिन्हें भौतिकी का नोबेल पुरस्कार दो बार प्राप्त हुआ। उनका जन्म मैडीसन, विसकोन्सिन, अमेरिका के एक अत्यंत शिक्षित परिवार में हुआ। बालक के रूप में वे इतने होनहार थे कि उनके माता-पिता ने उनको तीसरी कक्षा से जूनियर हाई स्कूल में सीधे ही प्रवेश दिलाया। उन्होंने वैद्युत अभियन्त्रण में स्नातक किया। जीवन वृत्ति के लिए उन्हें भी संघर्ष करना पड़ा। गल्फ आयल कम्पनी के साथ भू भौतिकविद् के रूप में तीन वर्ष व्यतीत करने के उपरांत वे गणितीय भौतिकी में Ph.D करने के लिए प्रिंसटॉन चले गये। हारवर्ड, मिनेसोटा तथा नेवल आर्डमेन्स प्रयोशाला में थोड़े-थोड़े समय तक कार्य करने के बाद वे बैल प्रयोगशाला में विलियम शॉक्ले के शोध-समूह में सम्मिलित हो गये। वॉल्टर ब्रटेन के साथ उन्होंने प्रथम ट्रांजिस्टर विकसित किया जिसके लिए बार्डीन, ब्रटेन एवं शॉक्ले को 1956 का भौतिकी का नोबेल पुरस्कार दिया गया।

अतिचालकता पर सैद्धांतिक कार्य के लिए बार्डीन को लियोन सी कूपर तथा आर शिफर के साथ संयुक्त रूप से 1972 का भौतिकी का नोबेल पुरस्कार पुनः दिया गया।

पाठगत प्रश्न 29.2

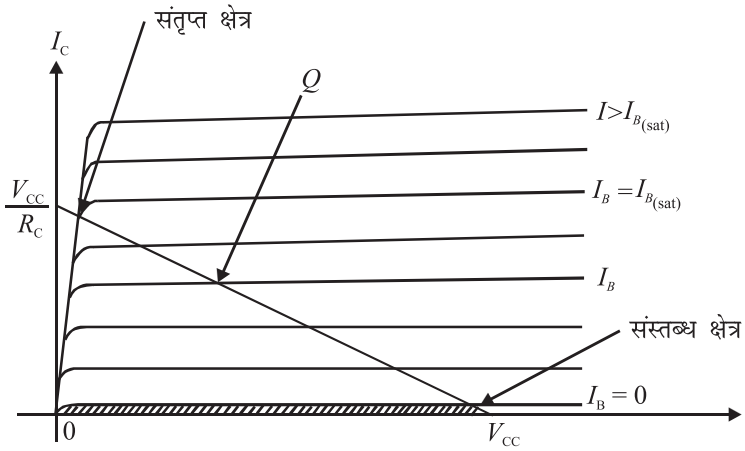
1. *CE* विन्यास वाले प्रवर्धक में υ_i का मान 20 mV तथा υ_o का 1 वोल्ट है। वोल्टता-लाभ की गणना कीजिये।

2. एक प्रवर्धक के P_0 का मान P_i के मान का 200 गुणा है। शक्ति लाभ की गणना कीजिये।

3. CE विन्यास के प्रवर्धक के लिए $R_L = 2000\ \Omega$, $r_i = 500\ \Omega$ तथा $\beta = 50$ हैं। वोल्टता-लाभ एवं शक्ति-लाभ की गणना कीजिये।

29.2.2 ट्रांजिस्टर स्विच के रुप में

दैनिक जीवन में हम यंत्रों जैसे लैम्प, पंखा, मशीन आदि को चालू या बन्द करने के लिए वैद्युत स्विचों को हाथ से ऑन या ऑफ करते हैं। ध्यान दें कि किसी स्विच की दो भिन्न स्थितियाँ होती हैं: ऑन एवं ऑफ। इलेक्ट्रॉनिक्स में भी ऐसी स्थितियाँ होती हैं जहाँ किसी युक्ति को केवल दो भिन्न वोल्टता स्तरों पर ही निवेश करना पड़ता है। यह स्विच के कार्य करने जैसा ही है। स्विच ऑन होने पर एक वोल्टता स्तर होता है तो स्विच ऑफ होने पर दूसरा वोल्टता स्तर। सामान्यतया इस प्रकार के वोल्टता स्तर कम्प्यूटर में होते हैं जहाँ डिजिटल सिगनल प्रयुक्त होते हैं। ऐसा ट्रांजिस्टर की क्रिया (operation) अरेखीय क्षेत्र (Non-linear region) में करके किया जाता है। चित्र 29.10 में दर्शाये ट्रांजिस्टर अभिलक्षणों में दो चरम क्षेत्र है: संस्तब्ध क्षेत्र तथा संतृप्त क्षेत्र। शून्य आधार ($I_B = 0$) के नीचे के छायांकित क्षेत्र संस्तब्ध क्षेत्र है। ट्रांजिस्टर में वैद्युत चालन नहीं होता तथा सम्पूर्ण वोल्टता आपूर्ति V_{CC} ट्रांजिस्टर में संग्राहक एवं उत्सर्जक के मध्य होती है। अर्थात् संग्राहक पर निर्गत वोल्टता V_{CC} है।

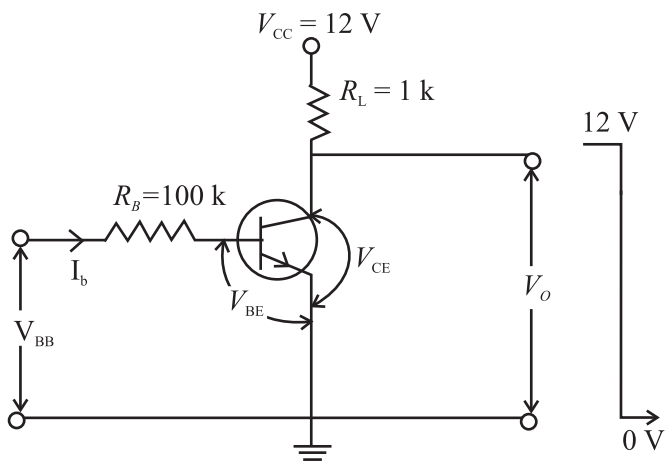


चित्र. 29.10 : ट्रांजिस्टर के निर्गम अभिलक्षण

जब आधार-धारा I_B संतृप्त मान से अधिक हो जाती है तो ट्रांजिस्टर में अच्छे तरीके से वैद्युत चालन होता है तथा संग्राहक-उत्सर्जक वोल्टता लगभग शून्य हो जाती है। इस स्थिति में, संग्राहक

एवं धरातल के मध्य निर्गत वोल्टता शून्य हो जाती है तथा सम्पूर्ण वोल्टता लोड-प्रतिरोध R_L के मध्य ही होती है। अर्थात् संग्राहक-धारा,

$$I_C = \frac{V_{ce}}{R_L}$$



चित्र. 29.11: ट्रांजिस्टर स्विच के रुप में।

चित्र 29.11 में ट्रांजिस्टर का स्विच के रुप में परिपथ दर्शाया गया है। ट्रांजिस्टर को स्विच ऑन अथवा ऑफ करने के लिए नियंत्रण-सिगनल V_{BB} के रुप में दिया जाता है। निवेशी पाश (लूप) के लिए,

$$I_B R_B + V_{BE} - V_{BB} = 0$$

जब $V_{BB} = 0$, हो तो उपर्युक्त समीकरण से हमें प्राप्त होता है।

$$I_B = -\frac{V_{BE}}{R_B} \qquad (29.20)$$

चूँकि I_B का मान शून्य से कम है। अत: ट्रांजिस्टर संस्तब्ध (cut-off) अवस्था में है तथा

$$V_0 = V_{CC} \qquad (29.21)$$

यदि $V_{BB} = 5V$, तथा $V_{BE} = 0.7$ V चयनित ट्रांजिस्टर के लिए हो तो समीकरण (29.20) से हमें प्राप्त होता है

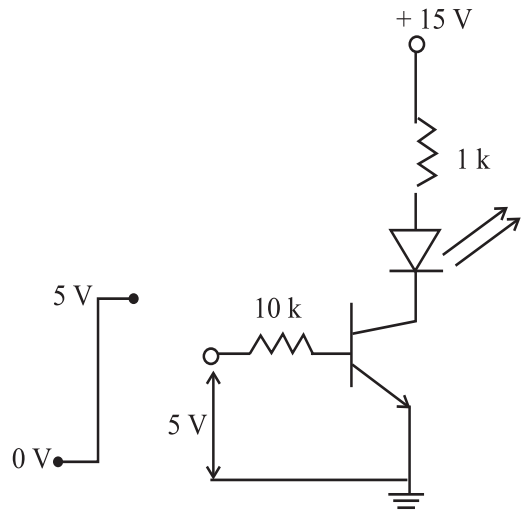
$$I_B\,(100\ k\Omega) + 0.7V - 5\ V = 0.$$

$$\therefore \qquad I_B = \frac{5V - 0.7V}{100k\Omega} = 43\ \mu A$$

सामान्य ट्रांजिस्टरों में, आधार-धारा का यह मान ट्रांजिस्टर को पूर्ण संतृप्तता में पहुँचाने के लिए पर्याप्त है। इस स्थिति में $V_O = V_{CE_{sat}} = 0$ एवं संग्राहक-धारा

$$I_C = \frac{V_{CC}}{R_L} = \frac{12V}{1\hbar\Omega} = 12\text{mA}.$$

इस प्रकार के स्विच प्रदर्शों (Displays) के द्योतक (Indicator) के रुप में भी इस्तेमाल किये जा सकते हैं। उदाहरणत: यदि किसी LED को संग्राहक-प्रतिरोधक के साथ चित्र 29.12 के अनुसार श्रेणी में जोड़ दिया जाय तो संग्राहक धारा LED को उच्च निवेश (+5V) पर क्रिया रत कर प्रकाशमान कर देती है। निवेश के शून्य (निम्न स्तर) पर होने पर LED कार्य करना बन्द कर देता है क्योंकि परिपथ में संग्राहक-धारा प्रवाहित नहीं होती।



चित्र. 29.12: ट्रांजिस्टर स्विच वाला LED द्योतक (इंडीकेटर)

ट्रांजिस्टर का एक अन्य महत्वपूर्ण अनुप्रयोग वांछित आवृतिका दोलतीय सिगनल (Oscillating Signal) उत्पन्न करना है। यह विशेष प्रकार के परिपथ से किया जाता है जिसे दोलित्र कहते हैं। दोलित्रों के अनेकानेक अनुप्रयोग है, विशेषकर रेडियो प्रेषी (Transmitter) द्वारा केरियर तरंग आवृत्ति उत्पन्न करने में। ये जनित्रों (Generators), इलेक्ट्रॉनिक घड़ियों तथा कम्प्यूटर आदि में भी इस्तेमाल होते हैं। दोलित्र अनेक प्रकार के होते हैं। यहाँ हम ट्रांजिस्टर से बनने वाले सामान्य दोलित्र की चर्चा करेंगे।

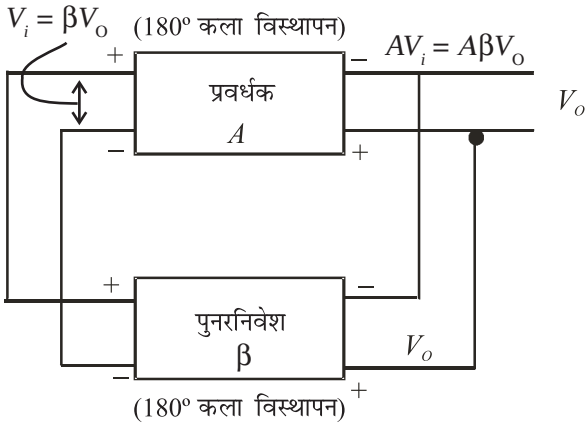
29.2.3 ट्रांजिस्टर एक दोलित्र के रुप में

इलेक्ट्रानिक दोलित्र (Oscillator) एक ऐसी युक्ति है जिससे सतत वैद्युत दोलन उत्पन्न किये जा सकते है। किसी दोलित्र में एक समान्तर LC परिपथ अनुनादी परिपथ के रुप में तथा प्रवर्धक ऊर्जा का अनुनादी परिपथ में पुनरनिवेश (Feed back) करने के लिए प्रयुक्त होते हैं। L एवं C का उचित चयन करके इससे श्रव्य (Audio) से लेकर रेडियो, तक की आवृत्तियाँ उत्पन्न की जा सकती हैं।

जब किसी आवेशित संधारित्र को प्रेरक (Inductor) के साथ जोड़ा जाता है तो आवेश दोलन करता है, किन्तु विकिरण एवं तारों में ऊष्मा के रुप में ऊर्जा के ह्रास के कारण दोलनों का आयाम लगातार घटता जाता है। किसी ज्या-तरंग दोलित्र से उत्पन्न दोलन स्थायी हों (अर्थात्

समय के साथ क्षीण न हो), इसके लिए यह आवश्यक है कि प्रवर्धक से ऊर्जा का धनात्मक पुनर्निवेशन किया जाय। मूल सिद्धांत यह है कि निर्गत सिगनल का एक अंश निवेशी सिगनल में पुनर्निवेशित हो। परिपथ का लाभ (gain) तथा पुनर्निवेशी सिगनल (Feed Signal) की कला (Phase) को समायोजित कर प्रत्येक चक्र में हुए ऊर्जा-क्षय की पुन:पूर्ति की जा सकती है ताकि वांछित आवृत्ति के स्थायी दोलन प्राप्त हो सके।

जैसा कि चित्र 29.13 में प्रदर्शित है कि दोलित्र-आरेख के दो मुख्य भाग हैं: एक प्रवर्धक जिसका लाभ 'A' है तथा एक पुनर्निवेशन परिपथ जिसका पुनर्निवेशन गुणांक B है।

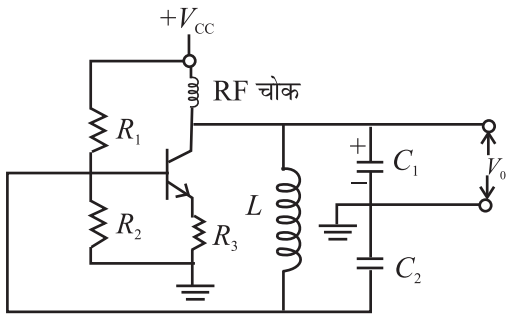


चित्र. 29.13: दोलित्र का आरेख

यदि $A\beta < 1$ तो V_O लगातार घटता जाता है। इसके विपरीत, यदि $A\beta > 1$ तो V_0 धीरे-धीरे बढ़ता जाता है। लेकिन यदि $A\beta = 1$ हो तो V_0 का अचर मान मिलता है जिसके कारण दोलन स्थायी अथवा पोषित रहते हैं।

अब हम *CE* प्रवर्धक पर विचार करें जिसकी कि अनुच्छेद 29.2.1 में चर्चा हुई थी। इसमें निवेश तथा निर्गम के मध्य 180° का कलान्तर होता है अर्थात् इसका ऋणात्मक लाभ $(-A)$ है। अत: $A\beta = 1$ के लिए आवश्यक है कि β भी ऋणात्मक हो तथा इसका मान $-A^{-1}$ के बराबर हो । अर्थात् पुनर्निवेशन परिपथ में भी 180° का कला-विस्थापन आवश्यक है।

चित्र. 29.14 में एक दोलित्र का परिपथ दर्शाया गया है जिसमें एक *CE* विन्यास में एक ट्रांजिस्टर प्रवर्धक है तथा एक *LC* टैंक-परिपथ (Tank Circuit) है। इसे कॉलपिट दोलित्र कहते हैं।



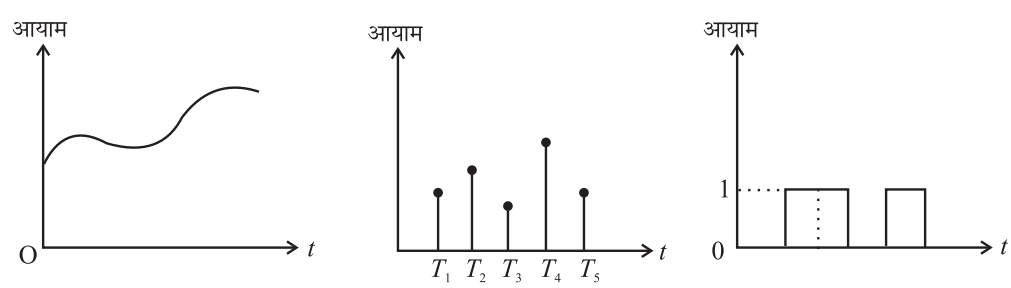
चित्र.29.14 : कॉलपिट-दोलित्र

यहाँ C_1, C_2 तथा L टैंक-परिपथ की रचना करते हैं। दोलित धारा अनुनादी आवृत्ति पर प्रवाहित होती है। निर्गम C_1 के बीच प्राप्त होता है तथा CE विन्यास के ट्रांजिस्टर-प्रवर्धक के आधार से जुड़े C_2 के बीच पुनर्निवेशन होता है। यहाँ 180° का कला-विस्थापन संधारित्र C_2 के द्वारा प्रदान किया जाता है। C_2 की एक प्लेट धरातल से तथा दूसरी प्लेट प्रेरक-कुण्डली से जुड़ी होती है। इस प्रकार कुल पाश लाभ (Total loop gain) धनात्मक होता है। जब अनुनादी आवृत्ति पर ट्रांजिस्टर प्रवर्धक का लाभ पर्याप्त मात्र में बढ़ चुका हो तो निर्गम पर स्थायी (पोषित) दोलन प्राप्त होते हैं।

29.3 तर्क परिपथ अथवा लॉजिक गेट्स (Logic Gates)

इलेक्ट्रानिक्स में प्राय: दो प्रकार के तरंगरुप मिलते हैं। इन तरंग-रुपों में समाहित सूचना ही सिगनल कहलाती है। यदि किसी सिगनल का तात्कालिक (Instantaneous) मान आयाम की सीमा के अन्दर कुछ भी सम्भव है तो उसे अविरत सिगनल (Continuous signal) कहते हैं। किंतु यदि सिगनल का शून्य के अतिरिक्त अन्य कोई मान कुछ विशेष समय-बिन्दुओं पर ही सम्भव है तो उसे विविक्त सिगनल (Discrete signal) कहते हैं। जब सिगनल के आयाम के मान सीमित संख्या (जैसे दो) में ही हो सकते हैं तो उसे डिजिटल सिगनल कहते हैं।

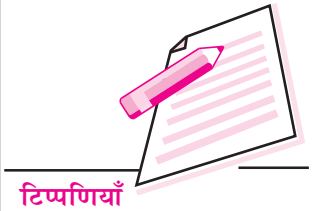
डिजिटल सिगनल चरण-बद्ध तरीके से ही परिवतर्तित होते हैं। डिजिटल सिगनल के एक दूसरे से काफी भिन्न दो मान होते हैं जिन्हें प्राय: '0' एवं '1' से व्यक्त करते हैं। सामान्यत: 0V बिट '0' को तथा 5V बिट '1' को व्यक्त करता है। ये वोल्टता-स्तर एक दूसरे से इतने पृथक है कि लगभग 2V की सीमा में कोई सहगामी शोर, [(0V + 2 V) 0 स्तर के लिए तथा (5V – 2V)1 स्तर के लिए] सिगनल की गुणवत्ता को प्रभावित नहीं करता। इस प्रकार डिजिटल सिगनल शोर से लगभग अप्रभावित रहते हैं। कम्प्यूटर में प्रयुक्त सिगनल डिजिटल होते हैं। डिजिटल सिगनल में सूचना को अंकों (Bits) को अनेक प्रकार से क्रमबद्ध करके 'कोड' कर दिया जाता है। प्रत्येक बिट नियत (Fixed) समयावधि की स्पन्द (Pulse) होती है।



चित्र. 29.15: a) अविरल **(continuous)** सिगनल, **b)** विविक्त **(Discrete)** सिगनल, और **c)** डिजिटल सिगनल

विभिन्न गणितीय संक्रियायें (Operations) डिजिटल सिगनल द्वारा की जा सकती है। इन संक्रियाओं के गणित को बूलियन बीजगणित कहते हैं।

योग (Addition) एवं गुणन (Multiplication) बूलियन बीजगणित में मूल संक्रियायें हैं। यदि कोई आंकड़े (Data) डिजिटल अर्थात् 0 एवं 1 के रुप में हैं तो निम्नलिखित सर्वसमिकाएं लागू होंगी।



$$A \times 0 = 0 \qquad (29.22)$$

$$A + 1 = 1 \qquad (29.23)$$

इन संक्रियाओं को करने वाले परिपथों को तर्क परिपथ अथवा लॉजिक गेट्स (Logic Gates) कहते हैं। अब हम इन्हीं लॉजिक गेट्स के बारे में पढ़ेंगे।

29.3.1 आधारभूत लॉजिक गेट्स (तर्क परिपथ)

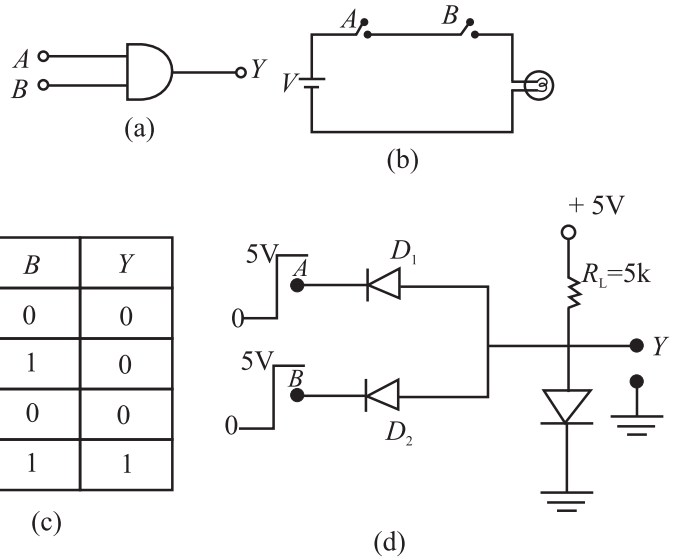
लॉजिक गेट ऐसी युक्तियाँ हैं जिनमें एक या एक से अधिक निवेश किन्तु सिर्फ एक निर्गम होता है। निवेश में बिट्स (Bits) अथवा उनका क्रम परिवर्तित होने पर निर्गम परिवर्तित हो सकता है। इन परिपथों द्वारा उत्पन्न निर्गम बूलियन तर्क के नियमों पर आधारित होता है। मूलत: तीन प्रकार के लॉजिक गेट होते हैं:

1. AND गेट, 2. OR गेट, 3. NOT गेट

ये परिपथ क्रमश: गुणन, योग तथा व्युत्क्रम (Inversion) की संक्रियायें करते हैं। अब हम इनकी कार्य-प्रणाली समझेंगे।

1. AND गेट

किसी AND गेट के दो या दो से अधिक निवेश हो सकते हैं, किन्तु निर्गम केवल एक ही होता है। दो निवेश वाले AND गेट का तर्क-प्रतीक अथवा लॉजिक सिम्बल (Logic Symbol) चित्र. 29.16(a) में दर्शाया गया है। हम किसी AND के व्यवहार को कई श्रेणीबद्ध स्विचों के माध्यम से समझ सकते हैं। स्विच A और B गेट के दो निवेश हैं तथा बल्ब निर्गम Y प्रदान करता है। ऑन स्विच निवेश '1' का तथा ऑफ स्विच निवेश '0' द्योतक हैं। स्पष्ट है कि बल्ब तभी जलेगा जबकि वह आपूर्ति वोल्टता से जुड़ा हो। यह तभी होगा जब दोनों स्विच A तथा B एक साथ ऑन हो (अर्थात् '1' पर हों)। चित्र 29.16(c) में सारणी से दर्शाया गया है। इस सारणी को 'सत्यता-सारणी कहते हैं।



A	B	Y
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

(c)

चित्र. 29.16: a) AND गेट का प्रतीक, b) AND गेट के समरुप स्विचों की क्रिया, c) AND गेट की सत्यता-सारणी, और d) डायोडों द्वारा AND गेट की रचना।

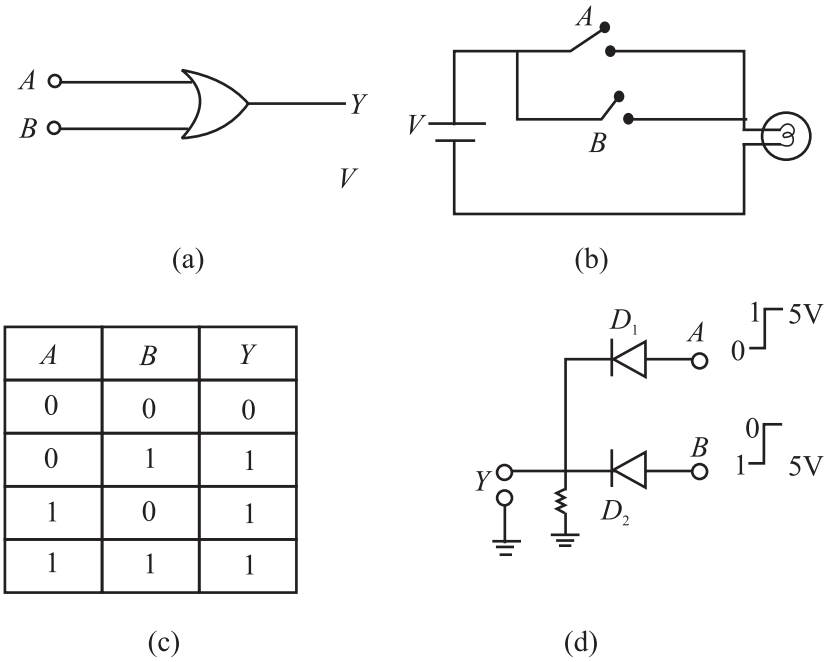
AND संक्रिया को बूलियन व्यंजक द्वारा निम्न प्रकार निरुपित किया जाता है:

$Y = A.B = AB = A \times B$ तथा A AND B पढ़ा जाता है।

AND गेट की व्यवहारिक रचना : डायोडों द्वारा निर्मित लॉजिक गेट को DDL गेट कहते हैं। DDLगेट का अभिप्राय है डायोड-डायोड लॉजिक गेट। दो निवेश वाले AND गेट की रचना चित्र 29.16 (d) में दर्शायी गयी है। डायोड D_1 व D_2 समान्तर में जुड़े हैं तथा उनको 5 V की बैटरी एवं 5 kΩ प्रतिरोध के द्वारा अभिनति प्रदान की गयी है। निर्गम एनोड पर लिया गया है। कैथेड A तथा B निवेश टर्मीनल का कार्य करते हैं। जब A अथवा B अथवा दोनों टर्मीनलों को धरातल (0 स्तर) से जोड़ देते हैं तो सम्बंधित डायोड में वैद्युत चालन होता है तथा विभवान्तर प्रतिरोध के बीच प्रकट होगा। निर्गम 0.7 V अर्थात् 0 स्तर पर होगा। जब दोनों टर्मीनल 5V (अर्थात् निवेश 1,1 हो) तो दोनों में से किसी डायोड में वैद्युत चालन नहीं होगा। अतएव निर्गम 5V होगा (अर्थात् 1 के स्तर पर)

2 OR गेट

OR गेट में दो या दो से अधिक निवेश, किन्तु केवल एक निर्गम होता है। दो निवेश वाले OR गेट का तर्क-प्रतीक अथवा लॉजिक सिम्बल (Logic Symbol) चित्र. 29.17(a) में दर्शाया गया है। हम OR गेट का व्यवहार समान्तर में लगे कई स्विचों के माध्यम से समझ सकते हैं। दो निवेश वाले OR गेट का वैद्युत समरुप चित्र. 29.17(b) में दर्शाया गया है। स्विच A तथा B गेट के दो निवेश तथा बल्ब निर्गम Y प्रदान करता है। ऑन स्विच लॉजिक निवेश '1' को तथा ऑफ स्विच लॉजिक निवेश '0' को निरुपित करते हैं। इसी प्रकार, जलता हुआ बल्ब लॉजिक निर्गम '1' को तथा बुझा हुआ बल्ब लॉजिक निर्गम '0' को निरुपित करते हैं। यहाँ A अथवा B अथवा दोनों स्विच ऑन हों तो आपूर्ति वोल्टता निर्गम Y पर प्रकट होती है। OR गेट के लिए निवेश-निर्गम सम्बन्ध चित्र. 29.17(c) में सत्यता-सारणी (Truth Table) द्वारा दर्शाया गया है।



A	B	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

चित्र. 29.17: a) OR गेट का प्रतीक, b) OR गेट का स्विच समरुप, c) डायोडों द्वारा OR गेट की रचना

OR संक्रिया का बूलियन व्यंजक निम्नलिखित प्रकार से व्यक्त किया जा सकता है–

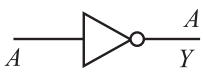
$Y = A + B$ तथा इसे A OR B पढ़ा जाता है।

OR गेट की व्यवहारिक रचना: डायोडों द्वारा निर्मित दो निवेश वाले OR गेट को चित्र. 29.17 (d) में दर्शाया गया है। डायोड D_1 और D_2 के कैथोड एक दूसरे के समान्तर तथा धरातल से 5 kΩ के प्रतिरोध द्वारा जुड़े हुए हैं। निर्गम कैथोड पर तथा दोनों निवेश A व B एनोड पर जोड़े जाते हैं। जब A अथवा B अथवा दोनों 5 V की बैटरी के धनात्मक सिरे से जोड़ दिये जाते हैं तो सम्बन्धित डायोड में अथवा दोनों ही डायोडों में वैद्युत चालन होता है। इसके परिणामस्वरुप निर्गम पर विभव 5V (अर्थात् स्तर '1') होगा। जब दोनों ही स्विच खुले हों तो निर्गम 0 V (अर्थात् '0' स्तर पर) होगा।

3. NOT गेट

एक अन्य महत्वपूर्ण गेट **NOT** गेट है जो कि सिगनल को उलट देता है अर्थात् निवेश '1' होने पर निर्गम '0' तथा विलोमत: निवेश '0' होने पर निर्गम '1' होगा।

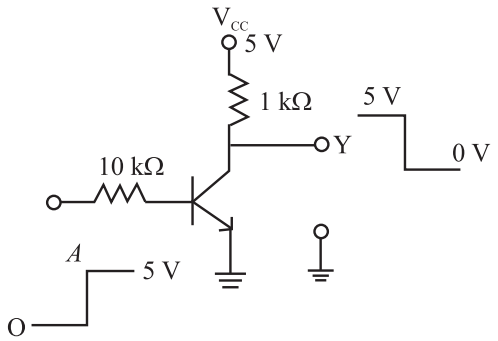
NOT गेट का प्रतीक (Symbol) चित्र. 29.18(a) में दर्शाया गया है। NOT की सत्यता-सारणी (Truth Table) चित्र. 29.18(b) में दर्शायी गयी है।



(a)

A	$Y = A$
0	1
1	0

(b)



चित्र 29.18: (a) NOT गेट का प्रतीक, (b) NOT गेट की सत्यता सारणी (c) NOT गेट का क्रिया-कारी परिपथ

NOT गेट के परिपथ की रचना ट्रांजिस्टर के स्विच की भांति कार्य हेतु बनाये जाने वाले परिपथ के समान ही है। इसे चित्र 29.18(c) में दर्शाया गया है। जब निवेश A, '0' के स्तर पर होता है तो ट्रांजिस्टर ऑफ रहता है। अत: सम्पूर्ण V_{CC} वोल्टता (5V) निर्गम Y पर ही प्रकट होती है। इसके विपरीत, जब निवेश A '1' (5V) पर होता तो ट्रांजिस्टर में वैद्युत चालन होता है तथा निर्गत वोल्टता '0' होती है।

विलोम संक्रिया (Inversion Operation) निवेश के संकेत के ऊपर एक रेखा (Bar) खींचकर प्रदर्शित की जाती है, तथा $Y = \text{NOT}\ (A) = \bar{A}$

अब तक हमने आधारभूत लॉजिक गेटों की चर्चा की है। आप पूछ सकते हैं: क्या इनका संयोजन (Combination) कर नये प्रकार के गेट बनाये जा सकते हैं। आपकों इसका उत्तर अगले परिच्छेद में मिलेगा।

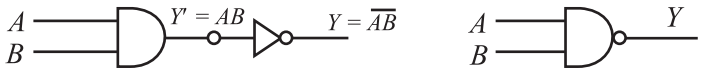
29.3.2 लॉजिक गेटों का संयोजन (Combination of Logic Gates)

लॉजिक गेटों के संयोजन से बनने वाले दो सबसे महत्वपूर्ण लॉजिक गेट हैं (1) NAND [NOT+AND] गेट, तथा (2) NOR [NOT+OR] गेट। डिजिटल इलेक्ट्रॉनिक्स में NAND गेट तथा NOR गेट को संरचनात्मक इकाई (Building Block) माना जाता है क्योंकि दोनों में से कोई एक प्रकार की गेटों की पर्याप्त संख्या को विशिष्ट प्रकार से जोड़कर OR, AND तथा NOT तीनों की संक्रियायें की जा सकती हैं। इसी कारण से, NAND एवं NOR गेटों को सार्वभौमिक गेट्स (Universal Gates) भी कहा जा सकता है। अब हम संयोजन लॉजिक गेटों के बारे में पढ़ेंगे।

1. NAND गेट

AND तथा NOT गेट के चित्र. 29.19 के अनुसार संयोजन से NAND गेट की रचना की जा सकती है। यहाँ AND गेट का निर्गम NOT द्वारा उलट दिया जाता है। NAND गेट का तर्क-प्रतीक अथवा लॉजिक सिम्बल (Logic Symbol) चित्र. 29.19(b) में दर्शाया गया है। NAND गेट की सत्यता सारणी चित्र 29.19(c) में दी हुई है। AND गेट के निर्गम का विलोम कर इस सारणी को बनाया जा सकता है। NAND गेट की सत्यता-सारणी यह दर्शाती है कि कम से कम एक एक निवेश के '0' पर निर्गम '1' प्राप्त होता है। NAND संक्रिया का बूलियन व्यजंक निम्न प्रकार व्यक्त किया जा सकता है:

$$Y = \overline{A.B} = A \times B = \overline{AB}$$



(a) (b)

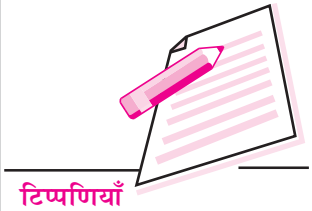
A	B	$Y' = AB$	$Y = \overline{AB}$
0	0	0	1
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	0

(c)

चित्र 29.19: (a) NAND एक संयोजन लॉजिक गेट की भांति, (b) NAND गेट का प्रतीक, (c) NAND गेट की सत्यता-सारणी

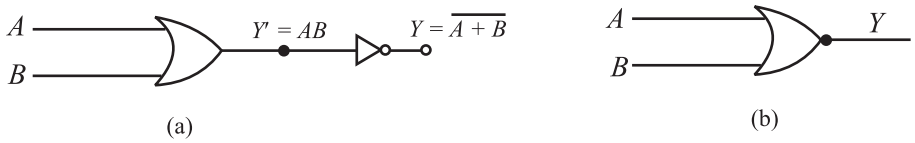
2. NOR गेट

NOR गेट को OR गेट तथा NOT गेट के संयोजन से चित्र 29.20(a) के अनुसार बनाया जाता है। यहाँ OR गेट के निर्गम का NOT गेट द्वारा विलोम कर अंतिम निर्गम Y पर प्राप्त किया जाता



है। NOR गेट की सत्यता-सारणी चित्र 29.20(c) दर्शायी गयी है जिसे OR गेट के निर्गम को उलटकर बनाया जा सकता है। NOT गेट की सत्यता-सारणी यह दर्शाती है कि निर्गम '1' तभी प्राप्त होता है जबकि दोनों निवेश '0' हों। NOR संक्रिया का बूलियन व्यंजक निम्नलिखित है:

$$Y = \overline{A + B}\,.$$



(a) (b)

A	B	$Y' = A+B$	$Y = \overline{A+B}$
0	0	0	1
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	1	0

चित्र 29.20: (a) NOR संयोजन लॉजिक गेट की भांति, (b) NOR गेट का प्रतीक (c) NOR गेट की सत्यता-सारणी।

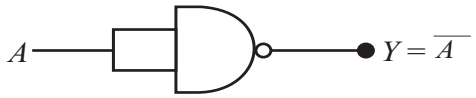
जैसा कि पूर्व में कहा जा चुका है कि NAND तथा NOR गेट समस्त लॉजिक गेटों की रचना की बुनियादी इकाई हैं। अब हम यह देखेंगे कि तीन आधारभूत गेटों- AND, OR और NOT की रचना NAND गेट से कैसे की जा सकती है।

29.3.4 मूल गेटों की NAND गेट से रचना

NAND गेट को सार्वभौमिक गेट इसलिए कहा जा सकता है क्यांकि इससे अन्य समस्त गेटों की रचना की जा सकती है।

(a) NOT गेट की रचना : NAND गेट के दोनों निवेशी सिरों को चित्र 29.22 के अनुसार जोड़ दिया जाय तो इससे निर्मित गेट NOT गेट होगा। आप सत्यता-सारणी बनाकर इसकी जाँच कर सकते हैं।

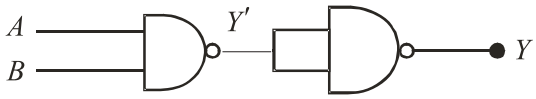
यहाँ पर $A = B$



चित्र 29.21: NAND गेट एक NOT गेट की भांति।

(b) **AND गेट की रचना** : दो NAND गेटों से एक AND गेट बनाया जा सकता है। पहले NAND गेट के निर्गम को NOT गेट के रुप में प्रयुक्त दूसरे NAND गेट द्वारा उलट दिया जाता है;

चित्र 29.22(a) का अवलोकन करें। यह संयोजन AND गेट की भांति व्यवहार करता है जैसा कि सत्यता-सारणी, चित्र 29.22.(b), से स्पष्ट है।

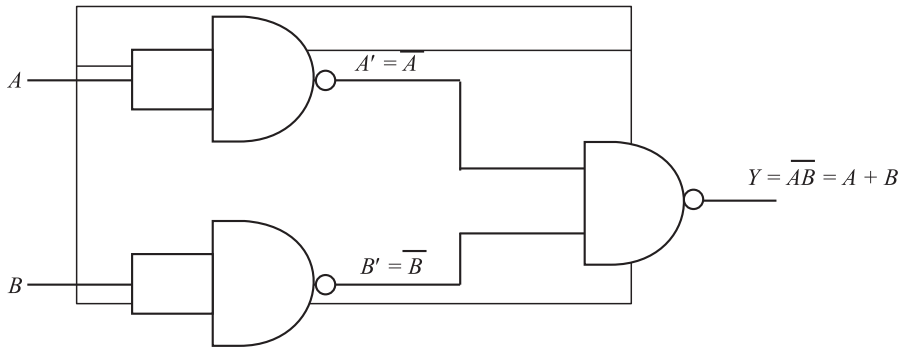


A	B	$Y' = \overline{AB}$	$Y = AB$
0	0	1	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1

(b)

चित्र 29. 22: (a) NAND गेटों द्वारा AND गेट की रचना b) NAND गेटों द्वारा बने AND गेट की सत्यता-सारणी

c) **OR गेट की रचना :** तीन NAND गेटों द्वारा OR गेट का निर्माण किया जा सकता है। दो NAND गेट विलोमक के रूप में प्रयुक्त होते हैं तथा उनके निर्गम तीसरे NAND गेट के निवेश बनते हैं, जैसा कि चित्र 29.23 में दर्शाया गया है संयोजन OR गेट की भांति कार्य करता है।



चित्र 29.23 : तीन NAND गेटों से निर्मित OR गेट

पाठगत प्रश्न 29.3

चित्र 29.23 के लिए बनायी गयी निम्नलिखित सत्यता-सारणी को पूर्ण करिये तथा सिद्ध करिये कि ये OR गेट को निरूपित करती है।

A	B	A'	B'	Y
0	0	–	–	–
0	1	–	–	–
1	0	–	–	–
1	1	–	–	–

आपने क्या सीखा

- *p-n* संधि डायोड दिष्टकारी की भांति कार्य करता है जिससे प्रत्यावर्ती धारा को दिष्टधारा में परिवर्तित किया जा सकता है।
- पूर्ण-तरंग दिष्टकारी के निर्गम की तुलना में अर्द्ध-तरंग दिष्टकारी के निर्गम में प्रत्यावर्ती घटक अधिक होता है।
- जेनर डायोड शक्ति-आपूर्ति के निर्गम को स्थिर करता है।
- यदि जेनर डायोड स्टेबिलाइजर (Stabilizer) के रूप में प्रयुक्त हो तो ऊर्जा का व्यय तब अधिक होता है जब लोड में कम धारा प्रवाहित हो।
- प्रवर्धन के लिए ट्रांजिस्टर को निवेशी धारा की आवश्यकता होती है।
- ट्रांजिस्टर को स्विच की भांति प्रयोग किया जा सकता है यदि वह संतृप्त तथा संस्तब्ध क्षेत्रों में ही अभिनत रहे।
- लॉजिक गेट मूलत: तीन प्रकार के होते हैं - AND, OR तथा NOT
- NAND गेट सार्वभौमिक गेट है क्योंकि इससे समस्त अन्य गेट बनाये जा सकते हैं।

पाठांत प्रश्न

1. फिल्टर-संधारित्र वाले अर्द्ध-तरंग दिष्टकारी की तुलना में बिना संधारित्र वाले *p-n* संधि की शिखर व्युत्क्रम अथवा पीक इनवर्स वोल्टेज PIV (Peak Inverse Voltage) दो गुना क्यों होती है?
2. लोड में परिवर्तन के बावजूद भी जेनर डायोड धारा को स्थिर (Stabilized) कैसे रख पाता है?
3. प्रवर्धक के उचित प्रकार से कार्य करने के लिए निवेशी सिगनल के आयाम में परिवर्तन की सीमा क्या होनी चाहिए?
4. NOR गेट की रचना डायोड तथा ट्रांजिस्टर के द्वारा कीजिए।

पाठगत प्रश्नों के उत्तर

29.1

1. चित्र 29.6 को देखें।
2. पूर्ण-तरंग दिष्टकारी में दोनों डायोड C को अधिकतम वोल्टता V_{max} तक प्रत्येक अर्द्धचक्र में आवेशित कर देते हैं। अत: डायोडों का PIV $2 \times V_{max}$ होगा।

3. $R_z = 100\,\Omega$, $R_s = 100\,\Omega$ तथा $R = R_z + R_s = 200\,\Omega$

अतः,

$$I = \frac{21}{200} = 0.105\text{A}$$

तथा $V = IR = 0.105 \times 100$

$= 10.5\text{V}$

29.2

1. $$|A_v| = \frac{V_0}{V_i} = \frac{1\text{V}}{20\text{ mV}} = 50$$

2. $$A_p = \frac{P_0}{P_i} = 200$$

3. $$|A_v| = \frac{\beta \times R_L}{r_i} = \frac{50 \times 2000\Omega}{500\Omega} = 200$$

$$A_p = \beta A_v = 50 \times 200 = 10000.$$

29.3

A	B	A'	B'	Y
0	0	0	0	0
0	1	1	1	1
1	0	1	0	1
1	1	1	1	1

30

संचार तंत्र

संचार प्रत्येक जीवित प्राणी का एक मूल अभिलक्षण है। संचार में किसी व्यक्ति/स्थान से सूचना का प्रेषण तथा अन्य व्यक्ति/स्थान द्वारा उसका अभिग्रहण होता है। जंतु जगत में, संचार यांत्रिक, श्रव्य तथा रासायनिक संकेतों द्वारा होता है। आपने देखा होगा कि किसी घुसपैठिए को देखकर, जो उनके जीवन को संकट में डाल सकता है, गौरेयाँ किस प्रकार जोर-जोर से शोर मचाने लगती हैं। मनुष्यों को संचार का एक अत्यंत सशक्त माध्यम वाणी के वरदान स्वरूप मिला हुआ है। अपने आस-पास जो कुछ भी घटित हो रहा है उसको हम देख सकते हैं, उसके बारे में सोच सकते हैं तथा उसका अनुभव भी कर सकते हैं इसका अर्थ यह हुआ कि यांत्रिक (ताली बजाने, थपथपाने) एवं प्रकाश-यांत्रिक संकेतों (सिर हिलाने, संकेत करने) के अतिरिक्त संचार हेतु हम 20Hz – 20 kHz के श्रव्य परिसर में ध्वनि तथा 400 Å – 7000Å के दृश्य परिसर में प्रकाश का प्रयोग भी कर सकते हैं। आपको इस बात की अनुभूति होनी चाहिए कि उच्चारित या लिखित शब्दों का कोई अर्थ निकले, इसमें भाषा बड़ी महत्वपूर्ण भूमिका निभाती है, यह नैसर्गिक रूप से हम तक पहुंचता है। जब लिखित अक्षरों का जन्म नहीं हुआ था तब संचार का माध्यम मौखिक ही था। संचार के द्वितीय युग का श्रीगणेश मुद्रण मशीन के आविष्कार के साथ हुआ। उन्नीसवीं शताब्दी के आरंभिक काल में टेलीग्राफ का आविष्कार तृतीय युग अथवा तीसरे चरण के श्रीगणेश का सूचक था। क्रांतिकारी तकनीकी विकासों ने सूचना के द्रुत, दक्ष एवं यथातथ्य संचरण को संभव बनाया। टेलीग्राफ, फैक्स, टेलीफोन, रेडियो, मोबाइल फोनों, उपग्रहों तथा कंप्यूटरों जैसे साधनों एवं तकनीकों के प्रयोग द्वारा दूरस्थ स्थानों तक संचार स्थापित करना संभव है। महासागर एवं पर्वत मालाएं अब कोई अवरोध नहीं प्रस्तुत करते हैं तथा काल एवं दूरी के व्यवरोध अब अस्तित्वहीन प्रतीत होते हैं। ऑन-लाइन अभिगमन (शिक्षा), प्रकाशन (शोध), बैकिंग (व्यवसाय), जिन्हें विज्ञान कथाओं के विषय रहे बहुत अधिक समय नहीं बीता है, अब सामान्य गतिविधियाँ हैं। वस्तुतः इलेक्ट्रॉनिक संचार तकनीकों के कंप्यूटरों के साथ संयोजन ने सूचना एवं संचार प्रौद्योगिकियों (आई सी टी) के एक अति सशक्त एवं उर्वर क्षेत्र के द्वार खोल दिए हैं।

क्या आपने कभी उस टेक्नोलॉजी के विषय में सोचा है जिसने इन सब प्रौद्योगिकियों के विकास को संभव बनाया? इस प्रश्न का उत्तर आप इस पाठ में खोज पाएंगे।

उद्देश्य

इस पाठ के अध्ययन के बाद आप

- सुदूर संचार तंत्र में प्रयुक्त होने वाले अवयवों की सूची बना पाएंगे;
- अनुरूप एवं अंकीय संकेतों की व्याख्या कर पाएंगे;
- वर्णन कर पाएंगे कि विद्युत-चुंबकीय तरंगे सूचना के वाहक के रूप में कैसे कार्य करती हैं;
- (वाक्, टीवी एवं डिजीटली) सिग्नलों की बैंड-चौड़ाई बता पाएंगे;
- विभिन्न संप्रेषण माध्यमों को सूचीबद्ध कर सकेंगे और उनकी विशिष्ट बैंड-चौड़ाइयां निर्दिष्ट कर सकेंगे;
- भू-तरंग प्रगमन, व्योम तरंग प्रगमन तथा आकाश तरंग प्रगमन के महत्व की व्याख्या कर सकेंगे;
- मॉडुलन की आवश्यकता बता सकेंगे; तथा
- आयाम मॉडुलित तरंग के जनन और संसूचन की व्याख्या कर सकेंगे।

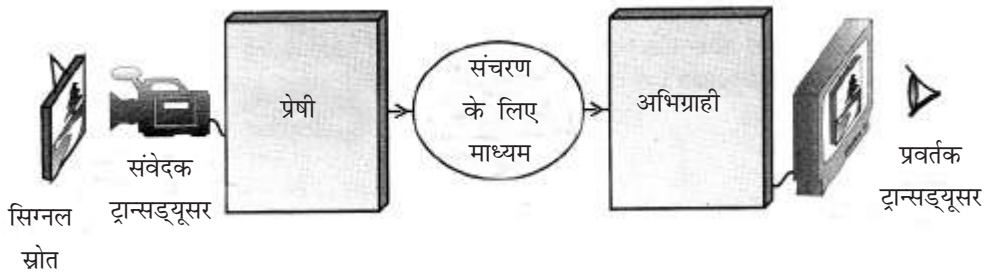
30.1 एक आदर्श संचार तंत्र

संचार तंत्र सूचना के

– एकैकी अर्थात् स्थल-स्थल संचरण का कार्य करते हैं;

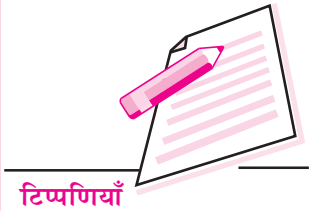
– एक से अनेक अर्थात् प्रसारण संचरण का कार्य करते हैं; तथा

– अनेक से अनेक अर्थात् टेलीफोन कांफ्रेंस कॉल अथवा एक चैटरूप से होने वाले संचरण का कार्य करते हैं।



चित्र 30.1: संचार तंत्र के लिए एक व्यवस्थात्मक विन्यास

आधुनिक काल के एक प्रारूपिक संचार तंत्र में सूचना वैद्युत संकेतों (वोल्टता या धारा) के रूप में होती है जो **बैंड विस्तार** कहलाने वाली आवृत्तियों के एक परिसर में विस्तारित होती



है। (कुछ शोर संकेत के साथ जाकर मिल जाता है जो वांछित सूचना को बाधित करने का प्रयास करता है) किसी (संचार) तंत्र के वैज्ञानिक विश्लेषण के लिए हम उस तंत्र का उसके मूल घटकों के रूप में प्रतिरूपण करते हैं। अब आप इनके विषय में पढ़ेंगे:

30.1.1 संचार तंत्र के अवयव

चित्र 30.1 को देखिए। यह किसी प्रारूपिक संचार तंत्र के रचना खंडों को दर्शाता है। ध्यान दें कि ये किसी संचार तंत्र के अनिवार्य अवयव हैं:

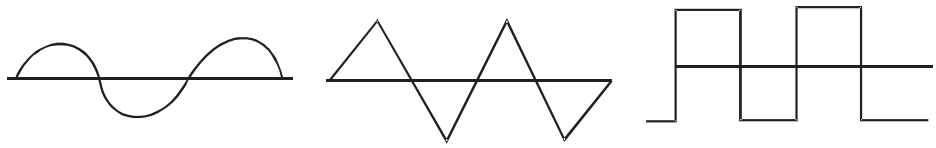
- एक संकेत का स्रोत, एक संवेदक ट्रान्सड्यूसर तथा एक **प्रेषी**, जो संकेत को वहन करने वाली सूचना का प्रमोचन करता है।
- दूरस्थ स्थानों तक संकेत के पथप्रदर्शन एवं उसे अपने साथ वहन करने के लिए एक मध्यवर्ती **माध्यम/चैनल;** तथा
- एक संकेत अभिग्राही एवं एक प्रवर्तक ट्रांस्ड्यूसर जो सिग्नल को अवरूद्ध करने एवं सूचना की पुन: प्राप्ति के लिए प्रयुक्त होता है।

30.2 संकेतों के प्रकार–एनालौग और डिजिटल

अब आपको ज्ञात हो चुका है कि सूचना का संचार संकेतों के माध्यम से होता है। इन्हें इनकी उत्पत्ति और प्रवृत्ति के आधार पर वर्गीकृत किया जाता है। इस आधार पर हमारे पास निम्न संकेत उपलब्ध होते हैं:

- संतत काल (एनालौग) तथा विविक्त काल (डिजिटल) संकेत;
- कोडित एवं अकोडित संकेत;
- आवर्ती एवं अनावर्ती संकेत;
- ऊर्जा एवं शक्ति संकेत; तथा
- निर्धारणात्मक एवं यादृच्छिक संकेत।

हम इनमें से केवल एनालौग (अनुरूप) तथा डिजिटल (अंकीय) प्रणालियों पर ही विचार करेंगे। मनुष्य द्वारा परस्पर वार्तालाप करते समय या फोनोग्राफ से उत्पन्न ध्वनि संतत रूप से परिवर्तित वैद्युत अनुरूप संकेतों में रूपांतरित हो जाती है। [चित्र 30.2 (b), (c)]। चित्र 30.2 पर ध्यान देने पर आप पाएंगे कि संकेतों को निरूपित करने वाले तरंगरूप एक विशिष्ट आवृत्ति से संबंध रखते हैं और ये आवर्ती होते हैं; जबकि इनमें से एक ज्यावक्रीय है तो अन्य स्पंदित है। वस्तुत:, इन्हें ज्या तथा वर्ग तरंगरूपों के उप-वर्ग के रूप में माना जाता है। संकेत को एनालौग (अनुरूप) (अथवा संतत) और डिजिटल (अंकीय) (अथवा विविक्त) दोनों रूपों में ही संकुलित किया जा सकता है। उदाहरण के लिए, वाक् एक एनालौग अनुरूप संकेत है जो समय के साथ संतत रूप से परिवर्तित होती है। इसके विपरीत, कंप्यूटर की फाइलें प्रतीकात्मक ''विविक्त-काल'' अंकीय संकेतों के रूप में होती हैं।



चित्र 30.2: (a) संतत (ज्या वक्रीय) तथा (b) विविक्त संकेत

डिजिटल (अंकीय) फार्मेट में, संकेत **बिट्स** (बाइनरी डिजिट्स का संक्षिप्त रूप) की श्रृंखलाओं के रूप में होते हैं। प्रत्येक बिट या तो 'चालू' अथवा 'बंद' (1 अथवा 0) इन दोनों में से किसी एक को निरूपित करता है। **द्वि-आधारी** पद्धति उस संख्या पद्धति को निरूपित करती हे जो 1 और 0 केवल दो अंकों का ही प्रयोग करती है (दशमलव पद्धति से इसकी तुलना कीजिए जो 0 से 9 तक दस इंकों का प्रयोग करती है)। सूचना वहन करने वाले प्रत्येक संकेत को हम विविक्त-काल, आयाम-अवांछित अंकीय संकेत के रूप में रूपांतरित कर सकते हैं। एक कांपैक्ट डिस्क (सीडी) में ऑडियो को डिजिटल (अंकीय) संकेतों के रूप में भंडारित किया जाता है ठीक उसी प्रकार जैसे कि वीडियो डिस्क (डीवीसी) में वीडियों को डिजिटल (अंकीय) रूप में भंडारित किया जाता है।

संचार प्रणालियाँ या तो आधारभूत रूप से एनालौग (अनुरूप) हो सकती हैं जैसे आयाम माडुलन (AM) रेडियो अथवा कंप्यूटर नेटवर्कों जैसी अंकीय हो सकती है। सामान्तया, (एनालौग) अनुरूप प्रणालियां एक ही प्रकार के अनुप्रयोग के लिए डिजिटल (अंकीय) प्रणालियों की तुलना में अधिक महंगी होती हैं। परंतु डिजिटल (अंकीय) प्रणालियाँ अधिक दक्ष होती हैं, बेहतर ढंग से कार्य करती हैं (कम त्रुटि एवं शोर उत्पन्न करती हैं) तथा अधिक लोच का गुण लिए होती हैं यह जानना रोचक होगा कि दोनों में ही एनालौग (अनुरूप) संकेतों का प्रयोग किया जाता है, जैसे कि इन्टरनेट (बेतार संचार का एक उदाहरण) में वोल्टता एवं सैलुतर फोन (बेतार संचार) में विद्युत-चुंबकीय विकिरण।

30.3 सिग्नलों की बैंड चौड़ाई

संचार तंत्रों में सबसे महत्वपूर्ण प्राचल, संकेत का बैंड विस्तार होता है, जो उस आवृत्ति परिसर को निरूपित करता है जिसमें संकेत परिवर्तित होता है। परन्तु, एनालौग (अनुरूप) एवं डिजिटल (अंकीय) संकेतों में इसके भिन्न अर्थ हैं जहां एनालौग (अनुरूप) बैंड विस्तार कार्यक्रम के जिस परिसर में कोई संकेत स्थित होता है, उसका सूचक होता है। वहीं डिजिटल (अंकीय) बैंड विस्तार किसी अंकीय संकेत में निहित सूचना के परिणाम का निर्धारण करता है। यही कारण है कि एनालौग (अनुरूप) बैंड विस्तार को आवृत्ति अर्थात् Hz में जबकि डिजिटल (अंकीय) बैंड विस्तार को बिट्स प्रति सेकेंड (bps) में व्यक्त किया जाता है। कुछ ऑडियो संकेतों के आवृत्ति परिसर एवं उनके बैंड विस्तार सारणी 30.1 में दिए गए हैं। ध्यान दें कि मानक वाणी का बैंड विस्तार लगभग 4 kHz होता है। आयाम माडुलिक (एफ एम) रेडियो प्रेषण में बैंड विस्तार लगभग 10 kHz होता है। जबकि आवृत्ति माडुलिक (एफ एम) प्रेषण में 15 kHz होता है। परंतु एफ एम प्रसारण द्वारा प्राप्त संकेत की गुणवत्ता ए एम द्वारा प्राप्त संकेत की गुणवत्ता से निर्णायक रूप से बेहतर होती है। एक वीडियो संकेत का बैंड

विस्तार लगभग 4.2 MHz तथा एक टेलीविजन प्रसारण चैनल का बैंड विस्तार 6 MHz होता है। एक प्रारूपिक मॉडम, जो एनालौग (अनुरूप) टेलीफोन लाइनों से अंकीय संकेतों के संचरण हेतु प्रयुक्त होने वाली एक युक्ति है, का बैंड विस्तार 32 kbps, 64 kbps अथवा 512 kbps होता है।

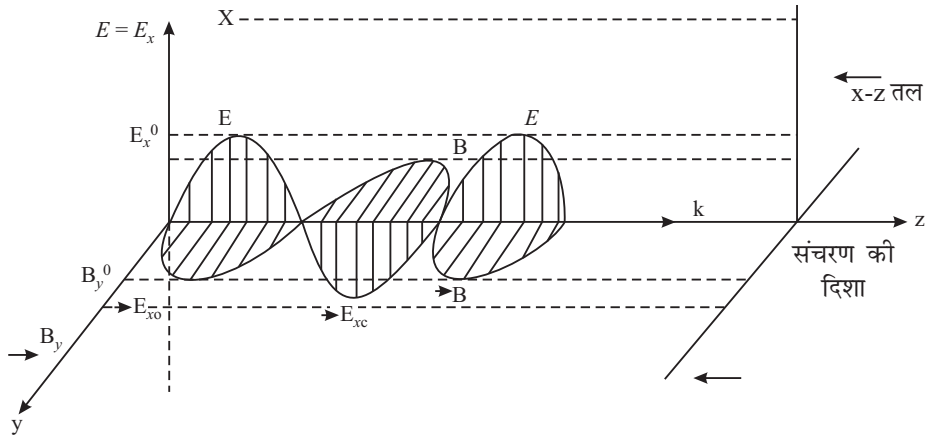
सारणी 30.1: प्रारूपिक ऑडियो बैंड विस्तार

स्रोत	आवृत्ति परिसर (H_E)	बैंड विस्तार (kHz)
गिटार	82–880	... 0.8
वॉयलिन	196–2794	... 2.6
स्वर (a,e,i,o,u)	250–5000	... 4
व्यंजन		
टेलिफोन संकेत	200–3200	... 3

30.3.1 संचार में विद्युत-चुंबकीय तरंगें

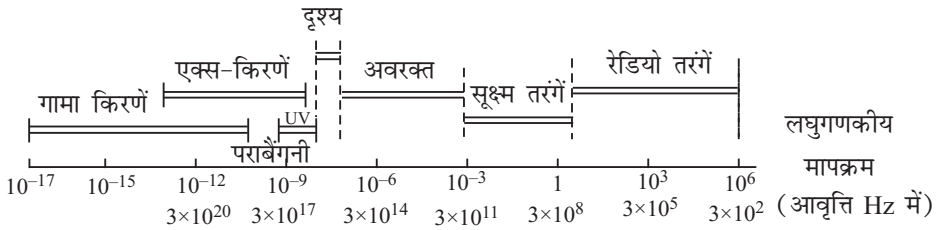
संचार में, वैद्युत संकेत को प्रेषी से अभिग्राही तक पहुंचाने के लिए हम भिन्न-भिन्न विधियों का उपयोग करते हैं। विद्युत एवं चुंबकत्व के मॉड्यूलों से आप स्मरण करेंगे कि धारा को किसी धातु के चालक से धारा संकेत या वोल्टता पात के रूप में, वायु से विद्युत-चुंबकीय विकिरण के रूप में अथवा प्रकाश संकेत में परिवर्तित करके प्रकाशिक तंतु के माध्यम से भेजा जा सकता है। प्रणाली चाहे कोई भी हो, संकेत का प्रेषण मैक्सवेल द्वारा दिए गए विद्युत चुंबकीय तरंग संचरण के चिरसम्मत सिद्धांत द्वारा ही निगमित होता है।

जैसा कि नाम से विदित है, विद्युत-चुंबकीय तरंगों में विद्युत एवं चुंबकीय क्षेत्र एक दिक्काल परिवर्ती चुंबकीय क्षेत्र को उत्पन्न करता है जो प्रत्युत्तर में एक विद्युत क्षेत्र को उत्पन्न करता है। यह परस्पर सहायक भूमिका विद्युत-चुंबकीय नियमों के अनुसार विद्युत-चुंबकीय तरंगों के संचरण का कारण बनती है। एक समतल विद्युत चुंबकीय तरंग का चित्रमय निरूपण चित्र 30.3 में दर्शाया गया है।



चित्र 30.3: विद्युत चुम्बकीय तरंगों का संचरण

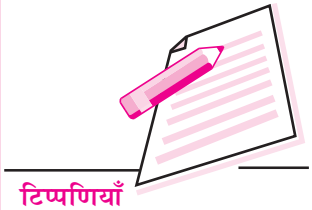
गणितीय रूप से, इन्हें हम इस प्रकार व्यक्त कर सकते हैं: $E = E_0 \sin(kz - \omega t)$ और $H = H_o \sin(kz - \omega t)$। विद्युत-चुंबकीय तरंगों के अस्तित्व का प्रत्यक्ष प्रायोगिक साक्ष्य 1888 में हर्ट्ज द्वारा किए गए प्रभावशाली प्रयोगों की एक शृंखला द्वारा ही सामने आया। उन्होंने पाया कि उनके उपकरण से यथेष्ट दूरी पर विद्युत चुंबकीय प्रेरण के प्रभाव का वह संसूचन कर सकते थे। विद्युत-चुंबकीय तरंगों के तरंगदैर्ध्य और आवृत्ति के मापन द्वारा उन्होंने उनकी चाल का परिकलन किया जिसे उन्होंने प्रकाश की चाल के तुल्य ही पाया। उन्होंने यह भी दर्शाया कि विद्युत चुंबकीय तरंगे प्रकाश सदृश परिघटनाओं का प्रदर्शन करती हैं। जैसा कि अब हमें ज्ञात है, तरंगदैर्घ्यों का परिसर अति व्यापक है। यह (1m से 10m) तरंगदैर्ध्यों वाले) रेडियो तरंगों से लेकर (400 mm तरंगदैर्घ्य वाले) दृव्य प्रकाश तक विस्तारित होता है जैसा कि चित्र 30.4 में दर्शाया गया है। इसने इस ेत्र में अच्छी-खासी रुचि एवं सक्रियता को जन्म लिया। सन् 1895 में भारतीय भौतिकीविद जगदीश चन्द्र बोस ने 25 mm से लेकर 5m के तरंगदैर्घ्य परिसर में तरंगों को उत्पन्न किया और रेडियो प्रसारण की संभावना को प्रदर्शित किया। इस कार्य का व्यावहारिक प्रयोग गुग्लीएल्मो मारकोनी द्वारा किया गया जो एटलांटिक महासागर के पार विद्युत-चुंबकीय तरंगों को प्रेषित करने में सफल रहे। इस घटना से विद्युत-चुंबकीय तरंगों के प्रयोग द्वारा संचार युग का श्रीगणेश किया। मारकोनी को कार्ल फर्डीनेंड ब्रान के साथ वर्ष 1909 का भौतिकी का नोबेल पुरस्कार संयुक्त रूप से प्रदान किया गया।



चित्र 30.4: विद्युत चुम्बकीय स्प्रेक्ट्रम : तरंगदैर्घ्यों का मान निर्वात (वायु) में है। स्पेक्ट्रम के उत्तरोत्तर क्षेत्रों की सीमायें स्पष्ट रूप से निर्धारित नहीं हैं।

किसी संचार तंत्र में प्रेषी, ऐंटिना की सहायता से विद्युत-चुंबकीय तरंगों को विकिरित करता है। ये तंरगे आकाशक से होकर संचरित होती हैं और एक अभिग्राही द्वारा ग्रहण की जाती हैं। अभिग्राही पर एक अन्य ऐंटेना करता है। अब हम रेडियो तरंगों का प्रयोग विभिन्न उद्देश्यों के लिए करते हैं, जैसे कि टेलीविजन प्रसारण, ए. एम. (आयाम माडुलिक) और एफ. एम. (आवृत्ति माडुलिक) रेडिया, उपग्रह टी वी प्रसारण, सैलफोन द्वारा वार्तालाप इत्यादि। इसप्रकार का प्रत्येक संकेत एक भिन्न आवृत्ति का प्रयोग करता है और इस प्रकार से ही ये सभी संकेत एक-दूसरे से पृथक्कृत होते हैं।

अगले दो पाठों में आप इन प्रेषणों की क्रियाविधि तथा कुछ सामान्य संचार युक्तियों की कार्य-पद्धति के संबंध में विस्तृत ज्ञान प्राप्त करेंगे। सारणी 31.2 में रेडियो एवं टी वी प्रसारण के लिए अंतर्राष्ट्रीय स्तर पर स्वीकृत विद्युत-चुंबकीय वर्णक्रम, (स्पेक्ट्रम) प्रचलित बैंडों के नाम तथा उनके अनुप्रयोगों को हमने सूचीबद्ध किया है।



(Hz में व्यक्त आवृत्ति ν, मीटर में व्यक्त तरंगदैर्ध्य λ, निर्वात में विद्युत चुम्बकीय तरंगों की चाल c से $c = \nu\lambda$ सह-संबंध द्वारा संबंधित होती है जहाँ $c = 3 \times 10^8$ m/s है।)

सारणी 30.2: रेडियो आवृत्ति बैंड

बैंड	आवृत्ति परिसर	तरंगदैर्ध्य परिसर	अनुप्रयोग
अत्यंत निम्न आवृत्ति (ईएलएफ)	<3 kHz	>100 km	मेन्स की विद्युत
अति निम्न आवृत्ति (वीएलएफ)	3 - 30 kHz	100 – 10 km	सोनार
निम्न आवृत्ति (एल एफ)	30 - 300 kHz	10 – 1 km	समुद्री नौवाहन
मध्य आवृत्ति (एम एफ)	300 kHz - 3 MHz	1 km – 100 m	मध्य तरंग रेडियो
उच्च आवृत्ति (एच एफ)	3 - 30 MHz	100 – 1 m	लघु तरंग रेडियो
अत्युच्च आवृत्ति (वीएचएफ)	30 – 300 MHz	10 – 1 m	एफ एम रेडियो
परा उच्च आवृत्ति (यूएचएफ)	300 MHz – 3 GHz	1 m – 10 cm	वाणिज्यिक टीवीए रेडियो, राडार
अति उच्च आवृत्ति (एसएसएफ)	3 – 30 GHz	10 – 1 cm	उपग्रह संचार, सैलुलर मोबाइल वाणिज्यिक टी वी

ए एम रेडियो को उन बैंडों, जिन्हें प्रचलित रूप से दीर्घ तरंग: 144–3513 kHz (एल एफ), मध्य तरंग: 530 – 1,700 kHz (एम एफ) तथा लघु तरंग 3 – 30 MHz एच एम) कहते हैं, में प्रसारित किया जाता है। **मध्य तरंग** सामान्य रूप से वाणिज्यिक ए एम रेडियो के लिए प्रयोग में लाया जाता है। **दीर्घ तरंग** को प्रत्येक स्थान (देश) में प्रयोग में लाया जाता है सिवाय उत्तरी और दक्षिणी अमेरिका के जहाँ इस बैंड को वैमानिक संचालन के लिए आरक्षित रखा जाता है। दीर्घ एवं मध्य-तरंग बैंडों के लिए तरंगदैर्ध्य पर्याप्त रूप से दीर्घ होता है ताकि भू-तरंग संचरण द्वारा पृथ्वी की वक्रता के आस-पास विवर्तित हो सके। विशेष रूप से रात्रि के समय ए एम रेडियो को यह एक दीर्घ परिसर प्रदान करता है। **लघु तरंग** का प्रयोग उन रेडियो (प्रसारण) सेवाओं द्वारा किया जाता है जिनका उद्देश्य प्रसारण को ग्राही स्टेशन से विशाल दूरियों तक पहुंचाना होता है; लघु तरंग प्रसारणों का सुदूर परिसर निम्न ऑडियो तद्रूपता के मूल्य पर ही संभव हो पाता है। लघु तरंग के संचल का मोड आयनमंडली होता है।

सारणी 30.3: वाणिज्यिक एफ एम रेडियो एवं टी वी प्रसारण हेतु

आवृत्ति बैंड	प्रसारण की प्रवृत्ति
41 – 68 MHz	वीएचएफ टीवी
88- 104 MHz	एफ एम रेडियो
104 – 174 MHz	केवल टीवी नेटवर्कों के लिए एस (सॉन्डरकेनाल) जिसका अर्थ है विशेष चैनल
174 – 230 MHz	वीएचएफ टीवी
230 – 470 MHz	केबल टीवी नेटवर्क के लिए एच (हाइपर) बैंड
470 – 960 MHz	यूएचएफ टीवी

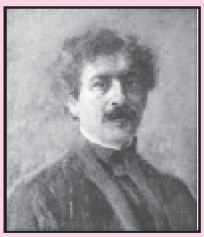
प्रसारण बैंडों के मध्य की आवृत्तियों का प्रयोग रेडियों संचार के अन्य रूपों, जैसे वॉकी टॉकी, कार्डलैस टेलीफोन, रेडियो नियंत्रण, शौकिया रेडियो, इत्यादि में होता है।

आपने इंटरनेट द्वारा संभव बनाए गए मोबाइल फोनों तथा इंटरनेट प्रोटोकॉल टेलीविजन के संबंध में पढ़ा होगा। क्या अपने कभी विचार किया है कि कौन-सी टेक्नालॉजी इस सशक्तीकरण को संभव बना रही है? क्या यह तंतु प्रकाशित संचार है? क्या इसमें लेसर की कोई भूमिका है, ऐसे सभी प्रश्नों के उत्तरों को आप अगले यूनिट में पढेंगे।

पाठगत प्रश्न 30.1

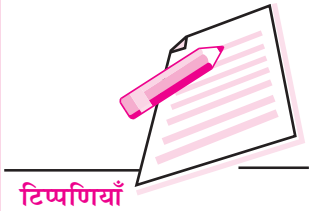
1. विद्युत-चुंबकीय तरंग क्या है?
2. आकाश से संचारित होनेवाली 30 MHz आवृत्ति के रेडियो तरंग के तरंगदैर्ध्य का परिकलन कीजिए।
3. (i) दृश्य प्रकाश (ii) रेडियो तरंगों का आवृत्ति परिसर क्या है?

जगदीश चन्द्र बोस
(1858 – 1937)



भारत में अपनी स्कूली शिक्षा पूरी करने के बाद चिकित्सा विज्ञान का अध्ययन करने के लिए जगदीश चन्द्र बोस 1980 में लंदन विश्वविद्यालय चले गए। एक वर्ष के अंदर उन्होंने क्राईस्ट कॉलेज से प्राकृतिक विज्ञान का अध्ययन करनेके लिए कैंब्रिज विश्वविद्यालय से छात्रवृत्ति प्राप्त की। कैंब्रिज में प्रोफेसर हैसे नामक प्राध्यापक का उन पर गहन प्रभाव पड़ा। सन् 1884 में बोस को कैंब्रिज विश्वविद्यालय से बी. ए. की उपाधि तथा लंदन विश्वविद्यालय से बी. एस. सी. की उपाधि प्राप्त हुई। तदुपरांत बोस भारत लौट आए और कलकत्ता (अब कोलकाता) के प्रेसीडेंसी कॉलेज में कार्यकारी प्रोफेसर के रूप में शिक्षण कार्य का उत्तरादायित्व उन्होंने संभाला। प्रेसीडेंसी कॉलेज में पढ़ने वाले उनके अनेक छात्रों के भाग्य में अपने-अपने तरह से प्रसिद्धि प्राप्त करना था। इनमें से कुछ छात्र थे सत्येन्द्र नाथ बोस, जिन्हें बोस-आइंस्टाइन सांख्यिकी पर किए गए अपने अग्रणी कार्य के लिए प्रसिद्धि मिली, तथा एम. एन. साह जिन्होंन तापीय आयनन का क्रांतिकारी सिद्धांत दिया। इस सिद्धांत ने भौतिकविदों को तारों को कुछ समूहों के रूप में वर्गीकृत करने में सक्षम बनाया।

सन् 1894 में जे. सी. बोस ने प्रेसीडेंसी कॉलेज में एक स्नानघर से जुड़े एक छोटे से कमरे को प्रयोगशाला में बदल दिया। उन्होंने अपवर्तन, विवर्तन तथा ध्रुवण संबंधित प्रयोग किए। विकिरण के अभिग्रहण के लिए एक अति सुग्राही गैल्वीनोमीटर से संबद्ध भांति-भांति की संधियों का उन्होंने प्रयोग किया। लघु तरंगदैर्ध्य वाले रेडियो तरंगों तथा श्वेत एवं पराबैंगनी



प्रकाश दोनों के लिए ही अभिग्राहियों के निर्माण के लिए गैलेना के क्रिस्टलों की प्रयोग विधि का उन्होंने विकास किया। सन् 1895 में बोस ने रेडियो प्रेषण का प्रथम सार्वजनिक प्रदर्शन किया। विद्युत-चुंबकीय तरंगों के प्रयोग द्वारा उन्होंने दूर से ही एक घंटी को बजाकर तथा बारुद का विस्फोट कर दिखाया। सन् 1897 में लॉर्ड रैले ने एक व्याख्यान देने के लिए उन्हें आमंत्रित किया। बोस ने माइक्रोवेव (2.5 cm से 5 cm) से संबंधित अपने प्रयोगों का प्रदर्शन इंग्लैंड के रॉयल संस्थान तथा अन्य सोसाइटियों के समक्ष किया। परंतु उन्हें नोबेल पुरस्कार से वंचित होना पड़ा जो संभवत: उनके इस कार्य के व्यापक व्यावहारिक अनुप्रयोग न होने के कारण ही था। उन्नीसवीं शताब्दी के अंत तक बोस की रुचि पादपों में अनुक्रिया-परिघटना की ओर हो चली थी। सन् 1915 में बोस प्रेसीडेंसी कॉलेज से सेवा निवृत्त हुए तथा उन्हें यहीं पर प्रोफेसर एमेरिटस नियुक्त किया गया। दो वर्ष उपरांत कोलकाता में बोस संस्थान की स्थापना हुई। सन् 1920 में बोस को रॉयल सोसाइटी का फैलो नियुक्त किया गया।

30.4 संचार माध्यम

संचार माध्यम दो प्रकार के होते हैं: तार चैनल (जो पथनिर्देशित माध्यम होता है) एवं बेतार चैनल जो एक अनिर्देर्शित माध्यम होता है। तार चैनल प्रेषी को भौतिक रूप से अभिग्राही के साथ एक 'तार' द्वारा जोड़ते हैं। यह तार संचरण लाइनों का व्यावर्तित युग्म, एक समाक्ष केबल अथवा प्रकाशिक तंतु हो सकता है। परिणामस्वरुप, तार चैनल बेतार चैनलों की अपेक्षा अधिक निजी तथा तुलनात्मक रूप से व्यतिकरण के लिए भी कम प्रवृत्ति रखने वाला होता है। सरल तार चैनत एकल प्रेषी को एकल अभिग्राही के साथ जोड़ते नेटवर्क में सामान्य रूप से प्रेक्षित किया जाता है जहां एक केवल हमारे घरों में लगे टेलीफोन सेटों तक पहुंचाता है। कुछ बेतार चैनल प्रसारण विधा (मोड) में कार्य करते हैं अर्थात एक या अधिक प्रेषी अनेक अभिग्रहियों के साथ जुड़े होते हैं जैसा कि केवल टेलीविजन नेटवर्क के साथ होता है।

बेतार चैनल कहीं अधिक सार्वजनिक होते हैं जिनके प्रेषी ऐंटीना एक संकेत को विकरित करता है जो निकट ही में रखे गए एक समस्वरित ऐंटीना द्वारा ग्रहण किया जा सकता है। रेडियो प्रेषण में, बेतार या प्रेषी से अभिग्राही तक रेडियो तरंगों का अनिर्देशित संचरण विद्युत चुम्बकीय तरंगों की आवृत्ति पर निर्भर करता है। जैसा कि आप इस पाठ में पढ़ेंगे, ऊँचे टावरों का प्रयोग करके सीधी दृष्टि रेखा द्वारा तरंगों को भू (चर पृष्ठीय) तरंगों, व्योम तरंगों तथा आकाश तरंगों के रूप में प्रेषित किया जाता है या फिर उन्हें कृत्रिम उपग्रहों तक पहुँचाकर वहां से फिर प्रसारित किया जाता है। बेतार प्रेषण लचीला होता है। इसके साथ संबद्ध लाभ यह है कि एक अभिग्राही किसी भी स्रोत से होने वाले प्रेषण को ग्रहण कर सकता है। परिणामस्वरुप, अभिग्राही इलेक्ट्रॉनिकी का समस्वरित्र वांछित संकेतों का वरण कर आवांछित संकेतों का परिवर्जन कर सकता है। एकमात्र अवगुण यह है कि इस स्थिति में अधिक व्यतिकरण और शोर का बोलबाला होता है।

विद्युत-चुंबकीय संकेतों के संचरण के लिए हम माइक्रोवेव (सूक्ष्म तरंग) आवृत्तियों का प्रयोग करते हैं। आप पढ़ चुके हैं कि ये आवृत्तियां GHz के परिसर में होती है। इस आवृत्ति परिसर

को आगे विभिन्न बैंडों में विभाजित किया जाता है। भारतीय उपग्रह INSAT- 4 C का प्रचालन C- बैंड (4–8GHz) में होता है जबकि एडुसैट का प्रचालन Ku (कू) बैंड (12–18 GHz) में होता है।

30.4.1 संचरण लाइनें

संचरण लाइन, जो एक द्रव्य माध्यम होता है, पथनिर्देशित संचार के लिए मार्ग का काम करता है। संचरण लाइन की रचना इससे संचरित होने वाले संकेत के आवृत्ति परिसर का निर्धारण करती है। चित्र 30.5 में कुछ प्रारुपिक संचरण लाइनों को दर्शाया गया है। संचरण लाइन का सरलतम रूप समांतर चालकों का एक युग्म होता है। ये चालक वायु या किसी परावैद्युत माध्यम द्वारा पृथक्कृत होते हैं। इनका प्रयोग टेलीफोन व्यवस्था में किया जाता है। परंतु यदि चालकों के बीच की दूरी प्रचालन आवृत्ति के लगभग आधे के बराबर हो तो ऐसी लाइनों में विकरित करने की प्रवृत्ति पाई जाती है। विशेष रूप से, उच्च आवृत्तियों पर इनमें शोर उत्पन्न होने की प्रवृत्ति पाई जा सकती है जो इनकी उपयोगिता को सीमित करता है। इस समस्या पर विजय प्राप्त करने के लिए हम व्यावर्तित युगल तारों का उपयोग करते हैं। इनका उपयोग कंम्पयूटर नेटवर्किंग में किया जाता है।

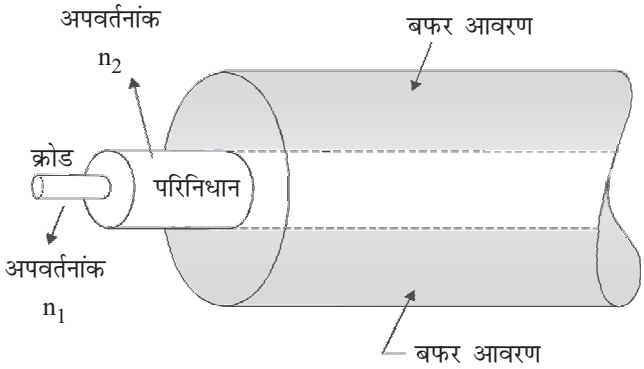
उच्च आवृत्तियों के संकेतों ($\leq$3GHz) पर, विकिरण क्षति को न्यूनतम करने के लिए हम समाक्ष केबलों का उपयोग करते हैं। किसी समाक्ष केबल में एक चालक खोखला होता है जबकि दूसरे चालक को केबल की पूरी लंबाई में पहले चालक के अंदर उसके केंद्र पर रखा जाता है। इन चालकों को एक पालिथीन (परावैद्युत) की अंतरालक परतों द्वारा पृथक्कृत किया जाता है तथा वैद्युत क्षेत्र चालकों के मध्य वलयाकार सीमित होता है। इन केबलों का उपयोग केबल टीवी के संकेतों को वहन करने के लिए किया जाता है। इसे ध्यान में रखना महत्वपूर्ण होगा कि आदर्श रूप से परावैद्युत पदार्थों का प्रतिरोध अनंत होना चाहिए। परंतु, व्यवहार में, उनका प्रतिरोध परिमित होता है तथा वह भी आवृत्ति में वृद्धि के साथ घटता है। परिणामस्वरुप, समक्ष केबल भी एक सीमित परिसर (अधिकतम 40 GHz तक जब विशिष्ट परावैद्युत पदार्थों का प्रयोग किया जाता है) में ही उपयोगी होते हैं। 40GHz से अधिक की आवृत्तियों पर हम तरंग पथकों का उपयोग करते हैं। परंतु 300GHz से अधिक की आवृत्तियों पर उनका आकार अति लघु (लगभग 4mm) हो जाता है और यह व्यावहारिक समस्याएं उत्पन्न करता है। इस आवृत्ति के ऊपर हम पथनिर्देशित तरंग संचरण के लिए प्रकाशिक तंतुओं का उपयोग करते हैं।

चित्र 30.5: (a) व्यावर्तित युग्म (b) एक समाक्ष केबल

30.4.2 प्रकाशिक तंतु

सन् 1960 में लेसर की खोज संचार प्रौद्योगिकी के क्षेत्र में संपूर्ण क्रांति ले आई। लेसर को जो प्रकाश तरंगों का एक अत्यंत कलासंबद्ध स्रोत होता है, प्रकाशिक तरंग पथक, जैसे कि एक प्रकाशिक तंतु से संचरित होने वाले सूचनावाहक संकेतों (वाक्, डाटा या वीडियो) के लिए एक अत्यंत उच्च क्षमता के वाहक तरंग के रूप में प्रयुक्त किया जासकता है। सभी सुदूर संचार व्यवस्थाओं में प्रयुक्त होने वाला मूल सिद्धांत बहुसंकेतन अर्थात समान मार्गों पर भिन्न संदेशों का समकालिक संचरण होता है। इसे समझने के लिए, आइए किसी मानव वाणी से प्रेषण का उदाहरण लें। मानव वाणी को प्रेषित करने के लिए आवश्यक आवृत्ति बैंड $\nu_1 =$ 200 Hz to $\nu_2 = 4000$ Hz, तक विस्तृत होता है अर्थात इस आवृत्ति बैंड में उपस्थित सूचना उस बैंड के अंतर्गत संचरित हो सकती है जिसकी चौड़ाई $\nu_1 - \nu_2 = 3800$ Hz, है। यह बैंड वर्णक्रम के किसी भी क्षेत्र में स्थित हो सकता है। उच्च आवृत्ति के क्षेत्रों में संचार चैनलों के लिए कहीं अधिक स्थान उपलब्ध होता है। अत: निम्न आवृत्तियों की तुलना में इनमें कहीं अधिक संभावित क्षमता होती है। दृश्य प्रकाशिक क्षेत्र के 600 nm के तरंगदैर्ध्य के लिए संगत आवृत्ति का मान 5×10^{14} Hz, जबकि 6cm के तरंगदैर्ध्य पर आवृत्ति का मान 5×10^{9} Hz है। इस तरह प्रकाशिक तंतु में दृश्य प्रकाश की संचार क्षमता एक धात्विक चालक से संचरित होने वाले प्रारूपिक माइक्रोवेव की तुलना में लगभग 100,000 गुना अधिक होती है।

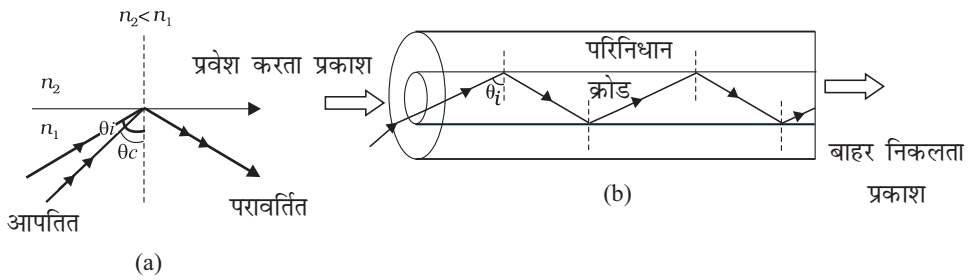
सर्वाधिक व्यापक रूप से प्रयुक्त होने वाला प्रकाशिक तरंग पथक सोपान-सूचक प्रकाशिक तंतु है। इसमें एक बेलनाकार केंद्रीय कांच या प्लास्टिक निर्मित क्रोड (जिसका अपवर्तनांक n_1) होता है तथा उसी पदार्थ का बना परंतु (क्रोड से) तनिक निम्न (लगभग 1 प्रतिशत) अपवर्तनांक (n_2) का परिनिधान होता है। प्रकाशिक तंतु को उसके आस-पास के भौतिक परिवेश से सुरक्षा प्रदान करने के लिए साधारणतया उस पर एक बाह्य आवरण चढ़ा होता है (चित्र 30.6)।



चित्र 30.6: एक लेपित सिलिका निर्मित्त क्रोड और एक विद्युत सिलिका निर्मित्त परिनिधान युक्त एक प्रारूपिक प्रकाशिक तन्तु

जब क्रोड (n_1) से प्रकाश परिनिधान ($n_2 < n_1$), के अंतरापृष्ठ पर आपतित होता है तो पूर्ण आंतरित परावर्तन के लिए आयतन का क्रांतिक कोण सूत्र $\theta_c = \sin^{-1}(n_2/n_1)$ द्वारा प्राप्त होता

है। इस प्रकार किसी प्रकाशिक तंतु में प्रकाश की किरण को क्रोड में इस रूप में प्रवेश करने दिया जाता है ताकि यह क्रोड़-परिनिधान अंतरापृष्ठ पर क्रांतिक कोण से अधिक कोण $\theta_1 > \theta_c$ पर आपतित हो। यह किरण फिर क्रोड-परिनिधान के ऊपरी और निचले अंतरापृष्ठों से बारंबार पूर्ण आतंरिक परावर्तनों द्वारा क्रोड से होकर पथ प्रदर्शित होती है। स्मरण कीजिए कि तरंग प्रकाशिकी के अंतर्गत आपने पढ़ा था कि जब किसी समतल तरंग का पूर्ण आंतरिक परावर्तन होता है तो अंतरापृष्ठ के अनुदिश परिनिधान (विरल माध्यम) से होकर एक तरंग संचरित होती है जिसका अंतरापृष्ठ से दूर जाने पर आयाम चरघातांकी रूप से घटता है। क्रोड में स्थित तरंग की संपूर्ण ऊर्जा परावर्तित हो जाती है, परंतु परिनिधान में अंतरापृष्ठ के अनुदिश एक वैद्युत शक्ति का संचरण होता है। ऐसी तरंग को आयाम-ह्रासी तरंग कहते हैं तथा व्यापक रूप से इसका उपयोग एकीकृत प्रकाशिकी में किसी लेसर पुंज की ऊर्जा को एक तनु फिल्म तरंग पथक के साथ युग्मित करने हेतु किया जाता है (चित्र 30.7)



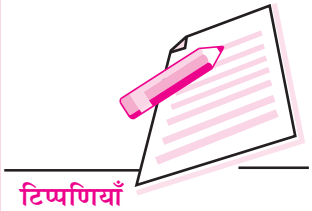
चित्र 30.7: (a) पूर्ण आन्तरिक परावर्तन (b) वास्तविक प्रकाश तन्तु में प्रकाश का परिरोधन

पाठगत प्रश्न 30.2

1. समाक्ष केबल क्या होते हैं? इनका प्रचालन आवृत्ति परिसर लिखिए।
2. किसी प्रकाशिक तंतु से होकर प्रकाश का पथ-प्रदर्शित करने में प्रयुक्त होने वाले मूल सिद्धांत का कथन लिखिए।

30.5 अनिर्देशित माध्यम

पृथ्वी के चारों ओर के आकाश अर्थात वायुमण्डल के प्रयोग द्वारा एक प्रेषी एवं एक अभिग्राही स्टेशन के मध्य के बेतार संचार को आकाशीय संचार कहते हैं। एक स्थान से अन्य स्थान तक विद्युत चुंबकीय तरंगों के संचरण में पृथ्वी के वायुमण्डल की अति रोचक भूमिका होती है। इसका कारण ऊँचाई के साथ वायु के तापमान, उसके घनत्व, विद्युत चालकता तथा अवशोषण अभिलक्षणों में परिवर्तनों का होना है। उदाहरण के लिए, अवरक्त क्षेत्र के अधिकांश विकिरणों को वायुमण्डल द्वारा अवशोषित कर लिया जाता है। परावैंगनी विकिरणों को ओजोन परत अवशोषित कर लेती है।



संचार में निम्न पांच परतें मुख्य भूमिका निभाती हैं:

- लगभग 60 *km* की ऊँचाई पर स्थित *C* परत विद्युत चुंबकीय तरंगों के 3kHz – 300kHz की आवृत्ति परिसर में परावर्तित करती है। इसलिए इसका उपयोग सीधे सुदूर संचार के लिए किया जाता है।
- लगभग 80 *km* की ऊँचाई पर स्थित *D* परत निम्न आवृत्ति परिसर (3kHz – 300kHz) की विद्युत चुंबकीय तरंगों को परावर्तित करती है परंतु मध्यम आवृत्ति परिसर (300 kHz – 3MHz) और उच्च आवृत्ति परिसर (3 – 30MHz) की तरंगों को अवशोषित करती है।
- लगभग 110 *km* की ऊँचाई पर स्थित *E* परत मध्यम आवृत्ति परिसर की तरंगों के संचार में सहायक होती है परंतु दिन के समय उच्च आवृत्ति परिसर के तरंगों को परावर्तित करती है।
- लगभग 180 km की ऊँचाई पर स्थित F_1 परत अधिकांश उच्च आवृत्ति तरंगों को परावर्तित होने देती है।
- F_2 परत (जिसकी दिन के साथ ऊँचाई 300 *km* तथा रात के समय 350 *km* होती है) 30 *MHz* तक की आवृत्ति वाले विद्युत-चुंबकीय तरंगों को परावर्तित करती है और इससे अधिक आवृत्ति वाले तरंगों को पारगमित होने की अनुमति देती है।

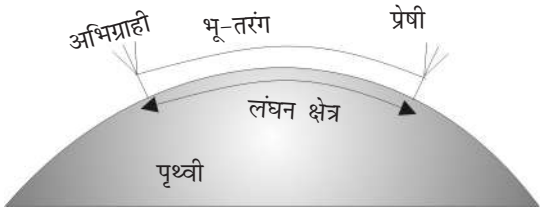
अपनी पिछली कक्षाओं में पढ़ी बातों से आप स्मरण कीजिए कि ऊँचाई के साथ तापमान, वायु घनत्व तथा विद्युत चालकता के परिवर्तन के आधार पर वायुमण्डल को अनेक परतों में विभाजित हुआ माना जाता है। पृथ्वी के निकट स्थित वायुमण्डलीय परत को **क्षोभमण्डल** कहते है।। यह समुद्र तल से लगभग 12 km की ऊँचाई पर स्थित होता है। **क्षोभमण्डल** का तापमान 290 K (विषुवतवृत्त पर) से 220 K (क्षोभसीमा पर) के मध्य परिवर्तित होता है। इस परत से लगभग 50 km तक विस्तृत अगली परत को समतापमंडल कहते हैं। ओजोन परत निचले समतापमण्डल में पाई जाती है जो लगभग 15 km से 30 km तक विस्तृत परत को मध्यमण्डल कहते हैं। इस परत का निम्नतम तापमान 180 K होता है। मध्यमण्डल से ऊपर लगभग 350 km तक आयनीकृत अणुओं और इलेक्ट्रॉनों का एक क्षेत्र होता है जिसे आयन मण्डल कहते हैं। आयनमण्डल में तापमान में ऊँचाई के साथ वृद्धि होती है जो लगभग 1000 K तक जा सकता है। रेडियो तरंगों के संचरण को आयनमण्डल प्रभावित करता है। यह D, E, F और F_2 परतों में विभाजित होता है। यह विभाजन इलेक्ट्रानों के संख्या घनत्व, जो ऊँचाई के साथ D- परत में लगभग $10^9\,m^{-3}$ घनत्व मान से $10^{11}\,m^{-3}$ घनत्व मान तथा F_2 परत[1] में विभाजित होता है। यह विभाजन इलेक्ट्रॉनों के संख्या घनत्व, जो ऊँचाई के साथ D –परत में लगभग $10^{12}m^{-3}$ घनत्व मान तक वृद्धि को प्राप्त होता है, पर आधारित होता है। तापमान, घनत्व तथा चालकता में होने वाले ये परिवर्तन भिन्न ऊँचाईयों पर सौर विकिरणों के भिन्न अवशोषण तथा संघटन इत्यादि में परिवर्तनों के कारण होते हैं।

आकाशीय संचार का प्रमुख लक्षण यह है कि किसी भी प्रेषी के ऐंटीना द्वारा विकिरित संकेत को अभिग्राही के ऐंटीना तक अवश्य पहुंचना चाहिए। भू-तरंग संचार, आकाश तरंग संचार,

व्योम तरंग संचार और उपग्रह के माध्यम से संचार इनमें से किसी के द्वारा भी संभव हो सकता हैं आइए, अब इनके संबंध में जानकारी प्राप्त करें।

30.5.1 भू-तरंग संचरण

भू-तरंग संचरण में, विद्युत चुंबकीय तरंगे भू-पृष्ठ के अनुदिश गमन करती हैं। ये पिंडों के कोनों के चारों ओर मुड़ सकती हैं। परंतु भूभाग द्वारा प्रभावित होती हैं विद्युत चुंबकीय तरंगों के प्रेषित करने के लिए एक ऊर्ध्वाधर ऐंटीना का प्रयोग किया जाता है। यदि वैद्युत क्षेत्र E ऊर्ध्वाधर और चुंबकीय क्षेत्र B क्षैतिज परंतु E एवं B दोनों सदिशों के लंबवत् होगी। भू-पृष्ठ के द्रव्यात्मक गुण, जैसे कि इनकी चालकता, अपवर्तनांक एवं परावैद्युतांक ऐसे तरंगों को नियंत्रित करते हुए पाए जाते हैं। यही कारण है कि भू-तरंग संचरण रेगिस्तान की अपेक्षा समुद्र के ऊपर कहीं बेहतर होता है। व्यवहारिक रूप से, भू-तरंगें पृथ्वी के वक्र पृष्ठ द्वारा प्रकीर्णन के कारण द्रुतता से **क्षीणन को प्राप्त होती** हैं। एक अधिक तरंगदैर्ध्य से लघु क्षीणन उत्पन्न होता है। अर्थात भू-तरंगें लघु आवृत्तियों के रूप में ही अधिक उपयोगी होती हैं तथा महासागर में स्थित पनडुब्बियों के साथ संपर्क स्थापित करने का एकमात्र उपाय प्रदान करती हैं। इसके अतिरिक्त, यह संचरण विधा लघु परिसर संचार के लिए उपयुक्त होती है। इन्हीं कारणों से भू-तरंग संचरण का उपयोग रेडियो तरंगो (300 kHz – 3 MHz) के प्रेषण के लिए किया जाता है।

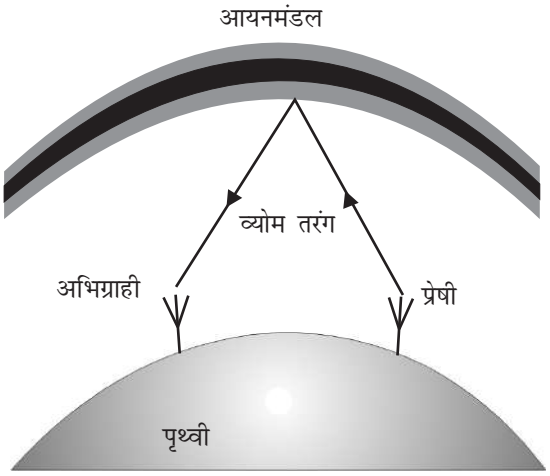


चित्र 30.8: भू-तरंग संचरण

30.5.2 व्योम तरंग या आयनमंडलीय संचरण

व्योम तरंग या आयनमंडलीय संचरण में, एक प्रेषी ऐंटीना द्वारा प्रमोचित 3 MHz – 30 MHz के मध्य की आवृत्ति परिसर की विद्युत चुंबकीय तरंगें ऊपर की दिशा में संचरित होती हैं। आयनमण्डल से परावर्तित होकर ये तरंगे फिर दूरस्थ स्थानों पर वापस लौटती हैं। इस विद्या में आयनमण्डल की परावर्तक क्षमता व्योम तरंग के अभिलक्षणों को नियंत्रित करती है। आयनमण्डल पृथ्वी के चारों ओर एक अदृश्य ''दर्पण'' का कार्य करता है। प्रकाशिक आवृत्तियों पर यह पारदर्शी होता है परंतु रेडियो आवृत्तियों पर यह विद्युत चुंबकीय विकिरण को पृथ्वी पर वापस परावर्तित कर देता है।

एकल आयनमण्डलीय परावर्तन द्वारा भू-पृष्ठ पर जिस अधिकतम दूरी तक पहुंचा जा सकता है। वह 2010 से 3000 km के मध्य में स्थित होती है। यह दूरी परावर्तक परत की ऊंचाई पर निर्भर करती है। एकल परावर्तन में होने वाला संचार विलंब 6.8 से 10 ms के परिसर



चित्र 30.9: व्योम तरंग संचरण

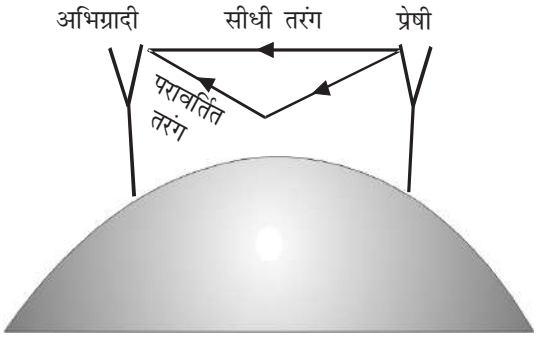
में रहता है, जो एक लघु समय अंतराल है। इस संचरण विधा का उपयोग सुदूर (लघु तरंग) संचार में लगभग 5 से 10 MHz की आवृत्ति परिसर में किया जाता है। 10 MHz, से अधिक आवृत्ति पर, तरंगें आयनमंडल से पारगमित हो जाती हैं और पृथ्वी की ओर परावर्तित नहीं होती। परंतु आयनमंडल की आयनीकृत परतों के संख्या घनत्व तथा उनकी ऊंचाई में विचरणों के कारण इसमें अनियमित दैनिक एवं ऋतुनिष्ठ परिवर्तन होते हैं। सूर्य की उपस्थिति या अनुपस्थिति के अनुसार, दिन के समय आयनमंडल का संघटन रात की तुलना में भिन्न होता है। यही कारण है कि अंतर्राष्ट्रीय प्रसारण रात में ही किए जाते हैं क्योंकि आयनमंडल के परावर्तन अभिलक्षण रात के समय अधिक अच्छे होते हैं।

30.5.3 आकाश तरंग संचरण

रेडियो स्टेशन पर आपने अति उच्च ऐंटीना देखे होंगे। इन्हें प्रसारण के लिए काम में लाया जाता है। व्योम तरंग संचरण में ऐंटीना द्वारा विकिरित कुछ VHF रेडियो तरंगें (30 MHz – 300 MHz) सीधे आकाश से संचारित होकर या पृथ्वी की वक्रता द्वारा परावर्तित होकर अभिग्राही तक पहुंचती हैं। (ध्यान दें कि भू-परावर्तित तरंगे भू-तरंगों से भिन्न होती हैं)

व्यवहार में, सीधी तरंग विधा अधिक प्रभावी होती है। परंतु तथाकथित दृष्टि रेखा संचरण दूरियों तक ही यह सीमित होती हैं तथा पृथ्वी की वक्रता एवं ऐंटीना की ऊँचाई व्याप्ति क्षेत्र के विस्तार को प्रतिबंधित करती है।

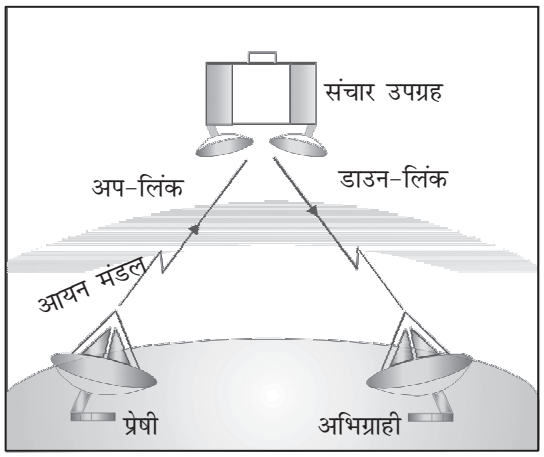
अब तक आपने पढ़ा कि भू-तरंगों में चालक क्षतियां होती हैं, दृष्टि-रेखा के कारण आकाश तरंगों की सीमाएं होती हैं तथा व्योम तरंगें एक निश्चित आवृत्ति के ऊपर ही आयनमंडल से पारगमित होती हैं। सन् 1950 के दशक में संचार उपग्रहों के प्रमोचन से इनमें से कुछ कठिनाइयों पर विजय प्राप्त करना संभव हुआ है। उपग्रह संचार प्रेषण और संचार के रूप एवं फार्मेट में क्रांतिकारी परिवर्तन ले आया है। अब हम दूर से भी वास्तविक काल में बात कर सकते हैं। आइए, अब इसके बारे में जानें।



चित्र 30.10: व्योम तरंग संचरण

30.5.4 उपग्रह संचार

उपग्रह संचार के मूल सिद्धांत को चित्र 30.11 में दर्शाया गया है। माडुलित वाहक तरंगों को एक प्रेषी उपग्रह की ओर भेजा जाता है। उपग्रह का अभिग्राही ग्रहण किए गए संकेत को प्रवर्धित करता है और फिर इसे पृथ्वी तक एक भिन्न आवृत्ति पर पुन: प्रेषित कर देता है ताकि व्यतिकरण का परिवर्जन किया जा सके। इन चरणों को अप-लिकिंग तथा डाउन-लिंकिंग कहते हैं। जैसा कि प्रकाश तरंगों के संदर्भ में हम जान चुके हैं, किसी संचार चैनल की क्षमता को संचार आवृत्ति में वृद्धि करके बढ़ाया जा सकता है। हम कितनी अधिक आवृत्ति तक जा सकते हैं? अब आपको यह ज्ञात है कि आयनमण्डल 10 MHz, से अधिक की आवृत्तियों को परावर्तित नहीं करता है तथा ऐसी उच्च आवृत्तियों के लिए हम आकाश तरंग संचरण, जिसमें ऊंचे टावरों द्वारा सीधा प्रेषण देता है, को वरीयता देते हैं। परंतु इस दृष्टि रेखा प्रेषण का सीमित परास होता है अर्थात इसकी सीमित पहुंच होती है। अत: दीर्घ परास बेतार संचार, जिसमें 30 MHz, से अधिक की आवृत्तियों का प्रयोग किया जाता है जैसा कि 50-100 MHz, का उपयोग किया जाता है।



चित्र 30.11: उपग्रह संचार

पृथ्वी और उपग्रह के मध्य लगने वाला गुरुत्वाकर्षण बल लगभग 36,000 km की ऊंचाई पर मुक्तपात गति से पृथ्वी के परित: उपग्रह के परिक्रमण के लिए आवश्यक अभिकेन्द्री बल

को प्रदान करने का कार्य करता है। वह कक्षा जिसमें विषुवत् वृत्त के चारों ओर एक परिक्रमण में लगने वाला समय पृथ्वी के एक दिन के घूर्णन काल के बिल्कुल समतुल्य होता है भूस्थिर कक्षा कहलाती है अर्थात् पृथ्वी के सापेक्ष उपग्रह स्थिर प्रतीत होता है। पृथ्वी की कक्षा में परिक्रमण करते उपग्रहों तक भू-स्टेशन संकेत को भेजते हैं जो उसे प्रवर्धित करके पृथ्वी की ओर पुनः प्रेषित कर देता है। यदि उपग्रह भूस्थिर कक्षा में नहीं होते तो आकाश में उनकी गति के कारण अभिग्राही ऐंटीना को हमें बार-बार समायोजित करना पड़ता। वर्तमान में संचार उपग्रहों के लिए दो अन्य कक्षाएं काम में लाई जा रही हैं: (i) *ध्रुवीय वृत्तीय कक्षा जो दोनों* ध्रुवों के ऊपर से गुजरती हुई (अर्थात् 90 अंश की आनति पर) लगभग 1000 km की ऊँचाई पर स्थित होती है, और (ii) *अति दीर्घवृत्तीय आनत कक्षा* (63° की आनति पर) जिसका उपयोग अधिक ऊँचाई के क्षेत्रों से संचार हेतु किया जाता है।

पाठगत प्रश्न 30.3

1. कुछ रेडियो स्टेशनों के प्रसारण को दिन की तुलना में आप रात को अधिक स्पष्ट कैसे सुन पाते हैं।

2. निम्न में से प्रत्येक का सही विकल्प चुनिए:

   (अ) साधारणतया UHF परिसर की आवृत्तियों का संचरण निम्न के माध्यम से होता है

   (i) भू-तरंगें

   (ii) व्योम तरंगों

   (iii) पृष्ठीय तरंगों

   (iv) आकाश तरंगों

   (ब) उपग्रहों को निम्न प्रकार के संचार के लिए उपयोग में लाया जाता है

   (i) निम्नं (< 30 MHz) आवृत्तियों और लघु परास के लिए

   ii) निम्न (< 30 MHz) आवृत्तियों और दीर्घ परास के लिए

   (iii) उच्च (> 30 MHz) आवृत्तियों और लघु परास के लिए

   (iv) उच्च (> 30 MHz) आवृत्तियों और दीर्घ परास के लिए

एडुसैट

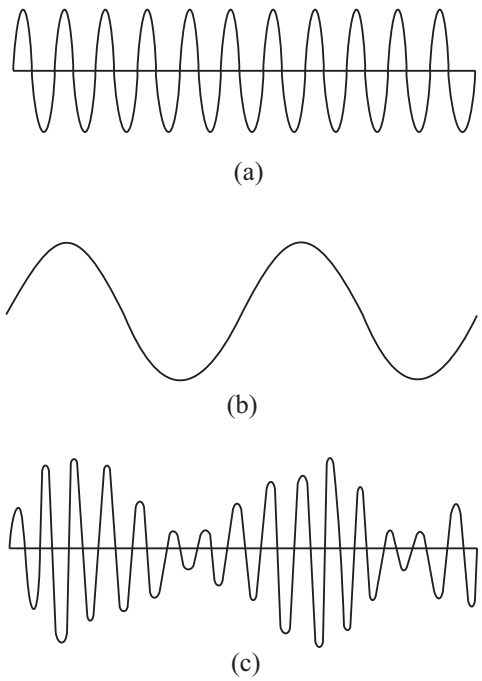
भारतीय अंतरिक्ष अनुसंधान संस्थान, भारत सरकार के अंतरिक्ष विभाग ने सितंबर 2004 को **एडुसैट** नामक शिक्षा को पूर्णतया समर्पित एक उपग्रह का प्रमोचन किया। इस उपग्रह

का प्रभाव समग्र देश पर पड़ा है। यह कू बैंड में कार्य करता है। इसे सात वर्षो के लिए सेवाएं प्रदान करने के लिए डिजाइन किया गया है। इस उपग्रह में रेडियो और टीवी प्रसारण, इंटरनेट आधारित शिक्षा डाटा प्रसारण, टॉक-ढौक विकल्प, दृश्य-श्रव्य इंटरएक्शन, इंटरनेट पर वॉयल चैटिंग तथा वीडियो कांफ्रेसिंग की क्षमता विद्यमान है। इसने अनेक संभावनाओं के द्वार खोल दिए हैं: एक महानगर के किसी प्रतिष्ठित शिक्षण संस्थान का कोई शिक्षक सुदूर स्थित किसी स्कूल के विद्यार्थियों के साथ वीडियो कांफ्रेंसिंग कर सकता है या गांवों में स्कूल छोड़ चुके विद्यार्थी इंटरनेट आधारित शिक्षण सहयोग प्राप्त करके मुख्य शिक्षा व्यवस्था में वापस लौट सकते हैं। एडुसैट में 72 चैनलों को प्रसारित करने की क्षमता है। राज्य सरकारों तथा मुक्त विद्यालयी राष्ट्रीय संस्थान समेत अनेक राष्ट्रीय संस्थानों द्वारा बहुसंख्या में नेटवर्क स्थापित किए गए हैं। क्षेत्रीय भाषाओं में भी शिक्षा प्रदान करने के लिए ऐसे नेटवर्कों को सफलतापूर्वक काम में लाया जा रहा है।

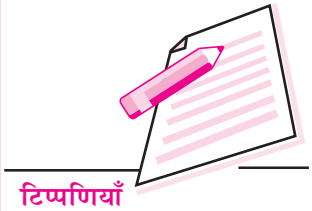
30.6 मॉडुलन - एनालॉग (अनुरूप) ए एम एवं एफ एम, डिजिटल (पी सी एम)

किसी संकेत को संसाधित कर उसे संप्रेषण हेतु उपयुक्त बनाने की प्रक्रिया को मॉडुलन कहते हैं। दैनिक संचार में, अधिकांश सूचना को वहन करने वाले संकेत 20 kHz से कम आवृत्ति के ऑडियो संकेत होते हैं। लघु दूरियों के लिए हम सीधा संपर्क स्थापित कर सकते हैं। परंतु विशाल दूरियों तक ऐसे संकेतों को संप्रेषित करना व्यावहारिक नहीं होता है। यह निम्न दो कारणों से होता है :

- संप्रेषित किए जाने वाले संकेत के लिए एक ऐंटिना अथवा एरियल होना चाहिए जिसका आकार संकेत के तरंगदैर्ध्य से तुलनीय होना चाहिए ताकि संकेत के समय-विचरण का संवेदन ऐंटिना द्वारा उपयुक्त रूप से किया जा सके। इसका अर्थ यह है कि निम्न-आवृत्ति अथवा विशाल तरंगदैर्ध्य वाले संकेतों के लिए ऐंटिना का आकार अति विशाल होना चाहिए।
- निम्न आवृत्ति वाले संकेतों द्वारा वहन की जाने वाली शक्ति का मान कम होता है और (संकेत) अधिक दूरी तक नहीं जा सकते। यह अवशोषण/विकिरण हानि के कारण होने वाले



चित्र 30.12: एक मॉडुलन संकेत द्वारा किसी वाहक तरंग का मॉडुलन : (a) एक उच्च आवृत्ति की ज्यावक्रीय वाहक तरंग, (b) एक निम्न आवृत्ति का मॉडुलक संकेत (संदेश अथवा सूचना संकेत), (c) आयाम मॉडुलित वाहक तरंग।



संतत ह्रास अथवा क्षीणन के कारण होता है। इसका आशय यह है कि विशाल दूरी के संप्रेषण के लिए उच्च आवृत्तियों का उपयोग किया जाना चाहिए। परंतु ये (आवृत्तियां) लाभदायक सूचना को वहन नहीं कर सकती हैं। अत: हमारी स्थिति निम्नांकित स्थिति के अनुरूप ही है :

किसी सैनिक चौकी पर, भारतीय सेना आगे बढ़ती शत्रु सेना को देखती है। प्राण हानि कम से कम हो तथा चौकी को शत्रु के अधिकार में जाने से बचाया जा सके, इसके लिए सेना को बेस कैंप से एक सैनिक टुकड़ी को बुलाए जाने की आवश्यकता है। परंतु जब तक सेना का कोई जवान वहां जाकर संदेश को पहुंचाएगा और सैनिक टुकड़ी सहायता को पहुंचेगी, तब तक वह चौकी शत्रु के अधिकार में चली जाएगी। इसलिए, सेना को एक संदेशवाहक, मान लें कि एक घोड़े की आवश्यकता है जो तेज दौड़ सके। परंतु घोड़ा संदेश को नहीं पहुंचा सकता। ऐसे में जो उपाय हो सकता है, वह है: जवान को घोड़े की पीठ पर बिठा दें; घोड़ा दौड़े और संदेश को जवान संदेश को बेस कैंप तक पहुंचा दे।

संकेत के संप्रेषण के लिए, ऑडियो संकेत जवान एवं उच्च (रेडियो) आवृत्ति घोड़े (वाहक) का कार्य करती है। इस प्रकार हम कह सकते हैं कि किसी निम्न आवृत्ति संकेत को उच्च आवृत्ति के वाहक तरंग पर अध्यारोपित कर हम संकेत को संसाधित करते एवं उसे संप्रेषण के लिए उपयुक्त बनाते हैं। एक संकेत जनित्र के उपयोग द्वारा हम मूल संकेत को वैद्युत संकेत में, जिसे **बेस बैंड** संकेत कहते हैं, परिवर्तित करते हैं। तदुपरांत, मॉडुलक में वाहक तरंगों पर हम बेस बैंड संकेत का अध्यारोपित करते हैं। वाहक तरंग में उत्पन्न परिवर्तन को वाहक तरंग का मॉडुलन कहते हैं तथा मॉडुलन के लिए प्रयुक्त संदेशवाहक संकेत को **मॉडुलक संकेत** कहते हैं। वाहक तरंग संतत अथवा स्पंदित हो सकता है। चूंकि एक ज्यावक्रीय तरंग आयाम, आवृत्ति तथा कला द्वारा अभिलक्षणित होती है, इनमें से किसी भी भौतिक प्राचल को मॉडुलित (अथवा परिवर्तित) करना संभव है। इसे एनालॉग (अनुरूप) मॉडुलन कहते हैं। अनुरूप मॉडुलन के विभिन्न प्रकार होते हैं : **आयाम मॉडुलन (ए एम); आवृत्ति मॉडुलन (एफ एम); मॉडुलन (पीसीएम)** को प्राथमिकता दी जाती है।

आयाम मॉडुलन में, किसी उच्च आवृत्ति के वाहक तरंग (चित्र 30.12a) के आयाम को एक निम्न आवृत्ति के ऑडियो अथवा वीडियो मॉडुलक संकेत की तीव्रता के अनुसार परिवर्तित किया जाता है (चित्र 30.12.b)। जब मॉडुलक तरंग के आयाम में वृद्धि होती है तो मॉडुलित वाहक तरंग का आयाम भी बढ़ता है तथा इसका विलोम भी सत्य है। मॉडुलित तरंग का अन्वालोप मॉडुलक संकेत के आयाम और आवृत्ति के अनुसार अपना आकार ग्रहण करता है (चित्र 30.12.c)।

इसे अच्छी तरह से समझने के लिए, हम ऑडियो संकेत एवं वाहक संकेत के तत्क्षणिक आयामों के व्यंजनों को निम्न प्रकार से लिखते हैं :

$$\upsilon_a(t) = \upsilon_{ao} \sin\omega_a t \qquad (30.1a)$$

और

$$\upsilon_c(t) = \upsilon_{co} \sin\omega_c t \qquad (30.1b)$$

जहां w_a और w_c क्रमश: ऑडियो और वाहक तरंगों की कोणीय आवृत्तियां तथा υ_{ao} और υ_{co} क्रमश: ऑडियो और वाहक तरंगों के आयामों को सूचित करते हैं। आयाम मॉडुलन में,

मॉडुलक (ऑडियो) संकेत को वाहक तरंग पर अध्यारोपित किया जाता है ताकि परिणामी मॉडुलित तरंग के आयाम को निम्न प्रकार से व्यक्त किया जा सके :

$$A(t) = \upsilon_{co} + \upsilon_a(t) = \upsilon_{co} + \upsilon_{ao}\sin\omega_a t$$

$$= \upsilon_{co}\left[1 + \frac{\upsilon_{ao}}{\upsilon_{co}}\sin\omega_a t\right] \qquad (30.2)$$

अत: मॉडुलित तरंग को निम्न प्रकार से व्यक्त किया जा सकता है :

$$\upsilon_c^{mod}(t) = A\sin\omega_c t = \upsilon_{co}\left[1 + \frac{\upsilon_{ao}}{\upsilon_{co}}\sin\omega_a t\right]\sin\omega_c t \qquad (30.3)$$

समीकरण (30.3) पर ध्यान देने पर हम पाते हैं कि मॉडुलित तरंग का तत्क्षणिक आयाम अनुरूप ऑडियो संकेत के आयाम और आवृत्ति द्वारा निर्धारित होता है। $\upsilon_{ao}/\upsilon_{co}$ अनुपात इसका एक माप हमें प्रदान करता है कि वाहक आयाम अनुरूप मॉडुलन संकेत द्वारा किस सीमा तक परिवर्तित होता है। इस अनुपात को आयाम मॉडुलन सूचकांक कहते हैं। इसे हम m_a द्वारा निरूपित करेंगे। मॉडुलन सूचकांक के प्रयोग द्वारा, समीकरण (30.3) को हम निम्न प्रकार से लिख सकते हैं :

$$v_c^{mod} = \upsilon_{co}(1 + m_a\sin\omega_a t)\sin\omega_c t$$

$$= \upsilon_{co}\sin\omega_c t + \upsilon_{co} ma\sin\omega_a t\sin\omega_c t$$

$$= \upsilon_{co}\sin\omega_c t + \frac{\upsilon_{co}m_a}{2}\cos(\omega_c - \omega_a)t - \frac{\upsilon_{co}m_a}{2}\cos(\omega_c + \omega_a)t \qquad (30.4)$$

समीकरण (30.4) पर ध्यान देने पर हम पाते हैं कि–

- चित्र 30.2(c) में दर्शाए मॉडुलित तरंग के तीन घटक हैं। पहला पद वाहक तरंग को निरूपित करता है; दूसरा पद, जिसकी आवृत्ति वाहक तरंग की आवृत्ति से कम है, निचला साइड बैंड प्रदान करता है; और तीसरा पद, जिसकी आवृत्ति वाहक तरंग की आवृत्ति से अधिक है, ऊपरी बैंड है; तथा
- मॉडुलक संकेत की आवृत्ति आयाम मॉडुलित तरंग में प्रत्यक्ष रूप से उपस्थित नहीं होती है।

यदि किसी ए एम प्रणाली में, मॉडुलक संकेत

$\upsilon_a = 4\sin 6283t$ तथा निचले साइड बैंड की आवृत्ति 3.5×10^5 Hz है तो वाहक तरंग की आवृत्ति होगी :

$$\omega_C = \omega_a + 2\pi \times (3.5) \times 10^5$$

$$= 6283 + 22 \times 10^5$$

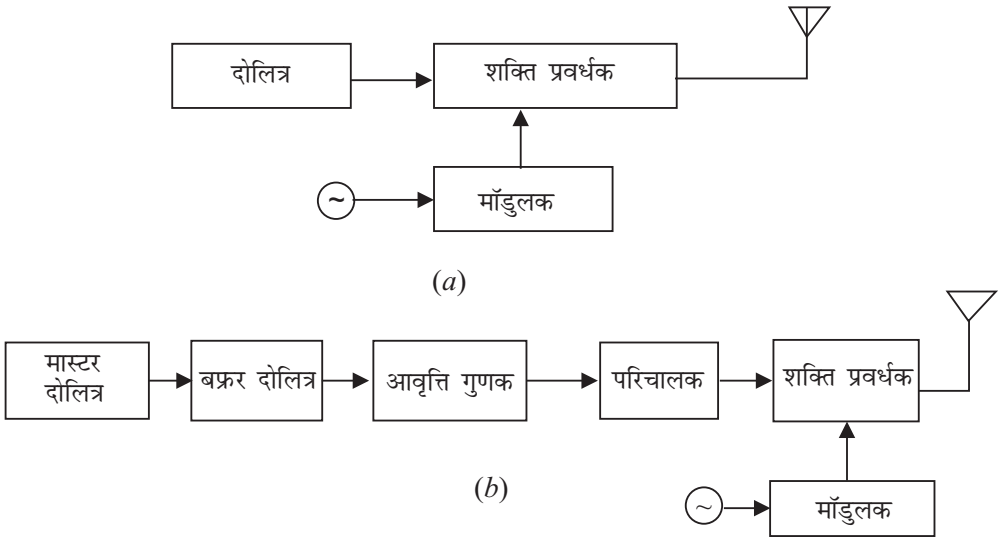
$$= (2200 + 6.283) \times 10^3 \text{ rad}$$

$$= 2.206 \times 10^6 \text{ rad}$$

यह जानना महत्वपूर्ण होगा कि सर्वाधिक दक्ष सूचना का अंतरण तब होता है जब संचार तंत्र द्वारा संचरित महत्तम शक्ति साइड बैंडों में उपस्थित होती है।

एक मूलभूत अनुरूप प्रेषी के ब्लॉक आरेख को चित्र 30.13 (a) में दर्शाया गया है। दोलित्र एक नियत आवृत्ति प्रदान करता है तथा शक्ति प्रवर्धक संकेत को मॉडुलित करता है।

इसके अतिरिक्त, प्रधान (मास्टर) दोलित्र तथा शेष परिपथ के मध्य एक बेहतर प्रवर्धक को लगाया जाता है। संकेत की आवृत्ति एवं आयाम को संवर्धित करने के लिए, संकेत के मॉडुलन के पूर्व आवृत्ति गुणक तथा परिचालक प्रवर्धकों को शक्ति प्रवर्धक में लगाया जाता है।

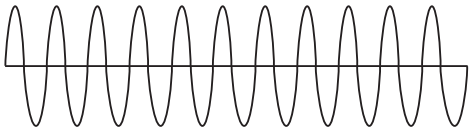


चित्र 30.13: (a) एक मूलभूत एवं (b) एक ए एम प्रेषी का ब्लॉक आरेख

किसी भी प्रसारण के लिए, विकिरित की जाने वाली महत्तम शक्ति का नियंत्रण भारत सरकार द्वारा किया जाता है। रेडियो प्रेषियों के लिए यह 500 W से 50 kW के परिसर में होता है। हर प्रसारणकर्त्ता को एक निश्चित आवृत्ति प्रदान की जाती है जिसका कड़ाई से पालन आवश्यक है ताकि अन्य संकेतों के साथ व्यतिकरण को रोका जा सके। इसे सुनिश्चित करने के लिए, अवांछित आवृत्तियों को युग्मन परिपथों के उपयोग द्वारा छांट दिया जाता है। इससे संबद्ध विवरणों की और अधिक चर्चा हम यहां नहीं करेंगे।

पिछले पचास वर्षों से भारत में रेडियो संचार के सर्वाधिक प्रचलित रूप मध्य तरंग (520 – 1700 kHz) तथा लघु तरंग (4.39 – 5.18 MHz; 5.72 – 6.33 MHz) अनुरूप ए एम प्रसारण रहे हैं। आज भी व्यापक रूप से इनका उपयोग होता है यद्यपि आजकल अनुरूप एफ एम प्रसारण को इसकी बेहतर गुणता के कारण प्राथमिकता दी जाती है। इसके अतिरिक्त, तुलनात्मक रूप से अब रेडियो का उपयोग स्वतंत्र हो गया है तथा निजी प्रसारणकर्त्ता विशाल रूप में इस क्षेत्र में प्रवेश कर रहे हैं। कुछ शैक्षिक संस्थानों ने भी शिक्षा तथा ग्रामीण युवकों एवं गृहणियों के सशक्तीकरण के लिए अब अपने एफ एम रेडियो स्टेशन स्थापित कर लिए हैं। टीवी प्रसारण में, ऑडियो, आवृत्ति मॉडुलित जबकि वीडियो (चित्र), आयाम मॉडुलित होता है।

आवृत्ति मॉडुलन में, वाहक तरंग का आयाम स्थिर रहता है परंतु इसकी आवृत्ति ऑडियो तथा वीडियो तरंग के तत्क्षणिक आयाम के अनुसार संतत रूप से परिवर्तित की जाती है। जब मॉडुलक संकेत वोल्टता का आयाम अधिक होता है तो वाहक आवृत्ति बढ़ जाती है और जब मॉडुलक संकेत का आयाम निम्न होता है तो वाहक आवृत्ति घट जाती है अर्थात् एफ एम तरंग की आवृत्ति एक अल्पतम से एक महत्तम मान के बीच परिवर्तित होती है जो मॉडुलक संकेत के अल्पतम तथा महत्तम मानों के साथ संगतता रखते हैं (चित्र 30.14)।



चित्र 30.14: एक आवृत्ति मॉडुलित वाहक तरंग

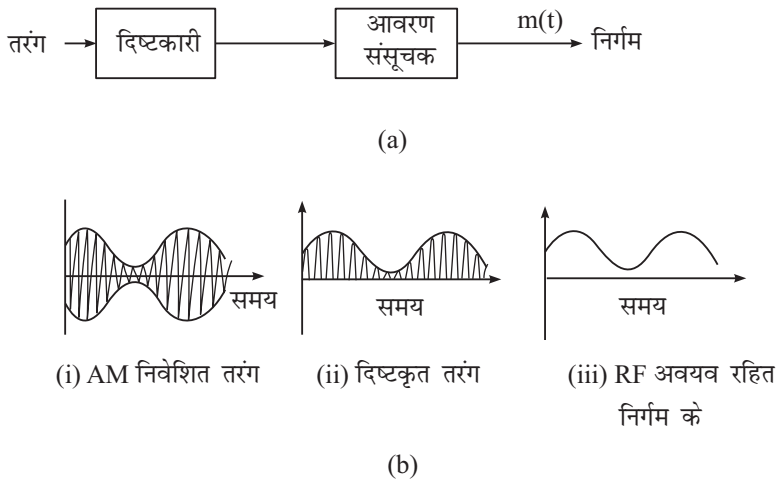
एक एफ एम प्रेषी में मुख्य रूप से एक दोलित्र होता है जिसकी वाहक तरंग की आवृत्ति को निवेशी ऑडियो संकेत के अनुसार परिवर्तित किया जाता है। (सामान्यतया, किसी LC दोलित्र में धारिता अथवा संधारित्र को आवेशित करने वाली धारा को बदल कर, उदाहरण के लिए, एक पश्च बायासित डायोड के प्रयोग द्वारा चूंकि ऐसे डायोड की धारिता आरोपित वोल्टता के साथ परिवर्तित होती है, इसे संभव बनाया जाता है।) मॉडुलित संकेत की शक्ति को संवर्धित करने के उपरांत इसे प्रेषी ऐंटिना पर निवेशित किया जाता है। निम्न-आवृत्ति रेडियो प्रसारण केंद्र आयाम मॉडुलन का ही उपयोग करते हैं क्योंकि यह एक सरल एवं सशक्त तकनीक है।

कला मॉडुलन में वाहक संकेत के कला-कोण को मॉडुलन आवृत्ति के अनुसार परिवर्तित किया जाता है। अनुरूप स्पंद मॉडुलन या तो आयाम मॉडुलित होता है अथवा समय मॉडुलित। इसी प्रकार, डिजिटल स्पंद मॉडुलन दो प्रकार का होता है : स्पंद कोड मॉडुलन एवं स्पंद डेल्टा मॉडुलन।

स्पंद कोड मॉडुलन में, मॉडुलक संकेत का पहले प्रतिचयन किया जाता है और (एक नियत संदर्भ के सापेक्ष) प्रत्येक प्रतिदर्श के परिमाण को क्वांटित किया जाता है। यह एक अनुरूप संकेत का अंकीय (डिजिटल) निरूपण है जहां संकेत के परिमाण का नियमित रूप से प्रतिचयन T_s अवधि वाले एकसमान अंतरालों पर किया जाता है। सामान्यतया, द्वि-आधारी कोड को किसी अनुरूप धारा को मॉडुलित करके एक संचरण माध्यम, जैसे कि लैंडलाइन से होकर संप्रेषित किया जाता है जबकि स्पंद कोड मॉडुलन का उपयोग डिजिटल टेलीफोन तंत्रों तथा काम्पैक्ट डिस्कों पर डिजिटल ऑडियो रिकार्डिंग हेतु किया जाता है।

30.7 विमॉडुलन

सूचना को वहन करने वाला मॉडुलित संकेत जब एक बार ऐंटिना द्वारा विकिरित हो जाता है तो यह आकाश से होकर संचरित होता है। चूंकि अनेक प्रेषी स्टेशन होते हैं, हजारों की संख्या में संकेत हमारे ऐंटिना तक पहुंचते हैं।



चित्र 30.15: (a) AM सिग्नलों के लिए विमोडिलित ब्लॉक आरेख (i) निवेशी मॉडुलित तरंग, (ii) दिष्टकृत मॉडुलित तरंग, (iii) निर्गमित विमॉडुलित तरंग

हमें वांछित संकेत को चयनित करना पड़ता है तथा वाहक तरंग एवं मॉडुलक संकेत को वियुग्मित करना पड़ता है। इस प्रक्रिया को **विमॉडुलन** कहते हैं।

ध्यान दें कि ऑडियो संकेत के मॉडुलन एवं विमॉडुलन के कारण इसके आयाम, आवृत्ति तथा कला में विरूपण उत्पन्न होते हैं। ये उच्च संनादी, काल विलंब तथा इसी प्रकार के अन्य विक्षोभों का कारण बनते हैं।

पाठगत प्रश्न 30.4

1. निम्नलिखित में से सही विकल्प चुनिये :
   (a) मॉडुलन का प्रयोग होता है,
      (i) बैंड विस्तार को कम करने के लिए
      (ii) भिन्न उपयोक्ताओं के संप्रेषणों के पृथक्करण के लिए,
      (iii) विशाल दूरियों तक सूचना के संप्रेषण को सुनिश्चित करने के लिए,
      (iv) व्यावहारिक ऐंटिनाओं के प्रयोग को संभव बनाने के लिए,
   (b) प्रसारण में ए एम का उपयोग निम्नलिखित कारण से किया जाता है :
      (i) अन्य मॉडुलन तंत्रों की तुलना में रव (शोर) के प्रति इसमें अधिक प्रतिरोध कता होती है।
      (ii) अन्य तंत्रों की तुलना में इसे कम संप्रेषण शक्ति की आवश्यकता होती है।
      (iii) यह अभिग्राही की जटिलता से मुक्ति प्रदान करता है।
      (iv) कोई अन्य मॉडुलन तंत्र तद्रूप संप्रेषण हेतु आवश्यक बैंड विस्तार नहीं प्रदान कर सकता है।
2. रेडियों ऐन्टेना का आदर्श साइज क्या होता हे?

30.8 संचार के अनुप्रयोग

हाल के वर्षों में, संचार के संसार ने मुद्रित टेक्स्ट में टेलीग्राफ, टेलीफोन, रेडियो, टेलीविजन, मोबाइल फोन, इंटरनेट तथा (दृश्य और श्रव्य) कम्प्यूटर कांफ्रेंसिंग तक की लंबी यात्रा द्रुत गति से तय की है। विश्व भर के देशों के बीच राष्ट्रीय एवं अंतर्राष्ट्रीय संचारों में उच्च मानक प्राप्त करने की होड़ लगी है। संचार उपग्रहों के माध्यम से होने वाले रेडियो और टीवी प्रसारण को भूमंडल के दूरस्थ किनारों पर अवस्थित अधिकांश जनसंख्या तक भी ले जाया जा रहा है। स्वचालित टेलीफोन एक्सचेंजों की घरेलू अवस्था को साधारणतया तंतु प्रकाशिक केबल, समक्ष केबल, माइक्रोवेच रेडियो रीले तथा एक उपग्रह प्रणाली के आधुनिक नेटवर्कों द्वारा जोड़ा जाता है।

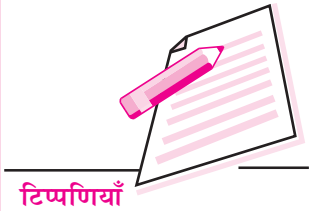
सेलुलर या मोबाइल टेलीफोन सेवाएं अब व्यापक रूप से उपलब्ध हैं और इन सेवाओं में (अपने देश के अतिरिक्त) बाहर के देशों तक भी रोमिंग सेवा सम्मिलित है। सेलुलर प्रणाली आधार स्टेशनों तथा ऐंटिनाओं के एक रेडियो नेटवर्क की तरह कार्य करता है। (किसी महानगर में एक आधार स्टेशन के व्याप्ति क्षेत्र को सेल कहते हैं जिसका विस्तार क्षेत्र 1 km से 50 km के त्रिज्या परिसर में होता है।) एक सेल फोन में एक निम्न शक्ति प्रेषी और एक निम्न शक्ति अभिग्राही होते हैं। यह दोनों का एक साथ उपयोग कर सकता है, भिन्न आवृत्तियों की पहचान कर सकता है तथा आवृत्तियों के मध्य स्वचालित रूप से स्विचन भी कर सकता है। आधार स्टेशन निम्न शक्ति पर प्रेषण भी कर सकते हैं। प्रत्येक आधार स्टेशन सावधानीपूर्वक चयनित की गई आवृत्तियों का उपयोग प्रतिवेशी सेलों के साथ व्यतिकरण को कम करने के लिए करता है।

उस स्थिति में, जहां बहु पर्सनल कंप्यूटरों का उपयोग किया जाता है जैसे कि प्राय: आपके स्थानीय अध्ययन केंद्र में, वहां सभी कम्प्यूटरों को एक ही नेटवर्क के रूप में जोड़ने में यह सहायता करता है ताकि वे परस्पर संवाद कर सके और हम–

- कम्प्यूटरों के मध्य एक एकल मुद्रक का प्रयोग कर सकते हैं;
- सभी कम्प्यूटरों के मध्य एक एकल इंटरनेट संबंधन का प्रयोग कर सकते हैं;
- किसी भी कम्प्यूटर पर साझे फाइलों एवं अभिलेखों तक अभिगम्यता प्राप्त (एक्सेस) प्राप्त कर सकते हैं;
- गेम खेल सकते हैं जो बहु उपभोक्ताओं को भिन्न कम्प्यूटरों को प्रयोग करने की अनुमति देता है;और
- किसी युक्ति जैसे कि एक डीवीडी प्लेयर के निर्गम को अन्य कम्प्यूटर (रों) तक भेज सकते हैं।

पर्सनल कम्प्यूटरों के एक ऐसे नेटवर्क को स्थापित करने के लिए तीन चरण होते हैं:

- नेटवर्क के लिए टैक्नोलॉजी का चयन कीजिए। मुख्य प्रौद्योगिकियां जिनके मध्य चयन किया जा सकता है वे हैं मानक ईथरनेट, फोन लाइन आधारित प्रौद्योगिकी, पावर लाइन आधारित प्रौद्योगिकी तथा बेतार प्रौद्योगिकी।



- हार्डवेयर को खरीदकर उसे स्थापित कीजिए।
- प्रणाली को विन्यासित करें और प्रत्येक अवयव को परस्पर सही ढंग से संवाद करने के लिए तैयार करें।

इंटरनेट विश्व भर में कम्प्यूटरों का एक विशाल नेटवर्क है। यह अनेक भिन्न प्रकार के संचारों को समाहित करता है। जैसे-जैसे टैक्नोलॉजी उन्नत होती जाएगी यह अन्य सभी प्रकार के संचारों को एक में ही मिलाकर उन्हें प्रतिस्थापित कर देगा। पत्रिकाओं और समाचार पत्रों को पुस्तकालयों, कला एवं शोध के साथ ऑनलाइन किया जा रहा है। संचार के अधिकांश प्रकारों के विपरीत यह वर्ल्ड वाइड वेव के माध्यम से सूचना के अथाह भंडार तक एक्सेस (अभिगम्यता) प्रदान करने में सहायक होता है। वर्ल्ड वाइड वेव इंटरनेट का मल्टीमीडिया वाला भाग है। यह टेक्स्ट को ध्वनि, चित्रों, रेखाचित्रों, चार्ट, ग्राफ, एनिमेशन तथा वीडियो के साथ भी समन्वित करता है। नवीन नवाचार जैसे कि जावा, जो एक वेव आधारित प्रोग्रामिंग भाषा है, किसी अभिलेख में संनिहित साधारण कार्यों के निष्पादन की अनुमति देता है। जैसे-जैसे इंटरनेट अधिक व्यापक होता जाएगा वैसे-वैसे यह अधिक महत्वपूर्ण एवं क्षमतावार प्रकार का संचार जाना जाएगा। भारत में लाखों स्कूलों को कम्पयूटरों और इंटरनेट की अभिगम्यता प्रदान की जा रही है ताकि शिक्षा की गुणवत्ता को सुधारा जा सके। मानव संसाध न विकास मंत्रालय साक्षात नामक एक एकल स्टॉप पोर्टल को विकसित कर रहा है जिससे कि आप अभिगम्यता प्राप्त कर सकते हैं। मुक्त विद्यालय राष्ट्रीय संस्थान भी इसमें अपना योगदान दे रहा है।

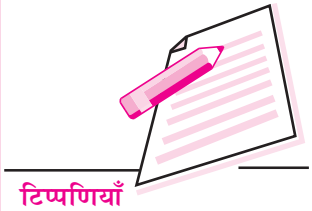
एक टेलीविजन सेट की कैथोड किरण नालिका में, ''कैथोड'' इलेक्ट्रॉनों को एक किरण के रूप में उसकी ''नलिका'' में सृजित निर्वात में उत्सर्जित करता है। इलेक्ट्रॉन धारा को एनोडों द्वारा फोकसित एवं त्वरित किया जाता है। यह इलेक्ट्रॉन धारा नलिका के दूसरे छोर पर स्थित स्क्रीन से टकराती है। स्क्रीन का भीतरी भाग स्फुरदीप्तिकारी पदार्थ से पुता होता है जो इलेक्ट्रॉन पुंज के टकराने पर दीप्त होता है। कैथोड किरण-पुन्ज वस्तु से आने वाले विडियो सिग्नलों का वाहित करता है और तदनुसार पर्दे पर प्रतिबिंब बनाता है।

एक फैक्स मशीन में संप्रेषित किए जाने वाले दस्तावेज (प्रलेख) को एक प्रकाश संसूचक की सहायता से स्कैन करके एक संकेत कोड को उत्पन्न किया जाता है और इसके उपरांत इसे टेलीफोन लाइन के माध्यम से संप्रेषित किया जाता है।

एक मोडेम (मॉडुलक/विमॉडुलक) किसी अंकीय बिट श्रृंखला को (मॉडुलक में) अनुरूप (एनालांग) संकेत तथा अनुरूप (एनालॉग) संकेत को (विमॉडुलक में) अंकीय बिट श्रृंखला में परिवर्तित करता है। किसी डिजिटल स्रोत का किसी अनुरूप (एनालॉग) संचार चैनल के साथ इंटरफेस बनाने के लिए मोडेम का उपयोग एक प्रेषी के रूप में किया जाता है; तथा एक संचार चैनल का किसी डिजिटल रिसीवर के साथ इंटरफेस बनाने के लिए भी मोडेम का उपयोग एक अभिग्राही के रूप में किया जाता है।

आपने क्या सीखा

- आधुनिक काल के एक प्रारूपिक संचार तंत्र में सूचना वैद्युत संकेतों (वोल्टता या धारा) के रूप में होती है।
- एक संचार तंत्र के आवश्यक अवयव हैं: (i) एक प्रेषी (ii) संकेत को दूरस्थ स्थानों तक ले जाने के लिए एक माध्यम अथवा क्रियाविधि, तथा (iii) संकेत के अवरोधन तथा सूचना को वापस प्राप्त करने के लिए एक अभिग्राही।
- मूल रूप से एक ऐंटेना अथवा एरियल चालकों का एक निकाय है जो वांछित रेडियो आवृत्ति परिसर में विद्युत-चुंबकीय तरंगों का एक प्रभावी विकिरण एवं अवशोषक होता है।
- एनालौग (अनुरूप) संकेत वे भौतिक संकेत होते है। जो समय के साथ संतत रूप से परिवर्तित होते हैं जबकि डिजिटल (अंकीय) संकेत विक्ति स्पंदों के रूप में होते हैं।
- डिजिटल (अंकीय) संचार तंत्र अपने एनालौग (अनुरूप) प्रतिवेशियों की तुलना में अधिक दक्ष होते हैं, बेहतर ढंग से कार्य करते हैं तथा अधिक लोच का गुण लिए होते हैं।
- आयाम माडुलित (ए एफ) रेडियो का प्रसारण तीन बैंडों में किया जाता है, 144–351 kHz की आवृत्ति पर दीर्घ तरंग (एल एफ), 530-1,7000 kHz की आवृत्ति पर मध्य तरंग (ाच एफ) तथा 3-30 MHz की आवृत्ति पर लघु तरंग (क्षय एफ)। आवृत्ति माडुलित (एफ एम) रेडियो का प्रसारण 88-104 MHz की आवृत्ति पर वाहक तरंगों के माध्यम से किया जाता है। (वी एच एफ)। व्यावसायिक टी वी प्रसारण वी एच एफ–यू एच एफ परिसर में किया जाता है।
- वैद्युत संचार चैनल (निर्देशित माध्यमों के प्रयोग से) तार चैनल या (अनिर्देशित माध्यमों के प्रयोग से) बेतार चैनल इन दो प्रकार के हो सकते हैं।
- एक ही मार्ग पर भिन्न संदेशों (जिनमें प्रत्येक की कोई आवृत्ति बैंड चौड़ाई होती है) के समकालिक प्रेषण की प्रक्रिया को बहुसंकेतन कहते हैं। वाहक की आवृत्ति जितनी अधिक होगी उतनी ही अधिक इसकी संदेशवाहक क्षमता भी होगी।
- भिन्न चैनलों की तुलना करने पर, किसी प्रकाशिक तंतु में दृश्य प्रकाश (जिसकी आवृत्ति लगभग 10^{14} Hz) की तुलना में कहीं अधिक होती है।
- (किसी लेसर द्वारा उत्सर्जित) प्रकाश पुंज को एक प्रकाशिक तंतु अपने एक छोर से दूसरे छोर तक पथनिर्देशित करता है। यह आंतर क्रोड (जिसका अपवर्तनांक n_1) है तथा परिनिधान (जिसका अपवर्तनांक $n_2>n_1$) है के अंतरापृष्ठ पर होने वाली पूर्ण आंतरिक परावर्तन की परिघटना द्वारा संभव होता है।
- बेतार रेडियो प्रेषण में चालकों का एक निकाय, जिन्हें ऐंटीना का एरियल कहते हैं। वाहक रेडियो तरंगों को आकाश में प्रमोचित करता है और अभिग्राही स्थल पर भी उनका



संसूचन करता है। वायुमण्डल से होकर रेडियो तरंगों का संचरण तरंगों की आवृत्ति पर निर्भर करता है। लगभग 1 MHz तक की निम्न एवं मध्यम आवृत्ति रेडियो तरंगों का उपयोग भू (या पृष्ठीय) तरंग संचार में किया जाता है। 300 kHz – 3 MHz तक की उच्च-आवृत्ति तरंगे आयनमंडल द्वारा परावर्तित कर लौटा दी जाती हैं। VHF और UHF तरंगों का प्रेषण या तो ऊँचे टावरों के प्रयोग द्वारा सीधी दृष्टि रेखा द्वारा किया जाता है (आकाश तरंग या क्षोभमंडलीय संचार) अथवा कृत्रिम उपग्रहों तक उन्हें भेजकर, फिर वहां से उन्हें प्रसारित कर किया जाता है।

- सेलुलर या मोबाइल टेलीफोन व्यवस्था एक रेडियो नेटवर्क की तरह कार्य करती है जिसमें किसी महानगर को 1 से 50 km के त्रिज्य क्षेत्र में सेलों के रूप में विभाजित किया जाता है और प्रत्येक सेल को एक आधार स्टेशन के व्याप्ति क्षेत्र के अंदर लिया जाता है। एक सेलुलर फोन में एक निम्न शक्ति का प्रेषी एवं एक निम्न शक्ति का अभिग्राही होता है।

- कोई अनुरूप (एनालॉग) संकेत इसके प्रतिदर्शों, जिन्हें समान अंतरालों T_s पर लिया जाता है, द्वारा पूर्ण रूप से वर्णित होता है, यदि और केवल यदि प्रतिचयन आवृत्ति ($f_s = 1/T_s$) अनुरूप (एनालॉग) संकेत के महत्तम घटक के दोगुने के बराबर हो।

- निम्न आवृत्तियों को व्यावहारिक आकार के एरियल अथवा ऐंटिना के माध्यम से विशाल दूरियों तक संप्रेषित नहीं किया जा सकता। निम्न आवृत्ति के संदेशों को एक उच्च आवृत्ति के वाहक तरंग पर मॉडुलन नामक प्रक्रिया द्वारा अध्यारोपित किया जाता है। आयाम मॉडुलन (एएम) में, किसी उच्च आवृत्ति के वाहक तरंग के आयाम को एक निम्न आवृत्ति के सूचना संकेत की तीव्रता के अनुसार परिवर्तित किया जाता है। आवृत्ति मॉडुलन (एफ एम) में, वाहक तरंग का आयाम स्थिर रहता है, परंतु इसकी आवृत्ति सूचना संकेत के तात्क्षणिक आयाम के अनुसार परिवर्तित की जाती है अर्थात् मॉडुलित वाहक तरंग की आवृत्ति एक अल्पतम से एक महत्तम मान के मध्य परिवर्तित होती है जो मॉडुलक संकेत के अल्पतम तथा महत्तम मानों से संगतता रखते हैं।

- अंकीय स्पंद कोड मॉडुलन (पीसीएम) तकनीक में, सर्वप्रथम मॉडुलक संकेत का प्रतिचयन किया जाता है, (एक नियत संदर्भ के सापेक्ष) हर प्रतिदर्श के परिमाण को क्वांटित किया जाता है तथा इसके उपरांत एक अनुरूप धारा को मॉडुलित करके द्वि-आधारी कोड को सामान्यतया किसी लैंडलाइन से होकर संप्रेषित किया जाता है।

पाठांत प्रश्न

1. किसी संचार तंत्र के आवश्यक अवयव क्या हैं?
2. ऐंटेना क्या होता है?
3. किसी संचार तंत्र में एक अभिग्राही के महत्वपूर्ण अभिलक्षण क्या होते हैं?

4. एनालौग (अनुरूप) और डिजिटल (अंकीय) संकेतों के मध्य विभेद कीजिए। 'बिट' की परिभाषा दीजिए।

5. वी एच एफ बैंड 30–300 MHz के आवृत्ति परिसर तक निस्तारित होता है। किसी विद्युत–चुंबकीय तंरग की चाल को आवृत्ति और तरंगदैर्ध्य से संबंधित करने वाले सह–संबंध का उपयोग करके निर्वात में वी एच एफ तरंगदैर्ध्य परिसर का निर्धारण कीजिए। निर्वात में प्रकाश की चाल को 3×10^8 ms^{-1} लें।

6. समझाइए कि सुदूर रेडियो प्रसारण लघुतरंग बैंडों का उपयोग क्यों करते हैं?

7. इसका औचित्य बताइए कि सुदूर टीवी प्रेषण में उपग्रहों का उपयोग क्यों करते हैं?

8. किसी प्रकाशिक तंतु का क्रोड कांच निर्मित है जिसका अपर्वनांक 1.51 तथा परिनिधान का अपर्वतनांक 1.49 है। पूर्ण आंतरिक परावर्तन के लिए क्रांतिक कोण के मान का परिकलन कीजिए।

9. पर्सनल कंप्यूटरों के तथाकथित नेटवर्क को स्थापित करने के कुछ लाभों को गिनाइए।

10. मॉडुलन से क्या अभिप्राय है? इसकी आवश्यकता समझाइए।

11. संचार तंत्र में मॉडुलन और विमॉडुलन की भूमिका समझाइए।

पाठगत प्रश्नों के उत्तर

30.1

1. विद्युत चुंबकीय तरंगें आकाश में 3×10^8 ms की चाल से एक–दूसरे के अभिलंबवत् गमनशील समय के साथ परिवर्ती वैद्युत एवं चुंबकीय क्षेत्रों का क्रम हैं।

2. $\lambda = \dfrac{C}{\nu} = \dfrac{3 \times 10^8 \, ms^{-1}}{30 \times 10^6 \, s^{-1}} = 10 \text{ m}$

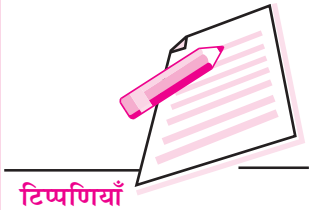
3. (क) दृश्य प्रकाश का आवृत्ति परिसर 10^{14} Hz से 10^{15} Hz है

   (ख) रेडियो तरंगों का आवृत्ति परिसर 30 kHz से 300 kHz है।

30.2

1. समाक्ष केवल दो बिंदुओं को जोड़ने वाला एक ऐसा चालक युग्म है, जिसमें एक चालक एक खोखले बेलन के रूप में होता है और दूसरा ठोस चालक पहले चालक की अक्ष पर रखा होता है और ये दोनों चालक एक विद्युतरोधी द्वारा पृथक्कृत होते हैं। यह निदर्शक चैनल 30 GHz से 40 GHz आवृत्ति परिसर में प्रयुक्त होता है।

2. प्रकाशिक तंतु में प्रयुक्त होने वाला सिद्धांत प्रकाश का पूर्ण आंतरिक परिवर्तन है, जिसके कारण प्रकाश किरण बिना किसी ऊर्जा क्षय के प्रकाश तंतु के अनुदिश गमन कर सकती है।



30.3

1. व्योम तरंग संचार प्राय: रात के समय बेहतर होता है, क्योंकि सूर्य की अनुपस्थिति में आयन मंडल की संरचना नियत बनी रहती है, जिससे यह बेहतर परावर्तक की भांति व्यवहार करता है।

2. (a) (iv) (b) (iii)

30.4

1. (a) (iii), (b) (iii)

2. संप्रेषी ऐन्टेना का न्यूनतम साइज संप्रेष्य सिग्नल के तरंगदैर्ध्य के साथ तुलनीय होना चाहिए। अधिकतम शक्ति संप्रेषण के लिए ऐन्टेना का साइज कम-से-कम होना चाहिए।

पाठांत प्रश्नों की आंकिक समस्याओं के उत्तर

5. 10 m- 1 m

8. $\sin^{-1} n_2/n_1 = 80.66°$

उच्चतर माध्यमिक पाठ्यक्रम
भौतिकी
विद्यार्थी मूल्यांकन पत्र-8

अधिकतम अंक : 50 **समय : $1\frac{1}{2}$ घंटा**

निर्देश

- सभी प्रश्नों के उत्तर कागज की पृथक शीट पर दीजिए।
- अपनी उत्तर पुस्तिका पर निम्नलिखित सूचनाएं दीजिए
  - नाम
  - पंजीयन संख्या
  - विषय
  - मूल्यांकन पत्र संख्या
  - पता
- अपने मूल्यांकन पत्र का मूल्यांकन अपने अध्ययन केन्द्र के विषयाध्यापक से करायें ताकि आपको उनसे अपने कार्य के संबंध में धनात्मक प्रतिक्रिया प्राप्त हो सके।

1. n-प्रकार के अर्द्ध-चालकों में अधिसंख्यक आवेश वाहकों के नाम लिखिए। 1
2. n-p-n ट्रांजिस्टर का संकेत चिह्न बनाइए। 1
3. अर्द्धचालकों के संदर्भ में मापन (डॉपिंग) शब्द का अर्थ लिखिए। 1
4. किसी p-*n* संधि के आस-पास अपचय (depletion) क्षेत्र की चौड़ाई पर अग्र-बायसन का क्या प्रभाव होता है? 1
5. किसी ट्रांजिस्टर में आप संग्राहक और उत्सर्जक की पहचान किस प्रकार करते हैं? 1
6. NOR गेट का तर्क चिह्न बनाइए। 1
7. सिलिकन एवं जर्मेनियम में कमरे के ताप पर किसका मुक्त आवेश वाहक घनत्व अधिक है। क्यों? 1
8. उभयनिष्ठ आधार विन्यास में धारा-लब्धि 1 से कम होती है फिर भी वोल्टता लब्धि हो सकती है। कैसे? 1
9. LED और सौर सेल में भेद कीजिए। प्रत्येक का चित्र बनाइए। 2
10. एक *pn* संधि डायोड के लिए (*i*) अग्र बायस (*ii*) पश्च बायस में अभिलाक्षणिक वक्र खींचिए। 2
11. किसी अर्द्धतरंग दिष्टकारी में निवेशी आवृत्ति 50 Hz है। इसके निर्गम की आवृत्ति क्या है? इतनी ही निवेशी आवृत्ति के लिए पूर्णतरंग दिष्टकारी की निर्गम आवृत्ति कितनी होती है? 2

12. दो प्रवर्धकों को एक के बाद एक श्रेणीक्रम में जोड़ा गया है। पहले प्रवर्धक की वोल्टता लब्धि 10 है और दूसरे प्रवर्धक की वोल्टता लब्धि 20 है। यदि निवेशी सिग्नल 0.01V है तो निर्गत ac सिग्नल का परिमाण क्या है? 2

13. *p-n* संधि–डायोडों की सहायता से आप AND गेट कैसे प्राप्त करेंगे? परिपथ आरेख बनाकर इसकी सत्यता सारणी को समझाइए। 4

14. किसी उभयनिष्ठ उत्सर्जक प्रवर्धक के लिए, 5 kΩ संग्राहक प्रतिरोध के सिरों के बीच श्रव्य सिग्नल वोल्टता 5V है। यदि ट्रांजिस्टर का धारा प्रवर्धक गुणांक 100 मान लिया जाय और आधार पर प्रतिरोध 1 kΩ निवेशी सिग्नल वोल्टता तथा आधार धारा ज्ञात कीजिए। 4

15. उभयनिष्ठ आधार विन्यास तथा उभयनिष्ठ उत्सर्जन विन्यास में धारालब्धि की परिभाषा कीजिए। इन दोनों में संबंध स्थापित कीजिए। 4

16. उपयुक्त आरेखों की सहायता से समझाइए कि 4

(*a*) कोई संधारित्र प्रत्यावर्ती *dc* को सुस्थिर *dc* में कैसे परिवर्तित करता है?

(*b*) अधिभार में परिवर्तन होने पर जेनर डायोड *dc* निर्गत वोल्टता को कैसे स्थायी करता है?

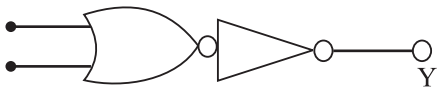
17. समझाइए : 4

(*i*) किसी ट्रांजिस्टर को प्रवर्धक के रूप में उपयोग करने के लिए बायसित क्यों करना होता है?

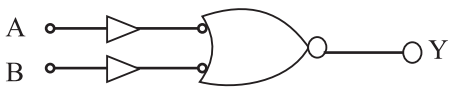
(*ii*) किसी ट्रांजिस्टर की उपयुक्त कार्यप्रणाली के लिए निवेशी सिग्नल के आयाम का परिवर्तन परास कैसे निर्धारित किया जाता है?

(*iii*) अधिभार प्रतिरोध बढ़ाकर किसी प्रवर्धक की वोल्टता लब्धि में एक सीमा से अधिक वृद्धि क्यों नहीं की जा सकती?

18. नीचे दिए गए परिपथों में संसूचित तर्क गेटों को पहचानिए :

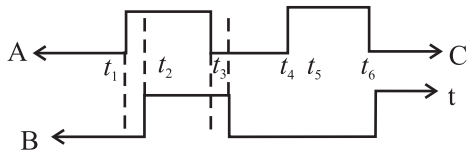


(a)



(b)

नीचे दिए गए निवेशी सिग्नलों A एवं B के संगत प्रत्येक गेट का निर्गत तरंग रूप बनाइए।



19. एक परिपथ आरेख की सहायता से समझाइए कि किसी ट्रांजिस्टर का उपयोग प्रवर्धक के रूप में कैसे किया जा सकता है? 5

20. किसी ट्रांजिस्टर के अभिलक्षणों का अध्ययन करने के लिए परिपथ आरेख बनाइए। इसके निवेशी और निर्गत अभिलक्षण बनाइए और इससे प्राप्त धारालब्धि की व्याख्या कीजिए। 5

प्रश्न पत्र प्रारूप

विषय: **भौतिकी** कक्षा: **उच्चतर माध्यमिक**

पूर्णांक: **80** समयावधि: **03** घंटे

1. विकल्प वार अंक विवरण

उद्देश्य	अंक	कुल अंकों का प्रतिशत
ज्ञानात्मक	20	25
बोधात्मक	40	50
प्रयोगात्मक एवं कौशल	20	25
कुल	**80**	**100**

2. प्रश्नवार अंक विवरण

प्रश्नों का प्रकार	अंक × प्रश्नों की संख्या	निर्धारित अंक
निबन्ध	6 × 4	24
लघु उत्तरीय I (SAI)	4 × 7	28
लघु उत्तरीय II (SAII)	2 × 9	18
बहु विकल्पीय (MCQ)	1 × 10	10
कुल	**30 प्रश्न**	**80 अंक**

3. सामग्री के अनुसार अंक विवरण

क्र.सं.	मॉड्यूल	अंक
1	गति, बल एवं ऊर्जा	14
2	ठोसों एवं तरलों की यांत्रिकी	06
3	ऊष्मीय भौतिकी	06
4	दोलन एवं तरंगे	06
5	विद्युत एवं चुम्बकत्व	16
6	प्रकाशिकी एवं प्रकाशिक यन्त्र	14
7	परमाणु एवं नाभिक	08
8	अर्द्धचालक युक्तियाँ एवं संचार	10
	कुल अंक	**80**

4. कठिनाई स्तर

	सरल	औसत	कठिन	कुल
प्रतिशत विवरण	25 %	50 %	25 %	100 %
अंक आबंटित	20	40	20	
प्रश्नों की संख्या	08	15	07	

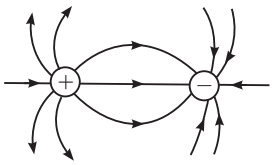
नोट : प्रयोगात्मक प्रश्नों में कुछ आंतरिक विकल्प दिये गये है।

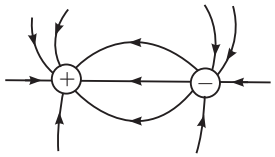
5. समय प्रबंधन

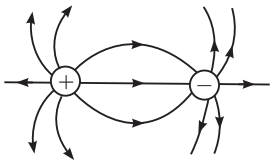
प्रश्नों का प्रकार	कुल निर्धारित समय 180 मिनट
निबन्ध	60
लघु उत्तरीय I (SAI)	50
लघु उत्तरीय II (SAII)	35
बहु विकल्पीय (MCQ)	15
पाठन एवं पुनरीक्षण	20

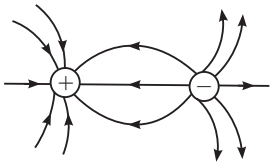
प्रतिदर्श प्रश्न पत्र

1. निम्नलिखित में से कौन-सा आरेख दो बराबर और विपरीत आवेशों के बीच वैद्युत-क्षेत्र का सर्वोत्तम निरूपण है?

A. 

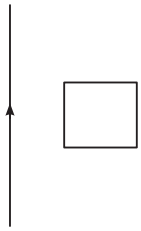
B. 

C. 

D. 

1

2. तार का एक आयाताकार धारावाही लूप एक लंबे, धारावाही ऋजुरेखीय चालक के निकट, चित्र में दिखाए अनुसार, इस प्रकार रखा गया है कि इसकी एक भुजा चालक के समांतर रहे। यह लूप:



A. चालक की ओर आकर्षित किया जाएगा, चाहे लूप में धारा की दिशा कोई भी क्यों न हो।

B. चालक के द्वारा प्रतिकर्षित किया जाएगा, चाहे लूप में धारा की दिशा कोई भी क्यों न हो।

C. चालक की ओर आकर्षित किया जाएगा, जब लूप में धारा वामावर्त दिशा में प्रवाहित होती है।

D. चालक के द्वारा प्रतिकर्षित किया जाएगा, जब लूप में धारा वामावर्त दिशा में प्रवाहित होती है।

1

3. हाइड्रोजन परमाणु में $n = 1$ से $n = 2$ कक्षा में इलेक्ट्रॉन संक्रमण के लिए आवश्यक ऊर्जा का मान है:

A. 10.2 eV B. 13.6 eV

C. 12.09 eV D. 1.51 eV 1

4. किसी प्रकाश नलिका में जब कैथॉड 50 से.मी. दूर रखे एक लघु प्रकाश-स्रोत से दीप्त होता है तो कैथॉड से 3.0×10^4 इलेक्ट्रॉन उत्सर्जित होते हैं। यदि स्रोत को 100 से.मी. की दूरी पर ले जाया जाए तो फोटो कैथॉड द्वारा उत्सर्जित इलेक्ट्रॉनों की संख्या होगी:

A. 3.0×10^4 B. 7.5×10^3

C. 1.5×10^4 D. 6.0×10^4 1

5. एक अग्र बायसित p-n संधि डायोड में :

A. आवेश वाहक कोई गति नहीं करते हैं।

B. केवल p-क्षेत्र से होल n-क्षेत्र की ओर गति करते हैं।

C. केवल अल्पसंख्यक आवेश वाहक ही तापीय ऊर्जा के कारण गति करते हैं।

D. बहुसंख्यक आवेश वाहक दोनों ओर से संधि की ओर विसरित होते हैं। 1

6. n-प्रकार का बाह्य अर्द्धचालक पदार्थ:

A. ऋण आवेश युक्त होता है।

B. धन आवेश युक्त होता है।

C. वैद्युतीय दृष्टि से उदासीन होता है।

D. मिश्रित अपद्रव्य के अनुसार ऋणात्मक या धनात्मक होता है। 1

7. किसी CE विन्यसित प्रवर्धक के लिए V_i का मान 10mv तथा V_o का मान एक वोल्ट है। इस प्रवर्धक की वोल्टता लब्धि होगी:

A. 50 B. 20

C. 100 D. 10 1

8. किसी n-प्रकार के अर्द्धचालक में:

A. इलेक्ट्रॉन बहुसंख्यक आवेश वाहक हैं और अपद्रव्य त्रिसंयोजी परमाणु हैं।

B. इलेक्ट्रॉन अल्पसंख्यक आवेश वाहक हैं और अपद्रव्य पंचसंयोजी परमाणु हैं।

C. होल अल्पसंख्यक आवेश वाहक हैं और अपद्रव्य पंचसंयोजी परमाणु हैं।

D. होल बहुसंख्यक आवेश वाहक हैं और अपद्रव्य त्रिसंयोजी परमाणु है। 1

9. द्वितीयक इंद्रधनुष तब बनता है, जब प्रकाश की एक किरण की वर्षा की एक बूंद में:

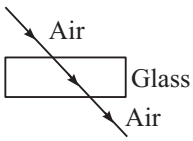
A. एक अपर्वतन और एक आंतरिक परावर्तन होता है।

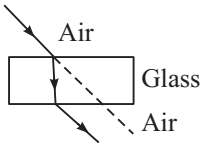
B. दो अपवर्तन और दो आंतरिक परावर्तन होता है।

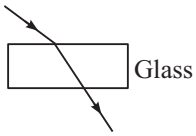
C. दो अपवर्तन और एक आंतरिक परावर्तन होता है।

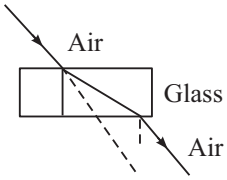
D. एक अपवर्तन और दो आंतरिक परावर्तन होते हैं। 1

10. निम्नलिखित में कौन-सा आरेख कांच के गुटके से प्रकाश को एक किरण का सही गमन-पथ दर्शाता है?

A. 

B. 

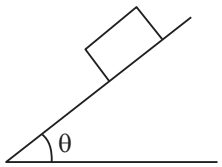
C. 

D. 

1

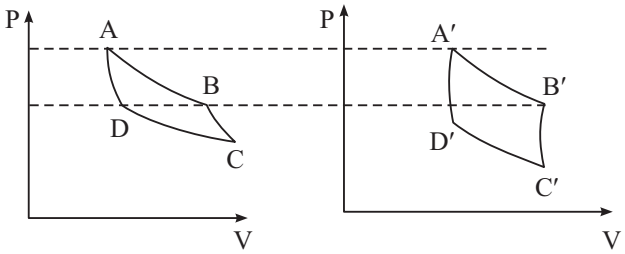
11. गति का दूसरा नियम लिखिए। दर्शाईए कि नियत द्रव्यमान के लिए किसी पिंड का त्वरण इस पर लगाए गए बल के अनुक्रमानुपाती होता है। 2

12. m द्रव्यमान का एक पिंड, θ कोण पर झुके एक नत तल पर रखा है। इस पिंड पर लगने वाले बल पर एक आरेख बनाकर दर्शाइए और यदि पिंड नत-तल पर स्थिर रखा रहता है तो इस पर लगने वाले घर्षण बल के लिए व्यंजक लिखिए। 2



13. r त्रिज्या का एक गोला, v वेग से, η श्यानता के एक तरल में गतिमान है, इस पर लगने वाले श्यान-बल के लिए स्टॉक का नियम लिखिए। श्यानता गुणांक का मात्रक kg, m एवं s के पदों में प्राप्त कीजिए। 2

14. नीचे दिया गया चित्र दो कार्नो इंजनों के p-v आरेख दर्शाता है। इन दो इंजनों में से कौन-सा इंजन अधिक दक्ष है (दिया है कि दोनों इंजन स्रोत से बराबर ऊष्मा ग्रहण करते हैं)। 2



15. किसी तारे से आने वाले प्रकाश में एक स्पेक्ट्रमी के लाल सिरे की ओर विस्थापित पाई जाती है। यदि उसमें यह रेड-शिफ्ट 0.03% हो तो तारे के अपगमन वेग का परिकलन कीजिए। 2

16. आप किसी गैल्वेनोमीटर को (i) ऐमीटर (ii) वोल्टतामापी में कैसे बदलेंगे? 2

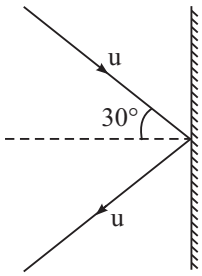
17. कांच के प्रिज्म से होकर प्रकाश का अपवर्तन दर्शाने के लिए एक किरण आरेख बनाइए। आरेख पर विचलन कोण एवं निर्गमन कोण अंकित कीजिए। 2

18. $^{236}_{92}U$ नाभिक के विखंडन में 200 MeV ऊर्जा मुक्त होती है, जबकि 4 प्रोटोनों के संलयन में 26.8 Mev ऊर्जा मुक्त होती है। इन प्रक्रमों में से किसमें प्रति इकाई परमाणु द्रव्यमान अधिक ऊर्जा विमुक्त होती है, समझाकर लिखिए। 2

19. 100 फेरों की एक वृत्ताकार कुंडली (अनुप्रस्थकाट का क्षेत्रफल $= 3.85 \times 10^{-3}\ m^2$) की अक्ष एकसमान चुंबकीय क्षेत्र के समांतर है। क्षेत्र का परिमाण 25 mT से 50 mT तक 250 ms में एक समान दर से परिवर्तित किया जाता है। कुंडली के सिरों के बीच प्रेरित emf का परिमाण परिकलित कीजिए। 2

20. व्याख्या कीजिए: (i) समतापी, (ii) रुद्धोष्म (iii) समदाबी (iv) समआयातनिक प्रक्रम 4

21. 50 ग्राम द्रव्यमान की एक गेंद एक दृढ़ भित्ति से 30° कोण बनाती हुई $10\ m\ s^{-1}$ की चाल से टकराती है और चित्र में दिखाए अनुसार, बिना चाल में किसी परिवर्तन के परावर्तित हो जाती है। भित्ति द्वारा गेंद को प्रदान किए गए आवेग का परिमाण और दिशा ज्ञात कीजिए। 4



22. व्याख्या कीजिए कि द्रव की एक छोटी बूंद सदैव गोलाकार क्यों होती है? किसी गोलाकार द्रव-बूंद के अंदर और बाहर दाबांतर के लिए एक व्यंजक प्राप्त कीजिए। 4

23. किसी डोरी पर गतिमान एक अनुप्रस्थ आवर्ती तरंग का समीकरण नीचे दिया गया है:

$$y(x,t) = 3.0 \sin\ (36t + 0.018x + \pi/4)$$

यहां x और y cm में तथा t सेकंड में है। x की धन दिशा बाएं से दाहिनी ओर है।

A. तरंग गति की चाल और गमन दिशा क्या है?

B. इसका आयाम एवं आरंभिक कला क्या है?

C. इसके दो क्रमागत शीर्षों के बीच की न्यूनतम दूरी क्या है? 4

24. किसी परिपथ में प्रेरित्र (L), संधारित्र (C) एवं प्रतिरोधक (R) के साथ श्रेणी-क्रम में एक प्रत्यावर्ती वोल्टता $E = E_o \sin wt$ लगाई गई है। (i) परिपथ की प्रतिबाधा तथा (ii) वोल्टता एवं धारा के बीच कला-कोण के लिए व्यंजक प्राप्त कीजिए। 4

25. कोणीय विक्षेपण एवं विक्षेपण क्षमता में भेद कीजिए। कोण A = 60°, के एक प्रिज्म के लिए न्यूनतम विचलन कोण भी (A) है। इसके अपवर्तनांक का परिकलन कीजिए। 4

26. द्रव्यमान क्षति से क्या अभिप्राय है? $^{14}_{7}N$ परमाणु के नाभिक का द्रव्यमान 14.00307 u है। द्रव्यमान क्षति और बंधन ऊर्जा प्रति न्यूक्लिऑन का परिकलन कीजिए। 1 mp = 1.00727 u, mn = 1.00865 u तथा 1u = 931 meV. लीजिए। 4

अथवा

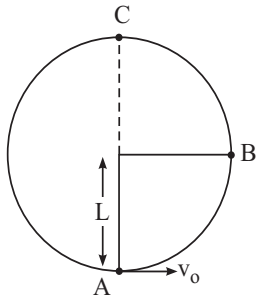
एक इलेक्ट्रॉन, एक प्रोटॉन तथा एक अल्फा कण की गतिज ऊर्जा समान है। इनमें से किस कण का डी-ब्रॉग्ली तरंग दैर्ध्य न्यूनतम है और किसका अधिकतम।

27. प्रतिरोध को परिभाषित कीजिए। उन घटकों का उल्लेख कीजिए, जिन पर किसी चालक का प्रतिरोध निर्भर करता है। प्रतिरोधों को (i) श्रेणी क्रम, (ii) समांतर क्रम में कैसे जोड़ा जाता है? इन दो संयोजन व्यवस्थाओं में जुड़े दो भिन्न प्रतिरोधों के तुल्य प्रतिरोधों के लिए व्यंजक प्राप्त कीजिए। 6

28. दिष्टकरण से क्या अभिप्राय है। दिष्टकारी का कार्य सिद्धांत लिखिए। एक परिपथ आरेख की सहायता से अर्द्ध तरंग दिष्टकारी की कार्य प्रणाली समझाइए। अर्द्ध तरंग दिष्टकारी के निवेश और निर्गम तरंग रूप बनाइए। 6

29. प्रकाश के व्यतिकरण से क्या तात्पर्य है? पर्दे पर व्यतिकरण पैटर्न प्राप्त करने के लिए यंग के द्विर्झिर्री प्रयोग का वर्णन कीजिए। दर्शाइए कि यंग के प्रयोग में परिणामी तरंग की तीव्रता आपतित तरंग के आयाम के वर्ग के अनुक्रमानुपाती होती है। संपोषी एवं विनाशी व्यतिकरण के लिए शर्तों का वर्णन कीजिए। 6

30. m द्रव्यमान के एक गोलक को L लंबाई के एक धागे से बांधकर ऊर्ध्वाधर वृत्त में चित्रानुसार इस प्रकार घुमाया जाता है कि बिंदु C पर धागे में शून्य तनाव होता है। बिंदु B एवं C पर गतिज ऊर्जाओं का अनुपात ज्ञात कीजिए। 6



अथवा

20 कि.ग्रा. द्रव्यमान का एक पिंड प्रारंभ में 5 m s^{-1} की चाल से गति कर रहा है। इस पर 40 N का एक बल 3s के लिए लगाया जाता है।

(i) 3 सेकंड के बाद पिंड की अंतिम चाल ज्ञात कीजिए।

(ii) इस दौरान कितनी दूरी चली गई है?

(iii) इस काल में कितना कार्य किया गया है?

(iv) पिंड की प्रारंभिक गतिज ऊर्जा ज्ञात कीजिए?

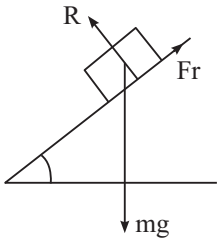
(v) पिंड की अंतिम गतिज ऊर्जा ज्ञात कीजिए?

(vi) दर्शाइए कि किया गया कार्य पिंड की गतिज ऊर्जा परिवर्तन के बराबर है।

अंक योजना

1. A
2. D
3. A
4. B
5. D
6. C
7. C
8. C
9. B
10. B
11. नियम का कथन (मॉड्यूल-1, पृ. 65) 1

    नियम के अनुसार दिशा (मॉड्यूल-1, पृ. 65) 1

12. 

1

    $F_r = mg \sin\theta$

    or $F_r \leq \mu\, mg \cos\theta$ 1

13. स्टॉक के नियम के अनुसार 1

    $F = 6\pi\eta rv$

    $\eta = \dfrac{F}{6\pi rv} = \dfrac{kg\ m\ s^{-2}}{m \cdot m\ s^{-1}} = kg\ m^{-1}s^{-1}$ 1

14. इन्जन (ii) अधिक दक्ष है $\frac{1}{2}$

    $\because\ \eta = \dfrac{W}{Q}$ $\frac{1}{2}$

Q दोनों के लिए समान है $\frac{1}{2}$

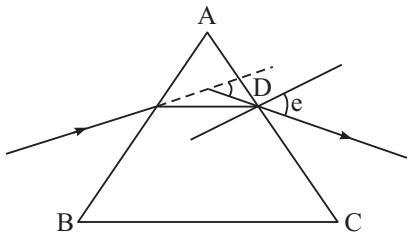
तथा w = p-v आरेख में आबद्ध क्षेत्र जो कि प्रकरण–2 में अधिक है। $\frac{1}{2}$

15. $\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{v}{c}$ 1

$v = c\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = 3\times10^8 \times \frac{0.03}{100} = 9\times10^4 \text{ m s}^{-1}$ 1

16. (a) गैल्वेनोमीटर की कुंडली के पार्श्वक्रम में उपयुक्त परिमाण का निम्न प्रतिरोध जोड़ कर। 1

(b) गैल्वेनोमीटर की कुंडली के श्रेणी क्रम में उपयुक्त परिमाण का उच्च प्रतिरोध जोड़कर। 1

17. 

1+1

18. संलयन में प्रति इकाई amu द्रव्यमान से विमुक्त ऊर्जा अधिक होती है 1

विखंडन में यह 1 MeV/amu से कम होती है $\frac{1}{2}$

संलयन में यह 6.7 MeV/amu से अधिक होती है $\frac{1}{2}$

19. N = 100, A = 3.85×10^{-3} m^2, B = (50 – 25) = 25 mT

$|e| = NA\left(\frac{B_2 - B_1}{t}\right)$ 1

$= 100\times3.85\times10^{-3}\times\frac{20\times10^{-1}}{250\times10^{-3}}$ $\frac{1}{2}$

$= 3.85 \times 10^{-2}$ V

$= 38.5$ mV $\frac{1}{2}$

20. प्रसार

(i) समतापीय प्रक्रम (पृ. 302) 1

(ii) रूद्धोष्म प्रक्रम (पृ. 302) 1

(iii) समदाबी प्रक्रम (पृ. 303) 1

(iv) समआयतनी प्रक्रम (पृ. 303) 1

अंक योजना

21. $p_i = 0.05 \times 10 = 0.5$ kg m $s^{-1} = p_f$

$p_i^x = 0.5\cos 30°$, $p_i^y = 0.5\sin 30°$ 1

$p_f^x = 0.5\cos 30°$, $p_f^y = 0.5\sin 30°$

आवेग = $p_f - p_i = \left(p_x^x i + p_f^y j\right) - \left(p_i^x + p_i^y j\right)$ 1

$= \left(p_f^x - p_i^x\right) i$

$= -0.866$ kg m s^{-1} 1

आवेग = 0.866 kg m s^{-1} $\frac{1}{2}$

22. व्याख्या 1

व्युत्पत्ति 3

23. (a) $v = \frac{w}{k} = \frac{36}{0.018} = 2000 \text{ cm s}^{-1} = 20 \text{ m s}^{-1}$ 1

तरंग ऋण x- दिशा में गतिमान है। 1

(b) a = 3.0 cm ϕ_o = TA $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

(c) दो क्रमागत शीर्षों के बीच की न्यूनतम दूरी $\frac{1}{2}$

$\lambda = \frac{2\pi}{0.018} = 3.5$ m $\frac{1}{2}$

24. संयोजन आरेख $\frac{1}{2}$

फेजर आरेख $\frac{1}{2}$

z के व्यञ्जक की व्युत्पत्ति 2

tan θ के व्यञ्जक की व्युत्पत्ति 1

25. किन्हीं दो तरंगदैर्ध्य (रंगों) के लिए विचलन कोणों के बीच अन्तर उन तरंगदैर्ध्यों के लिए कोणीय विक्षेपण कहलाता है। 1

कोणीय विक्षेपण और माध्य विचलन का अनुपात प्रिज्म के पदार्थ की विक्षेपण क्षमता (w) कहलाती है। $\frac{1}{2}$

$$w = \frac{s_v - \delta_r}{s_y}$$ $\frac{1}{2}$

$$= \frac{\sin\left(\frac{A+\sin}{2}\right)}{\sin\frac{A}{2}}$$ 1

$$= \frac{\sin 60°}{\sin 30°}$$ $\frac{1}{2}$

$$= \sqrt{3}$$ $\frac{1}{2}$

26. किसी तत्त्व के परमाणु के नाभिक का द्रव्यमान इसके अवयवी न्यूक्लिऑनों के द्रव्यमानों के योग से सदैव कम होता है। न्यूक्लिऑनों के द्रव्यमानों के योग तथा नाभिक के द्रव्यमान का अन्तर द्रव्यमान क्षति कहलाता है 1

$$\Delta m = 7mp + 7mn - m\left({}^{14}_{7}N\right)$$ $\frac{1}{2}$

= 7 × 1.00727 + 7 × 1.00865 – 14.00307

= 7.05089 + 7.06055 – 14,00307

= 14.11144 – 14.00307

= 0.10837 u 1

BE = Δm × 931 $\frac{1}{2}$

= 100.89247 Mev $\frac{1}{2}$

$$BE/amu = \frac{\Delta m \times 931}{A}$$

$$= \frac{100.89247}{14} = 7.206 \text{ MeV}$$ $\frac{1}{2}$

अथवा

26. $\lambda = \frac{h}{P}$ $\frac{1}{2}$

K.E., $E = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{m^2v^2}{2m} = \frac{p^2}{2m}$ $\frac{1}{2}$

$\Rightarrow \quad \lambda = \dfrac{h}{\sqrt{2mE}}$ $\frac{1}{2}$

$\Rightarrow \quad \lambda \propto \dfrac{1}{\sqrt{m}}$ $\frac{1}{2}$

दिए हुए 3 कणों में α-कण अधिकतम भारी और इलेक्ट्रॉन अधिकतम हल्की होगा। 1

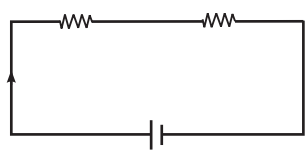
$\therefore$ λe अधिकतम एवं $\lambda\alpha$ न्यूनतम होगा। $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$

27. किसी चालक का प्रतिरोध उसके सिरों के बीच लगाए गए विभवांतर और इसमें प्रवाहित होने वाली धारा का अनुपात होता है।

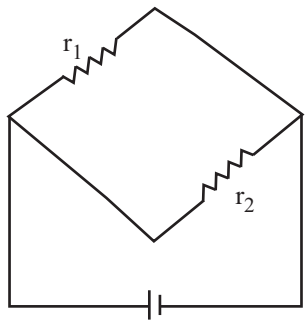
अर्थात $R = \dfrac{V}{I}$ $\frac{1}{2}$

किसी चालक का प्रतिरोध, उस चालक के पदार्थ की प्रकृति लम्बाई, अनुप्रस्थकाट के क्षेत्रफल तथा ताप पर निर्भर करता है 1

(i) सिरे से सिरा जोड़कर इस प्रकार परिपथ में लगाए गए प्रतिरोध कि उनमें से प्रत्येक में समान धारा प्रवाहित हो $\frac{1}{2}$



(ii) परिपथ में इस प्रकार जुड़े प्रतिरोधक कि उनका एक सिरा बैटरी के धन टर्मिनल से और दूसरा सिरा ऋण टर्मिनल से जुड़ा हो ताकि सभी प्रतिरोधकों के सिरों के बीच समान विभवान्तर रहे। 1



श्रेणीक्रम में

$$V = V_1 + V_2$$
$$= Ir_1 + Ir_2$$

$$= I\,(r_1 + r_2)$$

$$\frac{V}{I} = R = r_1 + r_2 \qquad 1$$

पार्श्वक्रम संयोजन में; $I = I_1 + I_2$

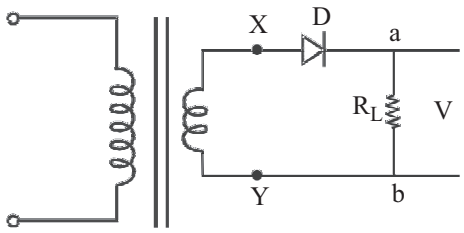
$$= \frac{V}{r_1} + \frac{V}{r_2} = V\left(\frac{r_1 + r_2}{r_1 r_2}\right) \qquad 2$$

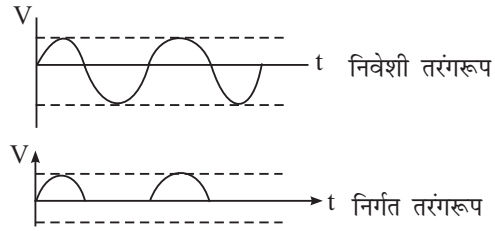
$$R = \frac{V}{I} = \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2}$$

28. ac को dc में रूपांतरित करने का प्रक्रम दिष्टकरण कहलाता है। 1

एक p-n संधि डायोड जब अग्रबायासित होता है तो धारा चालित करता है और जब पश्चबायासित होता है तो धारा चालित नहीं करता 1

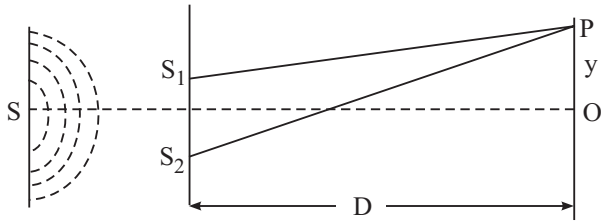
दर्शाए गए निवेशी तरंग रूप के लिए प्रथम अर्ध चक्र $(0 - T/2)$ में डायोड अग्रबायसित होता है और R_C से होकर a से b की ओर धारा प्रवाहित होती है। अगले अर्धचक्र (T/2 – T) में D पश्चबायासित होता है अत: R_C से होकर धारा प्रवाहित नहीं होती। $(T - 3T/2)$ के दौरान फिर से R_C से होकर a से b दिशा में धारा प्रवाहित होती है।





2 + 2

29. दो सहसंबद्ध स्रोतों से उत्सज्रित प्रकाश तरंगों के अध्यारोपण के कारण ऊर्जा के पुनवितरण का प्रक्रम 1



अंक योजना

यंग के द्विझिरी प्रयोग की व्यवस्था का वर्णन

व्युत्पत्ति: $A = 2a\cos\left(\frac{\delta}{2}\right)$ $1\frac{1}{2}$

$I \propto A^2$

$\propto 4A^2\cos^2\left(\frac{\delta}{2}\right)$ $\frac{1}{2}$

संरक्षी व्यतिकरण

$I_{max} = 4a^2$

जब $\cos^2\delta/2 = 1$

$\cos\ \delta/2 = 1$

$\delta = 0,\ 2\pi,\ 4\pi\ \ldots\ 2n\pi$ $\frac{1}{2}$

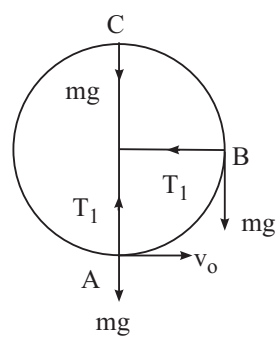
विनाशी व्यतिकरण

$I_{min} = 0$

when $\cos^2\ \delta/2 = 0$

$\delta = \pi,\ 3\pi,\ 5\pi\ \ldots\ (2n + 1)\pi$ $\frac{1}{2}$

30. $T - mg = \frac{mv_o^2}{L}$ $\frac{1}{2}$



$0 - mg = \frac{mv_c^2}{L} \Rightarrow v_c = \sqrt{gL}$ 1

$T_1 - 0 = \frac{mv_B^2}{L}$ $\frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}mv_o^2 - \frac{1}{2}mv_B^2 = mgL$ 1

$\Rightarrow \quad v_B^2 = 3gL$ $\frac{1}{2}$

$\frac{k\varepsilon \text{ at B}}{k\varepsilon \text{ at c}} = \frac{\frac{1}{2}mv_B^2}{\frac{1}{2}mv_c^2} = \frac{v_B^2}{v_c^2} = \frac{3gL}{gL} = \frac{3}{1}$ $1\frac{1}{2}$

$= 3 : 1$

अथवा

(i) $a = \frac{F}{m} = \frac{40}{20} = 2ms^{-2}$ $\frac{1}{2}$

$v = u + at$

$= 5 + 2 \times 3 = 11\ ms^{-1}$ $\frac{1}{2}$

(ii) $s = ut + \frac{1}{2}at^2$

$= 5\times3+\frac{1}{\cancel{2}}\times\cancel{2}\times(3)^2$

$= 15 + 9 = 24$ 1

(iii) $W = FS$

$= 40 \times 24$

$= 960\ J$ 1

(iv) प्रारंभिक गतिज ऊर्जा $= \frac{1}{2}mu^2$

$=\frac{1}{\cancel{2}}\times\overset{10}{\cancel{20}}\times(5)^2$

$= 250\ J$ 1

(v) अंतिम गतिज ऊर्जा $= \frac{1}{2}mv^2$

$=\frac{1}{\cancel{2}}\times\overset{10}{\cancel{20}}\times(11)^2$

$=1210\ J$ 1

(vi) गतिज ऊर्जा में परिवर्तन = 1210 – 250 = 960 J

किया गया कार्य = 960 J

अत: किया गया कार्य = पिंड की गतिज ऊर्जा में परिवर्तन 1